ВМСППС’2023

МАТЕРИАЛЫ XXIII МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ ПО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ И СОВРЕМЕННЫМ ПРИКЛАДНЫМ ПРОГРАММНЫМ СИСТЕМАМ

Посвящается 100-летию
со дня рождения академика Т.Г. Чёрного

МАТЕРИАЛЫ XXIII МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ ПО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ И СОВРЕМЕННЫМ ПРИКЛАДНЫМ ПРОГРАММНЫМ СИСТЕМАМ

ВМСППС’2023

4–10 сентября 2023 г.
Дивноморское, Краснодарский край



Dedicated to the 100th anniversary of the birth of academician G.G. Cherny

PROCEEDINGS OF THE XXIII INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTATIONAL MECHANICS AND MODERN APPLIED SOFTWARE SYSTEMS



CMMASS'2023

4–10 September, 2023
Divnomorskoe, Krasnodar Krai



УДК 519.6:517.958:533.6
ББК 22.2:2218
М34

Издание осуществлено при финансовой поддержке
Московского авиационного института
(национального исследовательского университета)

М34 **Материалы XXIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2023), 4–10 сентября 2023 г., Дивноморское, Краснодарский край. — М.: Изд-во МАИ, 2023. — 656 с.: ил.**

ISBN 978-5-4316-1054-7

Сборник включает в себя научные работы, отражающие современные мировые достижения в вычислительной механике, механике деформируемого твердого тела, механике жидкости, газа и плазмы, аэрокосмической механике, прикладной математике, разработке прикладных программных средств.

Для специалистов в области прикладной математики и механики, математического моделирования, информационных технологий, разработчиков современных прикладных программных систем, аспирантов и студентов старших курсов технических вузов.

Материалы XXIII Международной конференции по вычислительной механике
и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2023),
4–10 сентября 2023 г., Дивноморское, Краснодарский край

Дизайн и компьютерная верстка *Ал. А. Пярнпуу*

Подписано в печать 10.07.2023. Формат 70 × 100 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 53,3
Тираж 400 экз. Изд. № . Заказ №1199.

Издательство МАИ
(МАИ), Волоколамское ш., д. 4, Москва, А-80, ГСП-3 125993

Отпечатано с готового оригинал-макета в типографии ООО «Компания АРТИШОК»,
125362, Москва, Волоколамское шоссе, д. 116, стр. 2, e-mail: info@artishok.ru

ISBN 978-5-4316-1054-7

© Московский авиационный институт
(национальный исследовательский
университет), 2023

Посвящается 100-летию со дня рождения академика Г.Г. Чёрного

XXIII МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ И СОВРЕМЕННЫМ ПРИКЛАДНЫМ ПРОГРАММНЫМ СИСТЕМАМ



ВМСППС'2023

4–10 сентября 2023 г.
Дивноморское, Краснодарский край

Сборник включает в себя материалы Двадцать третьей Международной конференции по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2023), которая будет проводиться с 4 по 10 сентября 2023 г. в студенческом оздоровительно-спортивном комплексе «Радуга» Донского государственного технического университета, расположенном в поселке Дивноморское Геленджикского района Краснодарского края.

Конференция посвящена 100-летию со дня рождения академика Горимира Горимировича Чёрного, который был сопредседателем Оргкомитета этой конференции.

Целью конференции является обсуждение актуальных проблем вычислительной механики, современных прикладных программных систем, проблем параллельных вычислений, перспективных численных методов и разнообразных аспектов применения ЭВМ для решения задач механики деформируемого твердого тела, механики жидкости, газа и плазмы, аэрокосмической механики, наномеханики и других прикладных задач. Будут рассмотрены проблемы информационной поддержки приложений и баз данных, обсуждаются средства обработки и визуализации результатов вычислительных экспериментов и новые достижения, полученные в ходе конкретных исследований.

Материалы конференции публикуются в журналах, указанных в перечне российских рецензируемых научных журналов ВАК: «Известия РАН. Механика жидкости и газа», «Математическое моделирование» РАН, «Вестник МАИ», «Труды МАИ» и «Физико-химическая кинетика в газовой динамике».

Организаторы конференции:

- Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
- Российская академия наук
- Министерство науки и высшего образования РФ
- Российский Национальный комитет по теоретической и прикладной механике

Оргкомитет конференции

Сопредседатели: Горячева И. Г., Левин В. А., Тишкин В. Ф.

Ученый секретарь: Пярнпуу Ал. А.

Члены оргкомитета:

Алифанов О. М., Бабешко В. А., Баженов В. Г., Бакулин В. Н., Бардин Б. С., Бишаев А. М., Васильев В. В., Васильев С. Н., Гайфуллин А. М., Гидаспов В. Ю., Голуб В. В., Губайдуллин Д. А., Егоров И. В., Запрягаев В. И., Калинчук В. В., Каляев И. А., Климов Д. М., Колесник С. А., Крайко А. Н., Куликовский А. Г., Кутахов В. П., Липанов А. М., Маров М. Я., Матвеенко В. П., Нейланд В. Я., Павленко А. Н., Петров Ю. В., Попов Г. А., Равикович Ю. А., Ребров А. К., Ревизников Д. Л., Суржиков С. Т., Фомин В. М., Чернышев С. Л., Четверушкин Б. Н.

Программный комитет конференции:

Аветисян А. С., Багдасарян Г. Е., Богданов А. Н., Бошенятов Б. В., Булакина М. Б., Булычев Н. А., Варданян И. А. , Васильев А. Н., Гидаспов В. Ю., Димитриенко Ю. И., Замковой А. А., Иванов И. Э., Каледин В. О., Крылов С. С., Кузнецов Е. Б., Лукин В. Н., Марков В. В., Острик А. В., Панов Ю. Н., Ревизников Д. Л., Рыжков С. В., Северина Н. С., Сембиев О. З., Стрелец Д. Ю., Стрижак С. В., Тархов Д. А., Чернышев Л. Н.

Технический комитет конференции:

Абгарян В. К., Акмаева В. Н., Гидаспов В. Ю., Демидова О. Л., Зинченко А. С., Кононов Д. С., Коробовский А. В., Морозов А. Ю., Пярнпуу Ал. А., Северина Н. С., Селиванова О. С., Терехов И. В., Филиппова А. С., Чугунков С. А.

Научные направления конференции

A. Теория и практика современного моделирования. Высокопроизводительные вычисления

B. Информационные технологии: базы и хранилища данных, методы искусственного интеллекта, нейронные сети, обработка изображений

C. Общая механика, механика деформируемого твердого тела. Прочность, разрушение и безопасность конструкций

D. Механика жидкости, газа и плазмы. Аэротермодинамика гиперзвуковых скоростей

E. Общие проблемы и модели механики сплошных сред на разных масштабных уровнях

F. Классическая и небесная механика, мехатроника, биомеханика

G. Задачи теории управления и оптимизации

H. Аэрокосмическая механика. Проблемы создания и эксплуатации аэрокосмической техники

I. Образовательные технологии в аэрокосмической отрасли

Горячева И. Г., Левин В. А., Тишкин В. Ф.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Секция А

Теория и практика современного моделирования. Высокопроизводительные вычисления

Абгарян М.В., Бишаев А.М., Рыков В.А. Кинетическая модель для описания трехкомпонентной плазмы 21

Антюхов И.В. Математическое моделирование течения криогенной жидкости в магистрали 23

Белов Г.В., Аристова Н.М. Опыт использования библиотеки оптимизации Ipopt для расчета химического равновесия 25

Бузмакова М.М., Русаков С.В., Эберт К.А. Моделирование структуры полимерных полидисперсных сред методами теории перколяции 26

Бураковский Е.П., Бураковский П.Е., Юсып В.М. Исследование гидродинамических характеристик судна с новыми обводами при зарывании в волну 28

Быков Н.В. Моделирование распространения электромагнитных волн в кольцевой бинарной цепочке волноводов 30

Быков Н.В., Костров М.А. Математическое моделирование транспортного потока, состоящего из автобусов и личных транспортных средств 32

Вдовин И.Е., Бузмакова М.М. Компьютерное моделирование случайной плотной упаковки несжимаемых окружностей на плоскости 34

Виноградов М.С. Моделирование отраженных радиолоационных сигналов от низкоскоростных малозаметных воздушных целей 36

Глазырина О.В., Глазырина Л.Л. О разрешимости вариационного неравенства с двойным вырождением и нелокальным пространственным оператором 38

Градов В.М. Моделирование импульсных сильно излучающих разрядов в инертных газах и парах металлов 41

Громов В.А. Алгоритм построения картины ветвления для нелинейных систем уравнений в частных производных 43

Денисенко В.В., Фортова С.В., Колоколов И.В., Лебедев В.В. Численное моделирование эластической турбулентности в двумерной ячейке с различными граничными условиями 44

Дмитриев А.И., Огнев С.О., Коротеев Ю.М., Никонов А.Ю. Разработка модели многокомпонентного покрытия TiAlTaSiN в рамках метода молекулярной динамики . 46

Ереев М.Н., Лонин К.А., Патрушев В.Л., Савчук Д.В., Соловьев С.А. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния оборудования при проведении инженерных расчетов 48

Жихарев Я.М., Черемисин Ф.Г., Клосс Ю.Ю., Баженов К.И. Разработка и ускорение программы решения уравнения Больцмана для моделирования разделения смеси газов в многокаскадном тепловом микронасосе 50

Калинин А.В., Тюхтина А.А. Модифицированные калибровочные соотношения и расщепление задачи об определении векторного магнитного и скалярного электрического потенциалов в квазистационарном приближении 52

Колесник С.А., Булычев Н.А., Новиков А.С., Тушавин Н.А. Математическое моделирование процессов теплообмена при охлаждении элементов конструкций ракетных двигателей 54

Колесник С.А., Формалев В.Ф., Стифеев Е.М. Обратная ретроспективная краевая задача для уравнения теплопроводности 55

Лавренков С.А., Дацук Е.В., Васюков А.В. Измерение упругих модулей материалов по данным о колебаниях пластин на вибрационном стенде 57

Лалин В.В., Нго Х.Х. Обобщенная точка Коссера — материальная точка с тензором инерции и тензором масс. Новые конечные элементы для задач динамики стержневых систем 58

Маламанов С.Ю. Об одной особенности численного моделирования фазового перехода 59

Мартыненко С.И., Gökalp İ., Токталиев П.Д., Karaca M., Дорофеенко С.О. Вычислительные технологии для перспективного программного обеспечения в решении задач механики сплошных сред 61

Морозов А.Ю., Ревизников Д.Л. Алгоритм подвижного окна для параметрической идентификации динамических систем с интервальными параметрами 63

Нгуен Д.Б. Вычислительная модель термодинамики плазмообразующих сред — источников мощного селективного излучения 66

Нгуен Д.Б. Математическое моделирование температурных полей в кварцевых и сапфировых оболочках мощных источников УФ-излучения 68

Нестеров А.А., Бузмакова М.М. Параллельные вычисления перколяционных задач на двумерной решетке 70

Никитин В.С. Параллельные алгоритмы численного решения нестационарных задач газовой динамики на адаптивных декартовых сетках с использованием открытой библиотеки p4est 71

Пантелеев К.А. Алгоритмы определения меры центральности сети для поиска ее ключевых элементов 72

Семенов А.С. Программирование алгоритмов на основе конструктора множеств с оператором вывода “=>” 74

Семенов А.С. Программный квантовый симулятор на основе фрактальных тензорных сетей 75

Скворцова М.И., Скворцов И.Л. Об одном методе построения регрессионных уравнений в задачах статистической обработки данных 76

Статников И.Н., Фирсов Г.И. Эвристический подход к исследованию математических моделей систем на основе планируемых многоуровневых вычислительных экспериментов 78

Стрижак П.А., Антонов Д.В., Гайдукова О.С. Математическая модель зажигания гранул газового гидрата в потоке разогретого воздуха 80

Токталиев П.Д., Gökalp İ., Мартыненко С.И., Karaca M., Молоканов А.А. Двухсеточный алгоритм для высокопроизводительных параллельных вычислений в практике современного моделирования 82

Фукин И.И., Кузнецов А.А., Носырев А.Н., Завьялова Н.А., Негодяев С.С. Сравнение метода Ньютона и метода дифференциальной коррекции в задаче определения орбиты 84

Юсим В.А., Саркисов С.Э., Клосс Ю.Ю. Численное моделирование состояний тепловой системы в процессе синтеза монокристаллов фторидов методом ГНК в комбинированных ростовых узлах 86

Секция В
Информационные технологии: базы и хранилища данных, методы искусственного интеллекта, нейронные сети, обработка изображений

Абруков В.С., Ануфриева Д.А., Данилов Е.В., Лисин С.В., Артемьев С.С. Нейронные сети и геном материалов 89
Алимов П.Г., Гориховский В.И. Генерация нейронных сетей для моделирования поведения динамических систем 91
Асмолов С.С., Чечиков Ю.Б., Ведьманов И.С. Подход к ранжированию студентов по успеваемости для распределения по учебным группам 92
Баранов Н.А. Прогнозирование нейронной сетью времени разрушения температурной инверсии 94
Безматерных А.Е., Бузмакова М.М. Распознавание изображений с использованием подходов теории перколяции 96
Бренько В.А. Исследование влияния шума канала связи на качество передачи сжатых изображений 98
Быков Н.В., Кульметьева В.А. Использование машинного обучения с подкреплением для решения задачи перехвата проблемного транспортного средства в гетерогенном транспортном потоке 99
Волкова Т.Б., Филиппов Г.В. Применение нейросетевых технологий для обработки текстовых данных в базах знаний на основе MediaWiki 101
Двойников Д.А., Гладковский С.В., Залазинский А.Г., Титов В.Г., Швейкин В.П. Прогнозирование повышенной конструкционной прочности системно-легированных мартенситно-стареющих сталей с использованием нейросетевого моделирования 102
Закирова М.Д., Лавыгин Д.А., Лазовская Т.В., Скрипкин О.А., Тархов Д.А. Применение комбинации линеаризации и аналитической модификации неявного метода Эйлера для выбора оптимального закона управления обратным маятником 104
Кашфутдинов Б.Д., Стрижак С.В. Возможность физически-обоснованных нейронных сетей для решения задач механики сплошной среды 106
Коршунов А.А., Козицын А.С., Афонин С.А., Шачнев Д.А. О способах поиска информации в наукометрических базах данных 109
Курочкин И.И. Децентрализованное глубокое обучение на грид-системе из персональных компьютеров 111
Лазовская Т.В., Разумов Е.М., Сергеева А.А., Тархов Д.А., Чистякова М.А. Анализ эволюционных методов обучения нейросетевого решения для уравнения Лапласа в единичном квадрате с разрывным граничным условием Дирихле 113
Лазовская Т.В., Тархов Д.А. Исследование свойств набора нейросетевых решений, полученных с помощью эволюционного алгоритма на основе принципов Парето для уравнения Лапласа в квадрате с разрывными граничными условиями 115
Лунева С.Ю., Павлов П.С. Использование методов машинного обучения для составления учебного расписания 117
Максимов Н.А., Рысистов А.В. Исследование путей повышения эффективности БЛА с оптико-электронной системой коррекции и конечного наведения 119
Максимова В.Ю., Максимов Н.А. Модель мониторинга разнородных целей группой БЛА 122
Новиков Н.П., Виноградов В.И. Кластеризация текстов ВКР на русском языке методами машинного обучения 123

Павлов В.С., Подольская Н.С. Комплексное исследование физиологических реакций человека на неоптимальные режимы работы 125
Пегачкова Е.А., Яковлева А.Г. Анализ влияния различных факторов на продажи с помощью алгоритмов машинного обучения 127
Попов А.К., Степанян К.В., Миллер Б.М., Миллер А.Б. Методика сравнения алгоритмов оценивания положения движущейся камеры относительно неподвижного объекта 128
Протасов В.И., Мирахмедов Р.О., Потапова З.Е. Решение задачи коммивояжера с использованием триангуляции Делоне и генетических алгоритмов 130
Семенов А.С. Применение регулярных грамматик с операционными символами для разработки паттерн-языков 133
Суворов М.Д., Виноградов В.И. Система детоксификации текста в диалоговых переписках 134
Суворова Е.В. Методика идентификации мультимодальных эмоциональных экспрессий 136
Судаков В.А., Сивакова Т.В. Системы поддержки принятия врачебных решений (СППВР) в полифармакотерапии 138
Судаков В.А., Титов Ю.П. Исследование применения метода муравьиных колоний для перебора комбинаций медицинских препаратов 140
Фраленко В.П., Шустова М.В. Формирование признакового пространства для автоматического обнаружения областей задымлений на изображениях 143
Хачумов М.В., Емельянова Ю.Г., Емельянов М.А., Хачумов В.М. Логический базис на нейронах с параболической функцией активации 144
Чайников Ю.С., Судаков В.А., Степанов М.С. Применение синтетических данных для улучшения качества многослойных нейронных сетей при тренировке на малых выборках естественных изображений 147
Шемякина Т.А. Построение начального приближения на примере параметрической задачи о неизотермическом химическом реакторе 149

Секция С
Общая механика, механика деформируемого твердого тела. Прочность, разрушение и безопасность конструкций

Абузяров М.Х., Глазова Е.Г., Кочетков А.В., Кочетков М.А., Чекмарев Д.Т. Моделирование высокоскоростных процессов взаимодействия упругопластических конструкций и грунтовых сред в эйлеровых переменных 151
Айзикович С.М., Лапина П.А. Эквивалентность различных моделей неоднородного упругого основания 153
Анджикович И.Е., Михайлова И.Б., Турчин А.С. О мониторинге ресурсной способности трубопроводов 154
Андрианов И.К., Феоктистов С.И., Тхет Л. Предельное состояние толстостенной цилиндрической оболочки при нелинейном законе упрочнения 156
Артамонова Н.Б., Шешенин С.В., Орлов Е.А., Третьяков С.Д., Миниханов К.А. Идентификация параметров и верификация нелинейной связанной модели консолидации 158
Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М., Евдокимов В.С., Зарецкая М.В., Уафа С.Б. Об одной механической модели самоорганизации наночастиц 161
Бабешко В.А., Уафа Г.Н., Лозовой В.В., Евдокимов В.С., Мухин А.С., Уафа С.Б. О механической концепции самосборки наноматериалов 163

Бабешко О.М., Горшкова Е.М., Евдокимов В.С., Зарецкий А.Г., Плужник А.В. О точном решении универсальным методом моделирования задачи для клиновидной литосферной плиты для целей прогноза сейсмичности 165

Бабешко О.М., Горшкова Е.М., Евдокимов В.С., Зарецкий А.Г., Плужник А.В. Об одном новом предвестнике сейсмичности 167

Баженов В.Г., Дюкина Н.С. Новый подход к численному моделированию волновых процессов в грунтовых основаниях при расчете сооружений на сейсмические воздействия 169

Бакулин В.Н. Особенности построения оболочечных моделей для послойного исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек с прямоугольными в плане вырезами 171

Бакулин В.Н., Гусев Е.Л. Применение обобщенных моделей долговечности для решения задач прогнозирования определяющих характеристик композитов 173

Бакулин В.Н., Недбай А.Я. Флаттер композитной цилиндрической оболочки, подкрепленной двухсоставным цилиндром 175

Бакулин В.Н., Прудников Ф.Е., Недбай А.Я., Гришин Ю.А. Динамическая устойчивость коаксиальных оболочек, соединенных упругим цилиндром 178

Баринов В.В., Иванников А.Ю., Багмутов В.П. Напряженно-деформированное состояние очага деформации при горячем поверхностном пластическом деформировании порошкового покрытия 180

Болтаев З.И., Кулдашов Н.У., Чориев М., Файзиев Ш. Колебания цилиндрической оболочки в безграничной вязкоупругой среде 183

Большухин М.А., Ереев М.Н., Козин А.В., Панов В.А., Пирогов С.А., Фильченков С.Е. Методология исследования поврежденности оборудования транспортных РУ для обоснования продления безопасной эксплуатации 185

Босак Д.Б., Колесник О.А., Миронова Л.И. К вопросу о прочности фланцевых соединений с металлическими уплотнениями в конструкциях авиационной техники . 187

Брагин Н.Н., Быкова Ю.Н., Гарифуллин М.Ф., Заварзина Е.А., Корнеева Д.Б., Слитинская А.Ю. Экспериментальные исследования в АДТ нестационарных параметров потока в следе крыла 189

Булычев Н.А., Бодрышев В.В., Колесник С.А. Исследование процесса деформации и разрушения образцов пленок дисперсно-армированных полимерных материалов методом цифровой обработки изображений 190

Валиев Х.Х., Корнев Ю.В., Павлючкова Е.А., Власов А.Н., Карнет Ю.Н. Атомная силовая микроскопия полимерных композитов на основе полисульфона с наполнителем диоксид кремния 191

Виноградов Ю.И. Основы вычислительных алгоритмов и программ метода конечных элементов аналитического решения задач строительной механики тонкостенных конструкций 192

Гавва Л.М., Фирсанов В.В. Метод анализа статической прочности конструктивно-анизотропных композитных панелей летательных аппаратов с учетом деформации поперечного сдвига на основе уточненной теории 194

Геворкян Г.А. Численное решение задачи Кирша с центральным круговым отверстием произвольного радиуса на основе МКЭ 195

Глазырин В.П., Орлов М.Ю., Фазылов Т.В. Исследование процесса пробития алюминиевых преград стальными сферическими ударниками 197

Голубев В.И., Никитин И.С., Петров И.Б. Расчет динамических деформационных процессов в упруговязкопластических средах 199

Горохов В.А. Моделирование в рамках подходов механики поврежденной среды деформирования и разрушения при различных комбинациях циклического нагружения и ползучести 201
Горячева И.Г. Моделирование разрушения поверхностных слоев композитов в условиях фрикционного взаимодействия 203
Григорьев А.С., Шилько Е.В. Об особенностях динамики роста трещины сдвига в гетерогенных хрупких материалах 204
Губайдуллин Д.А. Особенности динамики многофазных, многокомпонентных сред . 206
Дедова Д.В., Мартиросов М.И. Вычислительная модель деформирования и разрушения конструктивных элементов в виде трехслойных цилиндрических панелей с дефектами при динамическом нагружении 208
Дмитриев Э.А., Чернышова Д.В., Одиноков В.И., Евстигнеев А.И., Иванкова Е.П. Математическое моделирование стойкости керамической оболочковой формы к трещинообразованию от ее морфологической структуры при охлаждении в ней затвердевающей отливки 210
Душев С.А., Лапшин Д.А., Шорохов В.В. Проектирование демпфирующих устройств с высокой поглощающей способностью для ответственных объектов атомной энергетики на основе математического моделирования 212
Евдокимова О.В., Лозовой В.В., Уафа С.Б., Бушуева О.А. Контактные задачи с деформируемым штампом 215
Евдокимова О.В., Мухин А.С., Бушуева О.А., Уафа С.Б. Об оценке механического состояния тектонических разломов 217
Ершова А.Ю., Мартиросов М.И. Расчет на прочность многослойной пластины из полимерного композита с концентратором напряжений 219
Жильцов А.В. Численное решение задачи о теле с трещиной с адгезионными свойствами 221
Загидуллин Ш.М., Левченко М.А., Нефедова А.А. Особенности измерений главных плоских деформаций шестикомпонентными тензометрическими розетками 223
Зленко А.А. Действие приливных сил на некоторые свойства однородных изотропных вязкоупругих небесных тел 224
Калинин А.В., Тюхтина А.А., Абу Даввас Яссер, Чекмарев Д.Т. Применение двух схем МКЭ к решению стационарных задач электромагнитной теории 225
Кибец А.И., Демарева А.В., Калинина Ю.А. Анализ влияния сеточной анизотропии на конечно-элементное моделирование упругопластического выпучивания полусферических оболочек 227
Ковтанюк Л.В., Панченко Г.Л., Попова Е.О. Деформации изменения формы в зависимости от направления сдвига 229
Кондратенко Л.А., Дмитриев В.Г., Миронова Л.И. Линейная модель колебаний летательного аппарата при неравномерной деформации двух опор во время посадки . . 231
Кочетков А.В., Модин И.А., Лисицын А.А. Взаимодействие ударной волны с проницаемым деформируемым гранулированным слоем 233
Курулюк Д.В., Левченко Е.А., Чумак С.В. Развитие расчетно-экспериментальных методов отработки прочности конструкций с применением цифрового комплекса визуализации и анализа результатов испытаний 236
Лалин В.В., Дмитриев А.Н. Прочность и разрушение монолитных железобетонных конструкций при внезапном отказе несущего элемента 238
Мартышина И.П., Смолин А.Ю., Еремина Г.М. Влияние толщины костного цемента на прочность фиксации металлических имплантов. Мезоскопическое моделирование 240

Минюшкин Д.Н., Перевалов Н.С. Расчет стационарных метеоритных форм для различных режимов аэродинамического нагрева 243
Минюшкин Д.Н., Пьянков Е.К. Модель разрушения углерода под действием тепловых нагрузок 243
Митряйкин В.И., Пузырецкий Е.А., Носов Д.А., Кузнецов М.Е. Исследование сжатия пластин с отверстиями 244
Неклюдова Г.А., Евтух Е.С., Евтух Г.Е. Аппроксимированные диаграммы напряжений материалов колеса и рельса 246
Никитин А.Д., Никитин И.С. Современные методы высокочастотных усталостных испытаний авиационных материалов 248
Никитин И.С., Никитин А.Д., Стратула Б.А. Модели циклической повреждаемости при высокочастоном нагружении 250
Острик А.В., Николаев Д.Н. Кривые плавления оксидов алюминия и магния при высоких давлениях 252
Паймушин В.Н., Шишкин В.М., Газизуллин Р.К. Трансформационная модель динамического деформирования стержня-полосы с учетом податливости участка закрепления конечной длины на одной из лицевых поверхностей 255
Паймушин В.Н., Шишкин В.М., Газизуллин Р.К. Экспериментальное исследование прохождения вибраций в ненагруженную консоль стержня-полосы через участок закрепления конечной длины на одной из лицевых поверхностей 258
Пунтус А.А., Федюшкин А.И. Фазовые траектории автономных динамических систем третьего порядка 260
Рахмонов Б.С., Ахмедов Ш.Р., Сафаров У.И., Жураев Ш.И. Сейсмические эффекты промышленных взрывов, проведенных в Джумуртауском и Каратауском каменных карьерах, близ реки Амударьи 262
Ромашин С.Н., Хорошилова М.В., Шоркин В.С., Фроленкова Л.Ю. Моделирование адгезионного взаимодействия металла и полярного диэлектрика 264
Сафаров И.И., Тешаев М.Х., Каримов И.М., Нуриддинов Б.З. О собственных колебаниях диссипативно-неоднородных сферических тел, находящихся в деформируемой среде 266
Сейранян С.П. К решению задачи о симметрично-антисимметричном изгибе прямоугольной защемленной по контуру пластины посредством модификации метода С.П. Тимошенко 268
Симонова Е.С., Дмитриев С.А. Анализ отказов и повреждений авиационных двигателей 271
Смолин А.Ю., Еремина Г.М. Моделирование эффекта шероховатости контактных поверхностей на риск аспетического расшатывания при эндопротезировании 273
Смолин И.Ю., Ахметов А.Ж., Кузнецов В.П. Моделирование наноструктурирующего выглаживания конструкционной стали 275
Сотский М.Ю., Велданов В.А., Гелин Д.В., Колпаков В.И., Лысов Д.А., Марков В.А. Развитие технологии изменения формы сегментов при метании в целях верификации вычислительных методик процесса 277
Тлеулинов М.К. О нелинейных явлениях, возникающих при колебаниях авиационных конструкций 280
Хакимов А.Г. Влияние окружающей среды на частоты колебаний пластины 280
Чехонин К.А., Трофименко Т.А. Роль напряжений консолидации в образовании дефектов в технологии прямого лазерного аддитивного процесса 283
Шешенин С.В., Артамонова Н.Б. Сходимость итерационного алгоритма решения нелинейной связанной задачи консолидации 283

Секция D
Механика жидкости, газа и плазмы. Аэротермодинамика гиперзвуковых скоростей

Авдеева М.О., Богоутдинова Ю.Г., Чехонин К.А. Численное моделирование цунами оползневого типа 286
Аганин А.А., Топорков Д.Ю. Коллапс кавитационных пузырьков в дейтерированных жидкостях 286
Аксенова О.А., Халидов И.А. Влияние полигауссовской шероховатости на аэродинамические характеристики поверхности в разреженном газе 287
Алексеев А.К., Бондарев А.Е. Об использовании тензорных разложений при численном решении задач аэрогазодинамики 289
Антонов Д.В., Кузнецов Г.В., Сажин С.С., Высокоморная О.В., Стрижак П.А. Паффинг/микровзрыв капель рапсового масла с микрочастицами угля и водой . . . 291
Архипов В.А., Басалаев С.А., Золоторев Н.Н., Матвиенко О.В., Перфильева К.Г., Усанина А.С. Моделирование эволюции облака капель при свободном падении в поле силы тяжести 294
Архипов В.А., Басалаев С.А., Костюшин К.В., Перфильева К.Г., Усанина А.С. Математическое моделирование процесса обтекания твердой сферы при вдуве газа с ее поверхности 296
Афанасенков А.А., Хмель Т.А. Распространение детонации в смесях водород–воздух с частицами алюминия 298
Бабаков А.В. Численное моделирование структуры потока около спускаемого аппарата и куполов парашютной системы при сверхзвуковых скоростях 300
Багдасарян Г.Е., Пантелеев А.В., Микилян М.А., Амбарцумян А.Г. Устойчивость композиционной цилиндрической оболочки в сверхзвуковом потоке газа 302
Базилевский А.В., Рожков А.Н. Всплески вязких жидкостей 304
Бакулин В.Н., Бошенятов Б.В. Оптимизация параметров половолоконных мембранных аппаратов 307
Баутин С.П., Замыслов В.Е., Обухов А.Г. Численное моделирование разрушения тропических циклонов с применением разумных затрат энергии 309
Большиянов И.П., Захаров Н.Н. Экспериментальное сравнение оптимальных и неоптимальных профилей и осесимметричных носовых частей при одинаковых габаритных ограничениях и объеме 311
Борисов С.А., Добровольский С.В., Глуховская Ю.И., Мякочин А.С., Подпорин И.В. Оценка равномерности износа защитного покрытия передней кромки аэродинамической поверхности с использованием натурных испытаний и приложений математического моделирования 313
Борисов С.А., Добровольский С.В., Глуховская Ю.И., Мякочин А.С., Подпорин И.В. Оценка эффекта формы кольцевых турбулизаторов, формируемых внутри труб нагревателей и теплообменников газодинамическим методом 315
Боттаева А.А., Бражкин Н.С., Северина Н.С. Информационно-вычислительная поддержка экспериментальных исследований на ударных трубах 317
Воронин Д.В. Анализ детонационных течений для различных камер внутреннего сгорания 319
Гаца М.Ю., Федотова К.В., Ягодников Д.А. Моделирование процессов распространения пламени по аэровзвеси частиц алюминия в свободном объеме 321

Гембаржевский Г.В., Осипенко К.Ю. О моделировании спектра базовых частот осцилляций в следе от двух цилиндров 322
Гидаспов В.Ю., Крылов С.С. Моделирование течения за ударной волной при высокоскоростном движении ЛА в атмосфере 324
Гидаспов В.Ю., Мосеев Д.С., Северина Н.С. Одномерная модель для расчета параметров потока в сверхзвуковом воздухозаборнике 327
Гидаспов В.Ю., Москаленко О.А., Кули-заде Ф.Т. Влияние состава продуктов сгорания на параметры детонации Чепмена–Жуге в углеродо-кислородных горючих смесях 329
Гладков С.О., Нагибин Н.С. Синергетика наилучше обтекаемых тел 332
Голуб В.В., Головастов С.В., Жилин Ю.В., Микушкина А.А., Микушкин А.Ю. Ослабление ударной волны малой интенсивности перфорированными пластинами . . 334
Гольцов Е.С., Труфанова Н.М. Математическая модель процессов тепломассопереноса при промывке нефтяной скважины через полые штанги 336
Градов В.М., Желаев И.А. Математическое моделирование и экспериментальное исследование импульсных ксеноновых источников излучения 337
Гришин Ю.А., Бакулин В.Н. Применение газодинамических функций для расчетых исследований внутренних течений 339
Демидова О.Л., Садаков А.А. Моделирование жестких систем дифференциальных уравнений на базе схем Рунге–Кутты 341
Добров Ю.В., Лашков В.А., Ренев М.Е., Машек И.Ч., Хоронжук Р.С. Локальное энерговложение в сверхзвуковой поток газа перед диффузором 344
Егоров И.В. Целостное моделирование ламинарно-турбулентного перехода в сверхзвуковом пограничном слое 344
Ермаков М.К. Расширение возможностей генерации двумерного пограничного слоя для открытого пакета Gmsh 346
Замураев В.П., Калинина А.П. Организация горения углеводородного топлива в сверхзвуковом потоке в двух смежных секциях постоянного сечения канала при управлении теплогазодинамическими импульсами 348
Зуев Ю.В. О необходимости учета столкновений капель при расчете параметров газожидкостных турбулентных струй 350
Иванов И.Э., Крюков И.А. Численное моделирование многофазных течений в областях со сложной геометрической формой 352
Исаков А.А., Мельник М.Ю., Гориховский В.И. Модели регрессии для расчета поуровневых коэффициентов скорости колебательных энергообменов 355
Исламова А.Г., Кропотова С.С., Шлегель Н.Е., Стрижак П.А. Вторичное измельчение капель суспензий при их взаимодействии с угольными частицами 357
Кауфман Д.В., Рябинин А.Н. Затухание колебаний цилиндра с соосным диском и стабилизатором в потоке воздуха 359
Корелин А.А., Труфанова Н.М. Математическое моделирование задачи тепломассопереноса при пероксидном сшивании полиэтиленовой изоляции 361
Котельников М.В., Крылов С.С. Исследование эволюции ионного и электронного токов в расчете плавающего потенциала спутника 362
Котельников М.В., Крылов С.С. Методика расчета плавающего потенциала спутника методом компьютерного моделирования 363
Кошелев К.Б., Осипов А.В., Стрижак С.В. Моделирование обтекания трехэлементного аэродинамического профиля газокапельным потоком 364

Кравченко Д.С., Кустова Е.В., Мельник М.Ю. Моделирование колебательно-химической релаксации O_2 и NO за отраженными ударными волнами 366
Крюков И.А., Иванов И.Э. Численное моделирование турбулентных струй на основе LES-подхода 368
Кутыш И.И. Определение теплоемкости и газовой постоянной продуктов сгорания углеводородных топлив во влажном воздухе 370
Кутыш И.И. Определение теплоемкости и газовой постоянной сухого и влажного воздуха 372
Ларкин Д.О., Кагенов А.М., Костюшин К.В. Математические моделирование натекания сверхзвуковой струи на плоскую подвижную преграду 374
Лепешинский И.А., Кучеров Н.А., Зотикова П.В., Решетников В.А. Методика расчета струйных форсунок с пузырьковым двухфазным потоком 376
Максудова З.М., Савельев А.С., Кустова Е.В. Вычисление коэффициентов скорости химических реакций с помощью алгоритмов машинного обучения 378
Марков А.А. Модель синтеза микронных частиц фракции нитрида циркония 380
Марфин Е.А., Абдрашитов А.А. Особенности газодинамики потока в струйном осцилляторе Гельмгольца с щелевой камерой 383
Матюшин П.В. Двухцветная бета-плюс-визуализация трехмерных вихревых структур в течениях жидкости и газа 385
Мельник М.Ю., Кустова Е.В. Детальная кинетика плазмы одиночного импульсного разряда и послеразрядной зоны 388
Минюшкин Д.Н., Фролов И.С., Дубровин А.К. Влияние факторов шероховатости и вдува в пограничный слой на расчет конвективного теплового потока в трехмерной постановке 389
Насырова Д.А., Башмаков Р.А. Собственные колебания жидкости в скважине, сообщающейся с пластом системой трещин 390
Никитченко Ю.А., Красавин Е.Э. Оценка применимости моделей первого приближения для описания обтекания поверхностей большой кривизны 392
Никитченко Ю.А., Сергеева Н.И. Модельное кинетическое уравнение для описания смесей одно- и многоатомных газов 394
Никулина С.А., Перминов А.В., Любимова Т.П. Термовибрационная конвекция псевдопластической жидкости в условиях микрогравитации 396
Норкин М.М., Кустова Е.В., Шакурова Л.А. Исследование влияния неравновесных процессов на течения разреженного газа на примере плоской задачи Куэтта 398
Нуриев А.Н., Камалутдинов А.М., Зайцева О.Н. Асимптотическое исследование гидродинамического воздействия на колеблющееся цилиндрическое тело с произвольной формой поперечного сечения 399
Пальчековская Н.В. Восприимчивость высокоскоростного пограничного слоя к различным видам возмущений 401
Панасенко А.В., Рулева Л.Б. Исследование начальной фазы ударной волны в бездиафрагменной ударной трубе 403
Пархоменко В.А., Иванов И.Э. Исследование процессов в канале импульсного разряда 406
Петров А.Г. Координаты волнового аттрактора в трапециевидном водном бассейне со стратификацией 408
Петров А.Г., Сухов А.Д. Исследование профиля гидравлического прыжка 410
Пинчуков В.И. Алгоритм расчета автоколебательных течений возле тел с истекающей оппозитной струей, включающий использование адаптивной версии подсеточной вязкости Смагоринского 412

Пинягин Д.С., Труфанова Н.М., Костарев Н.А. Математическое моделирование призабойного нагревателя в нефтяной скважине с перфорированной насосно-компрессорной трубой 415
Потапов И.И., Силакова Ю.Г. О придонных напряжениях в турбулентных потоках над периодическим дном 416
Руденко А.О., Рожков А.Н. Движение упругой капли через отверстие в пластине . 417
Рыжков С.В., Кузенов В.В. Моделирование радиационно-магнитоплазмодинамических процессов мощных электроразрядных источников 419
Ряжских А.В., Соболева Е.А., Семенихин О.А. Поперечный дрейф дисперсной фазы в напорном ламинарном потоке броуновской суспензии в плоском канале с осаждением частиц на стенках 421
Савельев А.Д. Численное моделирование обтекания гиперзвуковым потоком прямоугольной каверны 422
Савельев А.С. Регрессионные модели неравновесного вклада химических реакций в поуровневом приближении 424
Савин Е.И., Миньков Л.Л. Исследование баллистических характеристик бикалиберного летательного аппарата ближней зоны действия для оценки зоны полета 426
Самойлов С.Д., Быков Н.В., Шестаков И.Е. Влияние начального соотношения массовых долей реагирующих газов на параметры разгона поршня в направляющей трубе 428
Способин А.В., Ревизников Д.Л. Расчет газодинамического взаимодействия высокоинерционных частиц с ударным слоем 430
Старикова В.А., Перминов А.В. Математическое моделирование возникновения плазменной искры при оптическом пробое оптического волокна 432
Федюшкин А.И. Конвективное расслоение температуры и концентрации 435
Федюшкин А.И., Бураго Н.Г. Влияние управляемых вибраций на капиллярную конвекцию Марангони в модели Чохральского 437
Федюшкин А.И., Гневушев А.А., Захаров А.С., Рожков А.Н. Режимы обтекания жидкой каплей твердых препятствий 440
Филиппов С.И. Поверхностные волны при колебаниях подводной пластинки 443
Цыпкин Г.Г. Замещение метана углекислым газом в гидрате при инжекции CO_2 в пласт, насыщенный метаном, водой и гидратом метана 445
Чехонин К.А., Белозеров Н.И. Моделирование гидродинамических процессов в технологии прямого лазерного аддитивного процесса 447
Шакурова Л.А., Кустова Е.В. Валидация моделей граничных условий скольжения в сильнонеравновесных течениях газа 448
Шостов А.К., Федотова К.В., Ягодников Д.А. Экспериментальное исследование влияния частиц порошкообразных материалов на точность градуировки системы измерения скорости горения энергетических конденсированных систем сверхвысокочастотным методом 450

Секция E
Общие проблемы и модели механики сплошных сред на разных масштабных уровнях

Белянкова Т.И., Ворович Е.И., Калинчук В.В. SH-волны в предварительно напряженной составной структуре из функционально градиентных пьезо- и диэлектрического слоев 451

Долуденко А.Н., Колоколов И.В., Лебедев В.В., Посудневская А.О., Фортова С.В. Исследование переходных режимов течения вязкой жидкости в квадратной ячейке . 452
Иванов М.Я. Реализация идей академика Г.Г. Черного при построении гидромеханической модели электронных оболочек атомов в соответствии с экспериментами XXI века 455
Кожурина П.И., Горкунов С.В., Шаргатов В.А. Исследование коротковолновой неустойчивости границы жидкость–газ в рамках континуальной и сетевой моделей пористой среды 457
Маштаков А.П., Бобышев С.В., Гаськов С.А. Сравнение структурно-элементного моделирования и метода конечных объемов для задач нерегулярного маховского отражения 459
Николаева О.В., Забродина Е.А., Фимин Н.Н. Взаимодействие кинетического погранслоя с гидродинамическим течением в трубе с нагреваемыми стенками 461
Никулин И.Л., Демин В.А., Никулина С.А. Математическое моделирование разрыва поверхностной пленки движением расплавленного металла в магнитном поле . 463
Перов Е.А., Долуденко А.Н., Шепелев В.В., Иногамов Н.А., Жаховский В.В. Молекулярно-динамическое моделирование распространения и затухания ударной волны в кристалле алюминия 466
Подрыга В.О., Поляков С.В. Исследование модели наносфероидов при взаимодействии твердых тел 468
Прозорова Э.В. Граничные условия на металлических поверхностях для разреженного газа и жидкости 470
Пузатова А.В., Когай А.Д., Дмитриева М.А. Теоретико-экспериментальный подход к исследованию процессов гидратации многокомпонентных мелкозернистых бетонов . 472
Синичкина А.О., Крылова Е.Ю. Изгиб цилиндрической сетчатой оболочки в электрическом поле 474
Томашева А.М., Шаргатов В.А. Устойчивость решений в виде бегущей волны для обобщенного уравнения Кортевега—де Вриза—Бюргерса 477
Трифонов Г.И. Микроструктура и свойства композитных покрытий Ni–Fe–Cr–B–Si/TiC, полученных плазменным напылением 479
Чупров П.А., Шепелев В.В., Иногамов Н.А., Жаховский В.В., Фортова С.В. Применение модели Баера–Нунциато для исследования ударно-волновых процессов в алюминии под воздействием фемтосекундного лазерного импульса 481
Широков В.Б., Тимошенко П.Е., Калинчук В.В. Некоторые акустические свойства гетероструктуры с тонкой сегнетоэлектрической пленкой 483

Секция F
Классическая и небесная механика, мехатроника, биомеханика

Вафин К.М., Кузнецов А.А., Завьялова Н.А., Негодяев С.С. Численное моделирование формирования изображения в оптико-электронном средстве в задаче мониторинга околоземного космического пространства 486
Веденяпин В.В. Вывод уравнений гравитации и электродинамики из принципа наименьшего действия и темная энергия 488
Захаров И.Н., Солодкова Е.Г., Лэ В.Х. Прямые и обратные задачи биомеханики роговицы с кератоконусом при компьютерном моделировании ее механического поведения при диагностике и лечении 489
Ильин Е.А., Кузнецов А.А., Завьялова Н.А., Негодяев С.С. Исследование радиационного ускорения, действующего на несферические объекты в околоземном пространстве . 491

Крылов С.С., Перепелкин В.В. Исследование долгопериодических вариаций колебаний полюса Земли 492
Маров М.Я., Ипатов С.И. Роль миграции небесных тел в эволюции Земли и планет 493
Матвеева Т.Н., Торчинская А.В. Исследование влияния вибрационной нагрузки на электрофизиологические биопотенциалы оператора 495
Машкин М.Н. Использование потенциала Леннарда-Джонса для расчета гравитационного взаимодействия 497
Машкин М.Н. Распределение потенциала гравитационного поля материальной точки 499
Носырев А.Н., Кузнецов А.А., Фукин И.И., Завьялова Н.А., Негодяев С.С. Создание программного обеспечения для автономного определения местоположения малого космического аппарата 501
Перепелкин В.В., Филиппова А.С., Шабунина А.А. Определение долгопериодических лунных вариаций в движении полюса Земли 503
Петров Д.А., Кузнецов А.А., Завьялова Н.А., Негодяев С.С. Определение орбиты с помощью снимков оптических приборов космического базирования 504
Терешин В.А. Динамика флюгерного колеса 505
Товарнов М.С. Математическая модель мобильного робота вертикального перемещения с гибридным ленточно-механическим принципом зацепления 507
Чехонин К.А. Прямые и обратные задачи биомеханики 510
Чусовитин Н.В., Фукин И.И., Петров Д.А., Кузнецов А.А. Бортовой программный комплекс для определения и управления ориентацией малого космического аппарата 510

Секция G
Задачи теории управления и оптимизации

Баданина Н.Д., Зинченко А.А., Судаков В.А. Нечеткая кластеризация для ранжирования объектов интереса 512
Берендакова А.В. Методы построения и оценивания предельных множеств достижимости для линейных дискретным систем на основе аппарата опорных полупространств и свойств выпуклых множеств 513
Бригаднов И.А., Лутонин А.С., Богданова К.А. Оценка траектории движения на основании расширенного фильтра Калмана по ошибке вектора состояния 516
Вилесов А.В. Методы расчета и оптимизации параметров измерительных узлов контрольной аппаратуры систем управления 517
Волкова Т.Б., Осокина А.Д. Моделирование рабочего процесса Волонтерской справочной службы при помощи алгоритма нечеткой логики 518
Гориховский В.И. Оптимизационные подходы к повышению эффективности метода пристрелки 520
Городецкий А.Е., Тарасова И.Л. Влияние темперамента на принятие решения роботом при взаимодействии с человеком 522
Иванов С.В., Акмаева В.Н. Об одном алгоритме поиска гарантирующего решения задачи квантильной оптимизации 524
Клентак А.С., Козловский В.Н. Анализ инновационного потенциала Самарской области 525
Кондратьева Л.А., Романов А.В. Метод Купмана для анализа автоколебаний в некоторых физических и химических моделях 527
Кудрявцева И.А., Петров К.С. Применение MPC для анализа динамики вертолета на основе интерполяционной модели при наличии ограничений на управление 528

Лунева А.А., Лунева С.Ю. Модифицированный метод дифференциальной эволюции для параметрического синтеза нечеткой системы управления 530

Матусов Л.Б. Об одном свойстве равномерно распределенных последовательностей для многокритериальной оптимизации и моделирования параметров машин 533

Нефедов В.Н., Никулин Д.С. Программный комплекс нахождения главных квазиоднородных форм полинома и их использования для исследования стационарной точки на экстремум 534

Осокин А.В., Сиротин А.Н., Сыпало К.И. О некоторых оценках числа шагов в задаче быстродействия для линейных систем с дискретным временем и l_1-ограниченными управлениями 535

Пантелеев А.В., Тоноян В.У., Дарбинян А.А., Микилян М.А. Математическое моделирование и расчет траектории наземного объекта 538

Расина И.В., Гусева И.С. Метод улучшения управления и параметра для неоднородных квазилинейных систем 540

Сергеев В.А., Чечиков Ю.Б., Секретарев В.Е. Мобильное Android-приложение Noteorganiz для создания экспресс-заметок 541

Слабнов В.Д., Яруллин Р.С. Компромиссное регулирование процесса извлечения нефти из слоистого пласта при двухфазной фильтрации 543

Степанян К.В., Миллер Б.М., Миллер А.Б., Попов А.К. О задаче одновременного импульсного и непрерывного управления марковской цепью в непрерывном времени . 545

Строганов В.Ю., Белашова И.С. Оценка показателей функционирования управляемой имитационной модели оптимизации параметров динамической системы 547

Федулов В.А. Оптимизация пространственной структуры системы противодействия малоразмерным беспилотникам 549

Яковлева А.А. Применение достаточных условий существования наблюдателя состояния в линейных непрерывных динамических системах управления летательными аппаратами 551

Секция H
Аэрокосмическая механика. Проблемы создания и эксплуатации аэрокосмической техники

Абгарян В.К., Демченко Д.С., Мельников А.Ю., Пейсахович О.Д. Магнитная защита в разрядной камере высокочастотного ионного двигателя 552

Архипов В.А., Золоторёв Н.Н., Перфильева К.Г. Исследование горения смесевого твердого топлива в условиях перегрузок 554

Астахов С.А., Бирюков В.И., Боровиков Д.А. Алгоритм моделирования вибраций при трековых испытаниях авиационной и ракетной техники 556

Астахов С.А., Бирюков В.И., Катаев А.В. Методика определения характеристик виброустойчивости конструкции при высокоскоростных трековых испытаниях авиационной техники 558

Бакулин В.Н., Борзых С.В., Щиблев Ю.Н., Бычков Р.С. Анализ влияния локальных неровностей посадочной поверхности на динамику посадки космического аппарата 561

Бакулин В.Н., Борзых С.В., Щиблев Ю.Н., Бычков Р.С. Применение проблемноориентированнго программного комплекса MSC ADAMS для разработки динамической модели процесса мягкой посадки возвращаемого аппарата 563

Бакулин В.Н., Данилин А.Н., Карнет Ю.Н., Никитин С.М., Фельдштейн В.А. Компьютерное моделирование укладки одиночной цепи Зилона для технологий производства высокопрочных волокон 566
Баталов В.Г., Степанов Р.А. Математическое моделирование отражения света факелом топливной форсунки 568
Богданович А.Б., Борисов В.Н., Поляков В.А., Коновалов Д.А., Красильников Д.В., Кузьмин Н.Е. Разработка экспериментально-теоретической модели и оптимизация переходных процессов в многогенераторных высокотемпературных газореактивных системах 570
Валиуллин В.В., Надирадзе А.Б. Взаимодействие струи стационарного плазменного двигателя с панелями высоковольтных солнечных батарей 572
Герасимов С.И., Ерофеев В.И., Сычев К.А., Смирнов И.Ю. Спектр сверхзвукового обтекания вокруг летательного аппарата с управляющими тормозными щитками . . 573
Голован А.А., Шаронов А.В. О восстановлении целостности первичных данных в бескарданной аэрогравиметрии 575
Зимин В.Н., Крылов А.В., Кувыркин Г.Н., Шахвердов А.О. Расчет раскрытия трансформируемой космической конструкции с приводом из материала с эффектом памяти формы 576
Каун Ю.В., Чернышов М.В. Анализ эффективности сопла внешнего расширения и классического профилированного сопла 579
Келбышева Е.С., Семенов Н.А., Данилин А.Н., Фельдштейн В.А. Полиимиды как перспективный класс полимерных материалов для изготовления высокопрочных волокон, нитей и тросов 580
Коробовский А.В., Нагаева Е.А. Разработка алгоритма автоматизированного проведения испытаний элементов космической техники при их экспериментальной отработке 582
Кудряшов З.В. Исследование напряженного состояния шарнирного замка оптическим методом 585
Кузьмин Е.В., Юсипов Б.Х., Нестеренко В.Г. Совершенствование методики проектирования модулей газогенераторов современных и перспективных турбореактивных двигателей летательных аппаратов с форсажной камерой и без форсажной камеры . 585
Кульков В.М., Егоров Ю.Г., Юн Сон Ук, Кравченко И.В., Булаева М.Н. Исследование динамики движения при уводе космических объектов с орбиты тросовой буксировкой 586
Лазарева А.А. Определение коэффициента корреляции между частотными характеристиками изгибных и крутильных форм колебаний для компрессорных лопаток авиационного газотурбинного двигателя 589
Максимов А.Д., Шустов С.А. Методика и результаты валидации термогазодинамического расчета ракетных двигателей малой тяги с использованием отечественных и зарубежных программных комплексов 590
Маштаков А.П., Ильин В.Д. К вопросу вычисления эжектирующей способности составной струи 593
Михайленко Е.Д. Поиск ресурсов в космосе с помощью двусоставного колесного робота на лебедке 595
Свотина В.В., Хартов С.А. Математическое моделирование ионно-оптической системы высокочастотного ионного источника 597
Соломонов Ю.С., Волков Е.Н., Петрусев В.И., Прудников Ф.Е., Недбай А.Я. Динамическая устойчивость составного корпуса двигателя, подкрепленного зарядом, при действии осевой силы 599

Соломонов Ю.С., Петрусев В.И., Недбай А.Я., Волков Е.Н., Лавров С.В. Аэроупругая устойчивость секционного корпуса двигателя, подкрепленного зарядом, при обтекании сверхзвуковым потоком газа 601
Соломонов Ю.С., Петрусев В.И., Недбай А.Я., Волков Е.Н., Лавров С.В. Флаттер цилиндрической оболочки переменной толщины, подкрепленной цилиндром 604
Трушников Д.Н., Кротова Е.Л., Стариков С.С., Мусихин Н.А., Варушкин С.В., Матвеев Е.В. Метод решения обратной задачи восстановления поверхности при электронно-лучевой обработке материала 606
Федотова К.В., Ворожеева О.А., Ковалев К.Е. Расчетное исследование нестационарного теплового состояния конструкции ракетного двигателя малой тяги на компонентах кислород–метан 608
Черкасова М.В. Расчетная модель процесса осаждения продуктов эрозии на стенки газоразрядной камеры ионного двигателя 610
Шавня Р.А., Курдюмов Н.Н., Данилин А.Н., Фельдштейн В.А. О моделировании субколебаний проводов расщепленных фаз воздушных линий электропередачи 612

Секция I

Образовательные технологии в аэрокосмической отрасли

Волков А.И., Лукин В.Н., Чернышов Л.Н. Современный учебный план 614
Гаврилова А.Ю., Кули-заде М.Е. Фундаментальная наука как важнейший фактор, определяющий развитие аэрокосмической отрасли 616
Гончаренко В.И., Рожнов А.В. О совершенствовании образовательных технологий авиакосмической отрасли в задачах технологического прогнозирования на примере демонстрационной миссии при создании и эксплуатации КА «Jackal» 618
Гречников Ф.В., Клентак А.С., Клентак Л.С. Наставничество как форма совершенствования образовательных возможностей подготовки кадров 620
Киндинова В.В., Кузнецова Е.В. Обучение практическим навыкам в вузе по дисциплине «Базы данных». Анализ и перспективы 622
Кузнецова С.В. Разработка веб-сервисов и приложений 624
Лебедев И.И., Чечиков Ю.Б., Секретарев В.Е. Мобильный компонент для взаимодействия с электронными системами вуза 627
Лукин В.В. Подход к решению проблемы создания каталога данных 628

Бакулин В.Н. К 100-летнему юбилею Г.Г. Чёрного (22.01.1923–06.11.2012) 630
Список организаций 634
Адресная книга 639
Авторский указатель 647

КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ТРЕХКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ

***М. В. Абгарян*[1], *А. М. Бишаев*[2], *В. А. Рыков*[3]**

[1]*НИИПМЭ МАИ, Москва, Россия;* [2]*МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия;* [3]*ВЦ ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия*

Рабочим телом в практически всех электроракетных двигателях (ЭРД) являются положительно заряженные ионы. Они рождаются в результате ионизации в ускорительном канале двигателя. Будучи ускоренными электрическим полем ионы выбрасываются в окружающее пространство, создавая тягу двигателя.

Как показывают оценки, для адекватного описания как процессов, происходящих в ускорительных каналах ЭРД, так и движения ионов в окружающем пространстве, необходимы методы кинетической теории. В данной статье для описания процессов, происходящих в плазме, строится полностью кинетическая модель для всех компонент плазмы.

Введем в рассмотрение функции распределения электронов $f_e = f_e(t, \vec{x}, \vec{v})$, ионов $f_i = f_i(t, \vec{x}, \vec{\xi})$ и нейтралов $f_n = f_n(t, \vec{x}, \vec{w})$, где $\vec{v}$ — скорость электронов, $\vec{\xi}$ — ионов, $\vec{w}$ — нейтралов соответственно. Так введенные функции распределения подчиняются следующей системе кинетических уравнений:

$$\begin{aligned}
&\frac{Df_i}{Dt} = \frac{\partial f_i}{\partial t} + \xi^k \frac{\partial f_i}{\partial x^k} + \frac{e}{m_i} E^k \frac{\partial f_i}{\partial \xi^k} = J_{in} + \widetilde{J}_i, \\
&\frac{Df_e}{Dt} = \frac{\partial f_e}{\partial t} + v^k \frac{\partial f_e}{\partial x^k} - \frac{e}{m_e} E^k \frac{\partial f_e}{\partial v^k} - \frac{e}{m_e c} \varepsilon_{kjl} v^j H^l \frac{\partial f_e}{\partial v^k} = J_{en} + \widetilde{J}_e, \\
&\frac{Df_n}{Dt} = \frac{\partial f_n}{\partial t} + w^k \frac{\partial f_i}{\partial x^k} = J_{ni} - \widetilde{J}, \quad k, j, l = 1, 2, 3.
\end{aligned} \tag{1}$$

В (1) и далее везде принято соглашение о суммирование по повторяющимся индексам. $\vec{H} = \{H^k\}$ есть магнитное поле. Оно предполагается заданным, ε_{kjl} — символ Леви–Чивита. Из-за большой величины ларморовского радиуса предполагается, что магнитное поле на ионы не действует. В (1) электрическое поле $\vec{E} = \{E^i\}$ предполагается потенциальным, т. е. $E_k = -\partial\varphi/\partial x_k$, $k = 1, 2, 3$, где $\varphi = \varphi(t, \vec{x})$ есть потенциал электрического поля, для определения которого используется уравнение Максвелла

$$\Delta\varphi = 4\pi e(n_e - n_i), \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \tag{2}$$

e, как в (1), так и в (2) есть модуль заряда электрона, а m_i и m_e — массы иона и электрона. Фигурирующие в (2) n_e и n_i суть плотности электронов и ионов соответственно, и определяются следующими формулами: $n_i = \int_{\Omega_i} f_i \, d\vec{\xi}$, $n_e = \int_{\Omega_e} f_e \, d\vec{v}$, где Ω_i, Ω_e — суть скоростные пространства ионов и электронов соответственно.

Плотность тока определяется, как $\vec{j} = e(\vec{j}_i - \vec{j}_e)$, где $\vec{j}_i = \int_{D_i} \vec{\xi} f_i \, d\vec{\xi}$, $\vec{j}_e = \int_{D_e} \vec{v} f_e \, d\vec{v}$ — плотности ионного и соответственно электронного токов.

Присутствующие в правой части J_{in}, J_{ni} моделируют ион-нейтральное взаимодействие, известное как резонансная перезарядка, имеющее, согласно [1], наибольшее сечение. В работе [2] были построены выражения для J_{in}, J_{ni}. Там же было отмечено, что при решении задачи о струе, результаты которой приведены в [3], для частот столкновений можно использовать выражения, независящие от микроскопических скоростей ионов и нейтралов.

Процесс ионизации можно изобразить следующей схемой $e + n \Rightarrow e' + i + \widetilde{e}$, т. е. электрон, взаимодействуя с нейтралом, может оторвать от него электрон, превратив его в ион. Таким образом, ионизация, по сути тройное столкновение, приводящее к появлению внутренних источников как ионов, так и электронов. Согласно [1], взаимодействие электронов с нейтралами может происходить как упругое, так и неупругое. Упругое взаимодействие электрона с нейтралом можно описать по обычной схеме двойного столкновения. Будем предполагать, что при неупругом взаимодействии электрона и нейтрала в течении времени много меньшим, чем Δt (см. ниже) они образуют одно целое. При этом электрон взаимодействует с электронной оболочкой нейтрала. Точное описание этого процесса является задачей квантовой механики, и она пока не решена. В [1] отмечается, что, если при неупругом взаимодействии энергия налетающего на нейтрал электрона превышает пороговое значение $\varepsilon_0 \simeq 13$ эВ, то происходит ионизация. В противном случае взаимодействие происходит по схеме $e + n \Rightarrow e' + n'$, т. е. у нейтрала происходит возбуждение электронных уровней энергии в его электронной оболочке.

Феноменологический вывод кинетических уравнений основан (см. [4]) на приравнивании изменения числа частиц, происходящих за малое время Δt, в соответствующих элементарных объемах фазового пространства в результате движения к изменению их числа, которое произошло в результате их взаимодействия. Проделав это для ионов и электронов, получим

$$\begin{aligned}
\frac{Df_i}{Dt} &= \int\limits_{\Omega_e} \widetilde{\sigma}|\vec{v}' - \vec{\xi}| f_e(t,\vec{x},\vec{v}')\, d\vec{v}' f_n(t,\vec{x},\vec{\xi}) \frac{d\vec{w}}{d\vec{\xi}} + r\left(\nu_{ii} f_n(t,\vec{x},\vec{\xi}) \frac{d\vec{w}}{d\vec{\xi}} - \nu_{in} f_i(t,\vec{x},\vec{\xi})\right), \\
\frac{Df_e}{Dt} &= \int\limits_{\Omega_e} \widetilde{\sigma}|\vec{v}' - \vec{v}| f_e(t,\vec{x},\vec{v}')\, d\vec{v}' f_n(t,\vec{x},\vec{v}) \frac{d\vec{w}}{d\vec{v}} + (\nu_1 + \nu_2)(f_{Me} - f_e).
\end{aligned} \tag{3}$$

В последней формуле $\widetilde{\sigma}$ есть сечение неупругих столкновений, приводящих к ионизации. Следуя [1], где $\mu = \dfrac{m_e m_n}{m_e + m_n}$ есть приведенная масса электрона и нейтрала, $\overline{\sigma}_{en}$ — сечение неупругого столкновения электронов и нейтралов. Величины ν_{kl}, $k = i, n$; $l = i, n$ в о втором слагаемом первого уравнения (3) суть частоты соответствующих столкновений в случае резонансной перезарядке, $r = m_n/m_i$ (в [4] $r = 1$). Изменение числа электронов, которое происходит в результате не приводящих к ионизации неупругих так и упругих столкновений с нейтралами в указанном выше элементе фазового объема электронов за время, Δt будем определять при помощи аналога модели Крука (см. [4]), т. е.

$$N^1_{en} = (\nu_1 + \nu_2)(f_{Me} - f_e)\, d\vec{v}\, \Delta t, \quad \text{где } f_{Me} = n_e \left(\frac{m_e}{2\pi k T_e}\right)^{3/2} \exp\left\{-\frac{m_e}{2kT_e}\vec{c}_e^{\,2}\right\}, \quad \vec{c}_e = \vec{v} - \vec{u}_e.$$

Фигурирующие в последней формуле функции

$$n_e = n_e(t,\vec{x}), \quad \vec{u}_e = \vec{j}_e \backslash n_e = \vec{u}_e(t,\vec{x}), \quad \frac{3}{2} n_e k T_e = \int\limits_{\Omega_i} m_e \frac{\vec{c}_e^{\,2}}{2} f_e \, d\vec{v}, \quad \vec{c}_i = \vec{v} - \vec{u}_e$$

суть определенные выше основные макропараметры электронов. Величины ν_1 и ν_2 имеют смысл частот неупругих и упругих столкновений электронов с нейтралами (см. [4]) соответственно. Они определяется как функция, зависящая от основных макропараметров электронов и нейтралов. Фигурирующие в (3) $d\vec{w}/d\vec{\xi}$, $d\vec{w}/d\vec{v}$ возникли из-за того, что скоростные пространства компонент плазмы имеют разные масштабы, и являются якобианами преобразования при переходе от интегрирования по одному скоростному пространству к другому.

Процесс рекомбинации, т. е. образование нейтралов в результате взаимодействия ионов и электронов учитываться не будет. Тогда для эволюции функции распределения нейтралов предлагается следующее уравнение:

$$\frac{D^n f_n}{Dt} = -\int\limits_{\Omega_e} \widetilde{\sigma} \, |\vec{v}' - \vec{w}| \, f_e(t,\vec{x},\vec{v}') \, d\vec{v}' f_n(t,\vec{x},\vec{w}) + \nu_1(f'_{Mn} - f_n) + \nu_2)(f_{Me} - f_n) + \\ + \nu_{ni} f_i(t,\vec{x},\vec{w}) \frac{d\vec{\xi}}{d\vec{w}} - \nu_{nn} f_n(t,\vec{x},\vec{w}). \quad (4)$$

Первый член в правой части (4) описывает убыль нейтралов из-из ионизации, второй и третий члены ответственны за изменение нейтралов из-за упругих и неупругих взаимодействий нейтралов с электронами. Последнее слагаемое ответственно за резонансную перезарядку.

1. *Райзер Ю. П.* Физика газового разряда. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1987. — 592 с.
2. *Абгарян М. В.*, *Бишаев А. М.* Модернизация метода расщепления для решения системы кинетических уравнений, описывающих поведение струи разреженной плазмы // ЖВМ и МФ. — 2018. — Т. 39, №7. — С. 1132–11146.
3. *Абгарян М. В.*, *Бишаев А. М.* Нестационарная модель струи разреженной плазмы, истекающей из стационарного плазменного двигателя // Физика пламы. — 2018. — Т. 4, №2. — С. 238–249.
4. *Коган М. Н.* Динамика разреженного газа. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1967.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ КРИОГЕННОЙ ЖИДКОСТИ В МАГИСТРАЛИ

И. В. Антюхов

МАИ, Москва, Россия

Создание методик расчета процессов захолаживания и термостатирования элементов криогенных магистралей в настоящее время остается актуальной задачей в связи с широким развитием криогенных технологий в различных отраслях промышленности. Однако решение этих задач затруднено из-за сложной физической природы процесса и взаимовлияния тепловых и гидравлических процессов. Интенсивная генерация пара во время взаимодействия криогенного потока с горячей стенкой канала и при падении давления в магистрали приводит к возникновению меняющейся по длине и времени сложной парожидкостной структуры потока. В за-

висимости от температуры стенки канала возможны различные режимы кипения криогенной жидкости: пленочный, переходный от пленочного к пузырьковому, пузырьковый. Кроме этого возможна реализация однофазного потока жидкости или газа при вынужденной конвекции. Режимы парожидкостного потока меняются по длине канала и во времени в зависимости от значения массового паросодержания, скорости потока и недогрева жидкости.

При создании методики расчета течения парожидкостного криогенного потока в каналах может быть использована одномерная математическая модель с раздельным описанием фаз, в которой решается сопряженная задача поток-стенка-поток для всей расчетной магистрали.

С этой целью к уравнениям сохранения массы, количества движения и энергии для потока добавляется уравнение энергии для стенки магистрали. В уравнении теплопроводности учитываются притоки тепла от окружающей среды и по термомостам.

Элементы магистрали могут быть произвольно ориентированы относительно вектора массовых сил. Характерной особенностью магистралей является наличие теплоемких элементов (клапанов, насосов и т. п.), которые имеют большую по сравнению с трубами той же длины сосредоточенную массу, а длина такого элемента соизмерима с диаметром канала.

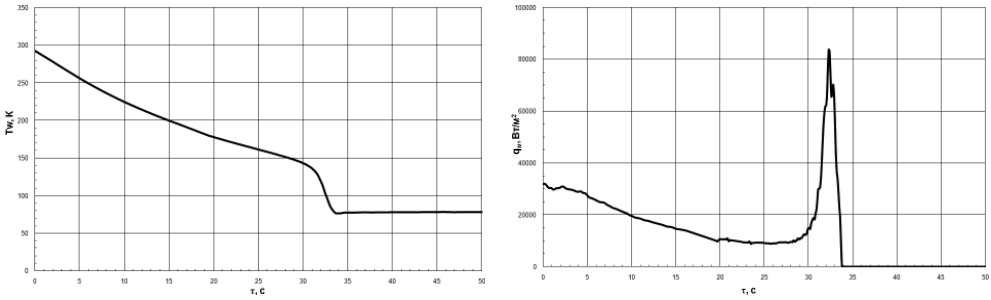
При захолаживании после подачи жидкости или парожидкостного потока в магистраль происходит интенсивное испарение криогенной жидкости в условиях развитого пленочного кипения. Поэтому до 90% времени захолаживание криогенной магистрали происходит при пленочном режиме кипения, а оставшиеся 10% — при переходном или пузырьковом кипении и конвективном охлаждении однофазной средой.

В зависимости от температуры конструктивных элементов магистрали возникают различные условия теплового взаимодействия потока со стенкой магистрали: ниже температуры кризиса пленочного кипения (T_{cr2}) — переходное кипение; ниже температуры кризиса пузырькового кипения (T_{cr1}) — пузырьковое кипение; ниже начала закипания (T_{ib}) реализуется вынужденная конвекция жидкости. По длине магистрали в процессе захолаживания из-за различия в массах элементов и коэффициентов теплоотдачи возможно сочетание всех условий теплового взаимодействия потока со стенкой.

Жидкость перемещается по магистрали с постоянным ускорением. Самоиспарение жидкости возникает, если температура жидкости из-за падения давления по длине магистрали может оказаться выше температуры насыщения. В процессе заполнения магистралей изменение расхода определяется потерями на ускорение потока; потерями на преодоление сил трения на стенке канала; гидравлическими потерями в местных сопротивлениях, а также преодолением инерционных сил, возникающих за счет массы жидкости от емкости хранения до клапана подачи жидкости в магистраль и жидкости поступающей в магистраль.

На рис. 1 представлены результаты расчета захолаживания криогенной магистрали из нержавеющей стали диаметром 4 мм. В качестве криогенной жидкости выбран жидкий азот с расходом 4 г/с. Давление на воде в магистраль составляет 0,13 МПа.

Для замыкания системы уравнений, использованной в рассмотренной математической модели, были использованы экспериментальные данные по значениям температур кризисов пленочного (T_{cr2}) и пузырькового (T_{cr1}) кипения, полученные ранее на экспериментальных стендах в МАИ, а также данные по структуре парожидкостного криогенного потока и условиях смены режимов кипения.



а *б*

Рис. 1. Результаты расчета криогенной магистрали: *а* — изменение температуры стенки магистрали; *б* — изменение теплового потока

В результате проведенного расчета получено время захолаживания рассмотренной магистрали. Оно составило 34 с. Также определены значения теплового потока в пленочном и пузырьковом режимах кипения. Максимальный тепловой поток достигает 85 кВт/м^2.

1. *Фирсов В. П.*, *Антюхов И. В.* Аномальное поведение теплоотдачи при пленочном кипении жидкого азота в трубах при больших недогревах и массовых скоростях потока // Труды РНКТ-2. — М.: Изд. МЭИ, 1998. — Т. 4. — С. 232–236.
2. *Калинин Э. К.*, *Фирсов В. П.* Структура потока при пленочном кипении в вертикальных трубах // ИФЖ. — Минск, 1987. — Т. 53, №6. — С. 885–892.
3. *Dreitser G. A.*, *Firsov V. P.*, *Abashichev E. N.*, *Panevin V. I.* Heat Transfer and Flow at Cool-Down of Test Cryogenic Pipelines // Two-Phase Flow Modeling and Experimentation, ETS, Pisa, Italy, Edizioni, 1995. — V. 2. — P. 1189–1196.
4. *Калинин Э. К.*, *Дрейцер Г. А.*, *Костюк В. В.*, *Берлин И. И.* Методы расчета сопряженных задач теплообмена. — М: Машиностроение, 1983. — 232 с.
5. *Фирсов В. П.*, *Куриленко А. А.*, *Краев М. Г.* Расчет захолаживания криогенных магистралей // В кн.: Исследование теплообмена в летательных аппаратах. Тр. МАИ. — М.: МАИ, 1982. — С. 61–661.

ОПЫТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ БИБЛИОТЕКИ ОПТИМИЗАЦИИ IPOPT ДЛЯ РАСЧЕТА ХИМИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ

Г. В. Белов, Н. М. Аристова

ОИВТ РАН, Москва, Россия

В докладе представлены результаты анализа возможностей применения свободно распространяемой библиотеки оптимизации Ipopt [1] для расчета фазового и равновесного состава сложных термодинамической системы. Ранее в работе [2] были приведены две функции, с помощью которых можно определить равновесный состав многокомпонентной гетерогенной термодинамической системы, если известны значения температуры и давления или температуры и объема. Данные функции были использованы для создания программы, написанной на языке программирования Julia [3], объединенной с базой данных по термодинамическим свойствам индивидуальных веществ ИВТАНТЕРМО. Предложено хранить информацию о термодинамических свойствах веществ в двух текстовых файлах специального вида. Выполненные тестовые расчеты показали, что библиотека Ipopt позволяет с

приемлемым быстродействием определять фазовый и химический составы простых и сложных термодинамических систем. Подготовка исходных данных для библиотеки Ipopt существенно упрощается за счет использования библиотеки JuMP, благодаря чему программа расчета равновесия относительно невелика. Показано, как можно использовать библиотеку Ipopt в том случае, когда значение температуры термодинамической системы неизвестно. Предлагаемый в работе подход применим как для анализа равновесий отдельных химических реакций, так и для расчета равновесного состава сложных химически реагирующих систем. Простота предлагаемых функций позволяет легко интегрировать их в прикладные программы, встраивать их в другие библиотеки, использовать в сочетании с более сложными моделями (реальный газ, неидеальные растворы, равновесия с ограничениями), при необходимости, модифицировать.

Кроме того, для расчета характеристик продуктов сгорания ракетных топлив создана отдельная версия программы [4], которая также интегрирована с базой данных ИВТАНТЕРМО. При разработке программы была использована простейшая модель рабочего процесса, в соответствии с которой поток является одномерным, течение продуктов является адиабатическим, потери на трение отсутствуют, течение продуктов является равновесным, скорость конденсированных частиц равна скорости газового потока. Проведенный анализ показал, что результаты вычислений, полученных с использованием разработанной программы, находятся в хорошем соответствии с результатами расчетов программы ТЕРРА. Время выполнения одного расчета четырехэлементного топлива (CHON), который включает определение характеристик продуктов сгорания в камере, критическом сечении и на срезе сопла, варьируется в диапазоне 1–2 с.

Отметим, что благодаря универсальности подхода, который использован при создании библиотеки JuMP, можно заменить библиотеку оптимизации Ipopt на другую без существенной модификации текста программы.

1. Ipopt Documentation. — URL: `https://coin-or.github.io/Ipopt/`.
2. *Белов Г. В.* Расчет равновесного состава сложных термодинамических систем с использованием языка Julia и библиотеки Ipopt // Вестник Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана. Сер. Приборостроение. — 2021. — №3. — С. 24–45.
3. *Bezanson J., Edelman A., Karpinsky S. et al.* Julia: A fresh approach to numerical computing // SIAM Review. — 2017. — V. 59, No. 1. — P. 65–98.
4. *Белов Г. В.* Развитие средств термодинамического расчета характеристик ракетного двигателя с использованием языка программирования Julia // Вестник Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана. Сер. Машиностроение. — 2021. — №4. — С. 80–93.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ПОЛИМЕРНЫХ ПОЛИДИСПЕРСНЫХ СРЕД МЕТОДАМИ ТЕОРИИ ПЕРКОЛЯЦИИ

М. М. Бузмакова, С. В. Русаков, К. А. Эберт

ПГНИУ, Пермь, Россия

Полимерная полидисперсная среда представляет собой многофазный материал, состоящий из полимерной матрицы и полидисперсных частиц наполнителя. Подобные материалы все больше находят свое применение в промышленности благодаря тому, что им можно придать необходимые механические свойства. Исследования по

модификации эпоксидной смолы различными видами наполнителей рассмотрены, например в [1–3]. В частности, показано, что добавление в эпоксидную матрицу различных видов кварцевых песков приводит к улучшению износостойких качеств такого композитного материала, но при этом при определенных концентрациях наполнителя страдает прочность конструкции. Исследование структуры и свойств таких материалов, а также разработка технологии их получения, в которой были бы учтены способы замешивания компонентов и их оптимальные концентрации, являются актуальными задачами. В настоящей работе выполнено моделирование структуры полимерных полидисперсных сред с использованием подходов теории перколяции и сравнение результатов с натурными экспериментами.

Образцы используемого наполнителя, полученные в 2d-срезе показаны на рис. 1.

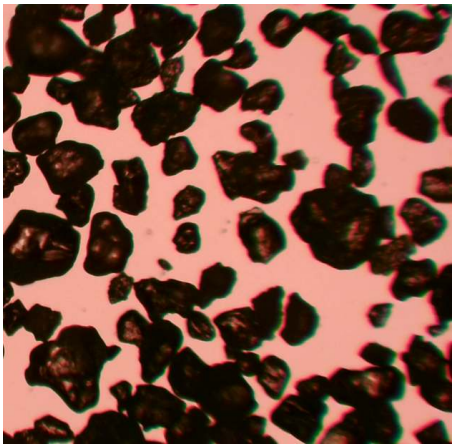


Рис. 1. 2d-изображение кварцевого песка

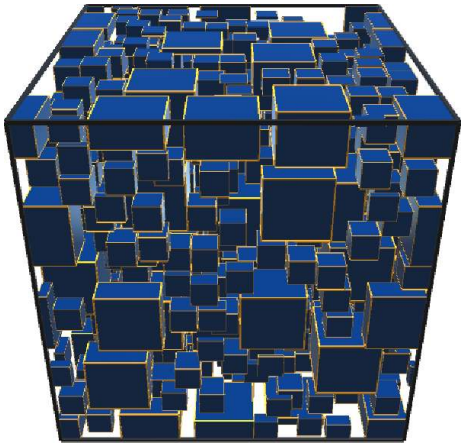


Рис. 2. 3d-модель эпоксидной смолы, наполненной кварцевым песком

Такая структура может быть описана с помощью перколяционной задачи кубов на простой кубической решетке (рис. 2).

Здесь полимерная матрица представлена простой кубической решеткой, равномерно заполненной кубами (k^3-мерами) — зернами песка. k^3-меры могут иметь разные линейные размеры, что соответствует разной размерности зерен песка. Минимальная доля эпоксидной смолы в материале соответствует пористости песка, при этом в модели это соответствует максимально возможному заполнению решетки кубами (явление джемминга). Предполагается, что оптимальное соотношение смолы и песка, при котором могут быть достигнуты улучшенные свойства среды, будет соответствовать перколяционному переходу в модели. Под порогом перколяции в рамках предложенной модели понимается свободная от k^3-меров доля решетки, по которой будет проходить «протекание» между кубами с вероятностью 0,5. Таким образом, данный порог будет соответствовать оптимальной доли эпоксидной смолы в материале, при которой следует ожидать улучшенных механических свойств.

Для сравнения результатов расчетов была проведена серия натурных экспериментов по оценке пористости наполнителя в зависимости от степени его полидисперсности. В качестве полимерной матрицы использовалась эпоксидная смола холодного отверждения марки *L* с отвердителем ЕРН-161, сертифицированные к применению в конструкционных композиционных материалах авиационного назначения; наполнитель — кварцевый песок, средний размер зерен варьируется от 0,02 до 0,3 мм. Получено хорошее согласие расчетных данных с результатами натурных экспериментов.

1. *Старокадомский Д.*, *Решетник М.* Влияние микрочастиц кварцевого песка различного происхождения на физико-химические свойства эпоксидного композита для реставрационных, строительных и декоративных материалов // Научный журнал «Архивариус». — 2021. — Т. 7, №4(58).
2. Эпоксидная смола применение [Электрон. ресурс]. — URL: `https://ayori.ru/stati/epoksidnaya-smola-primenenie.html` (дата обращения: 27.03.2023).
3. Экспериментируем с литьем композитных материалов [Электрон. ресурс]. — URL: `https://mntc.livejournal.com/16130.html` (дата обращения: 27.03.2023).

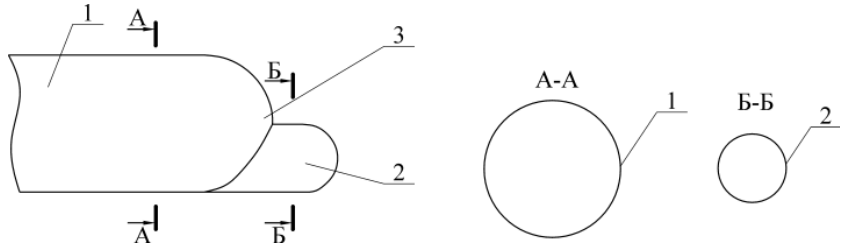
ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СУДНА С НОВЫМИ ОБВОДАМИ ПРИ ЗАРЫВАНИИ В ВОЛНУ

***Е. П. Бураковский*[1], *П. Е. Бураковский*[2], *В. М. Юсып*[1]**

[1]*Филиал ВУНЦ ВМФ «ВМА» в г. Калининграде, Калининград, Россия;*
[2]*КГТУ, Калининград, Россия*

Анализ аварий на судах мирового флота показывает, что одной из основных причин гибели морских судов являются неблагоприятные погодные условия, связанные с возникновением значительных волновых нагрузок на их корпуса. Под действием этих нагрузок нередко происходит либо опрокидывание судна, либо разрушение его корпуса [1–3].

Для повышения безопасности судов в штормовых условиях авторами была предложена новая форма носовой оконечности, способствующая уменьшению гидродинамических сил и моментов при зарывании в волну [4]. Разработанная конструкция представлена на рис. 1, где приняты следующие обозначения: 1 — основная часть корпуса судна; 2 — бульбовая наделка; 3 — переход от основной части корпуса к бульбовой наделке.



а *б* *в*

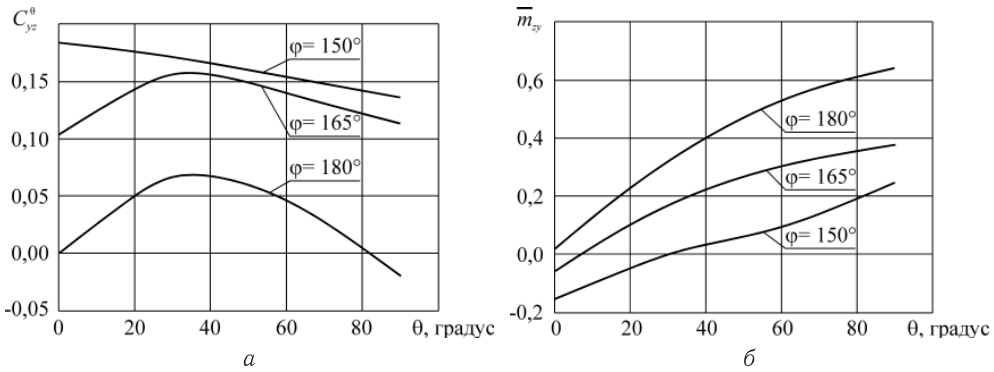
Рис. 1. Новая форма носовой оконечности судна, способствующая снижению гидродинамических нагрузок: *а* — общий вид; *б* — поперечное сечение основной части корпуса; *в* — поперечное сечение бульбовой наделки

В предложенной конструкции как основная часть корпуса, так и бульбовая наделка имеют форму прямых круговых цилиндров. При этом они устанавливаются таким образом, чтобы образующие обоих цилиндров совпадали в основной плоскости судна.

Для определения гидродинамических характеристик носовой оконечности были проведены ее испытания с использованием технологии SPH [5, 6]. При этом осуществлялось вертикальное погружение носовой оконечности в поток жидкости, имитирующий зарывание носа судна в воду. В процессе эксперимента реализовывалась возможность создания крена судна θ (поворот вокруг вертикальной оси) и

изменение курсового угла движения судна φ. Типовые результаты эксперимента представлены на рис. 2. Также определялись величины вертикального давления на палубу судна, приводящего к снижению, либо к полному обнулению метацентрической высоты, отвечающей за остойчивость судна. При движении судна носом на волну (курсовой угол $\varphi = 180°$), учитывая кривизну корпуса в носовой оконечности, это давление почти в 3 раза ниже, чем при обтекании плоской палубы в традиционной конструкции. При других курсовых углах давление резко падает, как при изменении крена угла θ, так и курсового угла φ.

На рис. 2, *а* представлены закономерности изменения гидродинамических сил C^{θ}_{yz}, действующих перпендикулярно курсовому углу судна. При этом значения приведены к безразмерному виду посредством деления на величину вертикальной гидродинамической силы, действующей при нулевом угле крена и курсовом угле $\varphi = 180°$. При движении судна носом на волну поперечные гидродинамические силы наиболее низкие. При увеличении крена и курсового угла эти силы несколько возрастают, однако они все равно существенно ниже тех, которые возникают на носовой оконечности традиционной формы [6], где достигаются величины $C^{\theta}_{yz} \cong -0{,}45$.



а *б*

Рис. 2. Результаты моделирования процесса обтекания предложенной конструкции носовой оконечности: *а* — боковая сила; *б* — гидродинамический момент

На рис. 2, *б* представлено влияние угла крена θ на изменение кренящих и восстанавливающих моментов $\overline{m}_{zy}$, действующих на носовую оконечность судна, при этом моменты приведены к безразмерному виду путем деления на максимальный восстанавливающий момент, определяемый в соответствии с [7]. Видно, что при движении курсом на волну гидродинамические кренящие моменты вообще отсутствуют. С увеличением крена судна начинает расти восстанавливающий момент. Изменение курсового угла ведет сначала к некоторому незначительному возрастанию кренящего момента, который с увеличением угла крена плавно переходит в восстанавливающий момент. При этом в традиционной конструкции [6] наблюдаются кренящие моменты, величина которых доходит до $\overline{m}_{zy} = -0{,}6$.

Таким образом, за счет предложенной авторами формы носовой оконечности снижается величина гидродинамических сил и моментов в условиях ее зарывания в волну. При этом, как показали проведенные исследования, наиболее предпочтительно движение курсом носом на волну.

1. *Lawton G.* Monsters of the Deep // New Scientist. — 2001. — V. 170, No. 2297. — P. 28–32.
2. *Бураковский Е. П.*, *Бураковский П. Е.*, *Дмитровский В. А.* Конструктивное обеспечение безопасности мореплавания. — 2-е изд. — СПб.: Лань, 2022. — 300 с.

3. *Чижиумов С. Д.* Основы динамики судов на волнении: учеб. пособие. — Комсомольск-на-Амуре: ГОУ ВПО «КнАГТУ», 2010. — 110 с.
4. Пат. 2761360 Российская Федерация, МПК B63B 1/06, B63B 43/02. Носовая оконечность корпуса судна / Бураковский Е. П., Бураковский П. Е., Юсып В. М.: заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВО «КГТУ». — №2021111637; заявл. 22.04.2021; опубл. 07.12.2021, бюл. №34. — 9 с.
5. *Бураковский Е. П.*, *Бураковский П. Е.*, *Юсып В. М.* Использование технологии SPH в задачах проектирования для обеспечения безопасности мореплавания // Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021), 4–13 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 24–26.
6. *Бураковский Е. П.*, *Бураковский П. Е.*, *Юсып В. М.* Исследование гидродинамических сил, действующих на носовую оконечность в условиях зарываемости судна в волну при движении косым курсом методом Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) // Морские интеллектуальные технологии. — 2022. — №4(58), ч. 3. — С. 27–32.
7. Правила классификации и постройки морских судов. Ч. IV. Остойчивость / Российский Морской Регистр судоходства. — СПб.: РМРС, 2018. — 82 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В КОЛЬЦЕВОЙ БИНАРНОЙ ЦЕПОЧКЕ ВОЛНОВОДОВ*

Н. В. Быков

РУТ (МИИТ), Москва, Россия

Одномерный массив (цепочка) связанных волноводов представляет собой пример системы, в которой реализуется дискретная дифракция [1–3]. В качестве структурного элемента может выступать волновод или микрорезонатор. Связь между структурными элементами осуществляется благодаря нарушению полного внутреннего отражения. Рассматривается бинарная (двухкомпонентная) цепочка волноводов, которая образована либо из волноводов с различными показателями преломления, либо из одинаковых волноводов, но с чередованием расстояния между соседними волноводами, либо из волноводов с положительным показателем преломления, но имеющих некоторое различие (показатель преломления или толщина волновода), которая изображена на рис. 1.

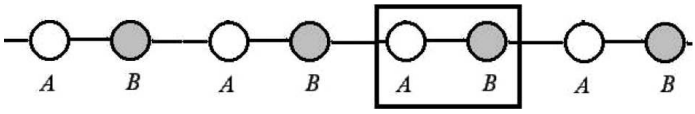


Рис. 1. Бинарная цепочка волноводов

Элементарная ячейка содержит типа два узлов — тип A и тип B. Предполагая, что связь между волноводами одной ячейки более сильная нежели связь между волноводами соседних элементарных ячеек, можно говорить о цепочке димеров.

Конфигурация волноводов, замкнутых в кольцо (рис. 2), отличается от изображенной на рис. 1 помимо своей конечности наличием условий периодичности.

*Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №18-02-00921-а. Первые обсуждения и постановка задачи принадлежат профессору Андрею Ивановичу Маймистову (1951–2022).

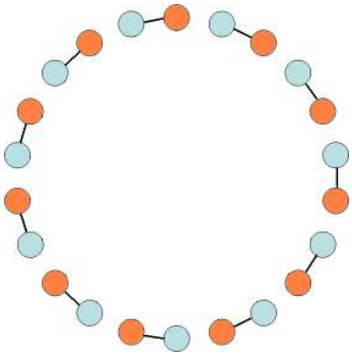


Рис. 2. Замкнутая в кольцо цепочка димеров

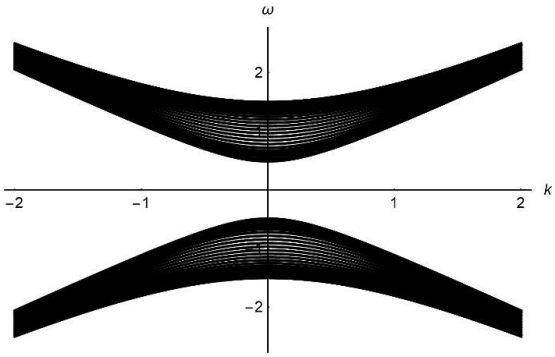


Рис. 3. Дискретный спектр системы, изображенной на рис. 2

Для нахождения дисперсионного соотношения предложен численный подход, основанный на решении преобразованной по Фурье линейной системы уравнений. Дискретный спектр этой системы тогда имеет вид (рис. 3)

$$\omega_s^2 = k^2 + 1 + \beta^2 + 2\beta\alpha_s,$$

где ω_s — частота, k — волновое число, β — отношение констант связи волноводов, α_s — корень нелинейного уравнения, соответствующий условию равенства определителя системы нулю.

Рассмотрим разомкнутую цепочку димеров (рис. 4), которая представляет собой цепочку волноводов с простейшим топологическим дефектом.

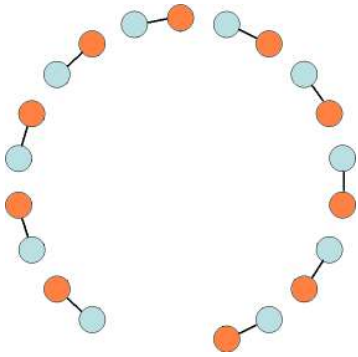
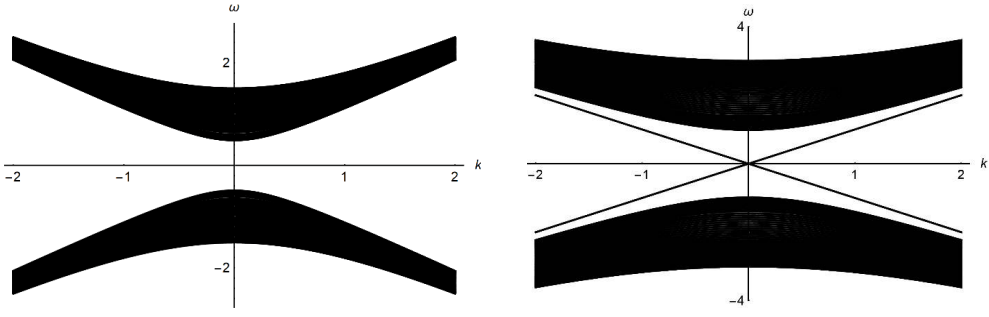


Рис. 4. Разомкнутая цепочка димеров

Уравнения в массиве (in bulk) имеют тот же вид, что и для кольца, но на границах уравнения отличаются. Особенность этой системы в следующем. Во-первых, все корни разные (в отличие от замкнутого кольца, где корни повторяются), т. е. N димеров это N ветвей спектра. Во-вторых, щель никогда не закрывается, даже при $\beta = 1$, что имеет место для замкнутой цепочки. В-третьих, при $\beta > 1$ появляется особая мода, которая стремится закрыть щель, но не закрывает — всегда остается бесконечно малая щель.



а *б*

Рис. 5. Спектр конечной цепочки при $\beta = 0{,}5$ (*а*) и $\beta = 2$ (*б*)

На рис. 5, *а* показан спектр этой системы при $\beta = 0{,}5$. В данном случае ситуация похожа на рис. 3. Но β — это отношение констант связи, поэтому может быть и больше 1. На рис. 5, *б* показан график для $\beta = 2$. Появилась новая мода.

При $\beta < 1$ связь между двумя элементами димера сильнее, чем между соседними димерами, а в обратном случае наоборот — связь между димерами сильнее, чем внутри.

1. *Быков Н. В.*, *Маймистов А. И.* Дифракция электромагнитного излучения около границы раздела положительно и отрицательно преломляющих дискретных сред // Известия РАН. Серия физическая. — 2016. — Т. 80, №7. — С. 846–849.
2. *Longhi S.* Light transfer control and diffraction management in circular fibre waveguide arrays // J. Phys. B. — 2007. — V. 40, No. 23. — P. 4477–4492.
3. *Maimistov A. I.*, *Gabitov I. R.* Nonlinear optical effects in artificial materials // Eur. Phys. J. Special Topics. — 2007. — V. 147. — P. 265.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА, СОСТОЯЩЕГО ИЗ АВТОБУСОВ И ЛИЧНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ*

***Н. В. Быков*[1], *М. А. Костров*[2]**

[1]*РУТ (МИИТ), Москва, Россия;* [2]*МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия*

В работе предложена модель транспортного потока, состоящего из личных транспортных средств (ТС) и автобусов. Дана оценка влияния пассажирских автобусов на транспортный поток с учетом общего баланса автомобилей и автобусов.

Модель транспортного потока строится на основе клеточных автоматов (КА). Модель дороги является замкнутой (периодическое граничное условие) и многополосной. Перестраиваться между полосами могут только легковые ТС. Автобусы всегда движутся по крайней правой полосе. Для перестроения между полосами используется правило из двух критериев [1]: стимулирующего и критерия безопасности. ТС может занимать одну или несколько клеток. Движение транспортных средств по каждой полосе дороги описывается на основе модели Нагеля и Шрекенберга (NaSch) [2], задающей последовательность правил перехода между шагами: ускорение, случайное торможение и обновление позиции.

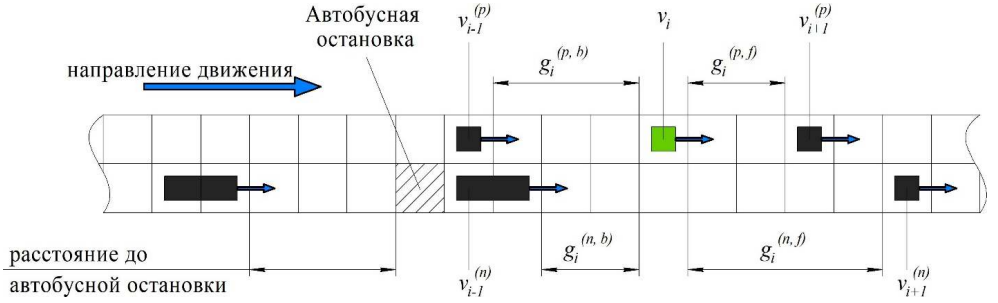


Рис. 1. Топология модели двухполосной дороги с периодическим граничным условием и автобусными остановками

В модели остановкой является клетка, перед которой каждый автобус должен остановиться на некоторое число шагов по времени — t_s. Описанная структура

*Работа Н. В. Быкова поддержана грантом РНФ 22-21-00711.

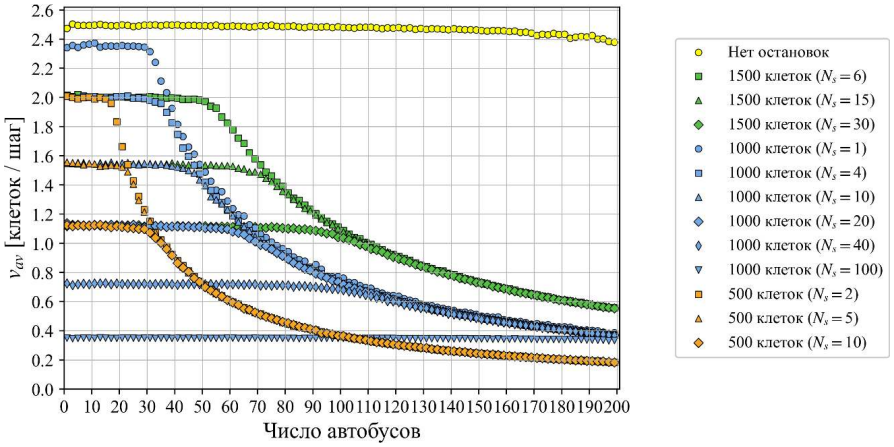


Рис. 2. Зависимость средней скорости автобусов от их количества, количества остановок и шага между ними

изображена на рис. 1. Макропараметры, определяемые в системе: плотность, плотность потока и средняя скорость.

Рассмотрена модель однополосной дороги с автобусами, для определения взаимного влияния шага между остановками Δ и их количеством N_s на среднюю скорость автобусов v_{av} (рис. 2). Максимальная скорость $v_{\max} = 3$ клетки/шаг. Полученные результаты позволяют выявить стабильные участки, где средняя скорость не зависит от числа автобусов, и определить критическое число автобусов, после превышения которого наблюдается снижение их средней скорости и слияние веток в одну. Анализ результатов исследования позволяет дать определение свободного потока для автобусов и составить аналитические выражения для определения критического числа и средней скорости на стабильном участке.

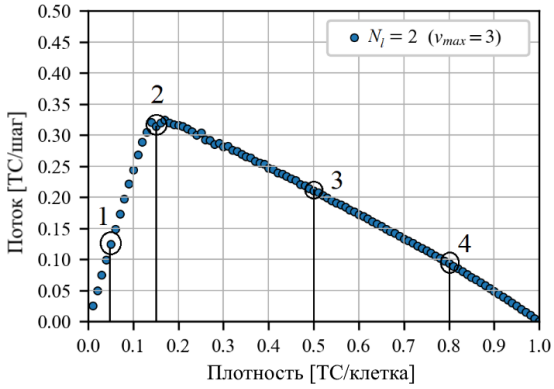


Рис. 3. Фундаментальная диаграмма потока без автобусов

Для оценки влияния автобусов на транспортный поток рассмотрена модель, состоящая из личных ТС и автобусов. Дорога двухполосная с шагом между остановками 70 клеток, длина — 1000 клеток, максимальная скорость $v_{\max} = 3$ клетки/шаг. Рассмотрены четыре случая внедрения автобусов в поток (рис. 3). В каждом случае происходит постепенная пернесадка водителей личных ТС на автобусы. Вместимость автобуса — 80 человек; одно личное ТС — один человек.

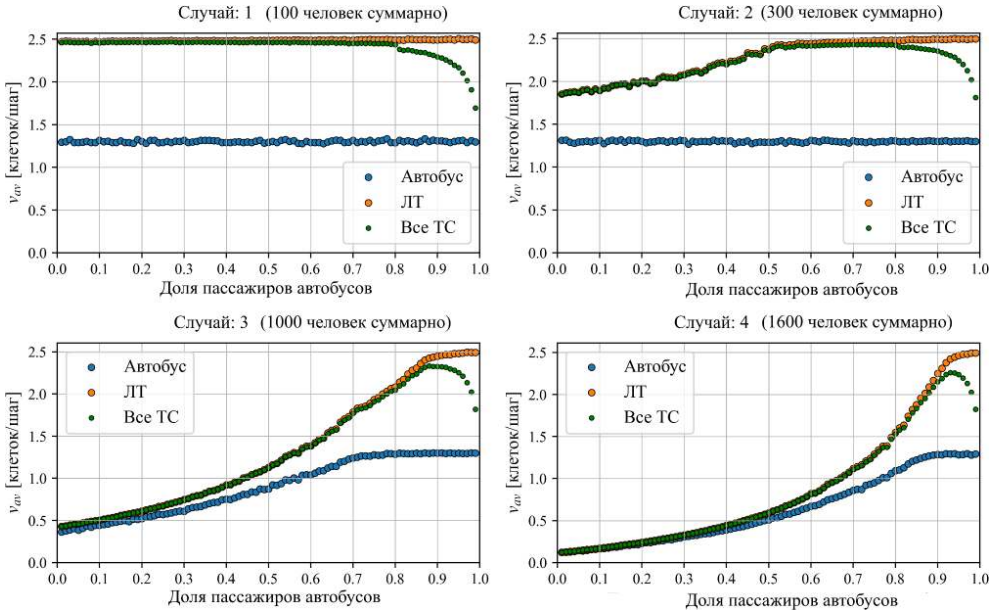


Рис. 4. Зависимость средней скорости разных типов ТС (ЛТ — личный транспорт) от доли пассажиров в общем числе участников движения при различном общем числе участников движения

Исследование показало, что увеличение доли пассажиров автобусов положительно сказывается на средней скорости движения всех типов ТС, за исключением случая 1 — при внедрении автобусов в свободный поток средняя скорость каждого типа ТС осталась неизменной (рис. 4). В случае 2 средняя скорость легковых ТС выросла в 1,4 раза, в случае 3 — в 5 раз, а в 4 случае — в 12 раз.

Для каждого случая существует некоторое оптимальное значение доли пассажиров, соответствующее максимальной пропускной способности дороги.

1. *Kukida S.*, *Tanimoto J.*, *Hagishima A.* Analysis of the influence of lane changing on traffic-flow dynamics based on the cellular automaton model // Int. J. Mod. Phys. C. — 2011. — V. 22. — P. 271–281. — DOI: 10.1142/S012918311101621X.
2. *Nagel K.*, *Schreckenberg M.* A cellular automaton model for freeway traffic // J. Phys. I. — 1992. — V. 2, No. 12. — P. 2221–2229.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНОЙ ПЛОТНОЙ УПАКОВКИ НЕСЖИМАЕМЫХ ОКРУЖНОСТЕЙ НА ПЛОСКОСТИ

И. Е. Вдовин, М. М. Бузмакова

ПГНИУ, Пермь, Россия

Ситуацию случайной максимально плотной упаковки объектами некоторой рассматриваемой системы называют джеммингом (от англ. jamming, [1–4]). Примером может служить парковка автомобилей: место вроде бы есть, но его недостаточно для размещения очередной машины. Значение максимально достижимой упаковки называют порогом джемминга. Модели максимально плотной случайной упаковки окружностей являются востребованным инструментом анализа и исследования

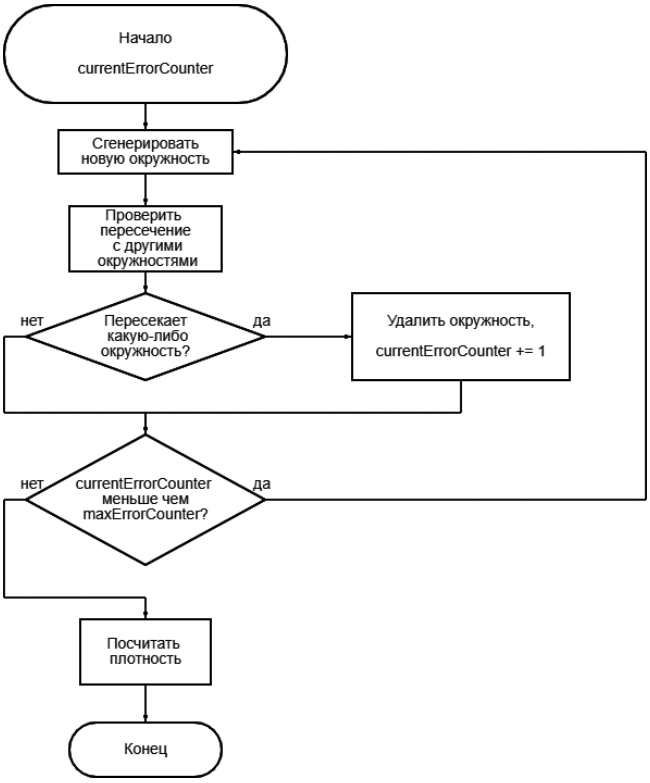


Рис. 1. Блок-схема алгоритма укладки

во многих отраслях науки. Например, такие модели используются в микробиологии [1], при производстве фильтрующих материалов [2] и при решении других задач моделирования объектов, формой которых можно пренебречь или свести к окружности на плоскости [1, 2]. Исследователями получены разные значения порога джемминга окружностей и сфер [3–5]. Однако, существование большого разброса в результатах у разных авторов и недостаточно эффективные существующие алгоритмы оставляют актуальной задачу джемминга окружностей и сфер.

В настоящей работе предложена и исследована модель случайной плотной упаковки окружностей на плоскости. Часть плоскости представлена квадратом $L \times L$, окружности с радиусом r случайным образом размещаются на квадрате. В рамках модели рассмотрены два варианта для значения радиуса: одинаковый для всех окружностей и меняющийся в пределах заданного промежутка по нормальному закону. Используются периодические граничные условия по двум направлениям, благодаря этому плоскость можно представить в форме тора. Окружности пересекаться не могут.

Для модели предложен эффективный алгоритм упаковки, блок-схема которого представлена на рис. 1.

Для реализации алгоритма была написана компьютерная программа на языке Python. Результат работы алгоритма для случая окружностей одинакового и разного размера можно посмотреть на рисунках 2 и 3. Для одинаковых окружностей получено значение максимальной случайной упаковки $0{,}60 \pm 0{,}028$, совпадающее с результатами работ [3].

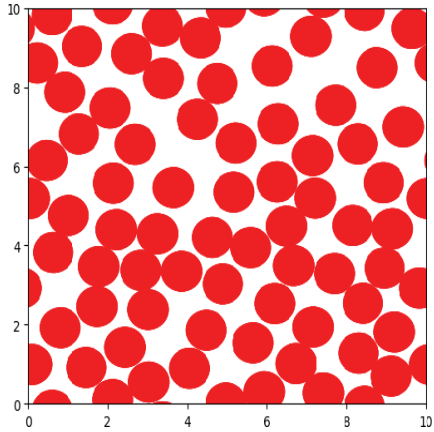


Рис. 2. Пример максимально плотной упаковки окружностей равного радиуса

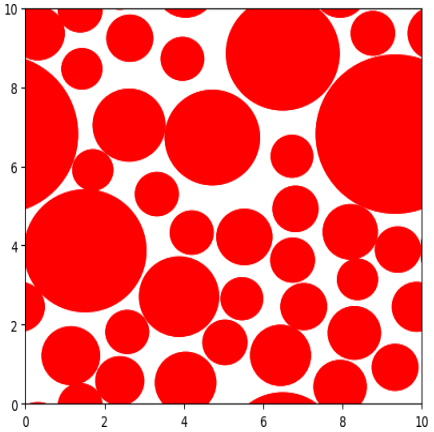


Рис. 3. Пример максимально плотной упаковки окружностей разного радиуса

В рамках модели важным является вопрос об оптимальном значении количества попыток упаковать очередной объект, от которого зависит значение порога джемминга и время работы программы. Эмпирически было получено, что в рамках предложенной задачи количество попыток упаковать очередную окружность на плоскость равна L^2. В дальнейшем планируется оптимизировать это значение для решения различных задач.

1. *Lawson-Keister E.*, *Manning M. L.* Jamming and arrest of cell motion in biological tissues // Current Opinion in Cell Biology. — 2021. — V. 72. — P. 146–155.
2. *DeBruhl B.*, *Tague P.* Digital Filter Design for Jamming Mitigation in 802.15.4 Communication // Proceedings of 20th International Conference on Computer Communications and Networks (ICCCN), 2011.
3. *Donev A.* Jamming in hard sphere and disk packings // Journal of Applied Physics. — 2004. — V. 95. — P. 989.
4. *Mehta A.* Granular Matter. — New York: Springer, 1994.
5. *Misaki Ozawa*, *Takeshi Kuroiwa*, *Atsushi Ikeda*, *Kunimasa Miyazaki.* Jamming Transition and Inherent Structures of Hard Spheres and Disks // Phys. Rev. Lett. — 2012. — V. 109. — 205701.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТРАЖЕННЫХ РАДИОЛОАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ ОТ НИЗКОСКОРОСТНЫХ МАЛОЗАМЕТНЫХ ВОЗДУШНЫХ ЦЕЛЕЙ

М. С. Виноградов

МАИ, Москва, Россия

Все большую актуальность в различных отраслях как гражданской, так и военной авиации приобретает применение беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). Соответственно, в ответ на это появляется такой класс радиолокационных станций (РЛС), как РЛС противодействия БПЛА. С точки зрения стандартной классификации радиолокационных целей самые популярные типы БПЛА можно отнести к классу низкоскоростных малозаметных воздушных целей, к этому же классу относиться и орнитологические объекты. Таким образом в РЛС противодействия БПЛА появляется необходимость распознавания разных типов целей. Для этого необходим анализ влияния признаков, присущих различным типам радио-

локационных целей, на зондирующий радиосигнал. Известно [1], что различные физические характеристики и особенности строения воздушных целей влияют на параметры вторичного излучения, а соответственно, как на временные, так и на спектральные параметры отраженного сигнала.

В процессе работы был проведен анализ статистических и экспериментальных данных из ряда известных источников [2, 3]. Сделан вывод, что информативные радиолокационные признаки для различных типов целей, как правило, зависят от положения цели в пространстве, углов наблюдения относительно РЛС, параметров ее движения, размеров, наличия установленных двигателей, их типов, режимов работы и количества, а также от характеристик зондирующих сигналов, тактико-технических характеристик (ТТХ) РЛС, способа обработки принимаемых сигналов и т. д. Сгруппированы признаки от низкоскоростных малозаметных воздушных целей, которые рационально использовать для определения типов целей. Определено, что по крейсерской скорости полета можно выделить две группы: малоскоростные цели (винтомоторные БПЛА самолетного типа и БПЛА вертолетного типа) и сверхмалоскоростные цели (БПЛА типа квадрокоптер и птицы). Так же можно заметить, что все цели кроме орнитологических имеют стабильную периодическую вторичную модуляцию, однако ее параметры определяются характеристиками зондирующего сигнала, углом наблюдения, ТТХ РЛС, материалом, формой и количеством лопастей винта.

Сигнал, отраженный от низкоскоростной малозаметной неорнитологической воздушной цели, можно определить, как совокупность сигналов, отраженных от блестящих точек, формируемых как корпусом, так и лопастями летательного аппарата, а также шумами.

Для совокупности элементарных точечных отражателей, которыми может быть представленная корпусная составляющая, отраженный сигнал можно представить следующим выражением:

$$S_{fuselage}(t) = \sum_{i=1}^{I} U_i \cos\left[2\pi\left(f_0\frac{2v_p}{c}\right)t - 2\pi\left(f_0\frac{2D_i}{c}\right) - \varphi_i\right], \quad (1)$$

где U_i — значение амплитуды отраженного сигнала от i-й блестящей точки, f_0 — несущая частота ЗС, v_p — постоянная радиальная скорость, D_i — расстояние от РЛС до i-й блестящей точки, φ_i — фазовый сдвиг для i-й блестящей точки.

Отражения от всех отражателей на каждой лопасти образуют отраженный от винта полный сигнал, который может быть аппроксимирован, используя принцип суперпозиции, следующим образом:

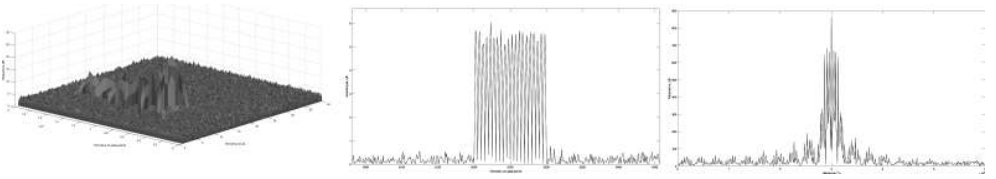
$$S_{blaades}(t) = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M} U_{n,m}(t)\exp[i(\varphi_{n,m}(t))], \quad (2)$$

где $U_{n,m}$ — амплитуда сигнала, отраженного от m-го отражателя на n-й лопасти, $\varphi_{n,m}$ — фаза отраженного сигнала от m-го отражателя на n-й лопасти.

Шумовая составляющая сигнала задается как реализация случайного процесса, имеющего гауссовский закон распределения плотности вероятности:

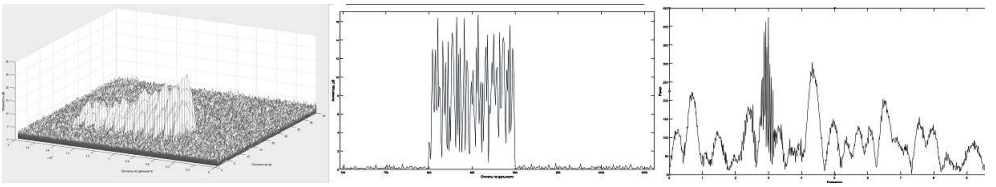
$$p(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{n}{\sigma}\right)^2\right]. \quad (3)$$

Проведено моделирование для обзорной РЛС X-диапазона, в частности для 8 обзоров РЛС. На рис. 1, *а* приведено азимутально-дальностное распределение амплитуд сигнала, отраженного от БПЛА самолетного типа с одним винтом, расположенным в носовой части перпендикулярно плоскости фюзеляжа. На рис. 2, *а*



а *б* *в*

Рис. 1. Графики сигнала отраженного от БПЛА самолетного типа с одним винтом, расположенным в носовой части перпендикулярно плоскости фюзеляжа



а *б* *в*

Рис. 2. Графики сигнала отраженного от БПЛА вертолетного типа с одним винтом, расположенным по середине параллельно плоскости фюзеляжа на фиксированном удалении

приведено азимутально-дальностное распределение амплитуд отраженного сигнала от БПЛА вертолетного типа с одним винтом, расположенным по середине параллельно плоскости фюзеляжа на фиксированном удалении. По рисункам видно, что явно присутствует разница во вторичной модуляции как во временном (рис. 1, *б* и рис. 2, *б*), так и в спектральном (рис. 1, *в* и рис. 2, *в*) представлениях сигналов. Полученные результаты указывают на то, что данные признаки могут быть использованы для классификации целей.

1. *Ясенцев Д. А.*, *Малахов Р. Ю.*, *Лебединский С. Л.* Принципы построения РЛС обнаружения малоразмерных движущихся целей // Авиация и космонавтика — 2017: тезисы, Москва, 20–24 ноября 2017 г. / Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). — М.: Типография «Люксор», 2017. — С. 249–250.
2. *Farlik J.*, *Kratky M.*, *Casar J.*, *Stary V.* Radar cross section and detection of small unmanned aerial // Proc. of 17th International Conference on Mechatronics-Mechatronika (ME), Prague, 7–9 Dec. 2016. — P. 1–7.
3. *Кутина А. В.*, *Свердлов Б. Г.* Информативные радиолокационные сигнальные признаки БПЛА и птиц // Научно-технический вестник Поволжья. — 2018. — №7. — С. 64–68.

О РАЗРЕШИМОСТИ ВАРИАЦИОННОГО НЕРАВЕНСТВА С ДВОЙНЫМ ВЫРОЖДЕНИЕМ И НЕЛОКАЛЬНЫМ ПРОСТРАНСТВЕННЫМ ОПЕРАТОРОМ*

О. В. Глазырина, Л. Л. Глазырина

КФУ, Казань, Россия

Рассматривается вариационное неравенство, возникающее при математическом моделировании диффузии популяции бактерий, когда предполагается, что скорость распространения бактерий в точке определяется глобальным состоянием среды.

*Работа выполнена за счет средств Программы стратегического академического лидерства Казанского (Приволжского) федерального университета («ПРИОРИТЕТ-2030»).

С помощью методов полудискретизации и штрафа доказана теорема существования обобщенного решения вариационного неравенства параболического типа с двойным вырождением. Рассматривается случай, когда вырождение может присутствовать в пространственном операторе и нелинейная функция, стоящая под знаком частной производной по переменной t, может быть не отделена от нуля. Пространственный оператор, рассматриваемого неравенства, нелинейно зависит от искомого решения, его градиента и от нелокальной (интегральной) характеристики решения.

Пусть Ω — ограниченная область пространства R^n, $n \geq 1$, $Q_T = \Omega \times (0, T)$. Используя принятые в литературе обозначения функциональных пространств, определим множество

$$K = \left\{ v \in L_p(0, T; \overset{\circ}{W}{}^1_p(\Omega)) \bigcap L_\infty(0, T; L_\alpha\ (\Omega)) \colon v \geq 0 \text{ п. вс. в } Q_T \right\}, \quad p > 1.$$

Рассмотрим следующую задачу: найти функцию $u \in K$ такую, что

$$\frac{\partial \varphi(u)}{\partial t} \in L_{p'}(0, T; W^{-1}_{p'}(\Omega)), \tag{1}$$

$$u(x, 0) = u_0(x) \quad \text{п. вс. в } \Omega, \tag{2}$$

удовлетворяющую неравенству

$$\int_0^T \left\langle \frac{\partial \varphi(u)}{\partial t}, v - u \right\rangle dt + \int_0^T \langle Lu, v - u \rangle\, dt \geq \int_0^T \langle f, v - u \rangle\, dt \quad \forall v \in K. \tag{3}$$

Здесь $p' = p/(p-1)$, $\langle w, v \rangle$ — значение функционала w из $W^{-1}_{p'}(\Omega)$ на элементе v из $\overset{\circ}{W}{}^1_p(\Omega)$, u_0 и f заданы, L — оператор, определяемый формулой

$$Lu = -\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i} \big(k_i(x, u, \nabla u, Bu) \big), \tag{4}$$

k_i — известные функции, ∇u — градиент u, B — оператор вида

$$(Bu)(t) = \int_{\Omega'} g(x, u)\, dx, \tag{5}$$

где Ω' — область, принадлежащая Ω или совпадающая с ней, g — заданная интегрируемая на Ω' функция.

Пространственные операторы с нелокальностями вида (4) возникают, например, при математическом описании диффузии популяции бактерий, когда предполагается, что скорость распространения бактерий в точке определяется глобальным состоянием среды (см., напр., [1–3]). В работе [4] было доказано существование решения рассматриваемой в данной работе задачи в частном случае, когда $\varphi(u) = u$.

Будем предполагать, что $\varphi(\xi)$ — абсолютно непрерывная, строго возрастающая функция, удовлетворяющая при любом $\xi \in R^1$, следующим неравенствам:

$$b_0|\xi|^\alpha - b_1 \leq \Phi(\xi) \equiv \int_0^\xi \varphi'(t) t\, dt \leq b_2|\xi|^\alpha + b_3, \quad \alpha > 1, \tag{6}$$

$$|\varphi(\xi)| \leq b_4|\xi|^{\alpha-1} + b_5, \tag{7}$$

$$(\varphi'(\xi)\xi)' \geq 0. \tag{8}$$

Здесь b_i — постоянные, для которых справедливы неравенства

$$b_0 > 0, \quad b_1 \geq 0, \quad b_2 > 0, \quad b_3 \geq 0, \quad b_4 > 0, \quad b_5 \geq 0,$$

функции $k_i(x, \xi_0, \xi, \nu)$, $i = 1, \ldots, n$, непрерывны по ξ_0, ν и ξ, измеримы по x и при любых $x \in \Omega$, $\xi_0, \nu \in R$, $\xi^1, \xi^2, \xi \in R^n$ удовлетворяют условиям

$$|k_i(x, \xi_0, \xi, \nu)| \leq d_0 \sum_{j=1}^{n} |\xi_j|^{p-1} + d_1, \quad d_0 > 0, \quad d_1 \geq 0, \quad p > 1, \tag{9}$$

$$\sum_{i=1}^{n} k_i(x, \xi_0, \xi, \nu)\xi_i \geq d_2 \sum_{i=1}^{n} |\xi_i|^p - d_3, \quad d_2 > 0, \quad d_3 \geq 0, \tag{10}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \big(k_i(x, \xi_0, \xi^1, \nu) - k_i(x, \xi_0, \xi^2, \nu)\big)(\xi_i^1 - \xi_i^2) \geq 0, \tag{11}$$

$$\sum_{i=1}^{n} k_i(x, \xi_0, \xi, \nu)\, \xi_i \geq 0. \tag{12}$$

Отметим, что из условия (9) следует, что оператор L, действующий из $\overset{\circ}{W}{}_p^1(\Omega)$ в $W_{p'}^{-1}(\Omega)$, где $p' = p/(p-1)$, является ограниченным. Условия (10), (11) обеспечивают, соответственно, коэрцитивность и монотонность по градиенту оператора L.

Относительно функции $g(x, \xi)$, определяющей оператор B, редполагается, что она непрерывна по ξ, измерима по x и удовлетворяет следующему условию

$$|g(x, \xi)| \leq g_0(x) + |\xi|^s \quad \text{для п. вс. } x \in \Omega, \tag{13}$$

где g_0 — интегрируемая по Ω функция, $s \geq 0$.

Исследование разрешимости задачи (1)–(3) проводится с помощью методов штрафа и полудискретизации.

Оператор штрафа определяется следующим образом $\beta w = -|w^-|^{q-2}w^-$, $q > 1$, $w^- = (|w| - w)/2$. Известно, что оператор β является ограниченным, монотонным, деминепрерывным.

Определение. Функцию $y_\varepsilon(t) \in \overset{\circ}{W}{}_p^1(\Omega) \bigcap L_\alpha(\Omega)$ $\forall t \in \omega_\tau$ назовем решением полудискретной задачи, если $y_\varepsilon(0) = u_0$ и для всех $t \in \omega_\tau$ выполнено равенство

$$\int_\Omega \frac{\varphi(\widehat{y}_\varepsilon(t)) - \varphi(y_\varepsilon(t))}{\tau} w\, dx + \langle L_0 \widehat{y}_\varepsilon(t), w\rangle + \frac{1}{\varepsilon}\langle \beta \widehat{y}_\varepsilon, w\rangle = \langle f_\tau(t), w\rangle \quad \forall w \in \overset{\circ}{W}{}_p^1(\Omega) \bigcap L_\alpha(\Omega),$$

где

$$\langle f_\tau(t), w\rangle = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} \langle f(\xi), w\rangle\, d\xi, \quad \widehat{y}_\varepsilon(t) = y_\varepsilon(t + \tau),$$

$$\langle L_0 \widehat{y}_\varepsilon(t), w\rangle = \int_\Omega \sum_{i=1}^{n} k_i\big(x, y_\varepsilon, \nabla \widehat{y}_\varepsilon, B y_\varepsilon\big) \frac{\partial w}{\partial x_i} dx, \quad \omega_\tau = \{0, \tau, \ldots, T - \tau\}.$$

Теорема. Пусть функции k_i, φ удовлетворяют условиям (6)–(12), $q \leq p$. Тогда для любых $f \in L_{q'}(Q_T)$, $u_0 \in \overset{\circ}{W}{}_p^1(\Omega) \bigcap L_\alpha(\Omega)$, $u_0 \geq 0$ почти всюду в Ω решение задачи (1)–(3) существует. Кроме того, существует подпоследовательность восполнений решения полудискретной задачи, сходящаяся почти всюду к этому решению.

1. *Chipot M.*, *Molinet L.* Asymptotic behavior of some nonlocal diffusion problems // Applicable Analysis. — 2001. — V. 80(3/4). — P. 279–315.
2. *Chipot M.*, *Lovat B.* Existence and uniqueness results for a class of nonlocal elliptic problems, advances in quenching // Dyn. Contin. Discrete Impuls. Syst. Ser. A Math. Anal. — 2001. — V. 8(1). — P. 35–51.
3. *Simon L.* On quasilinear parabolic functional differential equation with discontinuous terms // Annales Univ. Shi. Budapest. — 2004. — V. 47. — P. 211–229.
4. *Glazyrina O. V.*, *Pavlova M. F.* On the solvability of an evolution variational inequality with a nonlocal space operator // Differential Equations. — 2001. — V. 50(7). — P. 873–887.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ СИЛЬНО ИЗЛУЧАЮЩИХ РАЗРЯДОВ В ИНЕРТНЫХ ГАЗАХ И ПАРАХ МЕТАЛЛОВ

В. М. Градов

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Создание программно-алгоритмического комплекса для решения задач моделирования процессов в сильно излучающих разрядах, используемых в мощных импульсных лампах, открывает новые возможности проектирования и оптимизации систем в области светотехники, квантовой электроники, облучательной. техники, различных фототехнологий, оптической нагревательной техники, генерации направленных излучений и многие другие сферах.

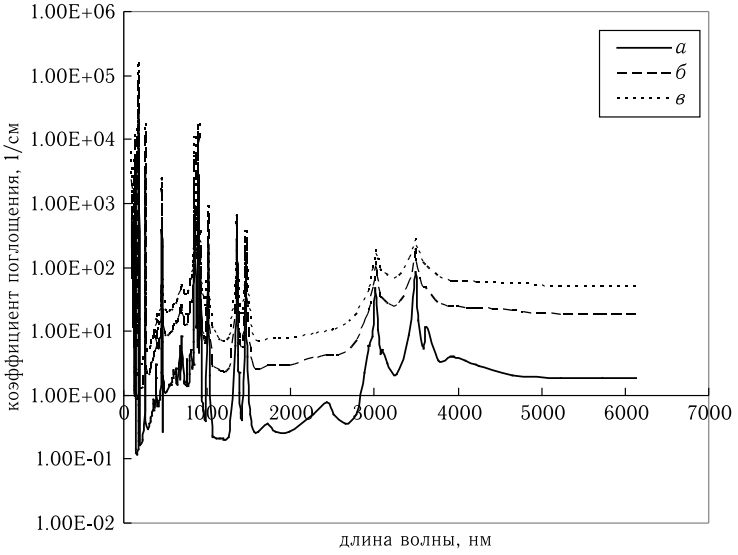


Рис. 1. Коэффициент поглощения плазмы Cs–Hg–Xe при разных давлениях. Температура плазмы $T = 5000$ K, давления 0,1 МПа (*а*), 0,5 (*б*), 1 (*в*)

Определяющим и весьма сложным объектом в этих системах является разрядная плазма, излучение которой имеет сложный дискретно-непрерывный спектральный состав. Плазма пространственно неоднородна, слабонеидеальна, и ее состояние может отличаться от равновесного. Существенное влияние на развитие процессов оказывает радиационное поле, поэтому особое внимание уделяется корректному описанию излучательных процессов: адекватным оптическим моделям

плазмы, моделям переноса излучения в разряде и стабилизирующих его оболочках, моделям распространения излучения в осветительной системе. Рассматриваются разряды трех типов: высокого, среднего и низкого давлений.

Информационное обеспечение моделирования осуществляется за счет соответствующей базы данных, которая создана на основе, как собственных расчетов, так и путем обработки литературных материалов и позволяет проводить расчеты с Xe, Kr, Hg, Na, K, Rb, Cs, Ca, Ba — плазмообразующими средами. В базе помимо информации по сечениям многочисленных элементарных процессов и уровней энергии частиц значительный объем занимает комплекс данных по оптическим свойствам компонент: фотоионизации атомов, дискретным и свободно-свободным переходам электронов в полях нейтральных и ионизованных частиц, уширению линий. Ширины линий получены расчетным путем, с учетом нескольких механизмов: штарковского уширения электронами и ионами, резонансного, доплеровского и вандерваальсовского факторов [1].

На рис. 1 в качестве примера приведен коэффициент поглощения многокомпонентной плазмы, в котором суммированы все определяющие его процессы.

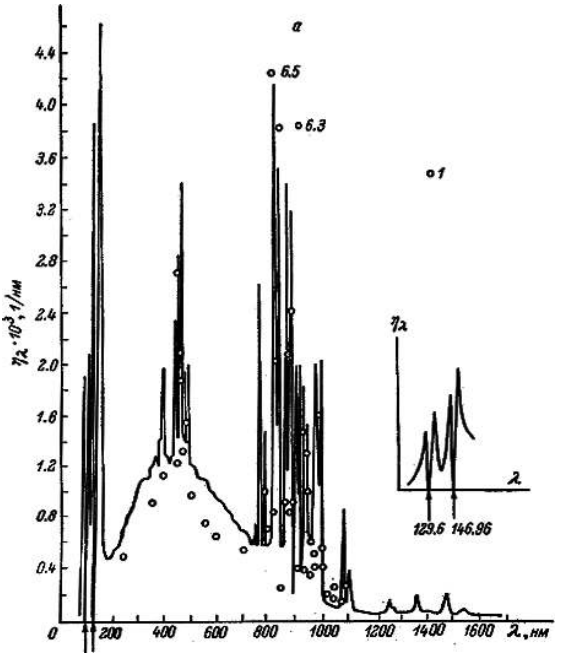


Рис. 2. Спектральное распределение относительной интенсивности излучения ксеноновой плазмы. Радиус разряда $R = 0{,}35$ см, температура на оси 10^4 К, удельная мощность 27 кВт/см^3, *1* — экспериментальные данные А. С. Дойникова [3]

Модели плазмы строятся на основе уравнений энергии для электронной компоненты и тяжелых частиц, уравнений диффузии в приближении многожидкостной модели плазмы, уравнений газодинамики и переноса излучения, уравнения для функции распределения электронов по энергиям, уравнений внешней электрической цепи и ряда соотношений. В модели распространения излучения в осветительной системе комбинируются вероятностный дискретно-лучевой метод и приближения метода сферических гармоник с учетом пространственной неоднородности плазменного столба.

В работе представлены результаты вычислительных экспериментов для разрядов в ксеноне и смеси Cs–Hg–Xe. По всем рассчитываемым параметрам плазмы и характеристикам разрядов в разных плазмообразующих средах проведено детальное сопоставление с экспериментальными данными (на рис. 2 дано сравнение такой «тонкой» характеристики разряда, как спектр излучения), оцениваемое как достаточное по точности для практического применения моделей [2, 3].

Комплекс разработанных методов и алгоритмов реализован в пакете прикладных программ, который может быть использован для оптимизация характеристик разного рода установок в высокотехнологичных отраслях промышленности, а также поиска новых эффективных плазмообразующих сред для плазменных технологий.

1. *Градов В. М.*, *Мак А. А.*, *Щербаков А. А.* Расчет оптических характеристик ксеноновой плазмы с учетом влияния продуктов эрозии оболочки // Оптика и спектроскопия. — 1977. — Т. 43, №2. — С. 207–217.
2. *Градов В. М.*, *Иванов В. В.*, *Терентьев Ю. И.*, *Щербаков А. А.* К теории мощного нестационарного ксенонового разряда с учетом испарения стабилизирующих его стенок // Теплофизика высоких температур. — 1981. — Т. 19, №1. — С. 28.
3. *Градов В. М.*, *Гавриш С. В.*, *Коробков С. С.*, *Пугачев Д. Ю.* Ультрафиолетовое излучение импульсно-периодических разрядов в инертных газах // Прикладная физика. — 2019. — №6. — С. 18–23.

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ КАРТИНЫ ВЕТВЛЕНИЯ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

В. А. Громов

НИУ ВШЭ, Москва, Россия

Современный уровень математического моделирования требует создания и исследования моделей, учитывающих нелинейность процессов, происходящих в системах различной природы. Так как нелинейные системы зависят от внешних и внутренних параметров, то их изменение может привести к качественным перестройкам состояния системы — бифуркациям.

Одним из основных вопросов при исследовании бифуркаций является вопрос о фиксации бифуркации и приближенном построении постбифуркационных состояний, описываемых нелинейными решениями, ответвляющимися в точках бифуркации. Другой возможной задачей является предсказание положения точки предстоящей бифуркации.

Математически указанные задачи приводят к постановкам прямой и обратной задач теории бифуркаций. Прямыми задачами теории бифуркаций называются задачи построения бифуркационной картины нелинейной краевой задачи для уравнений в частных производных, включая ветви первичного, вторичного, третичного и т. д. ветвления.

Обратными задачами теории бифуркаций в теории нелинейных уравнений в частных производных называются задачи двух типов:

1. *Задача фиксации и анализа бифуркационного состояния* предполагает построение и анализ структуры бифуркационного множества, определение значений некоторой части параметров системы таким образом, чтобы бифуркационное множество, построенная относительно остальных параметров обладало заданными свойствами.

2. В рамках задачи *идентификации предбифуркационного состояния* осуществляется классификация наблюдаемых состояний системы с выделением предбифуркационных и не ведущих к бифуркации.

В докладе прямые и обратные задачи теории бифуркаций рассматриваются для систем, отвечающих нелинейным эллиптическим уравнениям типа Кармана. Анализ пред- и постбифуркационных состояний для нелинейных уравнений в частных производных, в частности нелинейных эллиптических уравнений типа Кармана, находит свое приложение в авиационных и космических технологиях (тонкостенные конструкции), нанотехнологиях (нанотрубки и наносенсоры), биотехнологиях (объекты типа желудочков сердца, сетчатки глаза и т. д.). При этом робастное проектирование таких систем предполагает учет возможных состояний системы при непредвиденных воздействиях, что предполагает создание методов построения постбифуркационных состояний.

В докладе представлены:

— метод и алгоритмы решения нелинейных краевых задач для уравнений в частных производных, позволяющих фиксировать точки бифуркации;

— метод и алгоритмы построения постбифуркационных решений для указанных задач;

— результаты вычислительного эксперимента для построения новых моделей постбифуркационных состояний систем, описываемых уравнениями типа Кармана;

— метод и алгоритмы решения задачи предсказания точек бифуркации систем, описываемых уравнениями типа Кармана.

1. *Obodan N. I.*, *Lebedeyev O. G.*, *Gromov V. A.* Nonlinear behavior and stability of thin-walled shells. — Springer, 2013. — 180 p.
2. *Gromov V. A.*, *Shulga A. N.* Chaotic time series prediction with employment of ant colony optimization // Expert Systems with Applications. — 2012. — V. 39, No. 9. — P. 8474–8478.
3. *Obodan N. I.*, *Gromov V. A.* Non-linear behaviour and buckling of cylindrical shells subjected to a localized external pressure // Journal of Engineering Mathematics. — 2013. — V. 78, No. 1. — P. 239–248.
4. *Gromov V. A.*, *Borisenko E. A.* Chaotic time series prediction and clustering methods// Neural Computing and Applications. — 2015. — No. 2. — P. 307–315.
5. *Gromov V. A.*, *Obodan N. I.* The Complete Bifurcation Structure of Nonlinear Boundary Problem for Cylindrical Panel Subjected to Uniform External Pressure // Thin-walled structures. — 2016. — V. 107. — P. 612–619.
6. *Obodan N. I.*, *Adlucky V. J.*, *Gromov V. A.* Rapid identification of pre-buckling states: A case of cylindrical shell // Thin-Walled Structures. — 2018. — V. 124. — P. 449–457.
7. *Obodan N. I.*, *Adlucky V. J.*, *Gromov V. A.* Inverse Bifurcation Problem for von Karman-type Elliptic // Proceedings of the 14-th International Conference «Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering TCSET» (IEEE, 2018).

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛАСТИЧЕСКОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ДВУМЕРНОЙ ЯЧЕЙКЕ С РАЗЛИЧНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

***В. В. Денисенко*[1], *С. В. Фортова*[1], *И. В. Колоколов*[2], *В. В. Лебедев*[2]**

[1]*ИАП РАН, Москва, Россия;*
[2]*ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН, Черноголовка, Московская обл., Россия*

Исследование свойств течений неньютоновских сред представляет большой интерес как для фундаментальной науки, так и в практическом приложении. Известно, что добавление полимерных молекул в вязкую жидкость довольно сильно

меняет ее гидродинамические свойства. Одним из существенных проявлений этого влияния является наблюдение так называемого режима эластической турбулентности [1]. Данный режим представляет из себя хаотическое течение, возникающее при низких значениях числа Рейнольдса [1, 2] и высоких числах Вайсенберга (безразмерный параметр полимерных течений). Благодаря этому свойству полимерных растворов, они могут использоваться, например, для перемешивания низкорейнольдсовых течений [3–5], встречающихся в медицинских приложениях. Данная работа является развитием предыдущих исследований авторов и посвящена построению моделей полимерных течений и численному анализу влияния параметров полимеров на возникновение различных режимов течения раствора.

В работе [6] нами была предпринята попытка исследовать возникновение эластической турбулентности в ограниченной ячейке с твердыми стенками под влиянием внешней периодической силы в приближении упругой модели полимера FENE-P. Сравнение основных параметров течения без примеси и с примесью полимеров показало существенное влияние полимеров на течение.

В данной работе представлена усовершенствованная вычислительная методика решения системы уравнений для полимерной составляющей течения. Система уравнений, описывающих течение полимерного раствора под действием внешней периодической силы, состоит из системы уравнений Навье–Стокса для гидродинамической составляющей течения (первые четыре уравнения) и системы уравнений для описания динамики полимеров (последние два уравнения):

$$
\begin{gathered}
\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0, \\
\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho G \sin ky + \mu \Delta u + A \frac{\partial}{\partial x}[\gamma(R)\{R^x\}^2] + A \frac{\partial}{\partial y}\big(\gamma(R) R^x R^y\big), \\
\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho G \sin kx + \mu \Delta v + A \frac{\partial}{\partial y}[\gamma(R)\{R^y\}^2] + A \frac{\partial}{\partial x}\big(\gamma(R) R^x R^y\big), \\
\frac{\partial (\rho \mathbf{V}^2/2 + e)}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\mathbf{V} \left(\frac{\rho \mathbf{V}^2}{2} + p + e \right) \right) = \\
= \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu u \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) + A u \gamma(R) (R^x)^2 + v \mu \rho \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) + A v \gamma(R) R^x R^y \right) + \\
+ \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu u \rho \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + A u \gamma(R) R^x R^y + \mu v \rho \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) + A v \gamma(R) (R^y)^2 \right) + \\
+ u \rho G \sin ky + v \rho G \sin kx, \\
\frac{\partial R^x}{\partial t} + u \frac{\partial R^x}{\partial x} + v \frac{\partial R^x}{\partial y} - R^x \frac{\partial u}{\partial x} - R^y \frac{\partial u}{\partial y} + \gamma(R) R^x = C_d \Delta R^x, \\
v \frac{\partial R^y}{\partial t} + u \frac{\partial R^y}{\partial x} + v \frac{\partial R^y}{\partial y} - R^x \frac{\partial v}{\partial x} - R^y \frac{\partial v}{\partial y} + \gamma(R) R^y = C_d \Delta R^y, \\
p = \sigma \rho e, \quad \sigma = 2/3, \quad \gamma(R) = \gamma_0 \left(1 + \frac{R^2}{R_m^2} \right), \quad \mathbf{V} = (u, v)^T.
\end{gathered}
\tag{1}
$$

Здесь A — концентрация полимеров в растворе, C_d — коэффициент искусственной диффузии полимеров, введенный для стабилизации численного решения, $\gamma(R)$ — коэффициент релаксации полимерной молекулы, G — интенсивность внешней силы.

В качестве модели для описания упругости полимеров использован гибридный вариант моделей FENE-P и Oldroyd-B: $\gamma(R) = \gamma_0(1 + R^2/R_m^2)$.

Последние два уравнения, описывающие динамику вектора растяжения полимерной молекулы $\vec{R} = (R^x, R^y)$ решались численной методикой Курганова–Тедмора [7]. Данная схема демонстрирует бОльшую устойчивость решения по сравнению с расчетной схемой из работы [6]. Однако, остается проблема с возникновением неустойчивостей численного решения в областях высоких градиентов [8] в задаче с граничными условиями в виде твердых стенок. В результате расчетов вблизи границ возникают нефизичные эффекты в виде высоких градиентов вектора растяжения полимеров $\vec{R}$.

В данной работе исследовалось влияние периодических граничных условий на возникновение эластической турбулентности в ограниченной ячейке под влиянием внешней силы при достаточно малых числах Рейнольдса $\mathrm{Re} \sim 1$–10.

В результате расчета по модифицированной методике, был получен режим течения, аналогичный режиму эластической турбулентности, представленной в статье [9]. Изучены характеристики данного режима. Графики зависимостей кинетической энергии и энстрофии от времени показывают периодическое колебание этих параметров около среднего значения. Исследованы зависимости средней величины кинетической энергии и среднего растяжения полимеров в зависимости от числа Вайсенберга $\mathrm{Wi} = U/(\gamma_0 L)$ при фиксированном числе Рейнольдса. Данные зависимости качественно показывают распределение накачиваемой внешней силой энергии между эластической компонентой и вязким течением. Построены энергетические спектры полученных течений, необходимые для идентификации режима, в котором находится течение.

1. *Groisman A.*, *Steinberg V.* // Nature (London). — 2000. — V. 405. — P. 53.
2. *Burghelea T.*, *Segre E.*, *Steinberg V.* // Phys. Fluids. — 2007. — V. 19. — 053104.
3. *Groisman A.*, *Steinberg V.* // Nature (London). — 2001. — V. 410. — P. 905.
4. *Burghelea T.*, *Segre E.*, *Bar-Joseph I.*, *Groisman A.*, *Steinberg V.* // Phys. Rev. E. — 2004. — V. 69. — 066305.
5. *Arratia P. E.*, *Voth G. A.*, *Gollub J. P.* // Phys. Fluids. — 2005. — V. 17. — 053102.
6. *Денисенко В. В.*, *Фортова С. В.* Численное моделирование эластической турбулентности в ограниченной двумерной ячейке // Сибирский журнал индустриальной математики. — 2023. — Т. 26, №1(93). — С. 55–64.
7. *Kurganov A.*, *Tadmor E.* New High-Resolution Central Schemes for Nonlinear Conservation Laws and Convection–Diffusion Equations // Journal of Computational Physics. — 2000. — V. 160. — P. 241–282.
8. *Sureshkumar R.*, *Beris A. N.* // J. Non-Newtonian Fluid Mech.. — 1995. — V. 60. — P. 53.
9. *Berti S.*, *Boffetta G.* Elastic waves and transition to elastic turbulence in a two-dimensional viscoelastic Kolmogorov flow // Phys. Rev. E. — 2010. — V. 82. — 036314.

РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ МНОГОКОМПОНЕНТНОГО ПОКРЫТИЯ TiAlTaSiN В РАМКАХ МЕТОДА МОЛЕКУЛЯРНОЙ ДИНАМИКИ*

А. И. Дмитриев, С. О. Огнев, Ю. М. Коротеев, А. Ю. Никонов

ИФПМ СО РАН, Томск, Россия

Среди большого многообразия защитных покрытий наибольшее распространение получили покрытия на основе нитридов переходных металлов и, в частно-

*Исследование выполнено за счет средств гранта Российского научного фонда №22-19-00441, https://rscf.ru/project/22-19-00441.

сти, покрытия системы TiAlN. В то же время, поскольку химическая связь AlN имеет выраженный ионный характер, то введение Al в покрытия TiN приводит к снижению их вязкости разрушения (трещиностойкости). На сегодняшний день наиболее перспективными направлениями решения данной задачи являются легирование покрытий TiAlN дополнительными химическими элементами и создание многослойных композиций, свойства которых эффективно дополняют друг друга. Как показали недавние исследования [1], одним из наиболее перспективных легирующих элементов является Ta, который позволяет не только существенно увеличить вязкость разрушения (трещиностойкость) покрытий Ti–Al–N, но и повысить температуру образования в них фазы w-AlN вплоть до 1200 °C, что обеспечивает сохранение высокой твердости покрытий при повышенных температурах. Тем не менее, было установлено, что у легирования танталом есть определенные недостатки. Принимая во внимание имеющиеся данные, перспективным направлением улучшения свойств покрытий на основе Ti–Al–N является одновременное введение Ta и Si, что позволит создать покрытия, обладающие комбинацией улучшенных свойств, характерных для композиций $Ti_{1-x-y}Al_xTa_yN$ и $Ti_{1-x-y}Al_xSi_yN$.

Существующие на сегодняшний день экспериментальные методики получения новых многокомпонентных покрытий основаны, преимущественно, на последовательном подборе элементов периодической системы в качестве легирующего компонента с целью выявления конфигурации многокомпонентного сплава с желаемым набором физико-механических характеристик. С другой стороны эта задача может быть существенно ускорена путем целенаправленного поиска многокомпонентного сплава, обладающего заданными характеристиками на основе проведения компьютерного моделирования.

Одной из ключевых задач построения компьютерной модели является определение функции взаимодействия между структурными элементами моделируемой системы. В работе на основе теории функционала электронной плотности были рассчитаны потенциалы межатомного взаимодействия между атомами Si–Ti, Si–Al, Si–Ta и Si–N. Показано, что наибольшая энергия связи наблюдается для пар Si–N (7,205 эВ) и Si–Ta (6,974 эВ). Потенциалы взаимодействия этих пар очень близки друг другу по форме, а их отличие заключается в различных положениях минимума. Длина связи Si–Ta примерно на 0,6 Å больше длины связи Si–N. Наименьшая энергия связи наблюдается для пары Si–Al (3,322 эВ), при этом потенциал взаимодействия этих атомов наиболее пологий из всех рассмотренных на расстояниях превышающих равновеснвые. То есть связь Si–Al является наиболее мягкой и слабой из всех рассмотренных. Это коррелирует с результатами псевдопотенциального расчета энергии связи кремния на поверхностях (001), (110) и на металлическом окончании поверхности (111) пленок MeN, согласно которым взаимодействие кремния с атомами алюминия характеризуется наименьшими энергиями связи.

Рассчитанные потенциалы были использованы для построения модели многокомпонентного покрытия Ti–Al–Ta–Si–N в рамках классического метода молекулярной динамики. Анализировалась устойчивость построенной модели покрытия путем задания различных термомеханических воздействий. Дальнейшие исследования предполагают проведение серии расчетов с варьированием концентрации легирующих включений многокомпонентного покрытия Ti–Al–Ta–Si–N с целью прогнозирования его оптимального состава и структуры.

1. *Yang Y.*, *Xu Y. X.*, *Chen L.*, *Mayrhofer P. H.* Improved Ti–Al–N coatings through Ta alloying and multilayer architecture // Surf. Coat. Technol. — 2017. — V. 328. — P. 428–435.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ОБОРУДОВАНИЯ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ИНЖЕНЕРНЫХ РАСЧЕТОВ

М. Н. Ереев, К. А. Лонин, В. Л. Патрушев, Д. В. Савчук, С. А. Соловьев

АО «ОКБМ Африкантов», Нижний Новгород, Россия

Накопленный в настоящее время опыт применения численного моделирования при проведении инженерных расчетов позволяет проводить глубокий анализ конструкции, рассматривать различные варианты, а также снижает затраты на экспериментальные исследования и доводку.

В инженерных расчетах, выполняемых численными методами, большое внимание уделяется обоснованию расчетной и конечно-элементной (КЭ) моделей. Для оптимального использования современных вычислительных технологий расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкций необходимо соблюдать ряд требований к используемому программному обеспечению (ПО), построению КЭ модели и умению проводить анализ достоверности полученных результатов.

Применимость ПО для исследования НДС сложных конструкций в упругой области, верификации и валидации моделей устанавливается нормативным документом [1]. Данный нормативный документ описывает порядок проведения численного моделирования без учета физической нелинейности для решения задач статической прочности в упругой области при определении НДС сложных элементов конструкций с использованием метода конечных элементов (МКЭ).

На используемую конечно-элементную модель (КЭМ) накладываются требования по типу и количеству элементов по толщине конструкции и даются рекомендации по сокращению временных затрат, по упрощению и проверкам расчетной модели.

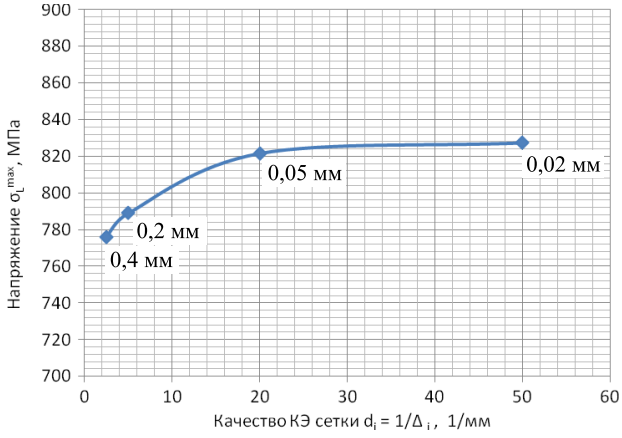


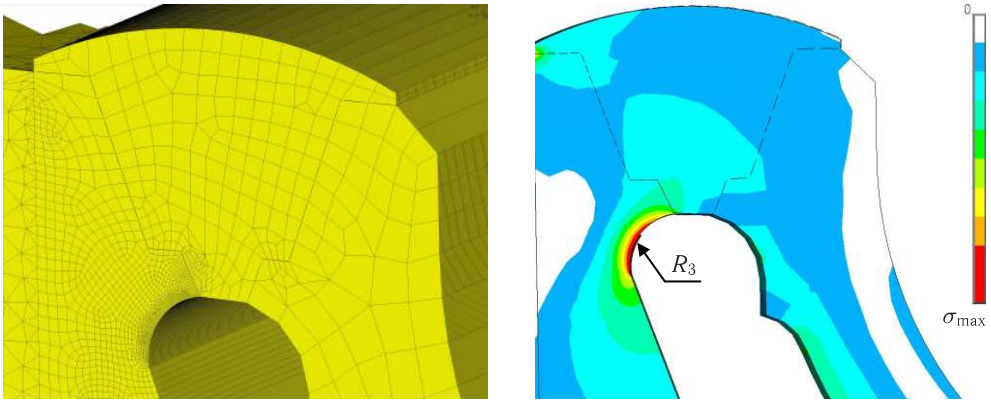
Рис. 1. График влияния размера КЭ сетки Δ_i, мм на напряжения $\sigma_L^{\max}$

Для оценки качества КЭМ необходимо использовать различные критерии, применение которых является необходимым условием КЭМ высокого качества. Среди существующих наиболее применимы критерии, основанные на:

— геометрическом совершенстве элементов;

— исследовании изменения напряжений в узле в смежных элементах;

— исследовании зависимости напряжений от количества элементов.



а *б*

Рис. 2. Результаты численного моделирования торового компенсатора: *а* — КЭ-сетка; *б* — распределение приведенных напряжений $\sigma_{пр} = \sigma_1 - \sigma_3$, МПа

На примере торового компенсатора разъемного соединения насоса показано влияние размера разбиения конечными элементами на достоверность и точность получаемых результатов НДС. 3D-расчетная модель торового компенсатора построена с использованием восьми узловых конечных элементов первого порядка точности без промежуточных узлов. Расчет проводится от действия нагрузки, возникающей при затяжке шпилек разъемного соединения и давления рабочей среды насоса.

Результаты расчетов для рассматриваемых четырех вариантов КЭ разбиения торового компенсатора получены для наиболее напряженной зоны в виде максимальных приведенных напряжений σ_L^{max}. В результате оптимизации размера КЭ получено, что при уменьшении размера КЭ в зоне концентрации напряжений до $\Delta_3 = 0{,}05$ мм обеспечивается удовлетворительная сходимость решения (рис. 1).

Сравнительный анализ результатов расчетов НДС с рассмотренными вариантами КЭ сеток показал, что наиболее оптимальным, с точки зрения точности получаемых результатов является сетка, представленная на рис. 2, *а*. Данное разбиение расчетной модели торового компенсатора позволяет получить более точное распределение напряжений с учетом геометрических особенностей конструкции (рис. 2, *б*).

На основании проведенного анализа было выявлено, что для областей конструкций вне зон влияния краевых сил и моментов размером $L \geq 1{,}7 \cdot \sqrt{D \cdot (s - c)}$ [2] размер конечного элемента Δ по отношению к радиусу кривизны поверхности конструкции R необходимо принимать из соотношения $\Delta/R \leq 0{,}4$, с постепенным увеличением частоты разбивки к зоне концентрации напряжений до $\Delta/R \leq 0{,}007$.

Соблюдение правил численного моделирования, включая анализ чувствительности результатов расчетов, и сравнение с аналитическими методами позволяет обеспечить высокую точность инженерных расчетов и повысить надежность и безопасность проектируемых конструкций.

1. ГОСТ Р 57700.10-2018. Численное моделирование физических процессов. Определение напряженно-деформированного состояния. Верификация и валидация численных моделей сложных элементов конструкций в упругой области.
2. ПНАЭ Г-7-002-86. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. — М.: Энергоатомиздат, 1989.

РАЗРАБОТКА И УСКОРЕНИЕ ПРОГРАММЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ БОЛЬЦМАНА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАЗДЕЛЕНИЯ СМЕСИ ГАЗОВ В МНОГОКАСКАДНОМ ТЕПЛОВОМ МИКРОНАСОСЕ

Я. М. Жихарев[1,2]***, Ф. Г. Черемисин***[1,3]***, Ю. Ю. Клосс***[1,2]***, К. И. Баженов***[2]

[1]*МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия;*
[2]*НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия;* [3]*ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия*

В настоящее время возобновился интерес к микроустройствам без движущихся частей, течение разреженных газов внутри которых происходит за счет разницы температур [1, 2]. В данной работе рассматривается устройство (рис. 1), в котором симметрично расположены последовательные пластины одинакового размера с различными температурами сторон. Размеры системы составляют несколько длин свободного пробега. Внутри устройства находится смесь из двух газов с разной молекулярной массой. Исходные температуры газов T_1 совпадают с начальными температурами стенок и одной из сторон пластин. Другая сторона имеет температуру $T_2 = 1{,}2T_1$, что сравнительно легко реализуемо в экспериментах [2]. Из-за различия температур на сторонах пластин разные компоненты смеси движутся с разной скоростью, что приводит к различному отношению концентраций в разных частях сосуда и соответственно к разделению смеси.

Моделирование осуществляется на основе кинетического уравнения Больцмана для смеси газов, решение которого осуществляется в безразмерных переменных. При решении системы применяется схема расщепления — для каждой компоненты смеси попеременно решаются уравнения переноса и задачи релаксации.

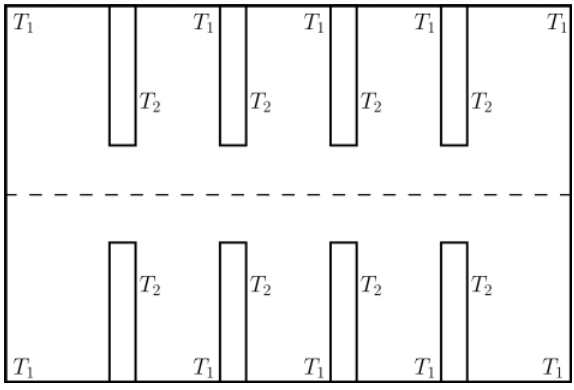


Рис. 1. Схема устройства

Вычисление интеграла столкновений осуществляется с помощью двухточечного консервативного проекционного метода на равномерной импульсной сетке [3]. Отрицательные значения функций распределения, которые могут быть получены во время расчетов, пересчитываются с помощью симметричного проекционного метода [4], что позволяет уменьшить размер используемых сеток интегрирования и ускорить работу программы. Для решения уравнений переноса используется явная схема первого порядка

$$\hat{f}_{n,m} = f_{n,m} + \frac{\tau}{m}\left\{p_x \frac{(f_{n-1,m} - f_{n,m})}{\Delta x} + p_y \frac{(f_{n,m-1} - f_{n,m})}{\Delta y}\right\}, \qquad (1)$$

где $\hat{f}_{n,m}$ — значение функции распределения на следующем временном слое, $p_x > 0$, $p_y > 0$. Для других направлений импульса выражение аналогично.

В силу симметрии объем вычислений можно уменьшить, если рассматривать только одну половину устройства (рис. 1). Вдоль линии симметрии используется зеркальное отражение, на границах стенок и пластин — диффузное. Решение левой части осуществляется на равномерной сетке, а для вычисления интеграла столкновений используются кубатурная сетка Коробова [5].

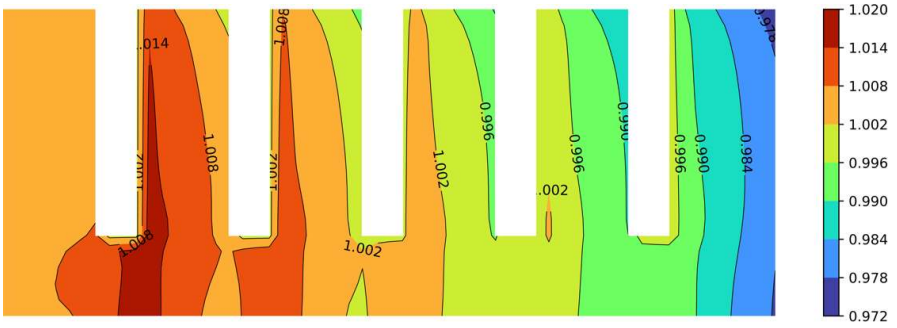


Рис. 2. Отношение концентрации неона к концентрации аргона внутри устройства

Для моделирования была написана программа на языке C++, для обработки данных использовались библиотеки numpy и matplotlib языка python. Разностная схема (1) позволяет вычислять значения функций распределения на следующем временном шаге независимо по направлениям импульса, а задача релаксации решаются независимо в каждом узле пространственной сетке. Это позволяет проводить вычисления параллельно с помощью OpenMP что приводит к ускорению расчетов.

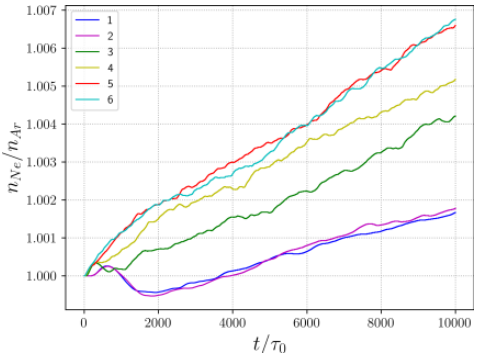


Рис. 3. Отношение концентраций газов в левой части устройства в зависимости от числа каскадов

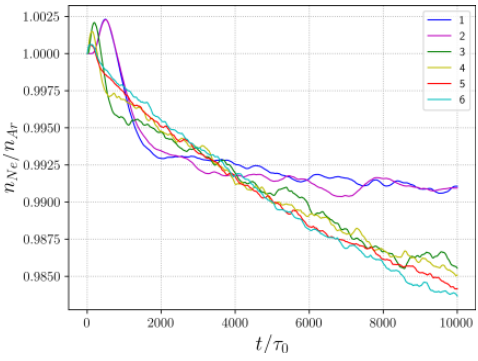


Рис. 4. Отношение концентраций газов в правой части устройства в зависимости от числа каскадов

В работе рассматривается смесь неона и аргона в модели твердых сфер. Отношение молекулярных масс газов $m_{\mathrm{Ne}}/m_{\mathrm{Ar}} = 1/2$, отношение диаметров $d_{\mathrm{Ne}}/d_{\mathrm{Ar}} = 2{,}8/3{,}4$. При различном числе пластин вычисляются плотности каждого из газов на входе и выходе из системы и величина разделения смеси. В начале расчетов газы имеют распределение Максвелла, температуры, совпадающие с температурой стенок, и равные плотности.

1. *Loftian A.*, *Roohie E.*, *Stefanov S.* Periodically Patterned Radiometric Pumps: Novel Configurations and Further Applications // AIP Conf. Proc. — 2019. — V. 2132. — 190003.
2. *Matsumoto H.*, *Yamagishi D.*, *Morokuma T.*, *Mihara K.* Study on a Gas Transport System based on Thermal Induced Flow // AIP Conf. Proc. — 2016. — V. 1786. — 200002.
3. *Додулад О. И.*, *Клосс Ю. Ю.*, *Потапов А. П.*, *Черемисин Ф. Г.*, *Шувалов П. В.* Моделирование течений разреженного газа на основе решения кинетического уравнения Больцмана консервативным проекционным методом // ЖВМ и МФ. — 2016. — Т. 56, №6. — С. 1008–1024.
4. *Tcheremissine F. G.* Testing and acceleration of the conservative projection method for solving Boltzmann kinetic equation // AIP Conf. Proc. — 2015. — V. 1648. — 230005.
5. *Коробов Н. М.* Теоретикочисловые методы в приближенном анализе. — М.: Физматгиз, 1963. — 260 с.

МОДИФИЦИРОВАННЫЕ КАЛИБРОВОЧНЫЕ СООТНОШЕНИЯ И РАСЩЕПЛЕНИЕ ЗАДАЧИ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ВЕКТОРНОГО МАГНИТНОГО И СКАЛЯРНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛОВ В КВАЗИСТАЦИОНАРНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ*

А. В. Калинин, А. А. Тюхтина

ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Квазистационарные приближения для системы уравнений Максвелла применяются при моделировании достаточно медленных электромагнитных процессов для решения широкого класса задач современной физики и техники [1–3].

С использованием векторного магнитного потенциала $\vec{A}$ и скалярного электрического потенциала φ, вводимых соотношениями $\vec{B} = \operatorname{rot}\vec{A}$, $\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi - \partial\vec{A}/\partial t$, где $\vec{B}$ — вектор магнитной индукции, $\vec{E}$ — напряженность электрического поля, система уравнений Максвелла в квазистационарном магнитном приближении сводится к одному уравнению

$$\frac{\partial}{\partial t}\sigma\vec{A}(x,t) + \operatorname{rot}\mu^{-1}\operatorname{rot}\vec{A}(x,t) = -\sigma\operatorname{grad}\varphi(x,t) + \vec{J}^{\text{ст}}(x,t), \tag{1}$$

где $(x,t) \in Q = \Omega \times (0,T)$, $\Omega \subset R^3$, $T > 0$, μ — тензор магнитной проницаемости среды, σ — тензор проводимости, $\vec{J}^{\text{ст}}$ — плотность тока источников.

В работе предполагается, что Ω — открытая ограниченная область, гомеоморфная шару, с липшицевой границей Γ, $\vec{\nu}(x)$ — единичный вектор внешней нормали в точке $x \in \Gamma$. Уравнение (1) дополняется граничным условием, соответствующим граничному условию магнитного типа

$$(\mu^{-1}\operatorname{rot}\vec{A})(x,t) \times \vec{\nu}(x) = 0, \quad x \in \Gamma, \quad t \in (0,T) \tag{2}$$

и начальным условием

$$\vec{A}(x,0) = \vec{a}(x), \quad x \in \Omega. \tag{3}$$

Предполагается, что μ, σ — симметричные 3×3-матрицы измеримых на Ω функций, удовлетворяющие при почти всех $x \in \Omega$ и всех $\xi \in R^3$ условиям

$$\mu_1|\xi|^2 \le (\mu(x)\xi,\xi) \le \mu_2|\xi|^2, \quad \sigma_1|\xi|^2 \le (\sigma(x)\xi,\xi) \le \sigma_2|\xi|^2,$$

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №23-21-00440, https://rscf.ru/project/23-21-00440/.

где μ_i, σ_i $(i = 1, 2)$ — заданные положительные числа, $\vec{J}^{\text{ст}}\colon Q \to R^3$, $\vec{a}\colon \Omega \to R^3$ — заданные суммируемые с квадратом функции.

Определяются следующие гильбертовы пространства вектор-функций с соответствующими скалярными произведениями:

$$H(\operatorname{div}\Omega) = \left\{\vec{u} \in \{L_2(\Omega)\}^3\colon \operatorname{div}\vec{u} \in L_2(\Omega)\right\},$$
$$(\vec{u}, \vec{v})_{\operatorname{div},\Omega} = (\vec{u}, \vec{v})_{2,\Omega} + (\operatorname{div}\vec{u}\operatorname{div}\vec{v})_{2,\Omega},$$
$$H(\operatorname{rot};\Omega) = \left\{\vec{u} \in \{L_2(\Omega)\}^3\colon \operatorname{rot}\vec{u} \in \{L_2(\Omega)\}^3\right\},$$
$$(\vec{u}, \vec{v})_{\operatorname{rot},\Omega} = (\vec{u}\cdot\vec{v})_{2,\Omega} + (\operatorname{rot}\vec{u}, \operatorname{rot}\vec{v})_{2,\Omega}.$$

Через $H_0(\operatorname{rot};\Omega)$, $H_0(\operatorname{div}\Omega)$ обозначается замыкание множества пробных вектор-функций $\{\mathcal{D}(\Omega)\}^3$ в $H(\operatorname{rot};\Omega)$ и $H(\operatorname{div}\Omega)$ соответственно.

Решением задачи (1)–(3) называются такие функции $\vec{A} \in L_2(0, T, H(\operatorname{rot};\Omega))$, $\varphi \in L_2(0, T, H^1(\Omega))$, что $\mu^{-1}\operatorname{rot}\vec{A} \in L_2(0, T, H_0(\operatorname{rot};\Omega))$ и справедливы равенства (1) и (3). Из (1) получаем, что для всех $\vec{v} \in H(\operatorname{rot};\Omega)$

$$\frac{d}{dt}\int\limits_\Omega (\sigma\vec{A}\cdot\vec{v})\,dx + \int\limits_\Omega (\mu^{-1}\operatorname{rot}\vec{A}\cdot\operatorname{rot}\vec{v})\,dx = -\int\limits_\Omega (\sigma\operatorname{grad}\varphi\cdot\vec{v})\,dx + \int\limits_\Omega (\vec{J}^{\text{ст}}\cdot\vec{v})\,dx.$$

Для обеспечения единственности решения задач в терминах потенциалов $\vec{A}$, φ уравнение (1) традиционно дополняется калибровочными соотношениями (например, соотношением Кулона $\operatorname{div}\vec{A} = 0$ или Лоренца $\operatorname{div}\vec{A} + \partial\varphi/\partial t = 0$). В этом случае для $\vec{A}$ и ϕ приходится решать связную систему уравнений [2].

В настоящей работе рассматриваются модифицированные калибровочные соотношения

$$\operatorname{div}\sigma\vec{A}(x,t) = 0, \quad (x,t) \in \Omega\times(0,T), \quad \sigma\vec{A}(x,t)\cdot\vec{\nu}(x) = 0, \quad (x,t) \in \Gamma\times(0,T), \tag{4}$$

и

$$\varphi(x,t) = -\varkappa\operatorname{div}\sigma\vec{A}(x,t), \quad (x,t) \in \Omega\times(0,T), \quad \sigma\vec{A}(x,t)\cdot\vec{\nu}(x) = 0, \quad (x,t) \in \Gamma\times(0,T). \tag{5}$$

Положим

$$W = \{\vec{u} \in H(\operatorname{rot};\Omega)\colon \sigma\vec{u} \in H_0(\operatorname{div}\Omega)\}, \quad V = \{\vec{u} \in W\colon \operatorname{div}\sigma\vec{u} = 0\},$$
$$(\vec{u}, \vec{v})_W = (\vec{u}, \vec{v})_{\operatorname{rot},\Omega} + (\operatorname{div}\sigma\vec{u}, \operatorname{div}\sigma\vec{v})_{2,\Omega}.$$

Задача (1)–(3), (4) сводится к определению такой функции $\vec{A} \in L_2(0, T, V)$, удовлетворяющей начальному условию (3), что для всех $\vec{v} \in V$ справедливо равенство

$$\frac{d}{dt}\int\limits_{\Omega_C} (\sigma\vec{A}\cdot\vec{v})\,dx + \int\limits_\Omega (\mu^{-1}\operatorname{rot}\vec{A}\cdot\operatorname{rot}\vec{v})\,dx = \int\limits_\Omega (\vec{J}^{\text{ст}}\cdot\vec{v})\,dx. \tag{6}$$

Скалярный электрический потенциал является решением уравнения

$$\operatorname{div}\sigma\operatorname{grad}\varphi = \operatorname{div}\vec{J}^{\text{ст}}.$$

Задача (1)–(3) при использовании калибровочных соотношений (5) сводится к определению такой функции $\vec{A} \in L_2(0, T, W)$, удовлетворяющей начальному условию (3), что для всех $\vec{v} \in W$ справедливо равенство

$$\frac{d}{dt}\int\limits_{\Omega_C} (\sigma\vec{A}\cdot\vec{v})\,dx + \int\limits_\Omega (\mu^{-1}\operatorname{rot}\vec{A}\cdot\operatorname{rot}\vec{v})\,dx + \varkappa\int\limits_\Omega \operatorname{div}\sigma\vec{A}\operatorname{div}\sigma\vec{v}\,dx = \int\limits_\Omega (\vec{J}^{\text{ст}}\cdot\vec{v})\,dx. \tag{7}$$

Таким образом, рассматриваемые калибровочные соотношения приводят к возможности независимого определения векторного магнитного потенциала и, тем самым, последовательного определения магнитного и электрического полей. Подобные подходы для гармонических задач обсуждались в работе [4].

Интегральные тождества (6) и (7) могут быть положены в основу решения поставленных задач методом Галеркина.

В работе доказывается корректность поставленных задач. Изучается соотношение между решениями задач при разных калибровочных соотношениях. Рассматривается связь между постановками задач для векторного магнитного потенциала и исходной задачей для векторного магнитного потенциала и скалярного электрического потенциала [5, 6].

1. *Толмачев В. В.*, *Головин А. М.*, *Потапов В. С.* Термодинамика и электродинамика сплошной среды. — М.: Изд-во МГУ, 1988.
2. *Alonso Rodriguez A.*, *Valli A.* Eddy current approximation of Maxwell equations. Theory, algorithms and applications. — Milan: Spriner-Verlag Italia, 2010.
3. *Kalinin A. V.*, *Tyukhtina A. A.* Hierarchy of Models of Quasi-stationary Electromagnetic Fields // Mathematical Modeling and Supercomputer Technologies. 20th International Conference, MMST 2020, Nizhny Novgorod, Russia, November 23–27, 2020, Revised Selected Papers. Communications in Computer and Information Science. — Springer, 2021. — V. 1413. — P. 77–92.
4. *Калинин А. В.*, *Тюхтина А. А.* Квазистационарные электромагнитные поля в неод-нородных средах с непроводящими и слабопроводящими включениями // Журнал Средневолжского математического общества. — 2016. — Т. 18, №4. — С. 119–133.
5. *Калинин А. В.*, *Тюхтина А. А.*, *Изосимова О. А.* Модифицированные калибровочные соотношения для системы уравнений Максвелла в квазистационарном магнитном приближении // Журнал Средневолжского математического общества. — 2017. — Т. 19, №4. — С. 55–67.
6. *Tyukhtina A. A.* Initial-boundary value problems for the Maxwell equations in the qua-sistationary approximation // J. Phys.: Conf. Ser. — 2019. — V. 1158. — 042031.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ОХЛАЖДЕНИИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ*

С. А. Колесник, Н. А. Булычев, А. С. Новиков, Н. А. Тушавин

МАИ, Москва, Россия

Для увеличения мощности перспективных двигателей необходимо увеличивать температуру и давление рабочего тела, что входит в противоречие с жесткими требованиями по прочности элементов конструкций, таких как камеры сгорания, лопатки турбин и других. Для охлаждения таких элементов конструкций применяются различные системы охлаждения воздухом, отбираемым от компрессора: конвективное охлаждение внутренних поверхностей, не соприкасающихся с высокотемпературным газовым потоком, пористое охлаждение, охлаждение вдувом через организованные перфорации и т. п. При проектировании различных систем охлаждения остро встает вопрос эффективности охлаждения при компромиссном

*Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект №22-19-00419).

удовлетворении различных характеристик систем охлаждения, а именно: максимального теплосъема охладителем при минимальном его расходе и минимальных гидравлических потерях давления, а также минимальных потерях импульса газодинамического потока при вдуве в него охладителя и, следовательно, минимальных потерях прочности.

В последние время появилось направление разработки систем охлаждения на основе составных проницаемых оболочек (СПО), представляющих собой многослойную конструкцию с большим количеством каналов для прохождения охладителя (воздуха) и каналов для вдува охладителя в высокотемпературный газодинамический поток [1–3]. По эффективности охлаждения СПО находятся между пористым охлаждением и перфорационным.

В работе предложена физико-математическая модель по определению параметров сопряженного теплообмена между вязкими газодинамическими течениями и охлаждаемыми элементами конструкций ракетных двигателей, изготовленных с помощью технологии составных проницаемых оболочек. Математическая модель включает в себя уравнения динамического и теплового пограничных слоев, трехмерное уравнение нестационарной теплопроводности в охлаждаемых элементах, сложное гидравлическое течение. Предложен новый абсолютно устойчивый и экономичный метод численного решения пространственных нестационарных задач теплопереноса в многосвязных областях. Показывающие эффективность охлаждения при использовании технологии составных проницаемых оболочек со вдувом по сравнению с традиционным способом охлаждения конвекцией.

1. *Helms H. E.* Stoichometric gas turbines development problems // The Intern. Symposium on Air Breating Engines. Marseille, Franse, June, 1972. — P. 19–23.
2. *Wear J. D.*, *Traut A. M.*, *Smith J. M.*, *Jones R. E.* Design and Preliminary Results of a Semi Transpiration Cooled (Lomilloy) Liner for a High-Pressure High-Temperature Combustor // AIAA pap. — 1978. — No. 997.
3. *Формалев В. Ф.*, *Колесник С. А.* Методика, алгоритм и программный комплекс по определению теплового состояния охлаждаемых микроракетных двигателей // Труды МАИ. — 2014. — №78. — URL: `http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=53710`.

ОБРАТНАЯ РЕТРОСПЕКТИВНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ*

С. А. Колесник, В. Ф. Формалев, Е. М. Стифеев

МАИ, Москва, Россия

В прямых задачах механики сплошных сред, в том числе в задачах теплопроводности, математическая модель связывает причину (начальные и граничные условия, коэффициенты, уравнения) с результатом (тепловые потоки, температурные поля и т. д.).

В обратных задачах, наоборот, по результату определяют причины, которые обычно не могут быть описаны математическими моделями, что делает их часто некорректными. В таких задачах причинные характеристики определяются на основе экспериментальных данных, которые используют прямые математические модели и методы решения обратных задач.

*Работа выполнена при поддержке гранта РНФ №22-21-00776.

Если на основе этих экспериментальных данных, таких как пространственно-временное распределение температур, восстанавливаются начальные условия, то такая обратная задача называется ретроспективной. Если по этим экспериментальным данным — пространственно-временному распределению температур — восстанавливаются начальные условия, то обратная задача называется ретроспективной.

В данной работе описана методология численного решения обратных ретроспективных задач теплопроводности в двумерной области на примере краевой задачи в прямоугольнике (1):

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} + b^2 u_{yy} + f(x,y,t), & x \in [0, l_x], \quad y \in [0, l_y], \quad t > 0, \\ u(x,y,0) = \varphi(x,y), & t = 0, \\ u_x(0,y,t) + h_1 u(0,y,t) = f_1(y,t), & x = 0, \\ u_x(l_x,y,t) + h_2 u(l_x,y,t) = f_2(y,t), & x = l_x, \\ u_y(x,0,t) + h_3 u(x,0,t) = f_3(x,t), & y = 0, \\ u_y(x,l_y,t) + h_4 u(x,l_y,t) = f_4(x,t), & y = l_y. \end{cases} \tag{1}$$

В задаче (1) требуется определить *неизвестное* начальное условие $\varphi(x,y)$ по известным температурным наблюдениям: $u(x_i, y_j, t_k) = u_{ijk}$, $i = \overline{1,I}$, $j = \overline{1,J}$, $k = \overline{1,K}$.

Решение построено с использованием следующих методов: метод параметрической идентификации с использованием двумерных линейно-непрерывными базисных функций, триангуляция области, метод переменных направлений, минимизация функционала невязки, регуляризация Тихонова, неявный градиентный спуск, решетчатый поиск параметра регуляризации.

Разработан алгоритм и программный комплекс, проведены вычислительные эксперименты по восстановлению начального условия, описанных выше задач. Показано, что разработка и использование различных регуляризирующих функционалов позволяет использовать экспериментальные данные, полученные с высокой погрешностью, при этом погрешности результатов остаются в окрестности погрешности экспериментальных данных.

Решение двумерной краевой задачи (1) по восстановлению неизвестной функции сразу двух переменных получено впервые. На текущий момент известны различные методы решения обратных задач по восстановления функции только одной переменной. Для этого обобщены методы из [1–4] для одномерных случаев.

1. *Формалев В.Ф.*, *Колесник С.А.* Математическое моделирование сопряженного теплопереноса между вязкими газодинамическими течениями и анизотропными телами. — М.: ЛЕНАНД, 2019. — 320 с.
2. *Колесник С.А.* Метод идентификации нелинейных компонентов тензора теплопроводности анизотропных материалов // Математическое моделирование. — 2014. — Т. 26, №2. — С. 119–132.
3. *Колесник С.А.* Идентификация компонентов тензора теплопроводности анизотропных композиционных материалов // Механика композиционных материалов и конструкций. — 2012. — Т. 18, №1. — С. 111–120.
4. *Формалев В.Ф.*, *Колесник С.А.*, *Кузнецова Е.Л.* Моделирование сопряженного теплообмена в пакетах малогабаритных плоских газодинамических сопел с охлаждением // Теплофизика высоких температур. — 2015. — Т. 53, №5. — С. 735.

ИЗМЕРЕНИЕ УПРУГИХ МОДУЛЕЙ МАТЕРИАЛОВ ПО ДАННЫМ О КОЛЕБАНИЯХ ПЛАСТИН НА ВИБРАЦИОННОМ СТЕНДЕ

С. А. Лавренков, Е. В. Дацук, А. В. Васюков

МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

При мелкосерийном производстве образцов из композитных материалов может возникать задача получения данных об упругих модулях используемого вещества неразрушающим образом, так как свойства вещества могут значительно варьироваться между экспериментальными сериями. Одним из таких неразрушающих способов являются эксперименты на вибростендах, предполагающие сравнительно малые затраты и использование довольно широко распространенного оборудования. Ввиду относительной простоты проведения таких тестов возникает необходимость построения численной модели, позволяющей определить свойства образца по данным о его отклике на внешние колебания.

Задачей данной работы является сравнительный анализ результатов численного моделирования и лабораторного эксперимента на примере изотропного материала. Такое сопоставление позволяет оценить способность модели описывать эксперимент, а также выявить возможные направления улучшения методов моделирования и методики выполнения эксперимента.

Экспериментальные данные получены с установки, состоящей из пластины из исследуемого материала, закрепленной одним концом на генераторе синусоидальных колебаний и свободно колеблющимся другим концом. На каждом из концов закреплен акселерометр, что позволяет получить отношение амплитуды колебаний пластины к амплитуде вынуждающих колебаний. Таким образом выполняется снятие экспериментальной амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) с образца.

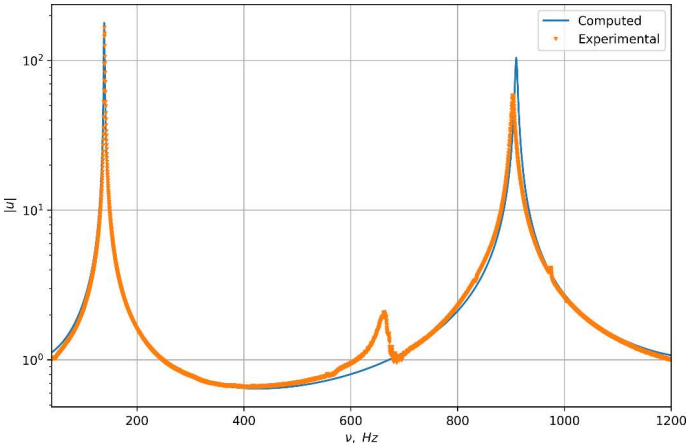


Рис. 1. Сравнение экспериментальной АЧХ с численной моделью — решением прямой задачи для стальной пластины

Численное решение состоит из прямой задачи — нахождения расчетной АЧХ образца с заданной геометрией и известными упругими модулями, а также обратной задачи — нахождения модулей по экспериментально полученной АЧХ. Пластина принимается тонкой, для описания ее движения используется гипотеза Кирхгофа–Лява [1, 2]. Прямая задача решается в частотной области методом конечных

элементов [3]. Полная расчетная АЧХ получается решением прямой задачи по отдельности для каждой частоты из необходимого набора. Решение обратной задачи следует подходу, предложенному в [4]. Выполняется минимизация функционала: квадрата нормы отклонения численной АЧХ от экспериментальной. В результате решения обратной задачи для тестовых изотропных образцов определяются значения изгибной жесткости и коэффициента Пуассона. Оптимизация функционала производится trust-region методом с применением автоматического дифференцирования и вычислений на видеокарте на базе фреймворка Jax для языка Python.

Экспериментальные амплитудно-частотные характеристики были доступны для двух пластин — из нержавеющей стали марки 12х18Н10Т и титана марки ОТ4-1. Для каждой из пластин были решены прямые задачи — по известной геометрии и известным табличным параметрам материала получены численные амплитудно-частотные характеристики. На полученных результатах положение резонансных пиков совпадает с экспериментом с хорошей точностью. Однако экспериментальные графики содержат особенности, отсутствующие в модели. Пример экспериментальных и расчетных данных приведен на рис. 1. Различия связаны с особенностями натурного эксперимента.

Для обоих образцов была решена обратная задача с использованием данных натурных экспериментов. При ее решении был предложен и применен алгоритм уменьшения размера входных данных для ускорения вычислений. По результатам решения обратной задачи с использованием экспериментальных данных сформулированы предложения по дальнейшей доработке численной методики.

1. *Reddy J. N.* Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis. — Boca Raton, New York, London, Tokyo: CRC press, 2003.
2. *Bonaldi F.*, *Geymonat G.*, *Krasucki F.*, *Vidrascu M.* Mathematical and numerical modeling of plate dynamics with rotational inertia // Journal of Numerical Mathematics. — 2018. — V. 26, No. 1. — P. 21–33.
3. *Morley L. S. D.* The triangular equilibrium element in the solution of plate bending problems // Aeronautical Quarterly. — 1968. — V. 19, No. 2. — P. 149–169.
4. *Axenov V.*, *Vasyukov A.*, *Beklemysheva K.* Acquiring elastic properties of thin composite structure from vibrational testing data // 2022. arXiv: 2203.15857.

ОБОБЩЕННАЯ ТОЧКА КОССЕРА — МАТЕРИАЛЬНАЯ ТОЧКА С ТЕНЗОРОМ ИНЕРЦИИ И ТЕНЗОРОМ МАСС. НОВЫЕ КОНЕЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ДЛЯ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ

В. В. Лалин, Х. Х. Нго

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

В работах М. Б. Рубина [1] предложена модель, получившая название «точка Коссера», — материальная точка, обладающая массой и тензором инерции. С использованием этой модели построены новые конечные элементы для численного решения различных задач механики деформируемого твердого тела.

В настоящем докладе предложена новая модель материальной точки, обладающей, наряду с тензором инерции, тензором масс. Тензор масс по определению является симметричным положительно-определенным тензором. Следовательно, после приведения к главным осям тензор масс становится диагональным, но главные массы могут быть не равны друг другу. Это означает, что при движении по разным

направлениям материальная точка будет иметь разные массы. Такую модель можно назвать «обобщенной точкой Коссера».

В докладе показывается возможность использования обобщенной точки Коссера при построении новых конечных элементов для задач динамики стержневых систем. Эти конечные элементы являются развитием конечных элементов, предложенных в работе [2] для задач статики стержневых систем. Инерционные свойства новых конечных элементов сосредоточены в узлах, лежащих на концах абсолютно жестких невесомых консолей, прикрепленных к двум концам обычного стержневого элемента. Причем каждый узел содержит не обычную материальную точку, а обобщенную точку Коссера. Тензор масс обобщенной точки Коссера строится, исходя из двух условий: 1) полная масса нового конечного элемента по любому направлению должна совпадать с массой обычного двухузлового стержневого элемента; 2) собственные частоты нового конечного элемента должны совпадать с собственными частотами стандартного конечного элемента с согласованной матрицей масс. В результате удается построить конечный элемент с диагональной матрицей масс, который по жесткостным и динамическим характеристикам аналогичен стандартному конечному элементу с согласованной (и значит — полностью заполненной) матрицей масс.

Приводятся две возможные формулировки задач динамики: 1) в форме метода перемещений с новыми матрицами жесткости и масс; 2) в форме метода сил с новыми матрицами податливости и обратной матрицей масс. За счет использования новой модели все необходимые обращения матриц на уровне конечного элемента удается выполнить аналитически — в явном виде, т. е. не требуется численного обращения матриц жесткости и масс для построения матриц податливости и обратной матрицы масс.

Приводятся схемы алгоритмов для двух формулировок задач динамики и примеры определения собственных частот и форм колебаний и решения некоторых динамических задач для стержневых систем.

1. *Rubin M. B.* Cosserat theories: shells, rods and points. — Berlin: Springer Science & Business Media, 2000. — V. 79. — 312 p.
2. *Lalin Vladimir V.*, *Ngo Hiu H.* The Loop Resultant Method for Static Structural Analysis // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. — 2022. — V. 18, No. 2. — P. 72–81.

ОБ ОДНОЙ ОСОБЕННОСТИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА

С. Ю. Маламанов

БГТУ «Военмех», Санкт-Петербург, Россия

Многие прикладные задачи требует физически верного описания процессов плавления/затвердевания. Решение подобных задач стало возможным благодаря современным компьютерным технологиям [1]. Численное моделирование фазового перехода рассматривается на модельном примере затвердевания жидкого алюминия в песчаной форме — типичная задача металлургии. На рис. 1 показана модель твердого диска. В силу осевой симметрии задачи, достаточно рассмотреть плоскую постановку задачи с моделью, показанной на рис. 2.

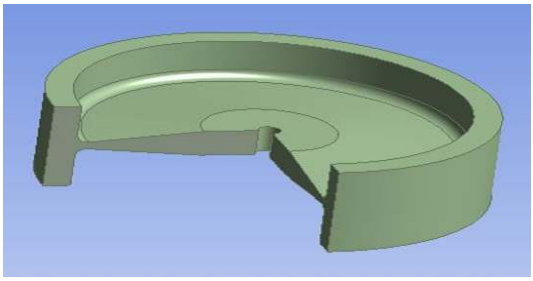


Рис. 1. Модель диска

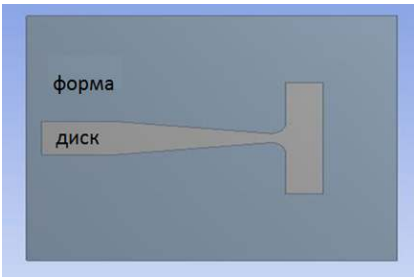


Рис. 2. Плоская модель диска

В начальный момент времени жидкий алюминий, при температуре 800 °C заливается в песчаную форму, имеющую температуру 30 °C. Теплообмен с окружающей средой происходит через верхнюю и правую стороны формы. Зависимость энтальпии алюминия от температуры показана на рис. 3.

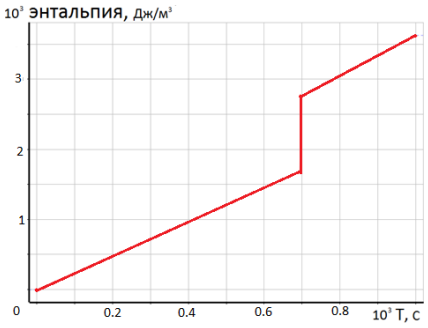


Рис. 3

На рисунке хорошо виден «скачок» энтальпии, соответствующий фазовому переходу из жидкой фазы в твердую. Этот переход происходит в диапазоне температур: 697–695 °C. Этот диапазон составляет 0,3%.

Некоторые результаты моделирования показаны на рисунках 4 и 5.

Рисунок 4 иллюстрирует изменение температуры алюминия в процессе остывания. По оси ординат отложена абсолютная температура, а по оси абсцисс — время в секундах. Горизонтальный участок (постоянная температура) характеризует процесс затвердевания. Это адекватно физике моделируемого процесса [2, 3]. На рис. 5 показаны различные фазы изучаемого процесса в разные моменты времени.

На следующем этапе была выяснена важная роль задания изменения энтальпии алюминия от температуры. Для этой цели, «скачок» энтальпии, соответствующий фазовому переходу из жидкой фазы в твердую, был задан в большем диапазоне — 646–745 °C, что составляет 13%. Рисунок 6 иллюстрирует изменение температуры алюминия в процессе остывания в этом случае.

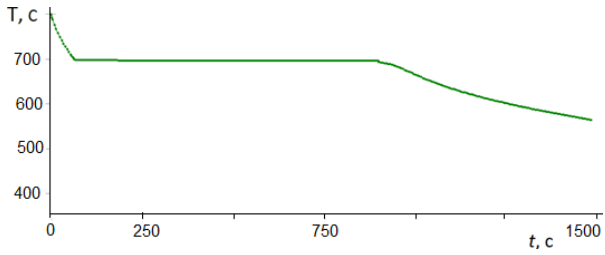


Рис. 4

Хорошо видно, что горизонтальный участок, характеризующий процесс затвердевания, отсутствует. Таким образом, происходит плавное уменьшение температуры жидкого алюминия.

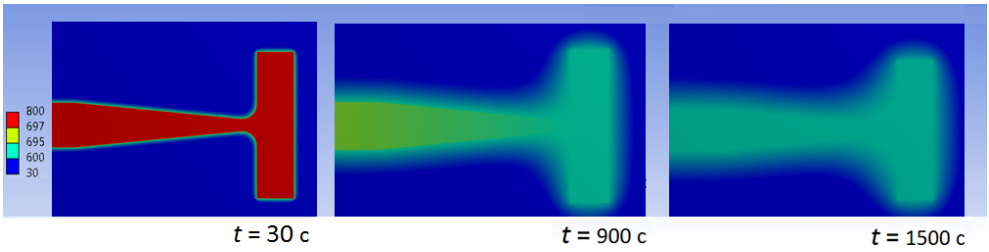


Рис. 5

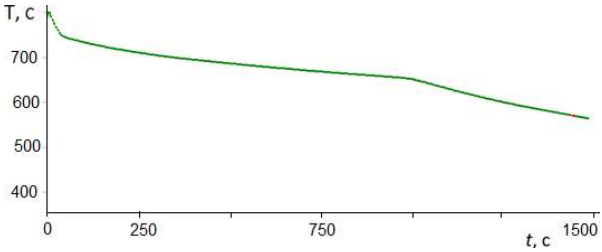


Рис. 6

Таким образом, можно сделать вывод о том, что при численное моделирование физически верно описывает фазовый переход «расплав–металл». При этом, большое значение имеет «точное» задание зависимости энтальпии металла от температуры.

1. *Будилов И. Н.*, *Лукащук Ю. В.* Моделирование течений в ванне алюминиевого расплава в ванне электролизера методом конечных элементов // Вестник УГАТУ. Машиностроение. — 2007. — Т. 9, №1(19). — С. 133–139.
2. *Френкель Я. И.* Кинетическая теория жидкостей. — Л.: Наука. Ленинградское отделение, 1975. — 594 с.
3. *Кикоин А. К.*, *Кикоин И. К.* Молекулярная физика: учебное пособие. — 4-е изд. — СПб.: Лань, 2021. — 480 с.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ПЕРСПЕКТИВНОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД*

***С. И. Мартыненко*[1], *İ. Gökalp*[2], *П. Д. Токталиев*[1], *М. Karaca*[2], *С. О. Дорофеенко*[1]**

[1]*ФИЦ ПХФ и МХ РАН, Черноголовка, Московская обл., Россия;*
[2]*Middle East Technical University, Ankara, Türkiye*

Стремительное развитие вычислительной техники оказало сильное влияние на многие научные дисциплины и инженерные приложения. Появилась возможность снижения объема дорогостоящих физических экспериментов в научных ис-

*Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 21-51-46007 СТ_а, «Разработка и приложение высокоэффективных параллельных алгоритмов для суперкомпьютерного моделирования сложных реагирующих течений») и Советом Турции по научно-техническим исследованиям (TÜBİTAK), Grant No: ARDEB-220N170.

следованиях, а так же перспектива оптимизации условий протекания физико-химических процессов в технологическом оборудовании с целью повышения эффективности его работы [1, 5].

Современное математическое моделирование развивается преимущественно в следующих направлениях:

— решение все более и более сложных прикладных задач (real life problems), которые связаны с моделированием сильно связанных между собой физико-химических процессов (multiphysics simulation);

— совершенствование математических моделей отдельных физико-химических процессов, которые имеют квантовую природу и принципиально не могут быть описаны в приближении механики сплошных сред (горение, термодеструкция и др.);

— развитие комплексов программ, устроенных по принципу «черного ящика» (black-box software).

Современный специалист уже не в состоянии охватить все особенности используемых математических моделей, численных методов, технологий распараллеливания вычислений и архитектур современных суперкомпьютеров, и открытого программного обеспечения. Единственная возможность эффективного использования вычислительной техники состоит в разработке комплексов программ, устроенных по принципу «черного ящика», которые позволит узкоквалифицированным специалистам решать сложные междисциплинарные задачи.

Разработка комплексов программ, устроенных по принципу «черного ящика», связана с необходимостью учета следующих факторов:

1. *Разнообразие решаемых задач и, как следствие, разнообразие численных методов для их решения.* В настоящее время разработано огромное количество математических моделей и еще более огромное количество численных методов для решения нелинейных (начально-)краевых задач для систем сильно связанных дифференциальных уравнений в частных производных (зачастую особого вида, как уравнения Навье–Стокса). Однако для перспективных комплексов программ нужен «один эффективный и параллельный численный метод для решения всех задач, которые мы в принципе умеем решать». Очевидно, что разработка такого универсального алгоритма проблематична из-за разнообразия решаемых прикладных задач и методов их решения.

2. *Разнообразие программно-аппаратных средств, используемых для моделирования физико-химических процессов.* Чересчур быстрое обновление современных программно-аппаратных средств затрудняет разработку параллельных алгоритмов для практических приложений.

3. *Принципиальная невозможность создания вычислительной технологии, устроенной по принципу «черного ящика», необходимость автономной оптимизации проблемно-зависимых компонентов алгоритмов.* Сложность современных математических моделей практически исключает возможность их теоретического исследования, поэтому ряд проблемно-зависимых компонентов алгоритма (вычислительная сетка, упорядочение неизвестных, тип итераций (совместный или сегрегированный), контроль сходимости итераций по нелинейности, критерий останова и т. д.) невозможно выбрать заранее оптимальным образом [2]. Поэтому нужна экономичная в вычислительном смысле оптимизация проблемно-зависимых компонентов для уменьшения алгоритмической трудоемкости без контроля со стороны пользователя. Особенно это важно для задач, исключающих возможность проведения дополнительных вычислительных экспериментов для оптимизации алгоритма.

Разработанные к настоящему времени программные средства (Fluent, Star-CCM+, COMSOL's CFD Module, Altair's AcuSolve, Логос, OpenFOAM и другие) являются

лишь набором строительных блоков и диагностических инструментов, которые существенно упрощают моделирование, однако они еще очень далеки от необходимого уровня формализации вычислений [3, 4].

В докладе сформулированы и научно обоснованы количественные требования к вычислительным алгоритмам для перспективных программных средств, предназначенных для моделирования физико-химических процессов (триада «универсальность–эффективность–параллелизм»). Сформулирована проблема построения линейного универсального алгоритма в зависимости от обусловленности решаемой дискретной задачи.

Одной из характерных особенностей современных прикладных задач является сложная геометрия расчетной области, которая затрудняет построение адаптивных вычислительных сеток. С одной стороны, гораздо проще разработать автоматический генератор неструктурированных сеток в многосвязных областях, однако эффективный алгоритм решения результирующей системы нелинейных алгебраических уравнений проще разработать, если вычислительная сетка является структурированной. В настоящее время алгебраические многосеточные методы (AMG), не использующие информацию о сетке, все чаще используют в программном обеспечении, устроенном по принципу «черного ящика». Однако AMG трудно принять для совместного параллельного решения нелинейных седловых задач, поэтому в докладе представлен двухсеточный алгоритм, позволяющий сочетать преимущества структурированных и неструктурированных сеток, т. е. реализующий метод вспомогательного пространства (auxiliary space method [6]). Показаны преимущества двухсеточного предобуславливания по сравнению с AMG при параллельном решении нелинейных седловых задач и автономной оптимизации проблемно-зависимых компонент алгоритма.

1. *Мартыненко С. И.* Многосеточная технология: теория и приложения / Под ред. М. П. Галанина. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015. — 208 с.
2. *Martynenko S. I.* Robust Multigrid Technique. For Black-Box Software. — Berlin: De Gruyter, 2017.
3. *Мартыненко С. И.* Последовательное программное обеспечение для универсальной многосеточной технологии. — М.: Триумф, 2020. — URL: `http://github.com/simartynenko/Robust\_Multigrid\_Technique\_2020`.
4. *Мартыненко С. И.* Параллельное программное обеспечение для универсальной многосеточной технологии. — М.: Триумф, 2021. URL: `https://github.com/simartynenko/Robust\_Multigrid\_Technique\_2021\_OpenMP`.
5. *Trottenberg U., Oosterlee C. W., Schüller A.* Multigrid. — London: Academic Press, 2001.
6. *Xu J.* The auxiliary space method and optimal multigrid preconditioning techniques for unstructured grids // Computing. — 1996. — V. 56. — P. 215–235.

АЛГОРИТМ ПОДВИЖНОГО ОКНА ДЛЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ИНТЕРВАЛЬНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

А. Ю. Морозов[1,2]***, Д. Л. Ревизников***[1,2]

[1]*ВЦ ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия;* [2]*МАИ, Москва, Россия*

Задачи идентификации динамических систем по эмпирическим данным актуальны для широкого круга приложений. Как правило, для получаемых из эксперимента данных характерно наличие разброса в значениях. В основном это связано

с погрешностями проводимых измерений или с воздействием внешних факторов. Наиболее простым описанием неопределенности является интервальная оценка возможных значений. В этой связи математические модели динамических систем формулируются с использованием интервальных параметров. Преимущество интервальных моделей заключается в том, что они дают ограничения на интересующие величины, в то время как с помощью традиционных моделей находят точечные приближенные оценки.

Как и при обычной параметрической идентификации, здесь составляется целевая функция в пространстве областей неопределенности параметров, характеризующая степень отклонения модельных множеств от интервальных экспериментальных данных. Для минимизации целевой функции разработан алгоритм подвижного окна, являющийся обобщением ранее разработанного подхода [1] и относящийся к градиентным методам. В его основе лежит алгоритм адаптивной интерполяции [2–4], позволяющий в рамках заданной области неопределенности параметров (окна) в явном виде получать параметрические множества состояний динамической системы. Ключевое преимущество алгоритма подвижного окна состоит в том, что он стремится получить область неопределенности параметров как можно меньшего объема, не допуская присущего интервальным методам расширения искомой области.

Один шаг алгоритма заключается в изменении текущей области неопределенности параметров с целью уменьшения отклонения модельного решения от эксперимента. Экспериментальные интервальные данные с геометрической точки зрения являются многомерными прямоугольными параллелепипедами. Для каждой вершины параллелепипеда определяется ближайшая точка в соответствующем параметрическом множестве состояний динамической системы, и находится точка-прообраз в пространстве параметров в рамках текущего окна. Для каждого прообраза оценивается, куда он должен переместиться, чтобы уменьшилось расстояние между параметрическим множеством и соответствующей вершиной. Все прообразы, и точки, куда они должны переместиться, заключаются в область определенной геометрической формы (прямоугольный параллелепипед) минимального объема. Таким образом, получается новое окно. Алгоритм останавливается тогда, когда окно перестает перемещаться.

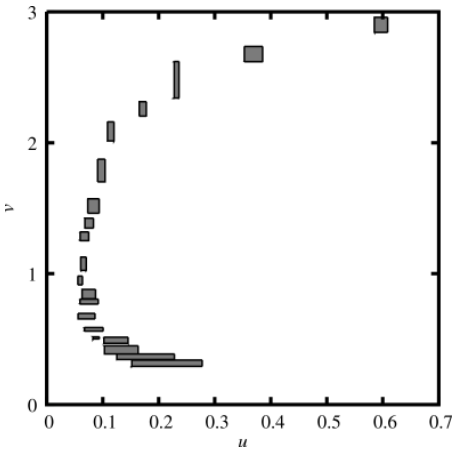


Рис. 1. Квазиэкспериментальные интервальные оценки фазовых переменных в различные моменты времени

Рассмотрим систему ОДУ с двумя неизвестными параметрами, которая соответствует модели Лотки–Вольтерры:

$$\begin{cases} u' = \alpha u - 2uv, \\ v' = -v + \beta uv, \\ u(0) = 1, \quad v(0) = 3, \\ \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_\alpha \xi_1 \\ s_\beta \xi_2 \end{pmatrix}, \\ \xi_1 \in [-1, 1], \quad \xi_2 \in [-1, 1], \\ t \in [0, 2{,}5], \end{cases}$$

где α_0, β_0, s_α, s_β, φ — неизвестные параметры области неопределенности (окна).

На рис. 1 показаны квазиэкспериментальные интервальные данные, сгенерированные при следующих значениях параметров: $\alpha_0 = 2{,}00$, $\beta_0 = 0{,}98$, $s_\alpha = 0{,}21$,

$s_\beta = 0{,}39$, $\varphi = -0{,}67$. Выполняется решение задачи параметрической идентификации. Начальные значения параметров: $\alpha_0^{(0)} = 2{,}50$, $\beta_0^{(0)} = 0{,}50$, $s_\alpha^{(0)} = 0{,}05$, $s_\beta^{(0)} = 0{,}05$, $\varphi^{(0)} = 0{,}00$. На рис. 2 проиллюстрирован процесс работы алгоритма. В верхних четырех строках показаны квазиэкспериментальные оценки фазовых переменных (темно-серый цвет) для нескольких моментов времени $t_k = k/8$ ($k = 1, 7, 14, 20$) и соответствующие модельные множества (светло-серый цвет) на всех шагах алгоритма подвижного окна. Серые линии соединяют каждую вершину темно-серого прямоугольника с ближайшей точкой в соответствующем параметрическом множестве. Сумма квадратов длин этих линий фактически определяет значение минимизируемой целевой функции.

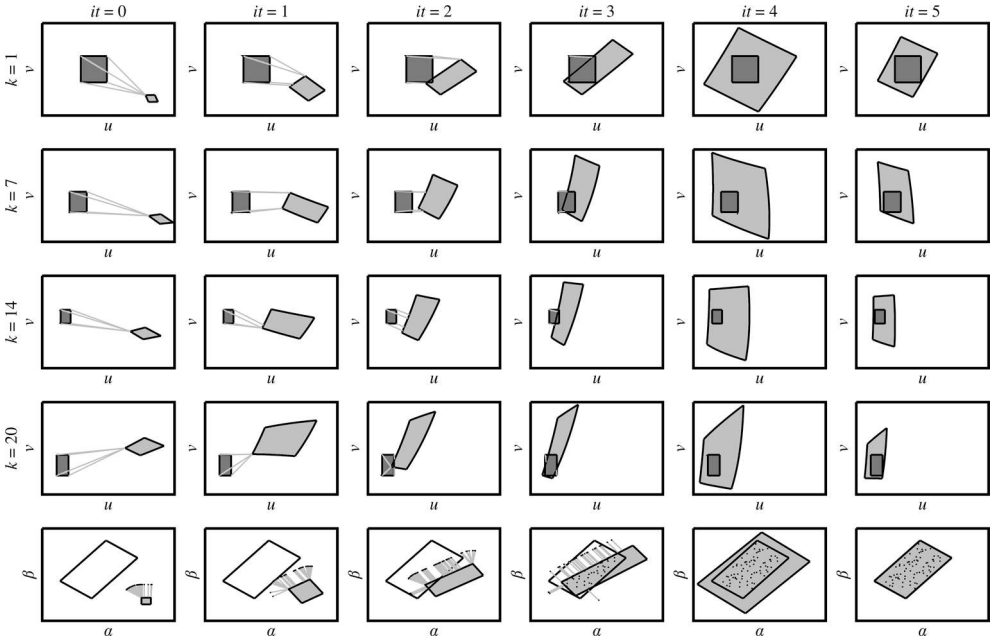


Рис. 2. Иллюстрация работы алгоритма

Последняя строка на рис. 2 демонстрирует, как движется окно (закрашенная фигура) в пространстве параметров $\alpha \times \beta$. Исходное множество показано незакрашенной фигурой (точное решение). Серые линии соединяют найденные прообразы и точки, куда они должны переместиться. Каждое окно покрывает линии, полученные на предыдущем шаге. Со второй итерации линии начинают вырождаться, это говорит о том, что для соответствующей экспериментальной точки найдены значения α и β, при которых отклонение от модельного решения будет минимально (в данном примере равно нулю). После пятой итерации окно перестает перемещаться.

Найденные значения α_0, β_0, s_α, s_β, φ на последней итерации алгоритма совпадают с исходными значениями. Модельные множества полностью содержат в себе интервальные оценки фазовых переменных, что говорит о работоспособности и эффективности алгоритма.

1. *Морозов А. Ю.*, *Ревизников Д. Л.* Интервальный подход к решению задач параметрической идентификации динамических систем // Дифференциальные уравнения. — 2022. — Т. 58, №7. — С. 962–976. — DOI: 10.31857/S0374064122070081.

2. *Морозов А. Ю.*, *Ревизников Д. Л.* Алгоритм адаптивной интерполяции на разреженных сетках для численного интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений с интервальными неопределенностями // Дифференциальные уравнения. — 2021. — Т. 57, №7. — С. 976–987. — DOI: 10.31857/S0374064121070104.
3. *Гидаспов В. Ю.*, *Морозов А. Ю.*, *Ревизников Д. Л.* Алгоритм адаптивной интерполяции с использованием ТТ-разложения для моделирования динамических систем с интервальными параметрами // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2021. — Т. 61, №9. — С. 1416–1430. — DOI: 10.31857/S0044466921090106.
4. *Морозов А. Ю.* Параллельный алгоритм адаптивной интерполяции на основе разреженных сеток для моделирования динамических систем с интервальными параметрами // Программная инженерия. — 2021. — Т. 12, №8. — DOI: 10.17587/prin.12.395-403.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ТЕРМОДИНАМИКИ ПЛАЗМООБРАЗУЮЩИХ СРЕД — ИСТОЧНИКОВ МОЩНОГО СЕЛЕКТИВНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Д. Б. Нгуен

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Построена вычислительная модель для расчета термодинамических свойств слабонеидеальной плазмы инертных газов и паров щелочных металлов, применяемых в качестве наполнения мощных разрядных источников излучения лампового типа. Подобные расчеты являются необходимым этапом формирования базы данных по составу, плотности, теплоемкости, энтальпии многокомпонентной плазмы, ее оптическим и транспортным свойствам [1, 2]. Модель строится на основе системы уравнений, включающей уравнения Саха, уравнение закона Дальтона, соотношения количеств тяжелых частиц, условие квазинейтральности плазмы, уравнение для нахождения параметра неидеальности, выражений для констант равновесия с учетом снижения потенциалов ионизации.

Учет неидеальности при вычислениях составов многокомпонентной плазмы проводится посредством ограничения статистических сумм по связанным состояниям и введения поправок на взаимодействие заряженных частиц в уравнение состояния Δp и в значения потенциалов ионизации ΔE. Используется дебаевское приближение в большом каноническом ансамбле [3], обеспечивающее предельный переход к обычному приближению Дебая–Хюккеля. Принимаются во внимание атомы и ионы высоких кратностей ионизации.

В работе проведены исследования термодинамических характеристик плазмы Xe, Kr, Cs, Co и их смесей в диапазоне температур $T = 10^3$–$3 \cdot 10^4$ K и давлений 0,1–2,5 МПа. Влияние внутренних микрополей на статистические суммы по состояниям показано на рис. 1 для Cs I. Видно, что сдвиг границы заметно уменьшает статсумму и сказывается на результатах расчета составов и других характеристик. Для элементов с более высоким потенциалом ионизации (у ртути — 10,43 эВ, у ксенона — 12,129 эВ по сравнению с 3,89 эВ у цезия) роль сдвига заметно меньше.

В мощных источниках излучения [2, 4–6] реализуются температуры, когда плазма становится высокоионизованной, и в процесс включаются ионы второй и третьей кратностей ионизации. Например, в ксеноновой плазме при температурах T примерно до $13 \cdot 10^3$ K преобладают атомы Xe I (рис. 2). При более высоких температурах возрастает концентрация иона Xe II, который при $T = 15 \cdot 10^3$ K и выше становится доминирующим. При температурах выше $22 \cdot 10^3$ картина корректируется появлением ионов следующей стадии ионизации — Xe III.

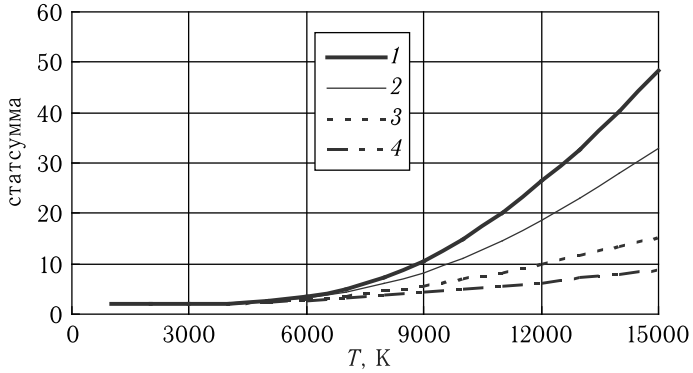


Рис. 1. Зависимость статсуммы атома Cs от температуры и положения уровня, определяющего границу суммирования: *1* — $\Delta E = 0{,}003$ эВ; *2* — 0,0506; *3* — 0,445; *4* — 1,088

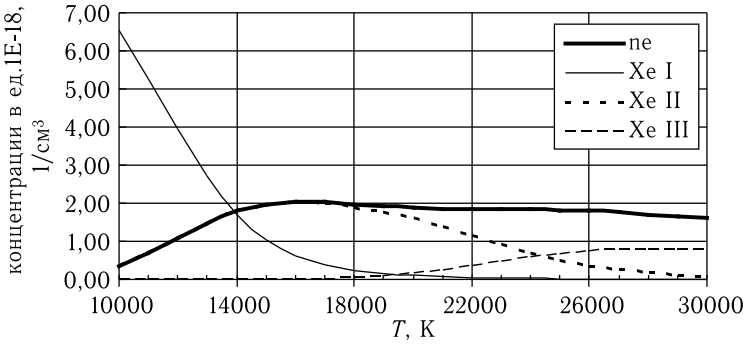


Рис. 2. Состав плазмы ксенона. Давление плазмы $p = 1$ МПа

Учет ионов при расчетах теплофизических и оптических свойствах плазмы играет решающие роль при моделировании процессов в разряде [7] в режимах с высокими значениями удельных электрических мощностей, в том числе при анализе таких эффектов, как «просветление плазмы», перегревная неустойчивость и др. При этом радиационный перенос в линиях ионов развивается на мощном непрерывном фоне, создаваемом фоторекомбинационными и свободно-свободными переходами электронов, что несколько искажает реальный вклад ионов в формирование оптических спектров и затрудняет правильную интерпретацию спектральных измерений.

С увеличением давления до 2,5 МПа концентрации атомов и ионов ксенона выравниваются примерно при $T = 15 \cdot 10^3$ K, а ионы Xe III появляются в заметном количестве после $T = 26 \cdot 10^3$ K.

1. *Градов В. М.* Разработка методов расчета и исследование радиационных процессов в системах с разрядными источниками селективного излучения: Дисс. д-ра техн. наук / МГТУ им. Н. Э. Баумана. — М., 2002. — 323 с.
2. *Градов В. М.*, *Иванов В. В.*, *Терентьев Ю. И.*, *Щербаков А. А.* К теории мощного нестационарного ксенонового разряда с учетом испарения стабилизирующих его стенок // Теплофизика высоких температур. — 1981. — Т. 19, №1. — С. 28.
3. *Грязнов В. К.*, *Иосилевский И. Л.*, *Красников Ю. Г.* Теплофизические свойства рабочих сред газофазного ядерного реактора. — М.: Атомиздат, 1980. — 304 с.
4. *Филиппов М. В.*, *Коробков С. С.*, *Градов В. М.*, *Желаев И. А.* Ультрафиолетовое излучение импульсно-периодических разрядов высокого давления в ксеноне // Математика и математическое моделирование. — 2017. — №6. — С. 54–69.

5. *Гавриш С. В.*, *Кобзарь А. И.*, *Кугушев Д. Н.*, *Градов В. М.* Разработка модулируемых цезиевых источников ИК — излучения повышенной мощности // Прикладная физика. — 2010. — №2. — С. 85–90.
6. *Hancock P.*, *Curry R. D.*, *McDonald K. F.*, *Altgilbers L.* Megawatt, Pulsed Ultraviolet Photon Sources for Microbial Inactivation // IEEE Transactions on Plasma Science. — 2004. — V. 32, No. 5. — P. 2026–2031.
7. *Градов В. М.*, *Гавриш С. В.*, *Коробков С. С.*, *Пугачев Д. Ю.* Ультрафиолетовое излучение импульсно-периодических разрядов в инертных газах // Прикладная физика. — 2019. — №6. — С. 18–23.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ В КВАРЦЕВЫХ И САПФИРОВЫХ ОБОЛОЧКАХ МОЩНЫХ ИСТОЧНИКОВ УФ-ИЗЛУЧЕНИЯ

Д. Б. Нгуен

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

В источниках мощного излучения лампового типа различного назначения разряд стабилизируется цилиндрической оболочкой из полупрозрачного материала (кварц, сапфир, поликор) [1–3]. В настоящей работе выполнено моделирование нестационарных температурных полей в оболочках разрядов в инертных газах, работающих в импульсно-периодических режимах в условиях естественного и принудительного воздушного охлаждения. Процессы в оболочках рассматриваются на основе нестационарного уравнения энергии, в котором учитывается радиационные источники тепла, и уравнений переноса излучения в приближении Шустера–Шварцшильда, записанного для цилиндрического слоя. Учитываются все основные факторы теплового нагружения цилиндрической стенки: поток тепла из плазмы разряда за счет теплопроводности, поверхностное поглощение излучения разряда в УФ- и ИК-областях спектра, объемное поглощение спектральных компонент, сброс тепла за счет собственного объемного и поверхностного излучения стенки в длинноволновой области непрозрачности, а также наружного охлаждения [4–6].

Температурные распределения в стенке определяются большим числом геометрических, электрических и физических параметров разряда и характеристик оболочки, анализ роли которых в формировании полей температур выполнен в настоящей работе [7, 8]. Рисунок 1 отражает влияние энергии импульсов W_0 и частоты их следования на максимальную температуру в импульсе и температуру внешней поверхности кварцевой оболочки в установившемся режиме (диаметр канала разряда — 0,7 см, межэлектродное расстояние — 12 см, емкость — 198 мкФ, индуктивность 87,7 мкГн, активное сопротивление контура 0,083 Ом, давление наполнения ксенона $p_0 = 0{,}036$ МПа). Для представленных вариантов значений W_0 при одинаковой средней электрической мощности $P_c = W_0 f$ в диапазоне 200–1600 Вт температура T_2 отличается менее, чем 2%, тогда как различия в $T_{1\max}$ более значимы и доходят до 25%.

С уменьшением длительности разряда температура $T_{1\max}$ увеличивается при фиксированных W_0 и P_c из-за роста потоков энергии из плазмы, нагружающих оболочку, при этом T_2 практически не меняется (рис. 2, кривые *3*, *4*).

Результаты работы позволяют оптимизировать температурные режимы оболочки и составляют массив данных, согласованных с параметрами разряда, имеющий

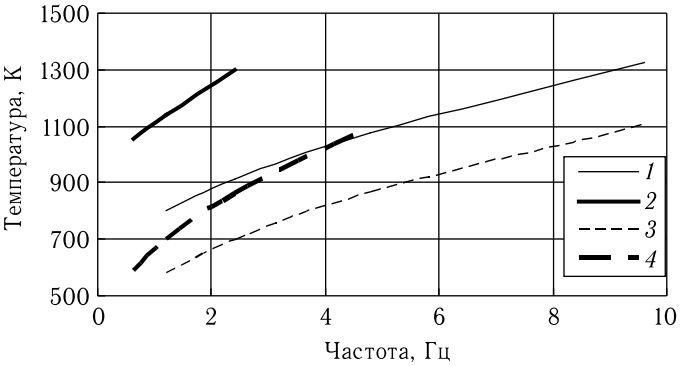


Рис. 1. Зависимость температуры на внутренней $T_{1\,max}$ и внешней T_2 поверхности оболочки от частоты следования импульсов при $W_0 = 167$ Дж (*1*, *3*) и 320 Дж (*2*, *4*): *1*, *2* — максимальная температура $T_{1\,max}$; *3*, *4* — T_2

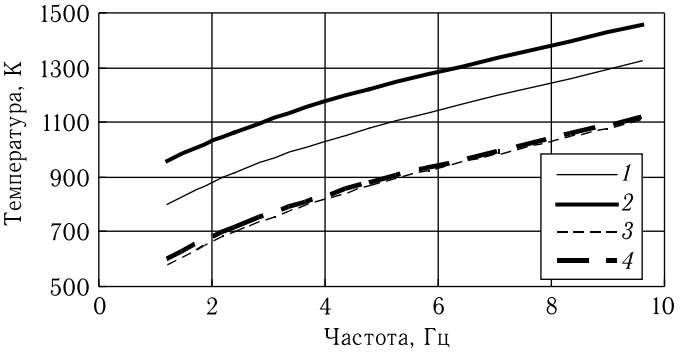


Рис. 2. Зависимость $T_{1\,max}$ и T_2 от частоты следования импульсов f при $W_0 = 167$ Дж и временах импульса $\tau_{0,35} = 350$ мкс (*1*, *3*) и 140 мкс (*2*, *4*): *1*, *2* — максимальная температура $T_{1\,max}$; *3*, *4* — T_2

большое значение для построения адекватных моделей долговечности источников излучения.

1. *Маршак И. С.*, *Дойников А. С.*, *Жильцов В. П.* Импульсные источники света. — М.: Энергия, 1978. — 472 с.
2. *Hancock P.*, *Curry R. D.*, *McDonald K. F.*, *Altgilbers L.* Megawatt, Pulsed Ultraviolet Photon Sources for Microbial Inactivation // IEEE Transactions on Plasma Science. — 2004. — V. 32, No. 5. — P. 2026–2031.
3. *Гавриш С. В.*, *Кобзарь А. И.*, *Кугушев Д. Н.*, *Градов В. М.* Разработка модулируемых цезиевых источников ИК-излучения повышенной мощности // Прикладная физика. — 2010. — №2. — С. 85–90.
4. *Градов В. М.* Разработка методов расчета и исследование радиационных процессов в системах с разрядными источниками селективного излучения: Дисс. д-ра техн. наук / МГТУ им. Н. Э. Баумана. — М., 2002. — 323 с.
5. *Филиппов М. В.*, *Коробков С. С.*, *Градов В. М.*, *Желаев И. А.* Ультрафиолетовое излучение импульсно-периодических разрядов высокого давления в ксеноне // Математика и математическое моделирование. — 2017. — №6. — С. 54–69.
6. *Градов В. М.*, *Мак А. А.*, *Щербаков А. А.* Расчет оптических характеристик ксеноновой плазмы с учетом влияния продуктов эрозии оболочки // Оптика и спектроскопия. — 1977. — Т. 43, №2. — С. 207–217.

7. *Градов В. М.*, *Гавриш С. В.*, *Коробков С. С.*, *Пугачев Д. Ю.* Ультрафиолетовое излучение импульсно-периодических разрядов в инертных газах // Прикладная физика. — 2019. — №6. — С. 18–23.
8. *Градов В. М.*, *Иванов В. В.*, *Терентьев Ю. И.*, *Щербаков А. А.* К теории мощного нестационарного ксенонового разряда с учетом испарения стабилизирующих его стенок // Теплофизика высоких температур. — 1981. — Т. 19, №1. — С. 28.

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПЕРКОЛЯЦИОННЫХ ЗАДАЧ НА ДВУМЕРНОЙ РЕШЕТКЕ

А. А. Нестеров, М. М. Бузмакова

ПГНИУ, Пермь, Россия

Постоянное увеличение вычислительных ресурсов современной техники способствует развитию теории параллельных реализаций численных методов [1–3]. Однако, возникает ряд трудностей, связанных с сильнозависимыми параллельными алгоритмами от конкретной вычислительной системы и отсутствием единых подходов к распараллеливанию однотипных численных методов. Каждая параллельная реализация того или иного алгоритма, которое дает ускорение на одном устройстве, не гарантирует того же эффекта на другом. Поэтому актуальным является разработка и реализация таких параллельных алгоритмов, которые можно было б использовать для решений широкого круга однотипных задач.

Теория перколяции становится все более популярной среди исследователей, так как с помощью ее подходов можно описать широкий круг задач [например, 4–6]. Решение перколяционных задач включает в себя проведение численного эксперимента с использованием методов Монте-Карло и занимает порой немало времени. В связи с этим, теория перколяции развивается в нескольких направлениях: развитие фундаментальных сведений теории, разработка эффективных алгоритмов, практическое применение ее подходов. В рамках настоящей работы предложена параллельная реализация алгоритмов, разработанных для перколяционных задач на двумерной решетке, с целью ускорения проведения численных экспериментов.

Рассмотрена перколяционная задача узлов на квадратной решетке, для которой уже известно значение порога перколяции. Для задачи разработаны последовательный и параллельный варианты решений с реализацией алгоритмов инициализации решетки, распределения узлов решетки по кластерам (алгоритм Хошена–Копельмана [7]), поиска перколяционного кластера. Был проведен компьютерный эксперимент по определению значения порога перколяции и по оценке времени работы последовательной и параллельной версии программ, который показал эффективность представленных в работе параллельных алгоритмов. Полученное значение порога перколяции совпало с известным, что говорит об адекватности и правильности предложенных параллельных алгоритмов. Для рассмотренных линейных размеров решеток ускорение работы программы было достигнуто 2–3 раз и с увеличением размера решетки ускорение растет. Это подтверждает эффективность предложенных параллельных алгоритмов.

В настоящее время авторами ведется исследование возможности применения разработанных алгоритмов для изучения перколяции неточечных объектов на квадратной решетке.

1. Параллельный вариант численного метода решения многомерного уравнения переноса с запаздыванием / С. И. Солодушкин, А. А. Сагоян, И. Ф. Юманова. — Екатеринбург, 2013. — С. 315–325.

2. *Данилкин Е. А.*, *Старченко А. В.* Параллельная реализация численного метода решения системы уравнений Навье–Стокса при моделировании крупных вихрей турбулентных течений. — Томский государственный университет, 2009. — С. 49–61.
3. *Гергель В. П.* Теория и практика параллельных вычислений: учебное пособие. — М.: Интернет-Университет Информационных Технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2016. — 423 с.
4. *Лесько С. А.*, *Алешкин А.С.*, *Филатов В. В.* Стохастические и перколяционные модели динамики блокировки вычислительных сетей при распространении эпидемий эволюционирующих компьютерных вирусов // Российский технологический журнал. — 2019. — Т. 7, №3. — С. 7–27. — DOI: 10.32362/2500-316X-2019-7-3-7-27.
5. *Прокошев В. В.*, *Скляренко В. А.*, *Шамин П. Ю.* Опыт применения моделей перколяционного типа для анализа процесса прохождения сигнала в больших ансамблях движущихся объектов // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Серия: Информационные технологии. — 2013. — Т. 11, вып. 2. — С. 73–81.
6. *Абдулалиев Ф. А.*, *Бельшина Ю. Н.* Применение теории перколяции для описания фрактального структурообразования элементов в неоднородных средах на примере горения полимерных материалов при пожаре // Современные проблемы гражданской защиты. — 2016. — №2(19).
7. *Hoshen J.*, *Kopelman R.* Percolation and cluster distribution. I. Cluster multiple labeling technique and critical con-centration algorithm // Phys. Rev. B. — 1976. — V. 1(14). — P. 3438–3445.

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ НА АДАПТИВНЫХ ДЕКАРТОВЫХ СЕТКАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОТКРЫТОЙ БИБЛИОТЕКИ P4EST

В. С. Никитин

ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия

В работе представлена комбинация методов, позволяющая эффективно решать широкий класс задач газовой динамики, в которых нестационарность и многомасштабность, вызванная в первую очередь динамикой обтекаемых твердых тел, делает использование сеток, связанных с телами, неэффектвным. Для эффективного решения таких задач нужно в процессе счета динамически выделять области, требующие сеточного разрешения различной степени подробности. Кроме того, трехмерность задач подразумевает наличие эффективной параллелизации, так как типичное число ячеек уходит на сотни миллионов от небольшого увеличение точности.

С перечисленными вызовами хорошо справляются локально-адаптивные декартовые сетки, для которых приспособлены все использованные алгоритмы. Работа с такими сетками на параллельных вычислительных комплексах с распределенной памятью организована при помощи открытой, хорошо масштабируемой библиотеки p4est [1]. Библиотека позволяет разбивать расчетную область на топологически связанные подобласти. Каждая такая подобласть представляет собой октодерево, т. е. расчетную ячейку, которую можно рекурсивно делить на 8 ячеек меньшего размера. При этом данные хранятся в одномерных массивах, отсортированных по индексу Мортона, что позволяет получать быстрый доступ к данным и проводить балансировку нагрузки ядер.

Для динамической адаптации используется разработанный докладчиком и его коллегами алгоритм на базе локального вейвлетного анализа [2]. Для каждой ячейки, для которой необходимо принять решение о ее измельчении или объединении в более крупную, строится шаблон из 5 ячеек по каждой из осей. Для каждого шаблона строится вейвлетное преобразование на основе неравномерных B-сплайнов. По вычисленным вейвлетным коэффициентам определяется избыточность или недостаточность масштаба сетки в ячейке.

Для учета граничных условий, связанных с наличием в расчетной области твердых тел используется модифицированный докладчиком метод свободной границы [3, 4]. В нем ячейки делятся по статусу на «чисто газовые», «пересекаемые», и «чисто твердые». Для первых считается обычные потоки для уравнений Эйлера, для вторых дополнительно считаются компенсационные потоки, добавление которых заменяет собой учет граничных условий. Третьи временно не участвуют в расчете, пока не сменят свой статус, и максимально огрублены.

Возможности программного комплекса, в котором реализованы перечисленные методы, продемонстрирован на некоторых задачах со свободно движущимися телами.

1. *Burstedde C., Wilcox L., Ghattas O.* p4est: Scalable Algorithms for Parallel Adaptive Mesh Refinement on Forests of Octrees // SIAM J. Sci. Comput. — 2011. — V. 33, No. 3. — P. 1103–1133.
2. *Афендиков А. Л. и др.* Адаптивные вейвлетные алгоритмы на декартовых сетках. — М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2016. — 232 с.
3. *Меньшов И. С., Корнев М. А.* Метод свободной границы для численного решения уравнений газовой динамики в областях с изменяющейся геометрией // Матем. моделирование. — 2014. — Т. 26, №5. — С. 99–112.
4. *Меньшов И. С., Павлухин П. В.* Эффективный параллельный метод сквозного счета задач аэродинамики на несвязных декартовых сетках // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2016. — Т. 56, №9. — С. 1677–1691.

АЛГОРИТМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕРЫ ЦЕНТРАЛЬНОСТИ СЕТИ ДЛЯ ПОИСКА ЕЕ КЛЮЧЕВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

К. А. Пантелеев

МАИ, Москва, Россия

Показатель центральности или близости к центру при анализе сетей определяет важные вершины графа, соответствующего сети. Этот показатель используется в различных сферах жизнедеятельности общества от источников распространения инфекции до выявления значимых лиц в обществе. Связанным с понятием центральности вершины является показатель меры центральности самой сети [1–3].

В работе рассмотрены алгоритмы, учитывающие два подхода к определению индекса центральности сети: центральность вершины по связности, как выражение потенциальной активности, и центральность вершины по посредничеству, как возможность управления передачей.

Концепция центральности вершины по степени связности состоит в том, что наиболее активными считаются вершины, имеющие наибольшую степень. Центральность по степени $C_D(v_i)$ вершины v_i определяется как количество смежных с v_i вершин:

$$C_D(v_i) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij},$$

где $a_{ij} = 1$ тогда и только тогда, когда вершины соединены ребром. В работе предложен вариант определения, не зависящий от размеров сети, — это относительная центральность по степени:

$$C'_D(v_i) = \frac{\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}}{n-1}.$$

Центральность по посредничеству основывается на частоте прохождения через вершину кратчайших путей между всеми парами вершин. Предполагается, что соответствующий актор может влиять на группу вершин, поддерживая, придерживая или разрушая процесс передачи информации. Пусть g_{ij} — количество кратчайших путей от вершины графа v_i до вершины v_j, а $g_{ij}(k)$ — количество кратчайших путей от v_i до v_j, проходящих через v_k.

Тогда мера центральности $C_B(v_k)$ для вершины v_k определяется следующим образом:

$$C_B(v_k) = \sum_i \sum_j \frac{g_{ij}(k)}{g_{ij}} \quad (i \neq j \neq k),$$

где $g_{ij(k)}/g_{ij} = 0$ тогда и только тогда, когда количество кратчайших путей между v_i и v_j равно нулю. Эта величина определяет долю кратчайших путей между вершинами v_i и v_j, проходящих через v_k, и ее можно интерпретировать как вероятность того, что случайно выбранный кратчайший путь между v_i и v_j пройдет через v_k.

Таким образом, если $C_G(v_i)$ — центральность вершины v_i графа $G(V, E)$, а $C_G(v^*)$ — максимальное значение центральности вершины при том или ином подходе к ее определению, то индекс центральности графа определяется как:

$$C_G = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} [C_G(v^*) - C_G(v_i)]}{\max \sum\limits_{i=1}^{n} [C_G(v^*) - C_G(v_i)]}.$$

Рассматривая понятие достаточной централизованности графа и его ключевых вершин (т. е. тех вершин, удаление которых нарушает достаточную централизованность графа при заданном пороговом значении [4, 5]), задаем параметр q, $0 \leq q \leq 1$, который является для нас удовлетворительным пороговым значением индекса централизованности графа. Если граф G является недостаточно централизованным относительно этого порогового значения, т. е. $C_G < q$, то показатели центральности вершин ранжируются от большего к меньшему (от более важных к менее значимым вершинам) и удаляются поочередно. Таким образом, мы получаем новое значение C_G на каждом шагу удаления менее значимых вершин, и по мере их удаления наблюдаем повышение централизованности графа G. Этот способ позволяет нам отсеять минимальное количество вершин для достижения порогового значения. Затем, в достаточно централизованном графе выделяем подмножество ключевых вершин, которые также принципиально влияют на централизованность сети.

Алгоритмы формирования графа, расчета индексов центральности и поиска ключевых элементов сети реализованы на языке Python с помощью библиотеки networkx в приложении в программной среде PyCharm.

1. *Freeman L. C.* Centrality in social networks. Conceptual clarification // Soc. Networks. — 1978/79. — V. 1. — P. 215–239.
2. *Freeman L. C.*, *Borgatti S. P.*, *White D. R.* Centrality in valued graphs: A measure of betweenness based on network flow // Soc. Networks. — 1991. — V. 13. — P. 141–154.

3. *Щербакова Н. Г.* Меры центральности в сетях. — Новосибирск: Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, 2015. — 13 с.
4. *Александрова У. В.*, *Осипова В. А.* Метод оценки влияния вершин при анализе сетевых структур // Моделирование и анализ данных. — 2019. — №3. — С. 32–36.
5. *Осипова В. А.*, *Пантелеев К. А.* Метод оценки влияния ключевых элементов при анализе сетевых структур // Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (AMMAI'2022), 4–13 сентября 2022 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2022. — С. 391–393.
6. *Пантелеев К. А.* Метод оценки влияния ключевых элементов при анализе сетевых структур // Гагаринские чтения — 2022. Сборник тезисов работ международной молодежной научной конференции XLVIII. Москва, 2022. — С. 427–428.

ПРОГРАММИРОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ НА ОСНОВЕ КОНСТРУКТОРА МНОЖЕСТВ С ОПЕРАТОРОМ ВЫВОДА "=>"

А. С. Семенов

МАИ, Москва, Россия

В работе предлагается использовать конструктор множеств с оператором вывода "=>" для программирования алгоритмов теории компиляции.

Конструкторы множеств позволяют записать теоретико-множественные выражения в краткой и удобочитаемой форме. Рассмотрим алгоритм вычисления множества производящих нетерминальных символов V_p контекстно-свободной грамматики (КС) [1]. Алгоритм основывается на утверждении.

Утверждение. Если все символы цепочки α из правой части правила вывода $A \Rightarrow^+ \alpha$ являются производящими, то нетерминал $A \in V$ в левой части правила вывода также должен быть производящим: $V_p = \{A \mid A \Rightarrow^+ \alpha, A \in V, \alpha \in T^+\}$, T^+ — замыкание Клини над множеством T терминальных символов без пустой цепочки, $\Rightarrow^+$ — оператор нетривиального вывода.

Алгоритм вычисления множества V_p.

Вход: КС грамматика $G = (T, V, P, S_0)$.

Выход. V_p^i — множество производящих символов

$i = 0$

$V_p^i = \varnothing$

do

  $i = i + 1$;

  foreach $\left(A \to \alpha \in P,\ \alpha \in (T \cup V_p^{i-1})^+\right)$

    if $(A \notin V_p^{i-1})$

    $V_p^i = V_p^{i-1} \cup \{A\}$

while $(V_p^i \neq V_p^{i-1})$

Алгоритм вычисления множества V_p на основе конструкторов множеств:

$$\{V_p^i \mid V_p^i = \varnothing, i = 0\} = \left\{A \notin V_p^{i-1} \mid i{+}{+}, A \to \alpha \in P, \alpha \in (T \cup V_p^{i-1})^+\right\} =>$$
$$=> \left\{V_p^i = V_p^{i-1} \cup \{A\},\ \text{until}\ V_p^i \neq V_p^{i-1}\right\}.$$

Конструктор множества $\{V_p^i \mid \dots\}$ — определяет множества V_p^i, а конструктор множества после оператора => задает условия для V_p^i, $i{+}{+}$ — оператор инкремента $i = i + 1$.

Вычисление начинается с пустого множества V_p^i. Добавляется нетерминал A, удовлетворяющий условию $A \to \alpha \in P$, чтобы создать V_p^{i-1}. Цикл повторяется до тех пор, пока $V_p^i \neq V_p^{i-1}$.

1. *Ахо А., Ульман Д.* Теория синтаксического анализа перевода и компиляции / Пер. с англ. — М.: Мир, 1978.

ПРОГРАММНЫЙ КВАНТОВЫЙ СИМУЛЯТОР НА ОСНОВЕ ФРАКТАЛЬНЫХ ТЕНЗОРНЫХ СЕТЕЙ

А. С. Семенов

МАИ, Москва, Россия

В работе предлагается использовать фрактальные тензорные сети в качестве основы для программного симулятора квантовых вычислений.

Пространство состояний квантового симулятора Ψ с n кубитами описывается как тензорное произведение «$\otimes$» соответствующее пространству состояний всех отдельных кубитов. Например, тензорное произведение двух кубитов с состояниями $|0\rangle$ и $|1\rangle$ имеет четыре состояния $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$, $|11\rangle$ (сократив: $|0\rangle \otimes |1\rangle = |01\rangle$ и т. д.). Таким образом, пространство состояний квантового симулятора Ψ описывается тензорными сетями.

Рассмотрим пример схемы состояния Белла. Схема состоит из двух тензоров, вентиля Адамара (H) и управляемого вентиля HE (Control not — CNOT, обозначен пунктирной областью), рис. 1. Верхний тензор • с тремя ребрами имитирует копирование двоичных входов 0 и 1, COPY. Он равен единице когда всем индексам присваивается одно и то же значение (0 или 1), а в противном случае обращается в нуль. Нижний тензор $\oplus$ с тремя ребрами имитирует квантовый логический элемент XOR. Тензоры XOR и COPY связаны через вентиль Адамара.

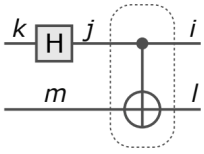


Рис. 1. Квантовая запутанность состояния Белла

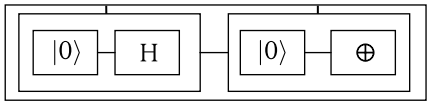


Рис. 2. Фрактальная квантовая схема

Схема кодирует уравнение:

$$\mathrm{CNOT}(H \otimes I)|00\rangle = 1/\sqrt{2}(|00\rangle + |11\rangle).$$

Вентиль H действует и кубиты меняют состояние $|00\rangle$:

$$H \otimes I|00\rangle = (H|0\rangle) \otimes (I|0\rangle) = ((|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2} \otimes |0\rangle = 1/\sqrt{2}(|00\rangle + |10\rangle).$$

Затем CNOT действует на оба этих кубита:

$$\mathrm{CNOT}(1/\sqrt{2}(|00\rangle + |10\rangle) = 1/\sqrt{2}(\mathrm{CNOT}|00\rangle + \mathrm{CNOT}|10\rangle) = 1/\sqrt{2}(|00\rangle + |11\rangle).$$

Схема дает состояние Белла $= 1/\sqrt{2}(|00\rangle + |11\rangle)$, а действуя на $|11\rangle$, — синглетное состояние $1/\sqrt{2}(|01\rangle - |10\rangle)$. Рассмотрим фрактальное построение схемы состояния Белла вложенными контейнерами и компонентами (рис. 2) [1].

Задаются начальные кубиты, соответственно $|0\rangle$. Выполняется оператор Адамара H и XOR, результаты объединяются контейнерами как CNOT.

1. *Semenov A. S.* Fractal Analysis and Programming of Elastic Systems Using Container–Component Model // Smart Innovation, Systems and Technologies. — 2021. — V. 217. — P. 307–320.

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ПОСТРОЕНИЯ РЕГРЕССИОННЫХ УРАВНЕНИЙ В ЗАДАЧАХ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

М. И. Скворцова, И. Л. Скворцов

РТУ МИРЭА, Москва, Россия

Задачи статистической обработки экспериментальных данных возникают в различных областях человеческой деятельности. Цели таких исследований — выявление скрытых закономерностей, сравнение вероятных альтернатив выбора решений для определения наилучшего варианта, прогнозирование развития событий, обнаружение связей между явлениями или процессами и т. д. За последние десятилетия разработано множество компьютерных программ, позволяющих проводить статистический анализ данных различными методами [1]. Следует отметить, что в некоторых областях деятельности как сами данные, так и постановки задач настолько специфичны, что к ним следует применять особые методы анализа, которые, как правило, не представлены в универсальных пакетах [1]. В связи с этим зачастую возникает необходимость разработки алгоритмов и программ, ориентированных на решение прикладных задач специального вида.

Одной из классических задач статистики является задача нахождения приближенной функциональной зависимости вида $y = F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ одной переменной y от некоторых других переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$ по известным наборам значений этих переменных (полученным, в частности, в результате эксперимента) (см., например, [2, 3]). Функция F может быть любой функцией многих переменных, однако ее общий вид считается известным; при этом F зависит от ряда подгоночных параметров, подбираемых по исходным данным. Наиболее часто в подобных исследованиях используется линейная функция, что приводит к уравнению линейной регрессии; в противном случае получаем уравнение нелинейной регрессии. Очевидно, что для выбора нелинейной функции F существует бесконечно много вариантов, а определение соответствующих неизвестных параметров в ней может оказаться нетривиальной проблемой. Однако, нелинейные регрессионные модели представляют несомненный интерес, так как во многих случаях они позволяют более точно описывать изучаемые закономерности (см., например, [4, 5]). Задачи такого типа имеют важное прикладное значение и широко используются в разных научных областях (например, в химии, медицине, эконометрике, социологии, машинном обучении и т. д.).

В настоящей работе предложен общий алгоритм построения нелинейных регрессионных моделей специального полиномиального типа, позволяющий обрабатывать произвольные наборы числовых данных вида y, $x_1, x_2, \ldots, x_n$, указанных выше. Алгоритм носит итерационный характер; процедура построения моделей в определенной степени управляется пользователем.

Перейдем к описанию алгоритма. Входные данные для решения задачи: вектор длины N с координатами y_i $(i = 1, \ldots, N)$ (интерпретируется как набор значений

некоторой характеристики y для каких-либо N объектов), а также t векторов z_j ($j = 1, \ldots, t$) длины N (интерпретируются как наборы значений некоторых параметров тех же объектов).

Шаг 1. По заданным параметрам z_j определяем новые параметры вида $w_j = 1/z_j$ $j = 1, \ldots, t$ («обратные» параметры). Если у вектора z_j какие-то компоненты равны нулю, то определяем w_j так: $w_j = 1/(z_j + a)$, где $a > 0$ — наименьшее целое число такое, что вектор $z_j + a$ не имеет нулевых компонент. Обозначим параметры $z_1, \ldots, z_t, w_1, \ldots, w_t$ через $x_1, x_2, \ldots, x_{2t}$, соответственно.

Шаг 2. Назовем набор параметров $x_1, x_2, \ldots, x_{2t}$ *исходным набором*. Зададим некоторое число k ($1 \le k \le 2t$). Из исходного набора параметров методом пошаговой линейной регрессии отберем k параметров $x_{i1}, \ldots, x_{ik}$, дающих наилучшую линейную корреляцию для характеристики y (т. е. с наибольшим коэффициентом корреляции R) и построим ее. Для этой корреляции, наряду с коэффициентом корреляции R, найдем среднеквадратичное отклонение Sd, максимальную абсолютную ошибку расчетов $\Delta_{\max}$ (с определением того объекта, на котором она реализуется), среднюю относительную ошибку $\delta_{\text{ср}}$(в %), значение критерия Фишера F. Параметры $x_{i1}, \ldots, x_{ik}$, вошедшие в полученную корреляцию, назовем *базовыми*.

Отметим, что для уточнения информации о точности построенной модели при помощи полученного уравнения для каждого объекта заданной выборки могут быть найдены расчетное значение характеристики y, разность между заданным и расчетным значениями y, а также соответствующая относительная ошибка (в %). Кроме того, для построенной модели может быть проведена процедура скользящего контроля (cross-validation) и найдены ее такие соответствующие характеристики как R_{cv}, Sd_{cv} и т. д.

Если качество полученной модели устраивает пользователя, то работа алгоритма на этом заканчивается. Если необходимо построить более точную модель, то переходим к шагу 3.

Шаг 3. Образуем *новое множество параметров*, состоящее из базовых параметров (см. шаг 2), их квадратов и всевозможных попарных произведений. Число параметров в новом множестве равно $t_1 = k + 0{,}5(k^2 + k) = 0{,}5k^2 + 1{,}5k$.

Шаг 4. Идем на шаг 2 и выполняем все действия, указанные в этом пункте, взяв в качестве исходного набора параметров новое множество параметров, сформированное на шаге 3 (теперь в качестве числа $2t$ используется число t_1).

Отметим, что модель, получаемая в результате работы алгоритма, существенно зависит от последовательности чисел k, выбираемых на шаге 2 (при многократном повторении шага 2). В связи с этим для получения лучшего результата целесообразно поварьировать цепочку чисел k. Из получаемых различных моделей можно выбрать одну или несколько наилучших. Кроме того, шаг 2 алгоритма может быть модифицирован следующим образом: из исходного набора всех $2t$ параметров первоначально выбирается некоторая его часть (указываются номера выбранных параметров) и далее модель строится на основе этой части параметров.

Алгоритм реализован в виде программного комплекса, написанного на языке Java.

Эффективность предложенного алгоритма была исследована в процессе построения моделей связи «структура–свойство», имеющих вид корреляционных уравнений, связывающих некоторые количественные характеристики структуры молекул и численные значения каких-либо их свойств. В частности, рассматривались: 1) температура кипения, молярный объем, молярная рефракция, теплота парообразования, критическая температура, критическое давление, поверхностное натяжение алканов; 2) температура кипения, плотность, теплота сгорания, показатель преломления алкилбензолов.

Было установлено, что: 1) нелинейные уравнения более точно описывают связи между строением и свойствами химических соединений, чем линейные уравнения; 2) в некоторые полученные модели вошли и «обратные» параметры, так что их использование в вышеописанной процедуре является оправданным.

1. *Белоусова С. Н.* Введение в программные системы и их разработку. Лекция 11: Статистическая обработка данных. — URL: `https://intuit.ru/studies/courses/3632/874/lecture/14309`.
2. *Кобзарь А. И.* Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006.
3. *Дрейпер Н., Смит Г.* Прикладной регрессионный анализ. — М.: Диалектика, 2007.
4. *Seber G. A., Wild C. J.* Nonlinear Regression. — New York: John Wiley and Sons, 1989.
5. *Демиденко Е. З.* Линейная и нелинейная регрессия. — М.: Финансы и статистика, 1981.

ЭВРИСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ИССЛЕДОВАНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ПЛАНИРУЕМЫХ МНОГОУРОВНЕВЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

И. Н. Статников, Г. И. Фирсов

ИМАШ РАН, Москва, Россия

Значительную долю времени в основе изучения и разработки способов проектирования систем вплоть до середины XX века лежали методы проб и ошибок, перебора возможных вариантов, ожидание озарения и работа по аналогии. С появлением компьютеров усилилось внимание к эвристическим методам, так как существенно усложнились современные технические устройства, например, робототехнические устройства. Возможности исследования кинематических и динамических свойств таких устройств связываются с изучением математических моделей (ММ), описывающих их работу, т. е. с математическим моделированием, а, точнее, с проведением вычислительных экспериментов (ВЭ).

Открывшиеся возможности проведения огромного числа ВЭ (ограничение определяется только физическим временем счета одного варианта исследуемой ММ, приводят к значительным трудностям в анализе (интерпретации) получаемых численных значений. Возникла необходимость в методах получения информации, которые позволили бы, с одной стороны, применять количественные оценки такой информации и, с другой стороны, назначать разумный объем проведения ВЭ. Это стало возможным при использовании идеи проведения математических экспериментов, основанной на объединении методологии случайного поиска с методологией планирования математических экспериментов: произошел эвристический прорыв, в результате чего был разработан метод ПЛП-поиска [1], в основе которого лежит получение выборок значений критериев качества функционирования ММ.

Понятно, что точность количественных оценок значительно зависит от точности получаемых значений оценок моментов выборки, в частности, среднего значения анализируемого критерия $\widetilde{\Phi}(\overline{\alpha})$, где $\overline{\alpha}$ — вектор варьируемых исследуемых параметров ММ. При применении ПЛП-поиска предлагается для повышения точности среднего значения k-го критерия $k = \overline{1, K}$, где K — число критериев, использовать возможные алгоритмы уточненного вычисления многомерного интеграла.

В работах [2, 3] была показана возможность в ПЛП-поиске путем «ручного» подбора параметров матрицы планируемых экспериментов получать оценки

J-мерного интеграла с приемлемой точностью δ_N за практически реализуемое число многомерных точек $\overline{\alpha}$ (векторов). Однако такой способ поиска оказывается невыгодным из-за огромных вычислительных затрат. И в этих же работах подчеркивался и недостаток такого подхода: не установлено правило выбора матрицы планируемых экспериментов, не зависящее от вида (свойств) подынтегральной функции.

В данной работе решается задача поисков такого правила за счет использования квазифизического критерия останова счета. Один из предлагаемых критериев основан на прямом использовании центральной предельной теоремы теории вероятностей

$$P\left\{x_1 \le \frac{S_n - A_n}{B_n} \le x_2\right\} = \frac{1}{2\pi}\int_{x_1}^{x_2} e^{-u^2/2}du,$$

где $S_n = \Phi_1 + \ldots + \Phi_n$ — сумма случайных величин, а A_n и B_n — неслучайные величины. Если количество величин $z_n = (S_n - A_n)/B_n$ стремится к бесконечности ($n \to \infty$), то распределение случайных величин z_n сходится к нормальному стандартному распределению (н.с.р.) с $N(0;1)$. У такого н.с.р. при $n = \infty$ (идеальное распределение) имеют место следующие оценки первых четырех моментов: $a = 0$ — математическое ожидание н.с.р.; $\sigma = 1$ — среднеквадратичное отклонение н.с.р.; $A = 0$ — коэффициент асимметрии н.с.р.; $E = 3$ — коэффициент эксцесса н.с.р.

Предлагаемый критерий останова имеет вид $\Phi_\Sigma \to \min(m_1 + m_2 + m_3 + m_4)$, где $m_1 = |a|$, $m_2 = |\sigma - 1|$, $m_3 = |A|$ и $m_4 = |E - 3|$. Значит, для идеального н.с.р. $\Phi_\Sigma = 0$. Ясно, что при $\Phi_\Sigma \to 0$ должны быть использованы большие количества векторов $\overline{\alpha} = (\alpha_1, \ldots, \alpha_I)$, определяющих значения подынтегральных функций. Здесь возникает важная проблема установления приемлемой с практической точки зрения величины $\Phi_{\Sigma\text{пор.}}$, при которой будут достигаться удовлетворительные оценки интегралов.

В докладе излагаются разработанные процедуры проведения и обработки результатов ВЭ, иллюстрированные вычислением многомерных интегралов в ряде задач теоретической и прикладной механики, так как решение таких задач основывается в большинстве практических случаев на усреднении по фазовым координатам. Результаты проведенных ВЭ позволяют утверждать, что предлагаемая методология исследования и разработки ММ технологических устройств связывает оптимально теоретические, и вытекающие из этого практические рекомендации при проведении таких исследований:

1) полученные процедуры проведения и обработки результатов планирования ВЭ при анализе ММ систем с использованием ПЛП-поиска указывают на богатство возможностей исследователя при проектировании таких систем;

2) важнейшим положительным свойством полученных процедур является то, что их использование позволяет существенно смягчить остроту противоречия между требуемой точностью вычисляемых оценок и временными затратами на их получение;

3) выбирать рациональное значение критерия $\Phi_{\Sigma\text{пор.}}$, исходя из физических принципов работы устройства, понимая, что минимизация его значений (что желательно для повышения точности значений статистической характеристики — среднего значения заданного критерия качества работы) ведет к увеличению значения общего числа ВЭ;

4) полученные процедуры позволяют реализовывать компромисс между получением желаемой точности среднего значения общей выборки и минимизацией величины N_0 за счет увеличения значений M_r в каждой последующей серии ВЭ;

5) к достоинствам полученных процедур следует отнести возможность реализации гибкой стратегии исследования в диалоге с компьютером, т. е. большие эвристические свойства предлагаемых алгоритмов.

1. *Статников И. Н.*, *Фирсов Г. И.* ПЛП-поиск как метод эвристического моделирования при проектировании машин и механизмов // Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021), 4–13 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 87–89.
2. *Статников И. Н.*, *Фирсов Г. И.* Алгоритмы вычисления оценок многомерных интегралов с помощью ПЛП-поиска. I. Алгоритм вычисления предварительных («грубых») оценок многомерного интеграла // Практика применения научного программного обеспечения в образовании и научных исследованиях. — СПб.: Изд-во СПбПУ, 2006. — С. 138–146.
3. *Соболь И. М.*, *Статников И. Н.* Вычисление многомерных интегралов при помощи $ЛП_\tau$-последовательностей // Математическое моделирование и теория электрических цепей. — Киев: Наук. думка, 1976. — Вып. 14. — С. 3–7.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАЖИГАНИЯ ГРАНУЛ ГАЗОВОГО ГИДРАТА В ПОТОКЕ РАЗОГРЕТОГО ВОЗДУХА*

П. А. Стрижак, Д. В. Антонов, О. С. Гайдукова

ТПУ, Томск, Россия

Повышение энергетической потребности во многих странах мира за счет интенсивного потребления традиционных ископаемых видов топлива приводит к значительным проблемам, связанным с истощением ресурсов и загрязнением окружающей среды [1]. Для решения данных проблем и преодоления энергетического кризиса непрерывно ведутся исследования с целью разработки альтернативных экологичных видов топлива. Газовые гидраты считаются перспективным энергетическим ресурсом. Они представляют соединения из воды и газа, образованные при низких температурах и высоком давлении, в которых основным газом является чаще всего CH_4 [2]. Из-за особенностей состава (вода и газ) механизм горения такого топлива значительно отличается от аналогичных механизмов при горении традиционных источников энергии. Для энергоэффективного сжигания газовых гидратов в топках энергоустановок необходимо определение условий безопасного и стабильного зажигания гранул гидрата.

Цель настоящей работы — разработка математической модели, позволяющей оценивать предельные пороговые условия зажигания потока гранул в камерах с разными размерами, варьируемым компонентным составом гидрата и размерами гранул.

На первом этапе теоретических исследований решалась задача определения критических условий стабильного зажигания одиночной гранулы газового гидрата в потоке разогретого воздуха на базе модели [3]. Далее выполнялось развитие модели на условия двух одновременно нагреваемых гранул гидрата, а затем и кластера (большой совокупности) одновременно нагреваемых гранул гидрата, расположенных на определенном расстоянии относительно друг друга. Считалось, что гранулы гидрата движутся равноускорено под действием силы тяжести с нулевой начальной скоростью. Если температура гидрата превышала равновесную температуру (при атмосферном давлении), то газовый гидрат распадался на газ и лед, т. е.

*Исследования выполнены при поддержке проекта Приоритет-2030 (Приоритет-2030-НИП/ЭБ-006-375-2023).

инициировалась диссоциация. При горении над поверхностью рабочей зоны с образцом формировались динамический (скоростной), тепловой и диффузионный пограничные слои. Одиночная гранула гидрата (начальный радиус $R_{d0} = 0{,}5$–$4{,}5$ мм) с начальной температурой $T_{d0} = 203$ K располагалась в геометрической области решения со следующими координатами (X-position $= L/2$; Y-position $= 95H/100$, где L — ширина реактора, H — длина). Пористость гранулы принималась равной 0,05. Температура газов в области решения варьировалась от $T_g = 873$ K до $T_g = 1273$ K, что соответствовало наиболее перспективным условиям. Скорость движения гранул гидрата варьировалась в диапазоне 3–10 м/с. Давление газа принималось постоянным и равным атмосферному 101325 Па. Размеры области решения соответствовали по ширине $L = 0{,}12$ м и длине $H = 0{,}5$ м перспективным проточным камерам сжигания образцов смесевых и композиционных топлив.

В качестве основных регистрируемых характеристик выбраны: времена задержки зажигания гранул гидрата; температурные распределения в газе и грануле в разные моменты времени; поля концентраций горючего, окислителя и паров воды в разные моменты времени; поля скорости. Эти характеристики в первом приближении позволяли оценивать перспективные условия инициирования горения гранул газовых гидратов в энергетических, транспортных и специальных системах.

Критерий зажигания, используемый при постановке задачи, принимался согласно представлениям современной теории зажигания смесевых, композиционных и конденсированных систем: температура смеси газообразных компонентов горючего в зоне реакции окисления превышает начальную температуру источника нагрева (воздуха), т. е. инициируются окислительные реакции с выделением тепла.

По результатам исследования сделан вывод о том, что чем ближе расположены гранулы гидрата друг к другу в составе кластера, тем выше время задержки зажигания. Это связано с тем, что гранулы влияют друг на друга и изменяют температурные и концентрационные поля вокруг соседних гранул, снижая температуру газа вблизи их поверхности. Соответственно снижается тепловой поток, подводимый к гранулам, и время задержки зажигания растет. В эксперименте время задержки зажигания газового гидрата выше, чем при моделировании. Это связано с тем, что гранулы гидрата при свободном движении не только касаются друг с другом, но и агломерируют, растет их размер и, соответственно, увеличивается время задержки зажигания.

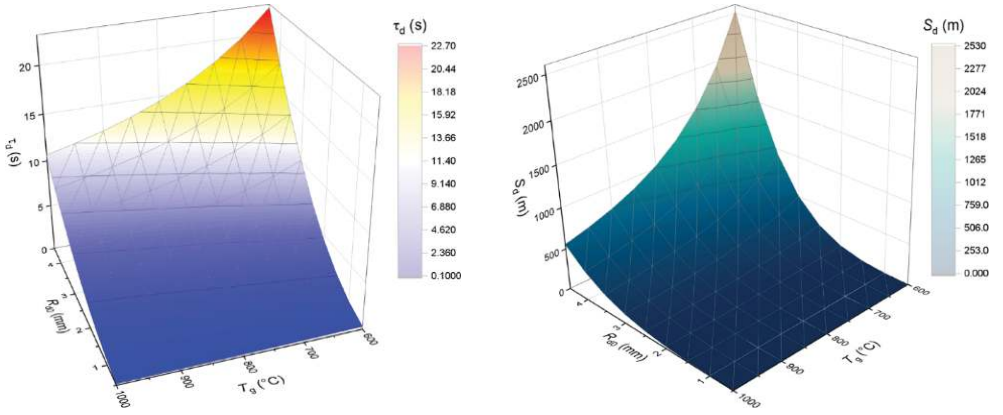


Рис. 1. Зависимости длительностей выгорания гранул и пройденного ими расстояния в камере сгорания от температуры в ней, начальных размеров гранул и их упаковки в кластере: $\tau_d(T_g, R_{d0})$ и $S_d(T_g, R_{d0})$ ($L_d = 3 \cdot R_{d0}$)

Таблица 1

Входные параметры	τ_d, с
$R_{d0} = 1$ мм, $T_g = 950\,^\circ$C, кластер гранул на расстоянии между центрами масс $6 \cdot R_{d0}$	0,141
$R_{d0} = 1$ мм, $T_g = 950\,^\circ$C, кластер гранул на расстоянии между центрами масс $3 \cdot R_{d0}$	0,562
$R_{d0} = 2$ мм, $T_g = 950\,^\circ$C, кластер гранул на расстоянии между центрами масс $3 \cdot R_{d0}$	2,248
$R_{d0} = 4$ мм, $T_g = 950\,^\circ$C, кластер гранул на расстоянии между центрами масс $3 \cdot R_{d0}$	15,73
$R_{d0} = 1$ мм, $T_g = 600\,^\circ$C, кластер гранул на расстоянии между центрами масс $3 \cdot R_{d0}$	1,962
$R_{d0} = 1$ мм, $T_g = 800\,^\circ$C, кластер гранул на расстоянии между центрами масс $3 \cdot R_{d0}$	1,251

В табл. 1 и на рис. 1 приведены результаты анализа длительностей выгорания газа (τ_d) в камере сгорания при движении кластеров с разной дисперсностью. Результаты соответствующих расчетов важны для обоснованного проектирования камер сгорания и выбора режимов горения с обеспечением минимального недожога топлива, поддержанием стационарного температурного и концентрационного полей, а также формулирования предложений по конструкциям камер сгорания с минимизацией эффектов захолаживания стенок камер сгорания.

1. *Yao L.* New energy utilization in environmental design and realization // Energy Reports. — 2022. — V. 8. — P. 9211–9220. — DOI: 10.1016/J.EGYR.2022.07.029.
2. *Yang M.*, *Zhao J.*, *Zheng J.*, *Song Y.* Hydrate reformation characteristics in natural gas hydrate dissociation process: A review // Appl Energy. — 2019. — V. 256. — P. 113878. — DOI: 10.1016/J.APENERGY.2019.113878.
3. *Antonov D. V.*, *Gaidukova O. S.*, *Strizhak P. A.* Mathematical modeling the ignition of several gas hydrate particles // Fuel. — 2022. — V. 330. — P. 125564. — DOI: 10.1016/J.FUEL.2022.125564.

ДВУХСЕТОЧНЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ПРАКТИКЕ СОВРЕМЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ*

***П. Д. Токталиев*[1], *İ. Gökalp*[2], *С. И. Мартыненко*[1], *М. Karaca*[2], *А. А. Молоканов*[1]**

[1]*ФИЦ ПХФ и МХ РАН, Черноголовка, Московская обл., Россия;*
[2]*Middle East Technical University, Ankara, Türkiye*

Современное математическое моделирование, как правило, связано с численным исследованием совокупностей одновременно протекающих физико-химиче-

*Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 21-51-46007 СТ_а, «Разработка и приложение высокоэффективных параллельных алгоритмов для суперкомпьютерного моделирования сложных реагирующих течений») и Советом Турции по научно-техническим исследованиям (TÜBİTAK), Grant No: ARDEB-220N170.

ских процессов в областях со сложной геометрией. Основной объем вычислительной работы приходится на численное решение результирующей системы нелинейных алгебраических уравнений. Зачастую именно трудоемкость решения данной системы определяет точность математического описания исследуемых процессов и используемых численных методов.

Формализация построения сеток в многосвязных областях и их адаптация к особенностям решения является одной ключевых проблем современного математического моделирования. Отсутствие ограничений на топологию неструктурированных сеток позволяет построить высокоформализованные генераторы [3, 4, 6], но затрудняет построение высокоэффективных параллельных алгоритмов для численного решения результирующей системы нелинейных алгебраических уравнений. В настоящее время интенсивно развивают алгебраические многосеточные методы (AMG) для комплексов программ типа Fluent, Star-CCM+, COMSOL's CFD Module, Логос, Altair's AcuSolve и других, не использующие информацию о сетке, для решения (начально-)краевых задач на неструктурированных сетках. Существенным недостатком AMG является трудность их применения для совместного решения нелинейных седловых задач (например, уравнения Навье–Стокса) [7]. С другой стороны, геометрический многосеточный метод со сглаживателем Ванки позволяет эффективно решать седловые задачи [8]. Таким образом, дальнейшее совершенствование вычислительных алгоритмов возможно при сочетании преимуществ неструктурированных и структурированных сеток.

Представленный двухсеточный алгоритм для численного решения (начально-)краевых задач для уравнений математической физики использует вспомогательную структурированную сетку (метод вспомогательного пространства) [9]. В данном случае отыскивают не численное решение, а поправку — разность между неизвестным решением и известным к нему приближением. Поправку отыскивают на вспомогательной структурированной сетке (аппроксимация Шотли–Веллера [5]), где проще построить высокоэффективный параллельный алгоритм. Двухсеточный алгоритм строят так, чтобы основной объем вычислительной работы выполнялся именно на вспомогательной структурированной сетке.

В общем случае, двухсеточный алгоритм основан на схеме FAS [5]: невязку и приближение к искомому решению интерполируют на вспомогательную сетку, где отыскивают поправку, которую пролонгируют на исходную (не)структурированную сетку, обновляют приближение к решению и выполняют несколько сглаживающих итераций для удаления высокочастотных компонент ошибки пролонгации. Данная последовательность действий составляет межсеточную итерацию. Линейный анализ показывает, что при соблюдении определенных условий (выполнение свойств сглаживания и аппроксимации [5, 7]), количество межсеточных итераций не зависит от количества неизвестных результирующей системы нелинейных алгебраических уравнений.

Характерной чертой данного двухсеточного алгоритма является использование Универсальной Многосеточной Технологии (УМТ) для отыскания поправки на вспомогательной сетке [1, 2]. УМТ является односеточным алгоритмом, реализующим основной многосеточный принцип, и предназначена для использования в комплексах программ, устроенных по принципу «черного ящика». Вычислительная стоимость многосеточной итерации УМТ составляет $O(N \log N)$ арифметических операций, где N есть количество неизвестных, что несколько превышает стоимость итерации геометрических многосеточных методов. Единственным проблемно-зависимым компонентом УМТ является количество сглаживающих итераций на многосеточной структуре.

Использование 3^{dl} ($d = 2, 3$, l — номер сеточного уровня) сеток в пределах каждого уровня для отыскания поправки позволяет не только использовать проблемно-независимые операторы переходов, но и эффективно распараллеливать вычисления и адаптировать исходную сетку к особенностям решаемых (начально-)краевых задач. В докладе представлены результаты вычислительных экспериментов по параллельному решению (начально-)краевых задач с привлечением технологии OpenMP. Показано, что начальное приближение к решению на исходной сетке, может быть получено в результате решения 3^d независимых дискретных задач на многосеточных структурах, порождаемых динамическими сетками первого уровня. Показано влияние архитектуры параллельного компьютера на достижимую эффективность параллельной УМТ.

Важным аспектом для практических приложений является построение унифицированного параллельного алгоритма для решения (начально-)краевых задач с использованием параллелизма не только по пространству, но по времени. Увеличение шага по пространству при фиксированном шаге по времени повышает обусловленность отдельных (начально-)краевых задач, поэтому уровень с самыми грубыми сетками так же является динамическим. Результаты вычислительных экспериментов с нестационарным уравнением теплопроводности использованы для иллюстрации параллельного вычисления поправки.

1. *Мартыненко С. И.* Последовательное программное обеспечение для универсальной многосеточной технологии. — М.: Триумф, 2020. — URL: `http://github.com/simartynenko/Robust\_Multigrid\_Technique\_2020`.
2. *Мартыненко С. И.* Параллельное программное обеспечение для универсальной многосеточной технологии. — М.: Триумф, 2021. — URL: `https://github.com/simartynenko/Robust\_Multigrid\_Technique\_2021\_OpenMP`.
3. *Bern M., Plassmann P.* Mesh generation. Handbook of computational geometry. — North Holland: Elsevier Science, 2000.
4. *Frey P., George P. L.* Mesh generation. — New York: Wiley, 2010.
5. *Hackbusch W.* Multi-grid methods and applications. — Berlin: Springer, 1985.
6. *George P. L.* Automatic mesh generation. — New York: Wiley, 1991.
7. *Trottenberg U., Oosterlee C. W., Schüller A.* Multigrid. — London: Academic Press, 2001.
8. *Vanka S. P.* Block-Implicit Multigrid Solution of Navier–Stokes Equations in Primitive Variables // J. Comput. Phys. — 1986. — V. 65(1). — P. 138–158.
9. *Xu J.* The auxiliary space method and optimal multigrid preconditioning techniques for unstructured grids // Computing. — 1996. — V. 56. — P. 215–235.

СРАВНЕНИЕ МЕТОДА НЬЮТОНА И МЕТОДА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ КОРРЕКЦИИ В ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРБИТЫ

И. И. Фукин, А. А. Кузнецов, А. Н. Носырев, Н. А. Завьялова, С. С. Негодяев

МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Определение орбиты применяется для оценки параметров траектории объектов в поле тяжести Земли посредством использования некоторого набора измерений. Оно включает в себя несколько типов методов, среди которых наиболее распространенными являются метод наименьших квадратов (МНК) и фильтрация Калмана. Смысл первого заключается в минимизации взвешенной суммы квадратов невязок измерений, в то время как фильтры обрабатывают поступающие во времени дан-

ные, совершая их двухэтапную обработку: предсказание и коррекцию. В настоящей работе авторы детально рассмотрели принципы метода наименьших квадратов, а также проанализировали точность и быстродействие подходов к минимизации функционала невязок: метода дифференциальной коррекции и метода Ньютона.

Идея определения орбиты при помощи МНК заключается в минимизации функционала:

$$J = (z - z(X_0))^T W (z - z(X_0)),$$

где $z = \{z_1, z_2, \ldots, z_M\}$, z_j — векторы измерений в моменты времени t_j, $j = 1, \ldots, M$; X_0 — искомое состояние, а W — блочно-диагональная весовая матрица, составленная из обратных матриц ковариаций измерений z_j.

С одной стороны, минимум представленного функционала можно достичь через его линеаризацию посредством разложения $z(X_0)$ около некоторого близкого и известного состояния $X_{0|0}$ [1]:

$$z(X_0) \approx z(X_{0|0}) + A\Delta X_0,$$

где $A = \left[\frac{\partial z(X)}{\partial X}\right]_{X_{0|0}}$, $\Delta X_0 = X_0 - X_{0|0}$. Откуда:

$$J = (\Delta z - A\Delta X_0)^T W (\Delta z - A\Delta X_0), \quad \Delta z = z - z(X_{0|0}).$$

Приравнивая нулю производную выражения по ΔX_0, получаем приращение $\Delta X_{0|M}$, минимизирующее линеаризованный функционал J:

$$\Delta X_{0|M} = (A^T W A)^{-1} (A^T W \Delta z).$$

Однако, так как это выражение не гарантирует достижения минимума исходного функционала, зачастую возникает необходимость совершения некоторого числа итераций с поиском $\Delta X_{0|M}$ до выполнения условия сходимости [2]. Такой подход известен как метод дифференциальной коррекции.

Другой способ поиска минимума функционала J — это метод Ньютона в рамках задач оптимизации:

$$X_{k+1} = X_k - h_k (\nabla^2 J(X_k))^{-1} \nabla J(X_k),$$

итерации k которого продолжаются до тех пор, пока не выполнится хотя бы одно из условий:

— состояние X_k или $J(X_k)$ не перестанет изменяться с некоторой точностью;

— градиент $\nabla J(X_k)$ не окажется в заданной окрестности нуля.

Эти подходы имеют свои недостатки и преимущества, которые могут сказываться на точности и скорости программ, отвечающих за определение орбит тел в околоземном пространстве. Так, например, метод дифференциальной коррекции требует обращения матрицы $A^T W A$, что в случае плохой обусловленности приводит к заметному росту затрачиваемых ресурсов. В свою очередь, минимизация функционала на основе метода Ньютона сводится к поиску и обращению матрицы Гессе, что также является весьма трудоемким процессом.

В рамках анализа работы описанных методов учитывались следующие модели сил, действующие на космический аппарат: гравитационное притяжение Земли EGM 2008, сопротивление атмосферы (ГОСТ Р 24645.166-2004), действие солнечного давления с учетом тени и рефракции в атмосфере, гравитационное притяжение Луны и Солнца. Показания измерений формировались с помощью моделей таких датчиков, как ГНСС, радиолокатор, лазерный дальномер и оптический датчик [2, 3]. Интегрирование траекторий осуществлялось методом Эверхарта [4].

Анализ результатов моделирования позволил авторам выявить недостатки и преимущества описанных подходов минимизации функционала в рамках МНК. Исследованы ошибки определения траекторий для разных наборов датчиков и различных типов орбит. Также авторами проанализировано время расчетов для каждого из рассматриваемых методов при варьировании параметров моделирования.

1. *Wright J. et al.* Orbit determination tool kit theory and algorithms. — 2013.
2. *Vallado D. A.* Fundamentals of astrodynamics and applications. — Springer Science & Business Media, 2001. — V. 12.
3. *Arnold D. et al.* Satellite laser ranging to low Earth orbiters: orbit and network validation // Journal of Geodesy. — 2019. — V. 93, No. 11. — P. 2315–2334.
4. *Авдюшев В. А. и др.* Численное моделирование орбит небесных тел. — Томск: Издательский Дом Томского государственного университета, 2015.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОСТОЯНИЙ ТЕПЛОВОЙ СИСТЕМЫ В ПРОЦЕССЕ СИНТЕЗА МОНОКРИСТАЛЛОВ ФТОРИДОВ МЕТОДОМ ГНК В КОМБИНИРОВАННЫХ РОСТОВЫХ УЗЛАХ*

***В. А. Юсим*[1,2], *С. Э. Саркисов*[1], *Ю. Ю. Клосс*[1,2]**

[1]*НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия;*
[2]*МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия*

Введение. Многочисленные преимущества использования фторидов в различных областях науки и техники проявляются только в случае монокристаллов высокого оптического качества, лишенных различных дефектов, не содержащих фоновых примесей и различных механических включений. Только в совершенных и чистых кристаллах можно получить высокую стойкость к УФ-излучению или γ-излучению.

Недостатком графитовых ростовых узлов (УГТУ), применяемых авторами [2, 3] для синтеза монокристаллов фторидов методом ГНК является большая площадь активной поверхности (открытой поверхности) УГТУ. Открытые поверхности способны насыщаться газами при нормальных условиях, а при нагревании их выделять, что во время синтеза способствует образованию на поверхности монокристалла, граничащего с тиглем микроскопических пузырей и как следствие дальнейший их захват расплавом, приводящий к получению монокристаллов ненадлежащего оптического качества. Особенно подвержены данному процессу как сами нагреватели, так узлы и детали, находящиеся в зоне с высокими температурами (зона плавления и синтеза монокристалла [2, 3]. В этой связи, актуальной в научном и практическом плане задачей является создание теплового узла, оказывающего наименьшие влияние на выращиваемый монокристалл.

Теоретическая часть. С целью улучшения откачных характеристик высоковакуумной системы кристаллизационной установки и как следствие снижения дальнейшего газовыделения при нагреве используемых авторами УГТУ было предложено заменить углеграфитовые компоненты центральной части теплового узла, которые подвергаются наибольшему нагреву и нагреватели на компоненты изготовленные из вольфрамо-молибденовых сплавов (рис. 1) марок МВ, ВА, рениевых сплавов

*Работа выполнена при финансовой поддержке НИЦ Курчатовский институт (приказ №89 от 20.01.2023).

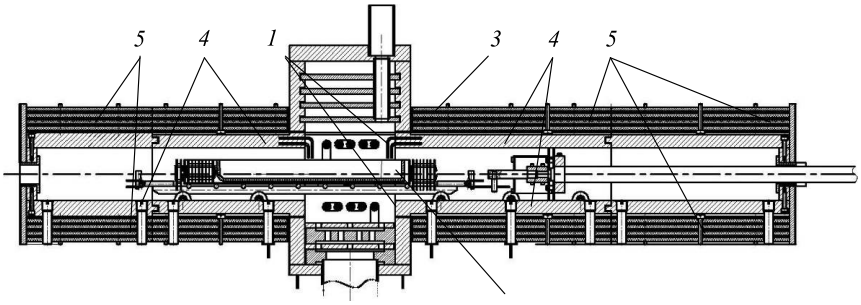


Рис. 1. Схема комбинированного ростового узла: *1* — вольфрамовые нагреватели; *2* — ростовой тигель из стеклоуглерода; *3* — центральная часть из модулей изготовленных из вольфрамо-молибденовых сплавов; *4* — детали внутреннего ростового коридора изготовленных из вольфрамо-молибденовых сплавов; *5* — периферийные теплосберегающие углеграфитовые кассеты

марок МР. Также были заменены материалы углеграфитовых ростовых тиглей на стеклоуглерод. Данные материалы характеризуются высокой жаропрочностью и малой газопроницаемостью, так, например газопроницаемость стеклоуглерода применяемой марок СУ $1 \cdot 10^{-12}$ см^2/с, что на порядок ниже газопроницаемости применяемых графитов МПГ 6, 7, 8 [4].

Постановка задачи и численные исследования. В настоящей работе проведено математическое моделирование процессов тепло- и массопереноса, а также исследование распределения неоднородности теплового поля в расплаве вдоль оси роста кристалла. Также проводились сравнение значений состояния тепловой системы в процессе синтеза монокристаллов, полученных при перемещение исследуемого тигля относительно его начального положения в кристаллизационной установке. При этом, анализ состояний тепловой системы проводился путем перемещения исследуемого тигля с монокристаллом внутри ростового узла (относительно нагревателей, диафрагм) с шагом 5 мм с позиции начала кристаллизации до позиции конца кристаллизации [2].

В ходе исследований температура на нагревателях, параметры блочно-структурированных сеток, характеристики исследуемого объекта и прочее данные, были аналогичными данным работы [3]. За прототип конструкции теплового узла принималась конструкция описанная и работах [2, 3] с тщательной переработкой центральной части и тигля.

Расчеты данной задачи выполнялись с использованием CFD-кода SolidWorks Premium в пакете Flow Simulation.

Результаты численных исследований. Анализ полученных результатов численного моделирования позволили определить температурные распределения в тепловой системе комбинированного ростового узла для каждого смещения графитового тигля с монокристаллом. В результате расчета были получены эпюры распределений температур для каждого смещения тигля демонстрирующие превышения скорости кристаллизации над скоростью перемещения тигля незначительно увеличивающиеся по мере удаления тигля из центральной части.

В целом, анализируя расчеты был сделан вывод что предлагаемый комбинированный тепловой узел создает благоприятные условия тепловой системы для синтеза большинства монокристаллов фторидов. Применение графитового тигля из стеклоуглерода обеспечивало выпуклую изотерму фронта роста, а новая конструкция теплового узла обеспечивала симметричное температурное поле, необходимое для создания морфологически устойчивого фронта кристаллизации.

1. *Минакова Т. С.*, *Екимова И. А.* Фториды и оксиды щелочноземельных металлов и магния. Поверхностные свойства. — Томск: Издательский Дом Томского государственного университета, 2014.
2. *Юсим В. А.*, *Саркисов С. Э. и др.* Тепловой узел установки для выращивания галоидных кристаллов методом горизонтальной направленной кристаллизации. Патент #2643980, 6 февраля.
3. *Yusim V.*, *Sarkisov S. et al.* Mathematical modeling of heat and mass transfer processes in the graphite thermal unit of the crystallization apparatus for horizontal directional solidification method // J. Phys.: Conf. Ser. — 2020. — V. 1560. — 012060.
4. *Власова К. П.* Графит как высокотемпературный материал: Сборник статей / Пер. с англ. канд. хим. наук В. С. Островского и др.; Под ред. канд. техн. наук К. П. Власова. — М.: Мир, 1964. — 423 с.

Секция В **ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ: БАЗЫ И ХРАНИЛИЩА ДАННЫХ, МЕТОДЫ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА, НЕЙРОННЫЕ СЕТИ, ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ**

НЕЙРОННЫЕ СЕТИ И ГЕНОМ МАТЕРИАЛОВ

В. С. Абруков, Д. А. Ануфриева, Е. В. Данилов, С. В. Лисин, С. С. Артемьев

ЧГУ им. И. Н. Ульянова, Чебоксары, Россия

«Геном материалов» (ГМ) — это комплекс многофакторных вычислительных моделей (МВМ), созданных с помощью нейронных сетей (НС), который:

— содержит вычислительные взаимосвязи между всеми переменными — параметрами технологий синтеза материалов и их физическими, химическими и функциональными характеристиками;

— решает как прямые, так и обратные задачи эксперимента,

— позволяют проводить виртуальные эксперименты по определению характеристик материалов для труднореализуемых в реальности параметров технологий синтеза и виртуальные эксперименты по прогнозированию технологий синтеза материалов с заданными свойствами.

В основе ГМ лежат экспериментальные данные о параметрах технологий синтеза материалов и их физических, химических и функциональных характеристиках, а также метаданные по физико-химическим характеристикам компонентов материалов и квантовым характеристикам атомов и молекул компонентов НМ.

История понятия «Геном» в области материалов началась в 2011 г. В США, администрацией Президента Обамы, была опубликована и стала активно обсуждаться глобальная инициатива «Materials Genome Initiative» (MGI) [1]. Была поставлена задача принципиально увеличить скорость и снизить стоимость разработки и производства новых перспективных материалов. В 2014 г. Национальным институтом стандартов и технологий США был представлен стратегический план реализации MGI. В качестве средств достижения цели план, наряду с другими направлениями работы, включал: «... (3) использование инструментов анализа данных...; (4) использование средств прогностического моделировании с использованием машинного обучения, интеллектуального анализа данных, нейронных сетей».

В настоящее время, более сотни институтов в мире работают в рамках концепции MGI. Были получены новые материалы в разных областях науки и техники.

Идея MGI была выдвинута в 2011 г. Но можно отметить проекты Чувашского госуниверситета, реализованные как до 2011 г., так и до 2014 г., которые использовали НС при решении задач, соответствующих идее MGI:

— 2009–2011 гг., Министерство образования и науки РФ, Аналитическая ведомственная целевая программа «Развитие научного потенциала высшей школы», проект «Создание базы знаний в области физики горения»;

— 2013–2014 гг., РФФИ, проект 13-02-97071-р_поволжье_а, «Создание базы знаний наноматериалов и нанотехнологий Чувашской Республики»: http://amf21.ru/biblioteka/meroprijatija-provodimye-associaciei/proekt-rffi-sozdanie-bazy-znanii-nanom.

В 2016–2020 гг. был выполнен международный проект РФФИ-Индия 16-53-48010 ИНД_оми «Разработка многофакторных вычислительных моделей горения и детонации энергетических материалов с помощью методов науки о данных».

В 2021 г. был начат международный проект РФФИ-Турция 20-58-46014 СТ_а, «Разработка концепции генома углеродных наноматериалов для ускоренного синтеза перспективных гибридных функциональных материалов с программируемыми свойствами: управляемый синтез, экспериментальное исследование и моделирование с помощью методов науки о данных».

Основы теории НС и особенности их использования для создания МВМ представлены и описаны в [2]. «Сила» НС в способности не только достаточно точно аппроксимировать экспериментальные функции нескольких (многих) переменных в условиях неизбежного наличия ошибок измерения, но и выявлять «скрытые» нелинейные связи.

Примеры применения НС для решения прямых и обратных задач эксперимента, экстраполяции выявленных в экспериментальных данных зависимостей, проведения виртуальных экспериментов приведены в [2–9].

1. *Kalil T.*, *Wadia C.* Materials Genome Initiative for Global Competitiveness. A whitepaper. — Washington, D.C. 20502: Executive office of the president National Science and Technology Council, 2011. — June 24. — URL: `http://www.ostp.gov/nstc`.
2. *Абруков В.*, *Киселев М.*, *Ануфриева Д.*, *Данилов Е.* Искусственные нейронные сети как методологическая основа Генома материалов [Электронный ресурс]. — URL: `https://www.researchgate.net/publication/361103341_Iskusstvennye_nejronnye_seti_kak_metodologiceskaa_osnova_Genoma_materialov_Artificial_neural_networks_as_a_methodological_basis_of_the_Materials_Genome`.
3. *Pang W.*, *Abrukov V.*, *Anufrieva D.*, *Chen D.* Burning Rate Prediction of Solid Rocket Propellant (SRP) with High-Energy Materials Genome (HEMG) // Crystals. — 2023. — V. 13. — P. 237. — URL: 10.3390/cryst13020237.
4. *Тюнтеров Е. С.*, *Абруков В. С.*, *Мукин В. А. и др.* Методология разработки тонкопленочных систем с заданной газочувствительностью для хеморезистивной газовой сенсорики без источников питания // Наноиндустрия. — 2023. — Т. 16, №1(118). — С. 22–29. — DOI: 10.22184/1993-8578.2022.16.1.22.28.
5. *Amrith Mariappan*, *Hanlim Choi*, *V. S. Abrukov*, *D. A. Anufrieva*, *Vigneshwaran Sankar*, *V. R. Sanalkumar.* // The Application of Energetic. Materials Genome Approach for Development of the Solid Propellants Through the Space Debris Recycling at the Space Platform. Conference: AIAA Propulsion and Energy 2020 Forum. AIAA 2020-3898. — DOI: 10.2514/6.2020-3898.
6. *Nichith Chandrasekaran*, *Charlie Oommen*, *V. R. Sanal Kumar*, *V. S. Abrukov*, *D. A. Anufrieva.* Prediction of Detonation Velocity and N–O Composition of High Energy C–H–N–O Explosives by Means of Artificial Neural Networks // J. Propellants, Explosives. Pyrotechnics. — 2019. — V. 44, Issue 5. — P. 579–587. — DOI: 10.1002/prep.201800325.
7. *Ануфриева Д. А.*, *Кощеев М. И.*, *Абруков В. С.* Применение методов интеллектуального анализа данных в физических исследованиях. Многофакторные модели детонации // Гидродинамика больших скоростей и кораблестроение: Сборник научных трудов XII Международной летней научной школы-конференции, посвященной 155-летию со дня рождения академика А. Н. Крылова, Чебоксары, 24–29 июня 2018 г. — Чебоксары: Чувашский государственный университет имени И. Н. Ульянова, 2018. — С. 221–226.
8. *Абруков В. С.*, *Кочаков В. Д.*, *Абруков С. В. и др.* Интеллектуальная система прогнозирования работы солнечных электростанций // Международный научный журнал Альтернативная энергетика и экология. — 2017. — №16–18(228–230). — С. 30–42. — DOI: 10.15518/isjaee.2017.16-18.030-042.

9. *Abrukov V. S.*, *Karlovich E. V.*, *Afanasyev V. N.*, *Semenov Y. V.*, *Abrukov S. V.* Creation of propellant combustion models by means of data mining tools // International Journal of Energetic Materials and Chemical Propulsion. — 2010. — V. 9, No. 5. — P. 385–394.

ГЕНЕРАЦИЯ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОВЕДЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ*

П. Г. Алимов, В. И. Гориховский

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

Моделирование потока разреженного газа является одной из самых вычислительно сложных задач физической механики. В работе [1] авторам требовалось многократное нахождение решения системы дифференциальных уравнений с помощью прямого моделирования методом Монте-Карло (DSMC). Для уменьшения вычислительной сложности расчетов авторы разработали и обучили нейронную сеть, позволяющую аппроксимировать численные решения. Такая аппроксимация имеет небольшую погрешность и значительно увеличивает производительность расчета газодинамических характеристик.

Реконструкция биологических сетей с определенной функцией является сложной задачей в системной биологии. В исследовании [2] авторы проводили моделирование биологических сетей, содержащих более 10 узлов. Для решения этой задачи была реализована многослойная нейронная сеть, основанная на перцептронах. Было показано, что полученное решение может выполнять ожидаемую биологическую функцию, и был сделан вывод о применимости и эффективности подобного подхода. В другой работе [3] описана методология реализации нейронных сетей для моделирования системы обоняния у насекомых.

Математические модели ионных каналов сердца широко используются для изучения и прогнозирования поведения ионных токов, однако существуют различия между результатами моделирования и эмпирическими данными, вызванные абстрактностью состояний конформации и грубых предположениях о величине скорости переходов между ними. В работе [4] сделана попытка смягчить ограничения традиционного численного подхода к моделированию проводимости ионного канала с помощью применения нейронных сетей. В ходе работы авторы реализовали и обучили многослойные перцептронные сети для частичной и полной аппроксимации сложновычислимых правых частей дифференциальных уравнений, оценили их эффективность и показали, что НС смогли устранить недостающую динамику в системе.

В исследовании 2017–2019 гг. Raissi et al. были разработаны нейронные сети для аппроксимации решений небольшого набора уравнений в частных производных: Бюргера, Шредингера, Навье–Стокса, Аллен–Кана и Кортевега—де Фриза [5].

Flamant et al. разрабатывают универсальную нейронную сеть, которая может аппроксимировать решение любого дифференциального уравнения [6]. В качестве результата авторы получили точность сопоставимую с методом Рунге–Кутта 4 порядка при схожем количестве операций с плавающей точкой в секунду. Но полученный инструмент не подходит для быстрых серийных вычислений в связи со сложностью самой НС.

*Работа выполнена при финансовой поддержке СПбГУ (id проекта 94034084).

Целью данной работы является создание библиотеки для генерации нейронных сетей по заданным параметрам и оболочки над библиотекой, для заданного дифференциального уравнения предлагает топологию нейронной сети прямого доступа.

Библиотека должна позволять по заданной топологии и параметрам обучения создавать и обучать нейронные сети, осуществлять их экспорт/импорт в качестве набор весов и смещений, производить генерацию исполняемого кода на C++ для проведения серийных вычислений. Также должна быть возможность проведения экспериментов над обученными нейронными сетями и оценивания их качества и эффективности.

Оболочка над библиотекой должна представлять собой экспертную систему, которая по дифференциальному уравнению, начальному условию и выставленным требованиям к решению предлагает топологию и параметры обучения нейронной сети. Также у оболочки должен быть графический интерфейс.

В рамках работы над проектом были реализованы следующие задачи.

- Выбраны метрики, оптимизаторы и функции потерь для обучения нейронных сетей.
- Разработан прототип библиотеки.
- На основе прототипа созданы наборы датасетов, представляющие собой тесты основной библиотеки.
- На основе прототипа разработана основная библиотека.
- Разработана первая версия экспертной системы.

1. *Aksenova O. A.*, *Khalidov I. A.* Simulation of unstable rarefied gas flows in a channel for different Knudsen numbers // AIP Conference Proceedings. — 2019. — V. 2132. — 180009.
2. *Mao G.*, *Zeng R.*, *Peng J. et al.* Reconstructing gene regulatory networks of biological function using differential equations of multilayer perceptrons // BMC Bioinformatics. — 2022. — V. 23. — P. 503.
3. *Mohanta Rishika*, *Assisi Collins.* Parallel scalable simulations of biological neural networks using TensorFlow: A beginner's guide. — DOI: 10.48550/arXiv.1906.03958.
4. *Lei C.L*, *Mirams G. R.* Neural Network Differential Equations For Ion Channel Modelling // Front Physiol. — 2021. — V. 12. — 708944.
5. *Raissi M.*, *Perdikaris P.*, *Karniadakis G. E.* Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations // J. Comput. Phys. — 2019. — V. 378. — P. 686–707.
6. *Flamant Cedric*, *Protopapas Pavlos*, *Sondak David.* Solving Differential Equations Using Neural Network Solution Bundles. — DOI: 10.48550/arXiv.2006.14372.

ПОДХОД К РАНЖИРОВАНИЮ СТУДЕНТОВ ПО УСПЕВАЕМОСТИ ДЛЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО УЧЕБНЫМ ГРУППАМ

С. С. Асмолов, Ю. Б. Чечиков, И. С. Ведьманов

МАИ, Москва, Россия

На сегодняшний день существует множество методов ранжирования студентов по различным параметрам, начиная от самых стандартных, к которым относятся распределения по среднему баллу за ЕГЭ или с помощью отдельного сотрудника учебной организации, который самостоятельно выполняет разделение по группам, и заканчивая более комплексными методами. К таковым можно отнести формирование учебных групп с помощью анализа социальных сетей. В данном подходе ключевым критерием качества при распределении учащихся считается сохранение социальной структуры отношений, т. е. важно учитывать сложившиеся дружеские

отношения, так как у учеников, имеющих друзей в своей группе, больше шансов придвинуться в эмоциональном и умственном развитии [1]. Кроме того, выделяются методы формирования учебных групп по состоянию здоровья (по результатам медицинского осмотра определяются наиболее значимые нозологические группы, и организация учебных групп основывается именно на них [2]), по критерию уровня знания иностранного языка и т. д., но особого внимания требует многокритериальный подход.

Для решения задачи многокритериального анализа она разбивается на подзадачи, каждая из которых будет соответствовать квазиоптимальному подбору учащихся для группы, затем, объединив решения всех подзадач вместе, будет найдено решение исходной задачи [3]. В многокритериальный анализ могут войти, например, следующие критерии: количество баллов за ЕГЭ, желание учиться в одной группе с определенными людьми, наличие тезок и однофамильцев.

По результатам обзора вышеописанных методов вытекает вывод: они все используют определенный набор входных параметров, на основе которых происходит ранжирование учащихся по группам. Такой подход имеет недостаток, так как исключает влияние внешних факторов, которые могут повлиять на значения этих параметров в случае конкретного человека, и как результат оценка может быть неточной. Одним из решений этой проблемы является введение испытательного срока до момента разделения по группам, в течение которого учащийся будет тестироваться, что даст возможность учащимся с более плохими результатами показать себя, а учащимся с более хорошими результатами подтвердить их. Испытательный срок будет длиться от нескольких месяцев до целого семестра в зависимости от необходимости и количества людей, которых необходимо распределить. В течение него каждый учащийся будет проходить как тестовые задания, так и задания, отражающие способность человека подходить к решению комплексных задач и проявлять логическое мышление. Важным плюсом предлагаемого метода распределения является возможность посмотреть, как конкретный студент сможет проявить себя в условиях учебной организации, куда он поступил.

По окончании испытательного срока будет происходить ранжирование по группам на основании тех результатов, которые были показаны. Если учащийся показал результат ниже среднего, то он отправляется в группу 1, если были показаны результаты выше среднего, то он отправляется в группу 2. Таким образом, будут сформированы группы с аналогичными по знаниям и мотивации людьми, а значит будет меньше шанс возникнуть ситуации, когда более сильный учащийся будет терять желание учиться, если остаток группы не проявляет интереса к учебе и т. д. При таком разделении будет возможность подобрать соответствующий учебных план для каждой из выделенных групп, сделав учебный процесс более гибким и интересным как для преподавателя, так и для обучающегося. Кроме того, у более слабой группы будет мотивация перейти в более сильную, а у более сильной — не перейти в слабую.

1. Формирование учебных групп с помощью анализа социальных сетей [Электронный ресурс]. — URL: `https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-uchebnyh-grupp-v-universitete-s-pomoschyu-analiza-sotsialnyh-setey` (дата обращения: 20.02.2023).
2. О тенденции распределения в учебные группы по состоянию здоровья [Электронный ресурс]. — URL: `https://cyberleninka.ru/article/n/o-tendentsii-raspredeleniya-studentov-v-uchebnye-gruppy-po-sostoyaniyu-zdorovya` (дата обращения: 20.02.2023).
3. Решение задачи формирования учебных групп с учетом набора критериев [Электронный ресурс]. — URL: `https://cyberleninka.ru/article/n/reshenie-zadachi-formirovaniya-uchebnyh-grupp-s-uchetom-nabora-kriteriev` (дата обращения: 20.02.2023).

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НЕЙРОННОЙ СЕТЬЮ ВРЕМЕНИ РАЗРУШЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ИНВЕРСИИ

Н. А. Баранов

ВЦ ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

Температурные стратификация атмосферы является важной характеристикой, определяющей циркуляцию воздушных масс в приземном слое атмосферы. В частности, от температурной стратификации зависит рассеивание загрязняющих примесей [1]: наличие инверсии формирует задерживающий слой, который способствует их накоплению в приземном слое, создавая неблагоприятную экологическую обстановку. Оценка времени разрушения инверсии обеспечивает прогноз времени рассеивания накопленных примесей, а также возможность управления периодическими выбросами промышленных предприятий.

В ряде работ предпринимались попытки построить прогностическую модель динамики изменения профиля температуры, в том числе и с использованием нейросетевых методов [2, 3]. В данной работе рассматривается задача прогнозирования времени разрушения инверсии на основе непрерывного мониторинга профиля температуры с помощью средств дистанционного зондирования [4]. В качестве исходных данных использованы данные измерений температурной стратификации одноканальным микроволновым профилометром МТР-5 в районе с. Погорелое Городище (Тверская обл.), который обеспечивает непрерывное зондирование температуры до высоты 1000 м с периодом 5 мин.

Формирование системы исходных данных выполнено на основе методического подхода, изложенного в работе [5]. Все данные наблюдений разделены на весенне-летний период (апрель–сентябрь) и осенне-зимний (октябрь–март). Предварительно выполнялось осреднение данных измерений за 30 мин. Особенностью данной работы является использование в качестве исходных данных прогнозирования не отдельных характеристик инверсии (высота инверсии, мощность инверсии, толщина инверсионного слоя), а полного вектора измерений профиля температуры.

В результате экспериментов с различными архитектурами полносвязных нейронной сетей была построена нейронная сеть с двумя скрытыми слоями, архитектура которой представлена в табл. 1. Входом нейронной сети является вектор значений температуры на высотах измерений профилемера МТР-5 в момент формирования инверсии максимальной мощности. Размерность входного вектора равна 23.

Таблица 1

Архитектура нейронной сети

Тип слоя	Размер	Число параметров	Функция активации
dense (Dense)	(None, 32)	768	linear
dense_1 (Dense)	(None, 128)	4224	tanh
dense_2 (Dense)	(None, 32)	4128	tanh
dense_3 (Dense)	(None, 1)	33	relu
Общее число параметров		9153	

Данные наблюдений на 2019–2020 гг. были разделены на обучающее и тестовое множество. Объем обучающего множества составил 760 измерений, тестового — 190. В обучающей выборке 20% данных измерений рассматривались в качестве

валидирующего множества. Обучение проводилось методом адаптивной оценки моментов Adam. В качестве примера на рис. 1 и 2 показаны результаты решения задачи прогнозирования времени разрушения инверсии нейронной сетью, обученной на данных измерений весенне-летнего периода. Ось абсцисс соответствует измеренным значениям времени разрушения инверсии, а ось ординат — времени, рассчитанному нейронной сетью. Длительность обучения составила 2500 эпох. Увеличение количества эпох не дает повышения качества обучения.

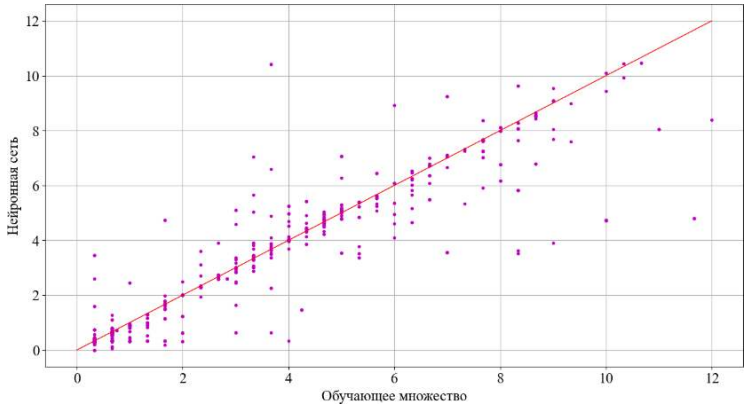


Рис. 1. Результаты прогнозирования времени разрушения инверсии на обучающем множестве

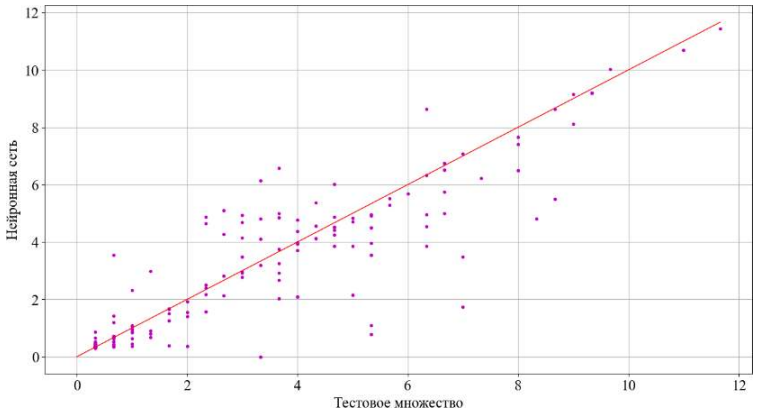


Рис. 2. Результаты прогнозирования времени разрушения инверсии на тестовом множестве

Обучение проводилось для двух вариантов метрики: среднеквадратическая ошибка mse (с функцией потерь — средняя абсолютная ошибка mae) и средняя абсолютная ошибка (с функцией потерь — среднеквадратическая ошибка). Оба критерия оптимизации дают сравнимое качество решения задачи: при использовании в качестве метрики среднеквадратической ошибки — mse = 1,0279, mae = 0,4822; при использовании в качестве метрики средней абсолютной ошибки — mse = 0,9809, mae = 0,4010.

1. *Lokoshchenko M. A.*, *Bogdanovich A. Y.*, *Elansky N. F. et al.* Thermal Inversions and Their Influence on the Composition of the Surface Air Layer over Moscow // Izv. Atmos. Ocean. Phys. — 2021. — V. 57. — P. 559–567. — DOI: 10.1134/S0001433821060086.

2. *Баранов Н. А.* Прогнозирование временных рядов метеопараметров на основе подхода нейронных дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнения, математическое моделирование и вычислительные алгоритмы: сборник материалов международной конференции, Белгород, 25–29 октября 2021 г. / Под ред. В. Б. Васильева, И. С. Ломова. — Белгород: ИД «БелГУ» НИУ «БелГУ», 2021. — С. 127–130.
3. *Baranov N. A.*, *Lemishchenko E. V.* Forecasting temperature profile based on blending of measurement data and numerical prediction models // Int. J. of circuits, systems and signal processing. — 2018. — V. 12. — P. 235–239.
4. *Kadygrov E. N.*, *Knyazev A. K.*, *Shaposhnikov A. N.* Peculiarities of Stratospheric Temperature Stratification Measurements by the Microwave Radiometry Method // Izv. Atmos. Ocean. Phys. — 2022. — V. 58. — P. 284–294.
5. *Баранов Н. А.*, *Князев А. К.*, *Миллер Е. А.* Результаты анализа продолжительности радиационных инверсий от характеристик температурной стратификации в пограничном слое атмосферы // Всероссийская конференция, посвященная памяти академика А. М. Обухова «Турбулентность, динамика атмосферы и климата». Сборник тезисов докладов. — М.: Физматкнига, 2022. — С. 146.

РАСПОЗНАВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОДХОДОВ ТЕОРИИ ПЕРКОЛЯЦИИ

А. Е. Безматерных, М. М. Бузмакова

ПГНИУ, Пермь, Россия

Распознавание изображений — это процесс автоматического обнаружения, идентификации и классификации изображений с помощью различных компьютерных технологий. Особенно стремительно развивается это направление в последние два десятилетия. Будущее распознавания изображений очень многообещающе и перспективно, поскольку уже сейчас оно широко применяется в научных и инженерных областях, таких как робототехника, промышленность и автомобилестроение, а также имеет большое значение в медицине, криминалистике, сфере безопасности и др. Основной целью такой технологии является имитирование человеческого зрения — автоматизация тех задач, которые ранее требовали участия человека. Несмотря на то, что человек справляется с задачей распознавания

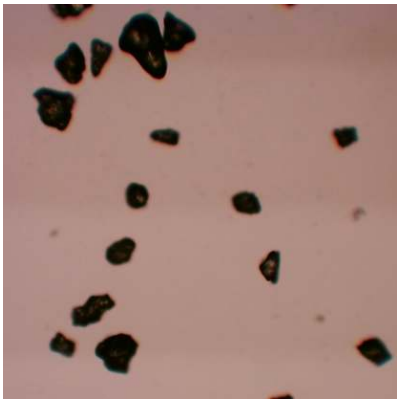


Рис. 1. Исходное изображение кварцевого песка

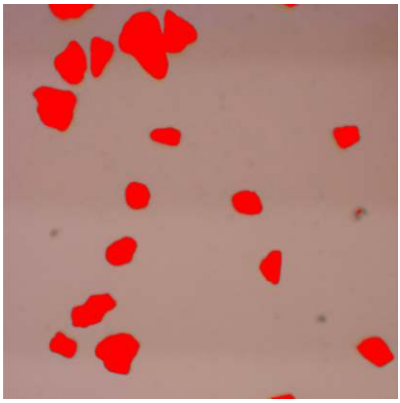


Рис. 2. Изображение с маркированными узлами

окружающих его объектов достаточно легко, еще не придуман такой эффективный метод или алгоритм, который можно было бы универсально применить для абсолютно любой задачи распознавания. Однако, использование разных методов для конкретных задач может дать гораздо более быстрые и качественные результаты, по сравнению с человеком. Среди методов распознавания изображения популярностью пользуются подходы искусственного интеллекта.

В данной работе предлагается новый подход к распознаванию изображений — применение теории перколяции. Теория перколяции — это математическая теория, которая используется для описания возникновения связанных структур в неупорядоченных средах. Предполагается, что данный способ в ряде случаев будет более простым, эффективным и надежным по сравнению с существующими. Есть исследования, в которых теория перколяции применяется для распознавания зашумленных черно-белых изображений. В одном из них [1] авторы предлагают новый алгоритм предобработки на основе перколяционной теории для улучшения качества бинарных изображений. Авторы статьи проводят анализ функции распределения веса кластеров. Для зашумленного изображения вычисляется расхождения графиков функций распределения кластеров, и уже на основе этого делается вывод, принадлежит ли кластер исходному изображению, либо же это шум. В другой статье [2] авторы предлагают новый метод распознавания объектов на зашумленных изображениях. Задача обнаружения объектов представляется как задача проверки непараметрических гипотез. Достоинством и отличием данного метода авторы называют возможность его применения к изображениям, на которых присутствуют объекты неправильной, неизвестной формы, с негладкими границами.

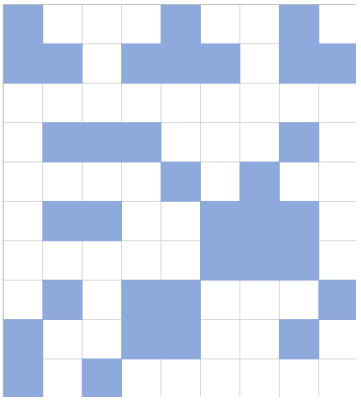


Рис. 3. Фрагмент перколяционной решетки

1	0	0	0	1	0	0	1	0
1	1	0	1	1	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	0
0	0	0	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	1	1	1	0
0	0	0	0	0	1	1	1	0
0	1	0	1	1	0	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0

Рис. 4. Двумерный массив нулей и единиц

1	0	0	0	2	0	0	3	0
1	1	0	2	2	2	0	3	3
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	4	4	4	0	0	0	5	0
0	0	0	0	6	0	7	0	0
0	8	8	0	0	7	7	7	0
0	0	0	0	0	7	7	7	0
0	9	0	10	10	0	0	0	11
12	0	0	10	10	0	0	13	0
12	0	14	0	0	0	0	0	0

Рис. 5. Результат разбиения узлов на отдельные кластеры

В рамках настоящей работы предлагается перколяционная модель процесса распознавания цветного изображения. Рассмотрена перколяционная задача узлов на квадратной решетке. Занятым узлом считается пиксель, принадлежащий неко-

торому объекту, свободный узел — это пиксель фона. Пиксели одного объекта объединяются в группы — кластеры.

Для модели разработан алгоритм маркировки свободных и занятых узлов и реализован алгоритм распределения узлов по кластерам (Хошена–Копельмана [3]). Такие перколяционные характеристики, как средний размер кластера и распределение кластеров по размерам позволят исследовать свойств объектов на изображении. Результаты работы программы можно увидеть на рисунках ниже. На рис. 1 представлено исходное изображение — фотография с микроскопа микрочастиц кварцевого песка в эпоксидной смоле. Рисунок 2 показывает результат алгоритма маркировки узлов на решетке.

На рис. 3 представлена часть полученной перколяционной решетки: закрашенные квадраты являются занятыми узлами (пикселями объектов), незакрашенные — фон.

В программе эти данные хранятся в виде двумерного массива из 1 и 0, соответственно (рис. 4). Результаты работы алгоритма Хошена–Копельмана — разбиение узлов на отдельные кластеры — представлены на рис. 5.

Результаты работы алгоритма можно считать удовлетворительными. В настоящее время авторами работы программа тестируется на более сложных изображениях и анализируются характеристики кластеров.

1. *Бондаренко М. А.*, *Красотин С. Ю.* Методы теории перколяции в задаче распознавания бинарных изображений // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. — 2014. — №1. — С. 25–30.
2. *Davies L.*, *Wittich O.*, *Langovoy M.* Detection of objects in noisy images based on percolation theory. — 2011.
3. *Hoshen J.*, *Kopelman R.* Percolation and cluster distribution. I. Cluster multiple labeling technique and critical con-centration algorithm // Phys. Rev. B. — 1976. — V. 1(14). — P. 3438–3445.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ШУМА КАНАЛА СВЯЗИ НА КАЧЕСТВО ПЕРЕДАЧИ СЖАТЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

В. А. Бренько

ТОГУ, Хабаровск, Россия

В работе исследована цифровая система передачи данных, которая могла бы исправлять многие ошибки, возникшие при передаче информации через зашумленный канал связи. Для тестирования системы передачи информации использованы изображения разного формата. На основе проведенного исследования можно провести оценку параметров системы передачи сжатых изображений через зашумленный канал связи, при которых шумы становятся незаметными глазу.

На основе технических параметров системы передачи выбраны характеристики, наиболее полно отвечающие оценке параметров зашумленного канала связи и адаптированные для практических расчетов. В качестве примера проведена оценка характеристик зашумленного канала связи.

1. *Никитин Г. И.* Помехоустойчивые циклические коды: Учеб. пособие. — СПб.: Изд-во СПбГУАП, 2003. — 33 с.
2. *Костров Б. В.* Основы цифровой передачи и кодирования информации. — Рязань: РГРТУ, 2010. — 196 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ С ПОДКРЕПЛЕНИЕМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПЕРЕХВАТА ПРОБЛЕМНОГО ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА В ГЕТЕРОГЕННОМ ТРАНСПОРТНОМ ПОТОКЕ*

Н. В. Быков, В. А. Кульметьева

РУТ (МИИТ), Москва, Россия

Активное развитие и внедрение технологий беспилотных автомобильных транспортных средств (БАТС) поднимает вопрос обеспечения безопасности движения на дорогах общего пользования. БАТС может потерять управление в связи с выходом из строя одной из внутренних систем, или же ввиду захвата злоумышленником. В этом случае необходимо обезвредить неисправное автомобильное транспортное средство и удалить его из транспортного потока. Для этой задачи предлагается использовать беспилотный агент-перехватчик, целью которого является преследование проблемного АТС с последующим его обезвреживанием.

Целью данной работы является применение алгоритмов машинного обучения с подкреплением (Reinforcement Learning, RL) к моделям транспортного потока на основе клеточных автоматов (КА). Транспортный поток в данном случае рассматривается как игровое поле, а агент-перехватчик как обучаемый игрок.

Выбор RL среди других видом машинного обучения обуславливается недостаточным количеством эмпирических данных о гетерогенных транспортных потоках, ввиду малой распространенности БАТС на дорогах. Поэтому агент вынужден обучаться на непосредственно на взаимодействии со средой, а не на некотором наборе исходных данных.

Игровое поле, или иными словами Среда, представляет собой КА, основанный на правиле 184 (КА184) по классификации Вольфрама [1]. КА184 моделирует однополосную дорогу, на которой АТС представлены идентичными частицами. Дорога разделена на равные сегменты (клетки). Частицы занимают ровно одну клетку каждая. Все частицы двигаются одновременно согласно правилам эволюции: в каждый следующий временной шаг частица перемещается вперед в том случае если следующая клетка по направлению движения свободна, иначе частица остается на исходном месте.

Для более реалистичной картины в случае человекоуправляемых АТС вводится так называемое случайное торможение, предложенное в [2], т. е. движение вперед осуществляется с некоторой вероятностью, значение которой зависит от расстояния до впереди идущего АТС.

Правила движения для БАТС несколько отличаются. Во-первых, у них отсутствует выше указанное случайное торможение. Во-вторых, БАТС способны организовывать кластеры и двигаться как единое целое. То есть правила эволюции КА в случае БАТС зависят от типа впереди идущего АТС (подробнее см. [2]).

Так как для успешного осуществления перехвата необходимо наличие более чем одной полосы движения, вводятся правила перестроения АТС из одной полосы в другую.

Перестроение человекоуправляемых АТС осуществляется согласно правилам, предложенным в [3]. Они довольно просты: если частица не может двигаться вперед в текущей полосе, она попытается перестроиться. Смена полосы происходит в

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №19–29-06090 мк.

том случае если целевая клетка свободна, и никакая другая частица не собирается ее занять.

Правила перестроения БАТС в потоке, как и его движение, обуславливаются типом транспортного средства, находящегося как впереди по пути следования, так и позади сменяющего полосу АТС (подробнее см. [2]).

Перейдем к правилам поведения агента-перехватчика. Агент-перехватчик (он же Игрок) — это алгоритм обучения с подкреплением, который взаимодействует с окружающей средой посредством выбираемых действий. Среда реагирует на действия агента изменением своего состояния и подачей сигнала подкрепления.

Ввиду того, что Игрок является участником транспортного потока, его действия аналогичны действиям частиц в потоке: агент может двигаться вперед и менять полосу движения. Поскольку предполагается, что для успешного осуществления перехвата агент может двигаться быстрее остальных участников потока, вводятся дополнительные действия, такие как увеличение (уменьшение, соответственно) скорости на одну единицу за раз, пропуск действия (сохранение текущей скорости) и полная остановка (сброс скорости до 0). Смена полосы и изменение скорости, как и в случае с АТС, происходит последовательно в один временной шаг.

Игрок получает награду +100, если он успешно перехватывает проблемного участника потока (он же Цель). Цель считается перехваченной, в нескольких случаях: а) если скорость Цели равна 0, а Игрок находится на той же полосе, но на одну позицию впереди; б) если Игрок находится в соседней полосе, но в той же позиции.

После осуществления успешного перехвата Игроку назначается новая Цель, и игра возобновляется. Если действие, выбранное Игроком, приводит к столкновению — Игрок получает штраф (−100) и игра заканчивается.

Из-за того, что топология дороги представляет собой замкнутое кольцо, Игрок может предпочесть оставаться на месте и ожидать момента, когда Цель сама окажется рядом. Чтобы предотвратить подобную ситуацию мы штрафуем Игрока (−1) каждый раз, когда тот выбирает оставаться на месте в случае, когда у него была возможность совершить неаварийное действие. Например, Игрок предпочитает сделать полную остановку или уменьшить скорость, когда она уже равна нулю, или сменить полосу движения, когда она уже является пограничной.

Также, чтобы избежать ситуации с ожиданием Цели, Игрок вознаграждается (+1), если выбранное им действие уменьшает расстояние до Цели. Это расстояние рассчитывается так, как если бы топология дороги представляла собой бесконечную прямую линию, а не окружность.

Для реализации механизма взаимодействия Игрока и Среды предложено использовать алгоритм Deep Q Network (DQN), впервые представленный в [4]. Этот алгоритм успешно решает игровые задачи, результатами превосходя человека-игрока.

В связи с тем, что Игрок совершает два действия за ход — перестроение и изменение скорости — для успешной реализации его поведения потребовалось две нейросети, отвечающих за смену полосы и скорость соответственно.

Согласно проведенным исследованиям, предложенный метод глубокого обучения показывает удовлетворительные результаты. Полученные результаты позволяют решить задачу управления агентом в случае перехвата беспилотных транспортных средств, и при соответствующем обеспечении уровня плотности транспортных средств, обеспечить возможность нейтрализации потенциально враждебного или вышедшего из строя беспилотного транспортного средства.

1. *Wolfram S.* Theory and Applications of Cellular Automata. — Singapore: World Scientific, 1986. — 263 p.

2. *Быков Н. В.* Моделирование кластерного движения беспилотных транспортных средств в гетерогенном транспортном потоке // Компьютерные исследования и моделирование. — 2022. — Т. 14, №5. — С. 1041–1058.
3. *Belitsky V.*, *Krug J.*, *Jordzo Neves E.*, *Schütz G. M.* A Cellular Automaton Model for Two-Lane Traffic // Journal of Statistical Physics. — 2001. — V. 103, No. 5. — P. 945–971.
4. *Mnih V.*, *Kavukcuoglu K.*, *Silver D.*, *Graves A. et al.* Playing atari with deep reinforcement learning. — 2013. — DOI: 10.48550/arXiv.1312.5602.

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЙРОСЕТЕВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ТЕКСТОВЫХ ДАННЫХ В БАЗАХ ЗНАНИЙ НА ОСНОВЕ MEDIAWIKI

Т. Б. Волкова, Г. В. Филиппов

МАИ, Москва, Россия

За время своего существования Wiki-технологии [1] показали, что могут стать основой проектов для накопления, передачи и обновления знаний. Социальная значимость и масштабы применения Википедии указывают на то, что веб-технология обладает значительным потенциалом для создания базы знаний на ее основе. Все важные и необходимые для работы материалы необходимо постоянно категоризировать и обновлять, что с успехом можно осуществить на движке MediaWiki [2, 3].

К сожалению, существует проблема викификации текста, которая состоит в том, что редакторам для приведения текста к типографике [1] требуется очень внимательно относиться к выбору подстановок, применяемых в языке текстов и вики-среде, в частности. Например, авторы могут обладать знаниями о предмете статьи, но по ряду причин (нехватка времени, незнание синтаксиса вики-разметки и т. п.) не могут или не хотят самостоятельно добавлять в написанные ими статьи такие важные элементы, как категории, иллюстрации, разделы, внутренние и внешние ссылки и др.

Редактирование небольших статей не занимает много времени. Однако, в базах знаний может храниться достаточно большое количество текстов разного содержания, что существенно увеличивает время по их редактированию.

Чтобы упростить работу редакторов и сэкономить время для обработки текстов, была предложена идея автоматизации обработки текстовых данных в базах знаний, основанных на движке MediaWiki с помощью нейросетей. Это позволяет повысить скорость редактирования статей, упрощает сотрудникам компаний заполнение базы знаний, и, благодаря этому, уменьшает потребность в большом штате редакторов.

Однако, участие человека все еще требуется, так как могут наблюдаться мелкие ошибки, свойственные большинству современных нейросетей, и, кроме этого, имеется необходимость выделения памяти для словарей.

Одним из вариантов применения нейросетевых технологий, в частности, является решение задачи NER [6]. Она заключается в том, что необходимо: обнаружить, что какая-то последовательность слов — это именованная сущность; понять, к какому классу (имя человека, название организации, город и т. п.) эта именованная сущность относится. Это требуется для того, чтобы, при обработке текста, не выделялись ненужные для викификации элементы: союзы, частицы, цифры и т. п. [4].

Для решения задачи NER требуется интегрировать созданную нейронную сеть в виде расширения в базу знаний. Причем расширение делится на две части: внешнюю и внутреннюю.

Внешняя часть (frontend) состоит из кнопки запуска расширения; окна начала обработки, куда будет вставляться редактируемый текст и окна выхода обработки.

Внутренняя часть (backend) состоит из скрипта проверки внесенной информации, процедуры проверки и выделения сущностей, скрипта викификации, вставки изображений и функции выхода обработки.

Разработанное расширение для MediaWiki реализуется на языке программирования Python с подключением библиотеки, отвечающей за обработку текста с помощью нейросетей: spaCy, textacy, neuralcoref [5]. Выход сети в интерфейсе пользователя представляет собой текст, обработанный по правилам викификации, с возможностью его вставки в статью.

Благодаря автоматизации обработки текстовых данных в базах знаний с помощью нейросетевых технологий процесс заполнения базы знаний данными становится проще. Сотрудникам различных компаний больше не нужно тратить время на исправление мелких ошибок в вики-разметке, а компаниям — расширять штат сотрудников для работы с ней.

1. *Козловский С. А.*, *Жуков Д. А.*, *Медейко В. В.*, *Абарников О. И.*, *Кербуш Р. Н.* Википедия. Вводный курс. — М.: Астро Дизайн, 2020. — 56 с.
2. Официальный сайт MediaWiki с подробной информацией по движку [Электрон. ресурс]. — URL: `https://www.mediawiki.org/wiki/MediaWiki`.
3. *Волкова Т. Б.*, *Филиппов Г. В.* Формирование базы знаний с применением Wiki-технологии при проведении лабораторного практикума // Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (AMMAI'2022), 4–13 сентября 2022 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2022. — С. 451–452.
4. *Маслова М. А.*, *Дмитриев А. С.*, *Холкин Д. О.* Методы распознавание именованных сущностей в русском языке // Инженерный вестник Дона. — 2021. — №7.
5. Официальный сайт spaCy с подробной информацией по библиотеке [Электрон. ресурс]. — URL: `https://spacy.io/`.
6. Задачи извлечения именованных сущностей. NER [Электрон. ресурс]. — URL: `https://habr.com/ru/company/contentai/blog/449514/`.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПОВЫШЕННОЙ КОНСТРУКЦИОННОЙ ПРОЧНОСТИ СИСТЕМНО-ЛЕГИРОВАННЫХ МАРТЕНСИТНО-СТАРЕЮЩИХ СТАЛЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЙРОСЕТЕВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Д. А. Двойников, С. В. Гладковский, А. Г. Залазинский, В. Г. Титов, В. П. Швейкин

ИМАШ УрО РАН, Екатеринбург, Россия

Высокопрочные мартенситно-стареющие стали типа Х11Н10М2Т на Fe–Cr–Ni–Mo-основе (ЭП678, ЭП679, ЧС92), применяемые для производства высоконагруженных деталей машин, обладают повышенной коррозионной стойкостью, технологичностью и сопротивлением хрупкому разрушению при сравнительно невысоком содержании дорогостоящих дефицитных легирующих элементов [1]. Вместе с тем по уровню прочности ($\sigma_в$ = 1400–1600 МПа) известные стали данного класса уступают сталям типа Н18К9М5, а также конструкционным сталям других систем легирования. Одним из перспективных направлений повышения прочности МСС на Fe–Cr–Ni–Mo-основе является разработка составов, содержащих упрочняющие дисперсные частицы (Ti, Al, V). Вместе с тем, широкое применение новых высокопрочных коррозионностойких МСС в машиностроении сдерживается

из-за отсутствия систематизированных данных по их механическим характеристикам в зависимости от химического состава, определяющим конструкционную прочность и надежность работы данных материалов в изделиях и элементах конструкций; необходима реализация возможности сочетания повышенных прочностных свойств, значений ударной вязкости и статической трещиностойкости. В ряде работ [2, 3] для прогнозирования механических свойств материалов использован аппарат искусственных нейронных сетей, моделирование с помощью которых приводит, как правило, к меньшей погрешности вычислений по сравнению с регрессией при сравнительно большем количестве рассматриваемых параметров (химических элементов) и ограниченной серии экспериментов.

Цель исследования — разработка методических основ прогнозирования оптимального состава основных легирующих элементов Mo, Ti, Al, Cu, C, Ni, Cr и V мартенситно-стареющих сталей на примере стали Х11Н10М2Т с целью повышения их конструкционной прочности. Для чего использован аппарат нейронных сетей и многокритериальный метод «идеальной точки».

Выбор оптимального химического состава мартенситно-стареющих сталей сводится к задаче многокритериальной оптимизации [4, 5], в которой предикторами (переменными) являются химические элементы в% (масс.), а критериями оптимизации — пределы текучести, прочности, ударная вязкость и статическая трещиностойкость. Данные критерии часто являются противоречащими другу другу (максимум одного из них возможен при минимуме других). Метод «идеальной точки» позволяет многокритериальный характер задачи свести к однокритериальному, для этого вводится функция полезности F:

$$F = \sqrt{k_1\widetilde{\sigma}_{02} + k_2\widetilde{\sigma}_{\text{в}} + k_3\widetilde{KCU} + k_4\widetilde{K1c}}/2, \qquad (1)$$

где $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 1$ — весовые коэффициенты, принятые экспертом; $\widetilde{\sigma}_{02}$, $\widetilde{\sigma}_{\text{в}}$, $\widetilde{KCU}$, $\widetilde{K1c}$ — нормированные критерии в диапазоне $[0;1]$.

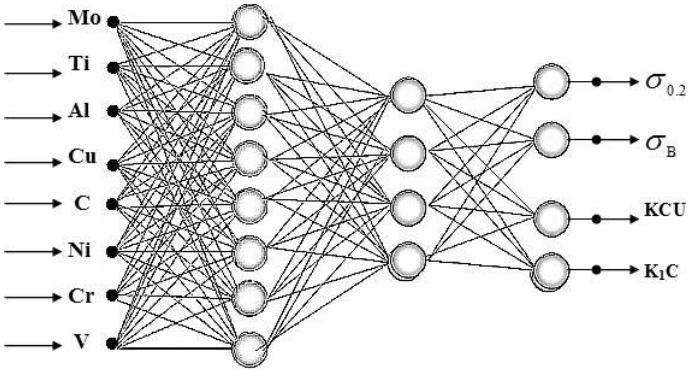


Рис. 1. Структурная схема нейронной сети

Для решения задачи многокритериальной оптимизации создана искусственная трехслойная нейронная сеть (рис. 1) прямого распространения сигнала (восемь входов по числу хим. элементов и четыре выхода: по одному для каждого механического свойства, алгоритм обучения — backpropagation). Обучение сети выполнено отдельно для каждого критерия на основе данных одиннадцати плавок из общего числа тринадцати экспериментов, остальные две использовались в качестве тестовых, ошибка обучения составила менее 10%, что приемлемо для инженерных

расчетов. Таким образом, нейросетевое моделирование позволило выполнить аппроксимацию нелинейных зависимостей между входными и выходными данными.

Оптимальный химический состав легирующих элементов стали определяется на основе обучения нейронной сети из условия, при котором механические свойства в совокупности наиболее приближены к точке F_0 («идеальная точка») в пространстве с наибольшими значениями критериев $\widetilde{\sigma_{02}}$, $\widetilde{\sigma_в}$, $\widetilde{KCU}$, $\widetilde{K1c}$. Из (1) следует, что $F_0 = 1$, при этом необходимо достичь условия $|F_0 - F_{опт}| \to \min$.

По результатам исследования в качестве оптимального принят химический состав (масс.): Mo = 1,9%, Ti = 0,85%, Al = 0,35%, Cu = 0,8%, C = 0,01%, Ni = 10,2%, Cr = 11%, V = 0,3%, которому соответствует комплекс механических свойств мартенситно-стареющей стали: $\sigma_{0,2} = 1592$ МПа, $\sigma_в = 1687$ МПа, $KCU = 0{,}66$ МДж/м^2, $K_{1c} = 78{,}24$ МПа $\cdot$ м$^{1/2}$, при этом $F_{опт} = 0{,}9748$ [6].

Необходимо отметить, что в процессе моделирования свойств мартенситно-стареющих сталей использование нейронной сети по сравнении с регрессионным анализом дает меньшую погрешность при значительном количестве (≥ 8) варьируемых факторов.

1. *Перкас М. Д.*, *Кардонский В. М.* Высокопрочные мартенситно-стареющие стали. — М.: Металлургия, 1970. — 224 с.
2. *Шкатов В. В.*, *Мазур И. П.*, *Шкатов В. В.* Прогнозирование твердости горячекатаных листовых сталей с использованием нейросетевых моделей // Современные материалы, техника и технологии. — 2017. — №7(15). — С. 103–107.
3. *Аношина О. В.*, *Трубникова А. С.*, *Мильдер О. Б.*, *Тарасов Д. А.*, *Ганеев А. А.*, *Тягунов А. Г.* Моделирование изменения предела длительной прочности сплавов на основе никеля с использованием байесовских искусственных нейронных сетей // Письма о материалах. — 2020. — Т. 10, №1(37). — С. 106–111.
4. *Титов В. Г.*, *Залазинский А. Г.*, *Крючков Д. И.*, *Нестеренко А. В.* Многокритериальная оптимизация методом «идеальной точки» состава сырья для изготовления композитной заготовки // Изв. вузов. Порошковая металлургия и функциональные покрытия. — 2019. — №2. — С. 49–56.
5. *Двойников Д. А.*, *Гладковский С. В.* Многокритериальный выбор количественного состава легирующих элементов мартенситно-стареющих сталей системы Fe–Cr–Ni–Mo с повышенным комплексом механических характеристик // Металлург. — 2021. — №5. — С. 40–44.
6. *Двойников Д. А.*, *Гладковский С. В.*, *Залазинский А. Г.*, *Титов В. Г.*, *Швейкин В. П.* Прогнозирование повышенной конструкционной прочности системно-легированных мартенситно-стареющих сталей с использованием нейросетевого моделирования // Металлург. — 2023. — №2. — С. 106–110. — DOI: 10.52351/00260827_2023_02_106.

ПРИМЕНЕНИЕ КОМБИНАЦИИ ЛИНЕАРИЗАЦИИ И АНАЛИТИЧЕСКОЙ МОДИФИКАЦИИ НЕЯВНОГО МЕТОДА ЭЙЛЕРА ДЛЯ ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОГО ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ ОБРАТНЫМ МАЯТНИКОМ*

М. Д. Закирова, Д. А. Лавыгин, Т. В. Лазовская, О. А. Скрипкин, Д. А. Тархов

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Задача управления обратным маятником в окрестности неустойчивого равновесия является простой моделью практически важных проблем теории управления.

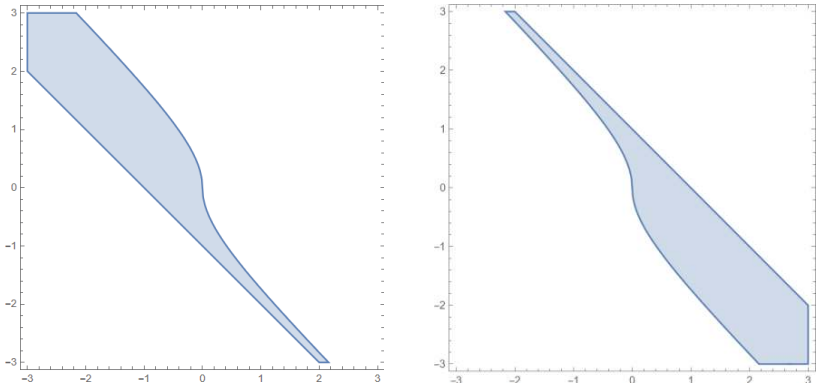
*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №22-21-20004, https://rscf.ru/project/22-21-20004/.

Сложность реализации систем такого рода заключается в существенной нелинейности уравнений, которые описывают его поведение и отличии реальной системы от ее математической модели. В соответствии с известным принципом максимума [1] оптимальное по времени ограниченное управление состоит в совершении двух шагов с постоянными управлениями разных знаков. В данной работе рассматриваются следующие подходы определения их длительности.

Первый основан на переходе к линеаризованной системе уравнений, описывающих характер движения маятника. Второй состоит в подборе времени выполнения с помощью нашей аналитической модификации [2] неявного метода Эйлера. Третий подход состоит в создании нейросети, которая бы автоматизировала процесс выбора одного из предыдущих подходов на каждом шаге процесса управления. Рассмотрим подробнее первый подход. Поведение маятника в окрестности верхнего положения равновесия моделируем системой на фазовой плоскости

$$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = \sin x + u. \tag{1}$$

Задача состоит в поиске двух временных интервалов, для которых $u = 1$ на одном интервале времени и $u = -1$ на другом. Произведя линеаризацию второго уравнения, получим систему, которая решается аналитически. В результате получается движение по гиперболе, вторая из этих гипербол проходит через начало координат. Таким образом, задача сводиться к нахождению точки пересечения данных гипербол и определения времени действия каждого из управлений. Выбор знака управления на первом шаге определяется координатой начальной точки (x_0, y_0). Если точка попадает в область, показанную на рис. 1, *а*, то управление на первом временном интервале выбирается с отрицательным знаком, если в область на рис. 1, *б*, то с положительным.



а *б*

Рис. 1. Области выбора знака управления, отрицательный (*а*) и положительный (*б*)

Рассмотрим случай, когда точка попадает в область с положительным управлением, тогда системы, описывающие первый и второй шаг, примут вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = x + 1 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = x - 1 \end{cases}$$

с решениями

$$\begin{cases} x + y + 1 = \exp(t_1)c_1, \\ x - y + 1 = \exp(-t_1)c_2; \end{cases} \quad \begin{cases} x + y - 1 = \exp(t_2)c_3, \\ x - y - 1 = \exp(-t_2)c_4. \end{cases} \tag{2}$$

В процессе решения данных систем мы получаем уравнения двух гипербол, описывающих движение точки: первая гипербола, $(x+1)^2 - y^2 = c_1c_2$, где мы берем $c_1c_2 = 1$, чтобы она проходила через начало координат; вторая гипербола: $(x-1)^2 - y^2 = a$, где $a = (x_0-1)^2 - y_0^2$, так как мы хотим, чтобы точка с координатами (x_0, y_0) принадлежала второй гиперболе. Приравнивая уравнения гипербол, находим координаты точки переключения управлений (x_1, y_1), далее мы сможем найти время каждого из управлений с помощью систем (2). Случай, когда начальная точка попадает в область, изображенную на рис. 1, рассматривается аналогично.

Второй подход заключается в решении системы (1) с помощью нашей аналитической модификации [2] неявного метода Эйлера с совершением двух шагов с управлениями разных знаков. Время выполнения этих шагов подбирается таким образом, чтобы в результате система перешла в положение равновесия, т. е. конечные координаты попали в окрестность начала координат. Так как мы стремимся попасть в начало координат, то на втором шаге задаем конечные координаты $x_2 = y_2 = 0$ и получаем из системы

$$\begin{cases} x_2 = x_1 + \tau y_2, \\ y_2 = y_1 + \tau(\sin x_2 - u), \end{cases} \quad \text{что} \quad \begin{cases} x_1 = 0, \\ y_1 = \tau u. \end{cases}$$

Далее, мы подставляем эти данные в систему

$$\begin{cases} x_1 = x_0 + \tau y_1, \\ y_1 = y_0 + \tau(\sin x_1 + u), \end{cases}$$

описывающую первый шаг с управлением другого знака, что позволяет вычислить само управление $u = -\operatorname{sign}(x_0)$ и время его действия в каждом из шагов.

На следующем этапе по результатам многократного прогона получившихся алгоритмов из случайных начальных точек обучаем нейронную сеть [3] определять оптимальный метод для произвольной начальной точки. В результате получаем комбинированный алгоритм, на каждом шаге которого нейронная сеть делает выбор из одного из двух базовых алгоритмов (линеаризации и неявного метода Эйлера).

1. *Понтрягин Л. С.*, *Болтянский В. Г.*, *Гамкрелидзе Р. В.*, *Мищенко Е. Ф.* Математическая теория оптимальных процессов. — М.: Наука, 1969.
2. *Lazovskaya T.*, *Tarkhov D.* Multilayer neural network models based on grid methods // Paper presented at the IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. — 2016. — V. 158(1).
3. *Васильев А. Н.*, *Тархов Д. А.* Нейросетевое моделирование. Принципы. Алгоритмы. Приложения. — СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2009.

ВОЗМОЖНОСТЬ ФИЗИЧЕСКИ-ОБОСНОВАННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

Б. Д. Кашфутдинов, С. В. Стрижак

ИСП РАН, Москва, Россия

В настоящее время методы математического моделирования активно используются для расчета вязких течений жидкости и газа, механических свойств композиционных материалов. Методы конечных объемов (МКО) и конечных элементов

(МКЭ) являются стандартными подходами в области математического моделирования. Проведение расчетов с большим количеством степеней свободы с использованием МКО, МКЭ является дорогостоящей процедурой, так как требует значительных вычислительных ресурсов.

Одним из способов ускорить расчеты параметров вязких течений и механических свойств материалов является замена МКО, МКЭ на контролируемый подход с использованием подготовленных данных на основе методов машинного обучения (МО) и применения глубоких нейронных сетей.

Один из подходов для разработки архитектур нейронных сетей, называемый «физически-обоснованные нейронные сети», или в англоязычной литературе как «physics informed neural network» (PINN), заключается в применении физических законов и уравнений в частных производных.

В работах [1, 2] авторами впервые была введена концепция физически-обоснованных нейронных сетей (PINN) для решения прямых и обратных задач, включающих рассмотрение различных типов уравнений в частных производных, с использованием бессеточного лагранжева метода. В работе [3] с использованием многофакторного подхода и физически-обоснованной нейронной сети изучались упругие свойства металлов (модуль Юнга, предел текучести, показатель деформационного упрочнения n) и свойства алюминиевых сплавов (Al6061–T6511, Al7075–T651, Ti–6Al–4V), полученных с помощью аддитивных технологий 3D-печати.

Для физически-обоснованной нейронной сети используется подход, который включает в себя задание необходимого количества расчетных точек в исследуемой области, для начальных и граничных условий, а также процедуру вычисления производных с использованием операции автодифференцирования. Для решения задачи необходимо предварительно задать размеры расчетной области и временной диапазон. Задача определена для безразмерных величин. В ходе решения задачи требуется изучить влияния гиперпараметров нейронной сети (количество нейронов и скрытых слоев, функция активации) на величину расчета невязки в исходных уравнениях.

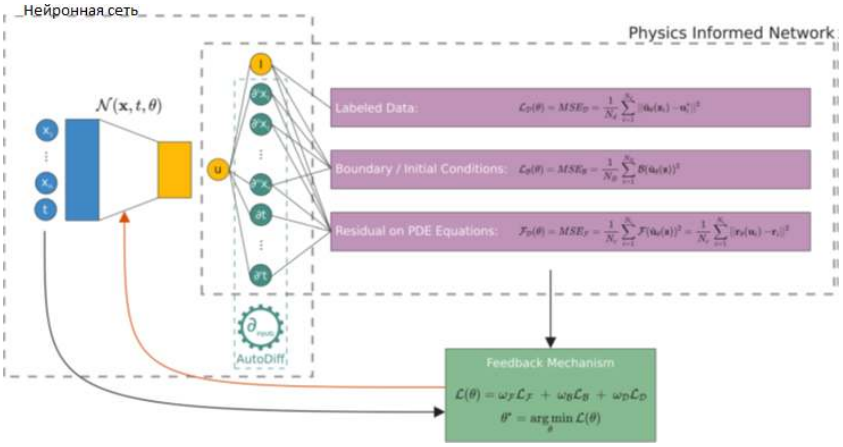


Рис. 1. Общая схема для построения физически-обоснованной нейронной сети

Подобная физически-обоснованная нейронная сеть состоит из трех основных блоков (рис. 1). Первая часть включает в себя модуль для вычисления остаточных слагаемых для дифференциальных уравнений в частных производных или относи-

тельную погрешность решения в норме L_2, а также погрешности для начальных и граничных условий. Параметры для полносвязанной нейронной сеть определяются путем нахождения минимума для общей функции потерь. Входы для нейронной сети преобразуются в соответствующие выходы. Вторая часть это полносвязанная нейронная сеть с физическими данными, которая берет выходные поля скоростей и вычисляет их производные, используя исходные уравнения для движения и неразрывности при решении задач механики жидкости. Также оцениваются граничные и начальные условия, данные наблюдений из эксперимента. Последним шагом является механизм формирования обратной связи, который минимизирует функцию потерь, используя заданный оптимизатор (Adam, L-BFGS-B), в соответствии с некоторой скоростью обучения, чтобы получить оптимальные параметры для нейронной сети.

В данной работе рассматривался вопрос построения архитектуры физически-обоснованной нейронной сети для моделирования прямой задачи для несжимаемого стационарного течения Коважного при $\mathrm{Re} = 40, 100$ и для решения задачи о трехмерном геофизическом течении Бельтрами, для которых существуют известные аналитические решения в литературе.

Для решения задачи о течении Коважного, для которого существует точное аналитическое решение, использовалась нейронная сеть с различными количествами скрытых слоев и нейронов $(4 \times 50; 7 \times 50, 10 \times 100)$. Относительные погрешности в норме L_2 достигали порядка $10 \cdot 10^{-5}$.

В работе также рассматривался вопрос построения архитектуры физически-обоснованной нейронной сети для нахождения перемещения упругой балки Эйлера на основе решения дифференциального уравнения четвертого порядка с заданными граничными условиями. Для данной задачи существует аналитическое решение.

Обучение нейронных сетей и процесс предсказания параметров течения жидкости в задачах Коважного и Бельтрами выполнялось на сервере с Intel Xeon, 32 GB RAM. Время обучения составило от 2 мин до 4 ч в зависимости от выбора гиперпараметров нейронных сетей. Динамические веса обновлялись каждые 100 эпох обучения. В качестве метрики для оценки результатов предсказания выбиралась величина MSE.

Обозначенные вычислительные ресурсы используются на этапе обучения нейронных сетей, получение результатов самих задач с использованием нейронных сетей на обученных моделях занимает секунды, что позволяет использовать данные нейронные сети, например, в системах реального времени при добыче и обогащении различных полезных ископаемых.

Программный код для решения выбранных задач был реализован на языке программирования Python с использованием научных библиотек для машинного обучения TensorFlow, numpy, DeepXDE.

1. *Raissi M., Perdikaris P., Karniadakis G. E.* Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations // Journal of Computational Physics. — 2019. — V. 378. — P. 686–707.
2. *Jin X., Cai S., Li H., Karniadakis G. E.* NSFnets (Navier-Stokes flow nets): Physics-informed neural networks for the incompressible Navier-Stokes equations // Journal of Computational Physics. — 2021. — V. 426. — 109951.
3. *Lu Lu et al.* Extraction of mechanical properties of materials through deep learning from instrumented indentation // Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America. — 2020. — V. 117. — P. 7052–7062.

О СПОСОБАХ ПОИСКА ИНФОРМАЦИИ В НАУКОМЕТРИЧЕСКИХ БАЗАХ ДАННЫХ

А. А. Коршунов, А. С. Козицын, С. А. Афонин, Д. А. Шачнев

НИИМ МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

Развитие любого научного направления базируется на анализе существующих результатов в этой области. Научным сотрудникам и профессорско-преподавательскому составу необходимо получать информацию об актуальных достижениях основных научных школ и коллективов по заданной тематике. Руководству научных и образовательных организаций требуются инструменты для анализа результатов, в первую очередь, научной деятельности их организаций, сравнения с мировым уровнем и корректировки основных целей и задач, в том числе с использованием механизмов финансового стимулирования достижений сотрудников.

Одним из возможных источников таких данных являются международные и российские системы цитирования (WoS, Scopus, РИНЦ и другие). Подобные системы позволяют провести поиск статей по авторам или названию, посмотреть цитируемость каждой статьи, получить ряд сводных сведений по организации в целом. Некоторые системы, например, Aminer, обладают существенно большей функциональностью, и позволяют проводить поиск и построение профилей авторов. Преимуществом подобных систем является большое количество загруженных публикаций. Например, в Scopus заиндексировано более 80 млн публикаций и более 10 млн докладов. В РИНЦ собрано более 40 млн публикаций (в том числе тезисов докладов). Основным недостатком подобных систем, наряду с проблемами верификации данных и устранения дубликатов, является небольшое количество типов обрабатываемой информации. В этой связи, одновременно с общими системами цитирования используются специализированные наукометрические системы для более подробного анализа деятельности организации. Одной из таких систем является наукометрическая система ИАС ИСТИНА [1] (далее «система»). По количеству зарегистрированных статей она уступает общим системам цитирования, однако, содержит данные о значительном количестве научной продукции других типов. База данных системы содержит информацию о миллионе научных статей и монографий, 500 тысячах авторов, 350 тысяч докладов, 33 тысячах диссертаций, 10 тысячах научных отчетов, 15 тысячах патентов, 124 тысячах учебных курсов, а также данные о научных коллективах, диссертационных советах, дипломных и курсовых работах, наградах и основных достижениях сотрудников из зарегистрированных в системе организаций. На текущий момент в системе зарегистрировано более 170 тысяч пользователей из тридцати двух организаций, в том числе МГУ имени М. В. Ломоносова.

Основной целью внедрения таких систем в организации с административной точки зрения является формирование инструментария для повышения эффективности управления научной деятельностью организации на основе анализа научной продукции, в том числе с использованием гибкого интерфейса построения отчетных форм [2] и модуля описания формул рейтинговой оценки сотрудников [3], который позволяет сформировать индивидуальную формулу расчета рейтинга для каждого из подразделения.

В отличие от аггрегирующих систем цитирования, исходные данные в систему вводятся пользователями самостоятельно. Используемые модули верификации информации позволяют автоматически распознавать авторов [4] по библиографическим данным, устранять дублирование, определять переводные версии публикаций [5] и решать другие задачи очистки входных данных.

Однако, возможности системы не ограничиваются только функциями сбора информации для управления организацией. Для рядовых пользователей реализованы обширные функциональные возможности. В первую очередь это представление информации и информационный поиск.

Большинство научных сотрудников заинтересовано в повышении цитируемости своих публикаций и представлении информации о себе в Интернет. Для этого в системе созданы персональные страницы авторов с описанием научной деятельности авторов и списком научных публикаций. Каждая запись о публикации может сопровождаться полным текстом статьи или другими материалами. Следует отметить, что такой способ размещения своих материалов в Интернет не только значительно проще для конечных пользователей, но и существенно эффективнее. Портал системы имеет высокий авторитет в поисковых системах (например, в Google и Яндекс), и ее страницы попадают в верхний список результатов поиска, чего бывает сложно добиться для самостоятельно сделанных и размещенных на сторонних серверах профилей.

Система имеет свои специализированные механизмы поиска и анализа информации, учитывающие структуру хранимых данных.

Наиболее простым вариантом поиска является поиск авторов и публикаций, размещенный на первой странице поиска системы. Для поиска авторов необходимо указать фамилию и дополнительно можно ввести инициалы или имя автора. В результатах поиска будут показаны все удовлетворяющие условиям поиска авторы. При этом список результатов поиска будет содержать не только ФИО с возможностью перехода на профиль автора, но и его краткое описание: место работы и должность; список основных соавторов; количество опубликованных работ. Такой список, как правило, позволяет найти нужного автора даже при наличии большого количества однофамильцев.

При поиске статей пользователь может указать слова из названия статьи и провести дополнительную фильтрацию результатов поиска по году публикации, подразделению (что бывает полезно для многозначных терминов) и типу публикации.

В системе реализованы различные алгоритмы тематического поиска информации [6]. Информационная потребность пользователя может описываться набором ключевых слов или образцом для поиска. Объектом поиска могут быть журналы [7], конференции или эксперты [8] в заданной предметной области. При ранжировании результатов поиска учитывается не только соответствие объекта поисковому запросу, но и его авторитетность [9], рассчитанная на основе графов соавторства.

1. *Садовничий В. А.*, *Васенин В. А. и др.* Интеллектуальная система тематического исследования научно-технической информации (ИСТИНА). — М.: Изд-во Московского ун-та, 2014. — 262 с.
2. *Afonin S.*, *Kozitsyn A.*, *Astapov I.* Sqlreports: Yet another relational database reporting system // Proceedings of the 9th International Conference on Software Engineering and Applications, 2014. — P. 529–534.
3. *Васенин В. А.*, *Афонин С. А.*, *Зензинов А. А. и др.* Механизмы системы ИСТИНА для интеллектуального анализа состояния и стимулирования хода выполнения проектов в сфере науки и высшего образования // Научный сервис в сети Интернет: труды XXI Всероссийской научной конференции (23–28 сентября 2019 г., г. Новороссийск) / Под ред. В. В. Воеводин. — М.: ИПМ им. М. В. Келдыша, 2019. — С. 210–221.
4. *Козицын А. С.*, *Афонин С. А.* Алгоритм разрешения неоднозначности имен авторов в ИАС ИСТИНА // Современные информационные технологии и ИТ-образование. — 2020. — Т. 16, №1. — С. 108–117.

5. *Козицын А. С.*, *Афонин С. А.*, *Зензинов А. А.* Алгоритм определения переводов статей с использованием статистических данных // Электронные библиотеки. — 2018. — Т. 21, №6. — С. 494–505.
6. *Козицын А. С.* Алгоритмы тематического поиска данных в наукометрических системах // Программная инженерия. — 2022. — Т. 13, №6. — С. 291–300.
7. *Козицын А. С.*, *Афонин С. А.*, *Шачнев Д. А.* Метод оценки тематической близости научных журналов // Программная инженерия. — 2020. — №6. — С. 335–341.
8. *Shachnev D. A.* Searching for activity results and experts in a given subject area, taking results significance into account // Программная инженерия. — 2021. — Т. 12, №5. — С. 260–266.
9. *Козицын А. С.*, *Афонин С. А.* Метод поиска экспертов по данным наукометрических систем // Электронные библиотеки. — 2021. — Т. 24, №5. — С. 870–888.

ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОЕ ГЛУБОКОЕ ОБУЧЕНИЕ НА ГРИД-СИСТЕМЕ ИЗ ПЕРСОНАЛЬНЫХ КОМПЬЮТЕРОВ*

И. И. Курочкин

ИППИ РАН, Москва, Россия

Тенденция к увеличению размеров глубоких нейронных сетей и наборов данных (датасетов) для их обучения привела к тому, что для обучения современных архитектур нейронных сетей требуются высокопроизводительные вычислительные системы. Но, тем не менее, в настоящее время наблюдается дефицит такого типа систем, не смотря на увеличение количества таких систем и увеличения их возможностей. Одной из альтернатив высокопроизводительным вычислительным системам является использование распределенных вычислительных систем. Распределенные системы могут быть построены на базе ресурсов центров обработки данных, одной или нескольких облачных инфраструктур, а также на основе обычных персональных устройств. Распределенную вычислительную систему, состоящую из персональных устройств (компьютеры, ноутбуки, смартфоны, планшеты), а также серверов будем называть грид-системой из персональных устройств или грид-системой.

Грид-система имеет ряд особенностей: высокую гетерогенность вычислительных узлов, наличие возможных ошибок в расчетах, ненулевую вероятность отказа каналов передачи данных и вычислительных устройств. Под гетерогенностью подразумевается не только различные вычислительные возможности центральных процессоров (CPU), но и наличие других вычислителей, к примеру, видеокарт (GPU). Эти свойства затрудняют балансировку нагрузки (выдачу заданий) внутри грид-системы. Использование видеокарт позволяет существенно ускорить обучение глубоких нейронных сетей. Даже для локального обучения сравнительно небольших архитектур нейронных сетей за адекватное время на одном вычислительном узле использование видеокарт необходимо.

Существует множество подходов к распределенному глубокому обучению [1], приведем некоторые из классификаций по признакам:

1) разделение по модели/разделение по данным;

2) по наличию параметрического сервера: с параметрическим сервером/децентрализованное обучение;

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РНФ в рамках научного проекта №22-11-00317.

3) по ограничениям на распространение данных: с централизованным датасетом/федеративное обучение.

По первой классификации для распределенных вычислительных систем наиболее подходит класс «разделение по данным». Так как датасеты для глубоких нейронных сетей достаточно большие и могут содержать десятки миллионов изображений, то разделение датасета на части является вполне логичным шагом. Ограничение на распространение данных может возникать при решении задач обработки медицинских изображений, личных данных и др [2]. Некоторые подходы распределенного глубокого обучения были созданы под определенные типы вычислительных систем и используют их особенности. Приведенные в классификациях виды могут так же делиться на подвиды.

Для грид-системы на платформе BOINC [3] могут быть использованы все подходы по второй и третьей классификации. К примеру, может эффективно использоваться подход с параметрическим сервером с синхронным обновлением параметров [4]. В данной работе исследуется другой подход: децентрализованное глубокое обучение с централизованным датасетом. Не смотря на наличие в грид-системе сервера, который координирует выдачу заданий и отвечает за сбор результатов, можно реализовать подход с децентрализованным обучением. В этом случае на сервере не будет производиться обновление глобальной модели — агрегирование промежуточных результатов локальных моделей. Сервер будет использоваться только для обмена промежуточными результатами между узлами грид-системы. В общем случае, обмен промежуточными результатами происходит по определенной схеме, к примеру (рис. 1). При такой схеме итеративный процесс обучения происходит в локальных моделях глубоких нейронных сетей, а передаются только промежуточные результаты от одной локальной модели до другой. Передача результатов сразу нескольким узлам позволяет ускорить распространение информации в распределенной системе.

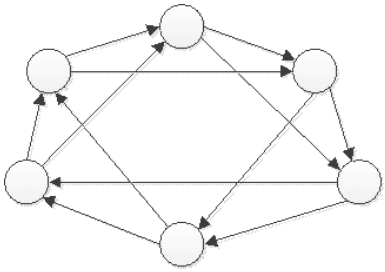


Рис. 1. Схема передачи данных при децентрализованном обучении

При реализации такой схемы в распределенных системах, развернутых на облачных инфраструктурах, возможно составления графа взаимодействия узлов. Обмен данными по такому графу возможно в процессе всего распределенного обучения. В грид-системах из-за их свойств и особенностей BOINC-сервера составление такого графа взаимодействий приведет к длительным простоям вычислительных узлов. Но за основу обмена данными взять принцип, по которому промежуточные результаты узла будут переданы определенному количеству других узлов. Тогда длительных ожиданий подключения «нужного» узла удается избежать. А промежуточные результаты передаются узлам, которые первыми соединились с сервером грид-системы для обмена данными.

Была развернута тестовая грид-система на платформе BOINC с 6 вычислительными узлами. Был проведен эксперимент по обучению простой сверточной нейронной сети на датасете MNIST. За 50 эпох обучения были достигнуты хорошие результаты по точности (accuracy) = 0,991. Данные результаты показывают принципиальную возможность применения децентрализованного глубокого обучения на грид-системах.

1. *Ben-Nun Tal*, *Torsten Hoefler*. Demystifying parallel and distributed deep learning: An in-depth concurrency analysis // ACM Computing Surveys (CSUR). — 2019. — V. 52(4). — P. 1–43.

2. *Bellavista P., Foschini L., Mora A.* Decentralized learning in federated deployment environments: A system-level survey // ACM Computing Surveys (CSUR). — 2021. — V. 54, No. 1. — P. 1–38.
3. *Anderson D. P.* BOINC: A Platform for Volunteer Computing // Journal of Grid Computing. — 2020. — V. 18. — P. 99–122.
4. *Kurochkin I. I., Kostylev I. S.* Solving the Problem of Texture Images Classification Using Synchronous Distributed Deep Learning on Desktop Grid Systems // Communications in Computer and Information Science. — Cham: Springer, 2020. — V. 1331. — P. 647–657.

АНАЛИЗ ЭВОЛЮЦИОННЫХ МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ НЕЙРОСЕТЕВОГО РЕШЕНИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА В ЕДИНИЧНОМ КВАДРАТЕ С РАЗРЫВНЫМ ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЕМ ДИРИХЛЕ*

Т. В. Лазовская, Е. М. Разумов, А. А. Сергеева, Д. А. Тархов, М. А. Чистякова

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Компьютерные методы решения математических задач стали неотъемлемой частью современных науки и технологий. В этом контексте, нейросетевые методы занимают особое место, благодаря своей способности к обучению и поиску сложных зависимостей в данных [1, 2]. В данной работе исследуется эффективность различных методов обучения и параметров мутации в эволюционном алгоритме построения нейросетевого решения для уравнения Лапласа в единичном квадрате с разрывным граничным условием Дирихле. Возможность решения подобных задач важна для таких практических задач математической физики как, например, моделирование распространения тепла в твердых телах или анализе электростатических полей [2]. Результаты данной работы планируется применить для создания более точных и эффективных алгоритмов численного решения таких задач.

В работе используются три метода обучения сети и три набора параметров мутации, что в сумме составляет девять вариантов решения. Для каждого из них проведены многократные расчеты, и проанализированы как усредненные, так и лучшие результаты. Методы обучения включают в себя добавление нейронов по одному с генерацией 100 начальных весов, выбор наилучшего, оптимизацию линейно входящего коэффициента C и доучивание всей сети со случайной генерацией точек на границе «1 метод». Отличия между методами заключаются в том, что в некоторых случаях доучивание всей сети было проведено с исключением неудачно добавленного нейрона «2 метод», а в других случаях кроме исключения используется критерий выбора нейрона как нормированная сумма ошибок по оператору и граничному условию «3 метод».

Различные параметры, используемые в исследовании, включают максимальное число нейронов и число шагов обучения первого нейрона. Для оценки результатов были использованы три показателя: ошибка удовлетворения уравнению Лапласа, ошибка удовлетворения граничному условию и ошибка соответствия с приближенным решением задачи, построенным на основе метода Фурье.

Отметим основные особенности проведенных экспериментов:

1. Время работы некоторых программ (в особенности, использующие первый метод) было гораздо более длительным, чем у других (например, третий метод).

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №22-21-20004, https://rscf.ru/project/22-21-20004/.

Таблица 1

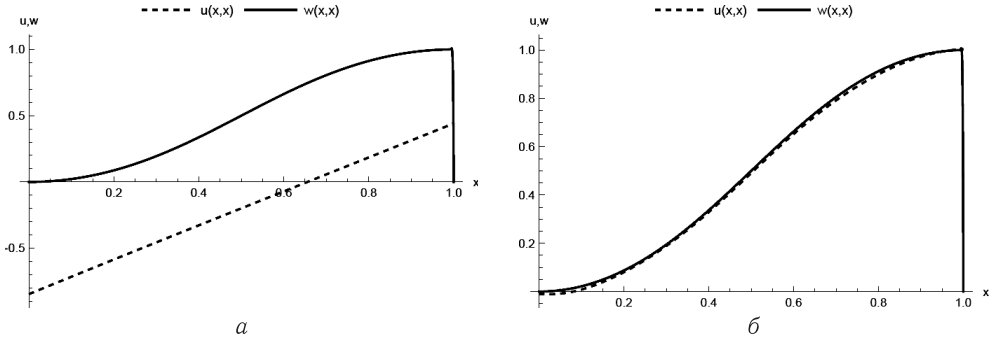
Усредненные результаты многократных вычислений программ

Метод	Max число нейронов	Число эпох обучения первого нейрона	Расчетный параметр Ag	Среднекв. ошибка, уравнение Лапласа	Среднекв. ошибка, данные измерений	Среднекв. ошибка, решение Фурье
1	20	200	0,9146925	0,0583049	0,1956895	0,0740306
1	20	400	0,9962438	1,2092330	0,1313035	0,0501956
1	30	200	0,9955565	2,1524250	0,1023898	0,0310222
2	20	200	0,5710418	0,8537900	0,4809525	0,4137480
2	20	400	1,0711500	0,8250230	0,3055080	0,2340410
2	30	200	0,8141750	1,0277335	0,2209275	0,1477175
3	20	200	1,0204165	4,1492300	0,1321786	0,0453144
3	20	400	0,9197200	0,2688913	0,3044460	0,1712070
3	30	200	0,6835980	0,0198399	0,4751560	0,3628500

Время, затрачиваемое программой для достижения ответов в некоторых запусках, превышало двое суток, что затруднило возможность получения равного количества результатов прохождений программ в различных блоках. Поэтому в некоторых случаях говорить о среднем значении практически не имеет смысла, так как это значение является единственным полученным.

2. Во время прохождения программ, использующие первый метод, текущий коэффициент Ag, рассчитываемый 25 раз для каждого нового нейрона, часто превышал порог в 10^6. Такое происходило примерно в 50% запусков программ. Время, затрачиваемое на расчет таких значений, в разы превышает затрачиваемое на расчет значений меньших этого порога, к тому же точность вычислений становилась слишком низкой. В случае превышения текущего коэффициента порога в 10^6 программу искусственно прерывали, что опять же увеличивало время для получения нового значения. Такую особенность программ, использующих первый метод, необходимо учитывать при выборе оптимального.

3. В некоторых прохождениях экспериментально полученные графики не совпадали с теоретическими, что показано, например, на рис. 1, *а*. Это необходимо учитывать при выборе оптимального метода из трех.



а *б*

Рис. 1. Графики нейросетевого $u(x, x)$ и аналитического решения $w(x, x)$, третий метод (*а*) и первый метод (*б*)

На основании полученных результатов наиболее удачным можно назвать первый метод, основанный на добавлении нейронов по одному с генерацией n_1 начальных весов, выбором наилучшего, оптимизацией C и доучивание всей сети со случайной генерацией точек на границе. При полученном количестве результатов средние значения при вычислении программ этим методом демонстрируется наименьшие значения среднеквадратичной ошибки удовлетворения граничному условию и среднеквадратичной ошибки соответствия пробной функции и наименьшее значение среднеквадратичной ошибки удовлетворения уравнению Лапласа при первом прохождении. Также можно заметить, что в вычислениях этого метода чаще встречаются почти полностью соответствующие графики, о которых говорилось ранее, в то время как в других блоках присутствуют достаточно заметные и существенные отклонения.

В дальнейшем необходимо увеличить количество экспериментальных данных для уточнения приведенных выводов. Не исключено, что при увеличении количества данных более оптимальным будет признан другой метод.

1. *Tarkhov D.*, *Vasilyev A.* Semi-Empirical Neural Network Modeling and Digital Twins Development. — Cambridge, MA: Academic Press, 2020.
2. *Antonov V.*, *Tarkhov D.*, *Vasilyev A.* Unified approach to constructing the neural network models of real objects. Part 1 // Math. Methods Appl. Sci. — 2018. — V. 41. — P. 9244–9251.

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ НАБОРА НЕЙРОСЕТЕВЫХ РЕШЕНИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ С ПОМОЩЬЮ ЭВОЛЮЦИОННОГО АЛГОРИТМА НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПОВ ПАРЕТО ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА В КВАДРАТЕ С РАЗРЫВНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ*

Т. В. Лазовская, Д. А. Тархов

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

В работе в качестве задачи многокритериальной оптимизации рассматривается уравнение Лапласа

$$\Delta u(x, y) = 0, \quad (x, y) \in [0, 1]^2$$

с разрывными граничными условиями Дирихле на сторонах единичного квадрата

$$u(x, 0) = u(0, y) = 0; \quad u(x, 1) = u(1, y) = 1; \quad x, y \in [0, 1].$$

Данная задача является некорректно поставленной, и известное приближенное аналитическое решение в виде усеченного ряда

$$w(x, y, l) = \frac{4}{\pi} \sum_{i=1}^{l} \frac{\sinh[\pi(2i-1)x] \sin[\pi(2i-1)y] + \sinh[\pi(2i-1)y] \sin[\pi(2i-1)x]}{\sinh[\pi(2i-1)](2i-1)}$$

имеет сильную осцилляцию вблизи границ рассматриваемой области (рис. 1).

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №22-21-20004, https://rscf.ru/project/22-21-20004/.

Предлагается эволюционный метод построения набора решений поставленной задачи в виде выходов нейронных сетей [1]

$$\left\{u_J(x, y, \mathbf{c}, \mathbf{a}) = c_0 + \sum_{i=1}^{n} c_i \varphi(x, y, \mathbf{a})\right\}_J,$$

где J соответствует правилу формирования функционала ошибки, в ходе минимизации которого подбираются параметры $\mathbf{c}, \mathbf{a}$ нейронной сети u_J. В качестве базисных функций $\varphi(x, y, \mathbf{a})$ были выбраны гауссианы, подходящие для решения задач в ограниченной области.

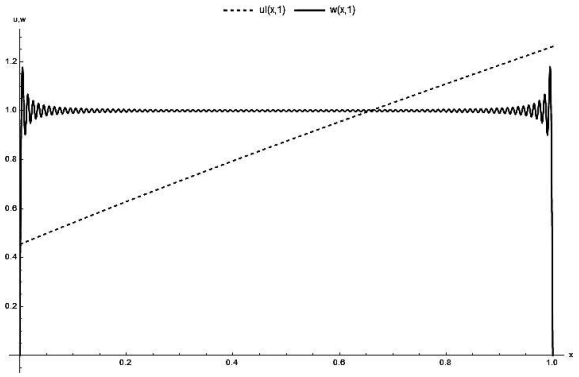


Рис. 1. График нейросетевого решения $u(x, 1)$ и аналитического решения $w(x, 1)$

Общая схема метода состоит в следующем:

1. Инициализируются n_1 начальных нейронов.
2. Вычисляются значения функционалов ошибок

$$J_1 = \sum_{k=1}^{m} (\Delta u(x_i, y_i))^2,$$

$$J_2 = 1/m_1 \sum_{j=1}^{m_1} \Big(\big(u(x_j, 1) - 1\big)^2 + \big(u(1, y_j) - 1\big)^2 \Big) + 1/m_2 \sum_{k=1}^{m_2} \big(u^2(x_k, 0) + u^2(0, y_k)\big).$$

3. Для набора λ_i (в данной работе мы рассматривали $i = 1, \ldots, 9$) выбираются нейроны с наименьшими значениями функционалов ошибки $J_i = J_1 + \lambda_i J_2$.

4. Выбранные нейронные сети обучаются (настраиваются параметры $\mathbf{c}, \mathbf{a}$) в ходе оптимизации соответствующих функционалов из п. 4 со случайной перегенерацией тестовых точек с 10 или 100 числом эпох обучения.

5. Далее среди полученных решений фиксируются формирующие приближение к фронту Парето, а остальные заменяются для ближайшие к ним.

6. Инициализируются еще 10 нейронов, лучший из которых относительно соответствующего функционала ошибки J_i и текущей i-й сети после вычисления оптимального параметра c добавляется к этой сети.

7. Возвращаемся к шагу 4, если еще не сформирована сеть максимального объема. Иначе — обучение с числом эпох равным 800.

На данном этапе в работе исследуется влияние числа эпох обучения нейронных сетей на первичном и после этапов скрещивания при фиксированном достаточно большом числе эпох обучения сетей максимального размера.

Были проведены серии компьютерных экспериментов, в которых объем итоговой сети наращивается до $n = 30$ нейронов скрытого слоя. Полученные результаты показали, что при увеличенном числе эпох обучения в процессе формирования сети достигается лучшее на порядок удовлетворение построенных решений уравнению Лапласа, при этом порядок ошибки на граничных условиях сохраняется.

Кроме того, во всех экспериментах получены нейросетевые решения поставленной задачи с гладкостью на границе $x \in [0,1]$, $y = 1$. В качестве индикатора гладкости некоторого решения $u(x,y)$ был выбран показатель

$$G_M(u) = \sqrt{\frac{1}{1000}\sum_{i=1}^{1000}\big(u(x_i,1)\big)^2},$$

где x_i — равномерно распределены на единичном отрезке.

Полученные значения индикатора гладкости нейросетевых решений в табл. 1 сравниваются между собой и с аналитическим решением.

Таблица 1

Показатель гладкости $G_M(u)$ для нейросетевых решений u_{10} и u_{100} с различным числом эпох обучения и различными итоговыми критериями отбора (представлен интервал полученных значений) и аналитического решения $w(x,y,100)$

Критерий отбора нейросетевого решения из набора	$G_M(u_{10})$	$G_M(u_{100})$	$G_M(w)$
$\min\left\{\dfrac{J_1}{\max J_1}+\dfrac{J_2}{\max J_2}\right\}$	[0,72; 0,93]	[0,60; 0,82]	25,42
$\min\{J_1\}$	[0,67; 0,86]	[0,76; 0,83]	
$\min\{J_2\}$	[0,09; 1,12]	[0,77; 0,84]	

На рис. 1 изображен срез аналитического и одного из нейросетевых решений на границе квадрата, иллюстрирующие осцилляцию первого и гладкость второго.

Таким образом, подход с построением набора нейросетевых решений позволяет получить стабильно гладкие решения, среди которых лицу, принимающему решению или эксперту, предлагается выбрать наиболее подходящее по какому-либо дополнительному критерию.

1. *Васильев А. Н., Тархов Д. А.* Нейросетевое моделирование. Принципы. Алгоритмы. Приложения. — СПб: Изд-во Политехнического ун-та, 2009. — 528 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ СОСТАВЛЕНИЯ УЧЕБНОГО РАСПИСАНИЯ

С. Ю. Лунева, П. С. Павлов

МАИ, Москва, Россия

На сегодняшний день расписание охватывает все сфера жизнедеятельности, почти любая организация или учреждение, независимо от того, в какой области она специализируется, имеют расписание. Также расписание является неотъемлемой частью в рабочем процессе учебных учреждений. Грамотно составленное расписание позволяет с пользой использовать рабочее время и увеличивать производительность.

Использование нейронной сети позволяет производить классификацию на основании большого количества имеющихся данных. Достоинство нейросетевого подхода состоит в свободе от модельных ограничений и масштабируемости.

В данной работе рассматривается приложение, которое решает задачу составления учебного расписания вуза. В основе работы приложения используется искусственная нейронная сеть. На вход нейронной сети поступают данные об учебной дисциплине, учебной группе, преподавателе и аудитории. День недели и номер пары являются обучающими данными. Нейронная сеть функционирует при следующих ограничениях: отсутствие незанятых занятий («окон»), соответствие аудитории, в которой проходит занятие, типу проводимого занятия, ограничение на количество занятий, проводимых в один день.

Приложение решает две подзадачи:

1) классификацию на основании данных, полученных за предыдущие годы;

2) классификацию на основании текущих данных для расширения расписания.

В качестве основы для приложения был выбран многослойный персептрон (MLP). Многослойный персептрон (MLP) — это модель искусственной нейронной сети прямого распространения, которая сопоставляет входные данные с набором соответствующих выходов. MLP состоит из нескольких слоев, и каждый слой полностью соединен со следующим. Узлами слоев являются нейроны с нелинейными функциями активации, за исключением узлов входного слоя. Сеть состоит из входного слоя, трех скрытых слоев и выходного слоя с линейной функцией.

Приложение реализовано на языке Python в среде Jupyter Notebook. Особенность данного языка программирования заключается в наличии большого количества подключаемых пакетов, позволяющих описать нейронную сеть и вывести результаты ее работы. Были использованы следующие пакеты:

- tensorflow и keras — реализация нейронной сети и ее обучение;
- pandas — импорт входных данных;
- numpy — работа с массивами данных;
- sklearn — нормализация входных данных.

Алгоритм решения. В первую очередь входные данные проверяются на корректность, а затем нормализуются. Далее формируется тестовая выборка (75% от общего количества данных), на основе которой будет производиться обучение нейронной сети. Результаты работы нейронной сети представляются в виде стандартного учебного расписания в формате pandas dataframe, что отображено на рис. 1, и могут быть экспортированы в таблицу CSV или Excel или записаны в таблицу базы данных.

Выходное значение нейрона определяется следующей формулой:

$$y = f\Big(\sum_{i=1}^{n} x_{ij} * W_{ij} + b\Big),$$

где n — количество входов нейрона, x_{ij} — i-й вход нейрона на j-м слое, W_{ij} — вес i-го нейрона на j-м слое, b — вектор смещения, f — функция активации ReLU.

Если определенная ячейка выходного вектора будет имеет максимальное числовое значение в отличии от остальных, то это будет означать о том, что нейронная сеть предполагает поставить в этот день учебную пару. Для того, чтобы избежать проблемы переобучения сети, данные подаются каждый раз в разной последовательности.

Результаты. Разработанное приложение позволяет формировать учебное расписание в образовательных организациях, основываясь на данных прошлых лет. Программа выводит таблицу с учебным расписанием формата pandas dataframe, а также Excel-таблицу. В дальнейшем планируется рассмотреть возможность разбие-

День недели	Номер пары	Предмет	Преподаватель	Аудитория
Пн	1	Философия	Шевцов Александр Викторович	ГУК Б-654
	1	Математический практикум	Лебедева Мария Витальевна	Орш. Б-304
	2	Теория вероятностей и математическая статистика	Осокин Андрей Владимирович	ГУК Б-652
	3	Теория вероятностей и математическая статистика	Осокин Андрей Владимирович	ГУК А-210
	3	Иностранный язык	Волкова Елена Борисовна	3-236
Вт	1	Математический практикум	Муравей Леонид Андреевич	3-131
	2	Математический анализ	Иванова Елена Павловна	ГУК Б-450
	4	Философия	Рыбаков Андрей Вячеславович	3-419
Чт	2	Операционные системы и архитектура компьютеров	Семенов Александр Сергеевич	3-429
	3	Безопасность жизнедеятельности	Палыга Руслан Борисович	3-429
	4	Математический анализ	Иванова Елена Павловна	ГУК Б-654
Пт	1	Экономическая теория	Бояр-созонович Андрей Станиславович	Орш. Б-304
	2	Фундаментальные алгоритмы	Романенков Александр Михайлович	Орш. Б-304
	3	Экономическая теория	Бояр-созонович Андрей Станиславович	Орш. В-505
	4	Физика	Решетников Вячеслав Анатольевич	Орш. Б-304
Сб	3	Операционные системы и архитектура компьютеров	Семенов Александр Сергеевич	Орш. Б-333
	3	Фундаментальные алгоритмы	Ирбитский Илья Сергеевич	Орш. Б-333

Рис. 1. Результат работы нейросети

ния расписания на четную и нечетную неделю, а также увеличение общего размера датасета и рассмотрение расписания с учетом занятий на военной кафедре.

1. *Павленко Д.* Введение в машинное обучение и искусственные нейронные сети [Электрон. ресурс]. — Электрон. текстовые дан. — 2020. — Режим доступа: `https://foobar167.github.io/page/vvedeniye-v-mashinnoye-obucheniye-i-iskusstvennyye-neyronnyye-seti.html`.
2. Учебный курс «Программирование глубоких нейронных сетей на Python» [Электронный ресурс]. — Режим доступа: `https://www.asozykin.ru/courses/nnpython`.
3. *Барский А. Б.* Нейронные сети: распознавание, управление, принятие решений. — М.: Финансы и статистика, 2004. — 176 с.
4. *Pellerin D.*, *Herault J.* Scheduling with neural networks: Application to timetable constructio // Neurocomputing. — 1994. — V. 6. — P. 419–442.
5. *Рашид Т.* Создаем нейронную сеть / Пер. с англ. — СПб.: ООО «Альфа-книга», 2017. — 272 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПУТЕЙ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ БЛА С ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМОЙ КОРРЕКЦИИ И КОНЕЧНОГО НАВЕДЕНИЯ*

Н. А. Максимов, А. В. Рысистов

МАИ, Москва, Россия

Сегодня беспилотные летательные аппараты (БЛА) являются одной из наиболее быстроразвивающихся отраслей науки и техники. Они используются в самых раз-

*Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России, номер темы FSFF-2023-0005.

нообразных областях от доставки товаров до военных приложений, свидетелями чего мы сейчас являемся [1]. Во всех этих областях применения, очень важным является вопрос автоматической навигации и позиционирования. Наряду со спутниковой и инерциальной навигацией, широко используется визуальная навигация. Она особенно полезна при коррекции инерциальной навигации и при определении точного наведения на финальной части полета.

Системы оптико-электронного наведения работают на основе закладываемых в память компьютера БЛА высокодетальных, как правило, космических снимков местности. Такие снимки должны соответствовать текущему сезону и погодным условиям, иначе ориентация по ним будет затруднительна. Создание такой базы разносезонных снимком является весьма сложной и дорогостоящей задачей. Поэтому весьма актуальна задача создания алгоритма позиционирования БЛА, инвариантного к сезонным и погодным изменениям местности.

Будем считать, что положение БЛА в любой момент времени задается тройкой значений координат в картографической трехмерной системе и углами крена, тангажа и курса. Примем, что углы крена и тангажа определяются с помощью инерциальной навигационной системы (ИНС), а высота полета является постоянной и заданной или определяется одним из известных методов.

Таким образом, наша задача сводится к оценке вектора состояния БЛА с тремя составляющими — две географические координаты и угол курса.

Для оценки вектора состояния $\widehat{s}^{(t)}$ используется метод локализации Монте-Карло (MCL) или фильтр частиц — рекурсивный численный метод, предназначенный для оценки вектора состояния подвижной системы [2].

На рис. 1 показан принцип определения меры подобия текущего изображения, полученного с камеры БЛА и изображения из базы данных.

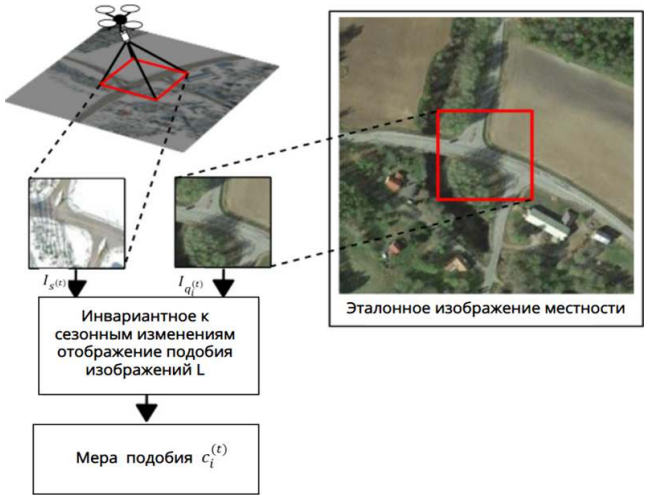


Рис. 1. Определение меры подобия изображений в контуре системы позиционирования БЛА

Проведенный анализ существующих методов показал их неполное соответствие поставленным задачам. поэтому возникает необходимость использовать методы определения подобия изображений, свободных от перечисленных недостатков. На сегодняшний день широкое развитие в данном направлении получили нейросетевые подходы, в частности, сиамские нейронные сети (англ. SNN — Siamese Neural Network).

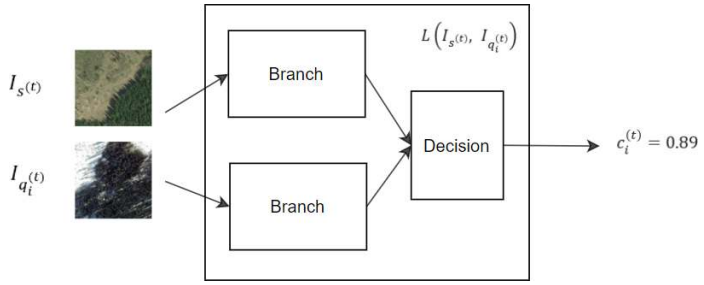


Рис. 2. Схема вычисления меры подобия $c_i^{(t)}$ на основе отображения L, представленного сиамской нейронной сетью

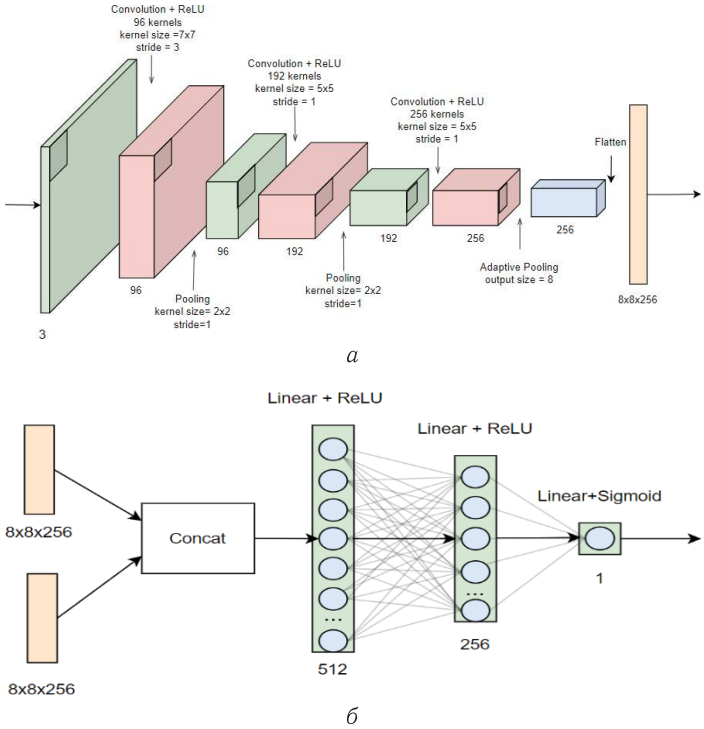


Рис. 3. Архитектура branch- (*а*) и decision- (*б*) подсетей

На рис. 2 приведена схема вычисления меры подобия двух ихображений с помощью сиамской нейронной сети. На рис. 3 представлены архитектура branch- (*а*) и decision- (*б*) подсетей.

Проведенное тестирование показало, что предлагаемый метод сопоставления значительно превосходит известные методы по точности. Результаты экспериментов продемонстрировали значительное улучшение времени сходимости и уменьшение ошибки позиционирования, а также доказали наличие свойства инвариантности к сезонным изменениям у построенного алгоритма. Более подробно с разработанным методом и результатами экспериментов можно ознакомиться в [3].

1. *Scaramuzza D.*, *Zhang Z.* Aerial Robots, Visual-Inertial Odometry of // Encyclopedia of Robotics / Ed. by M. Ang, O. Khatib, B. Siciliano. — Berlin, Heidelberg: Springer, 2020.

2. *Goforth H.*, *Lucey S.* Gps-denied uav localization using pre-existing satellite imagery // 2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Montreal, QC, Canada, 2019. — P. 2974–2980.
3. *Рысистов А. В.*, *Максимов Н. А.* Алгоритм позиционирования БПЛА на разносезонных снимках местности. Часть I. Постановка задачи позиционирования и анализ подходов к ее решению. Часть II. Сопоставление разносезонных измерений и эксперименты с разработанными алгоритмами позиционирования // Научно-технический вестник Поволжья. — Казань: ООО «Рашин Сайнс», 2023. — №2. — С. 68–83/

МОДЕЛЬ МОНИТОРИНГА РАЗНОРОДНЫХ ЦЕЛЕЙ ГРУППОЙ БЛА*

В. Ю. Максимова, Н. А. Максимов

МАИ, Москва, Россия

Последние несколько лет характеризуются бурным внедрением беспилотной авиации во все сферы человеческой деятельности [1]. Мы становимся свидетелями перехода от использования одиночных БЛА к использованию малых и больших групп БПЛА для решения одной общей задачи [2]. В работе [3] рассматривалась задача планирования и управления групповыми действиями БЛА при съемке множества точечных наземных объектов в условия противодействия противника и возможности гибели БЛА в результате действий ПВО. В настоящей работе предлагается расширить класс объектов мониторинга и рассматривать не только точечные, но также площадные и линейные.

Целью работы является разработка маршрута полета каждого БЛА.

Исходные данные, задаются пользователем на карте местности. Пользователь задает координаты точечных целей, площадные районы в виде многоугольников с известными координатами вершин и линейные объекты в виде кусочно-линейной аппроксимации с известными координатами точек сопряжения отрезков. Для каждой цели задается высота, с которой должна производиться съемка. Кроме этого задается число БЛА с перечнем их характеристик (скорость, высота полета, максимальная дальность и т. д.) и характеристики аппаратуры мониторинга, установленной на БЛА.

Решение задачи предлагается производить в несколько этапов. На первом этапе общая область мониторинга разбивается на несколько частей или зон по числу задействованных БЛА. Для площадных целей рассчитывается время их облета и сплошного просмотра с помощью аппаратуры БЛА.

На втором этапе происходит проверка на зоны расположения ПВО. На заданной территории производится анализ рельефа: в случае, если при прокладке маршрута траектория пересекает препятствие (высота объекта больше, чем высота полета БЛА или маршрут пролегает через зону действия ПВО), то устанавливаются дополнительные узлы (точки), через которые следует прокладывать маршрут для того, чтобы избежать столкновения с препятствием или снижения рисков).

На третьем этапе рассчитываются точки смены курса и точки изменения высоты полета. После проведения всех этих предварительных работ строится граф. Вершинами которого являются цели, а ребрами — пути следования БЛА. Длины ребер рассчитываются на основе географических координат вершин и физических

*Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России (номер темы FSFF-2023-0005).

расстояний между ними. Для площадных целей в качестве координаты цели берется центр масс выделенной области. Линейные цели представляются в виде двух целей. Которые соответствуют двум концам линейной цели. Причем в алгоритме принудительно задается последовательность их осмотра с помощью одного БЛА.

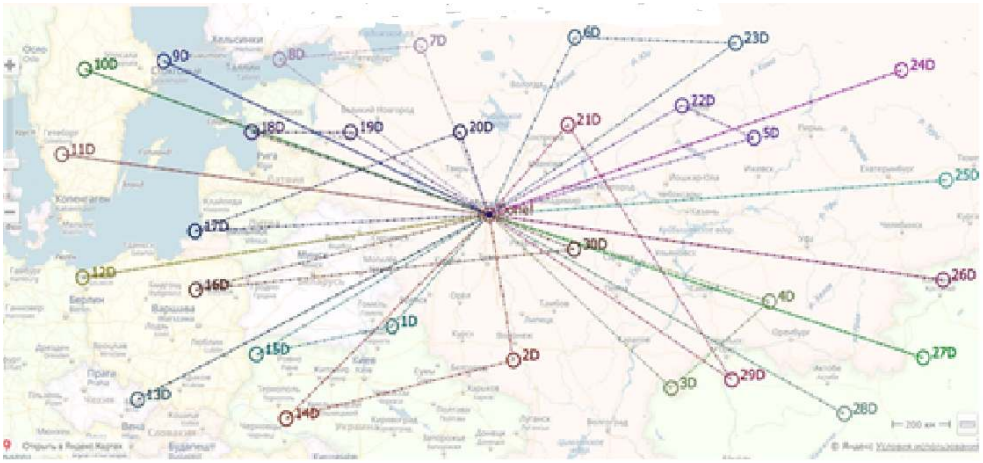


Рис. 1

Далее решается задача коммивояжера и строятся пути для каждого БЛА. После ее решения получается последовательность осмотра целей (узлов сети) с учетом облета зон ПВО. Если в процессе операции один или несколько БЛА выходят из строя или теряют связь, осуществляется перераспределение задач между оставшимися БЛА. При этом можно использовать тот же алгоритм метода нескольких коммивояжеров, выходящих из разных точек (определяемых текущим положением работоспособных БЛА).

На рис. 1 представлен результат отображения результатов работы программы на карте.

1. Беспилотные летательные аппараты. Основы устройства и функционирования / Под ред. И. С. Голубева, И. К. Туркина. — М.: Изд-во МАИ, 2008. — 656 с.
2. *Моисеев В. С.* Групповое применение беспилотных летательных аппаратов. — Казань: Редакционно-издательский центр «Школа», 2017. — 572 с.
3. *Maksimov N. A.*, *Zhigalov K. Yu.*, *Gorban A. V.*, *Ignatev I. V.* Planning model of a group UAV flight in three-dimensional space // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. — Bristol: IOP Publishing, 2021. — Vol. 1111. — 012034.

КЛАСТЕРИЗАЦИЯ ТЕКСТОВ ВКР НА РУССКОМ ЯЗЫКЕ МЕТОДАМИ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

Н. П. Новиков, В. И. Виноградов

МАИ, Москва, Россия

В работе анализируется множество аннотаций выпускных квалификационных работ (ВКР) бакалавров и магистров кафедры «Математическая кибернетика» за последние пять лет. Все текстовые документы прошли процесс предобработки,

что позволило использовать их в алгоритмах кластеризации и тематического моделирования.

Задача заключается в извлечении тем из набора текстов отчетов по ВКР. Решение поставленной задачи включало предварительную обработку текстов, их подготовку для применения алгоритмов кластеризации и анализ получаемых результатов. На этапе предварительной подготовки данных использовались алгоритмы токенизации, регулярные выражения, стемминг и лемматизация, а также удаление стоп-слов.

Как известно, при решении задач машинного обучения требуется представить данные в числовом виде. Поэтому к полученным наборам слов были применены алгоритмы TF-IDF, Word2Vec и word embedding для получения числовых значений, характеризующих частоты использования слов в анализируемых текстах.

Для представления текстов документов компьютеру принято использовать векторную моделью текста, в которой каждому слову сопоставляется вес в виде значений выбранной весовой функции. Весовая функция слова характеризует частоту использования слова в наборе анализируемых текстов. Такой подход позволяет применить методы кластеризации к полученным векторным представлениям документов, состоящим из значений весовых функций встречающихся слов. В данной реализации было проведено сравнение способов предобработки данных: стемминг и лемматизация, TF-IDF и Word embedding. После чего, применялись алгоритмы кластеризации: K-means, PLSA, LDA, ARTM. Производился поиск мер эффективности оценивания, с помощью которых происходило сравнение качества представленных моделей.

Подход к решению поставленной задачи у методов тематического моделирования сильно отличается от итерационного подхода классических методов кластеризации, это дало возможность сравнить эффективность работы разных алгоритмов, благодаря найденным метрикам качества. Опираясь на показатели метрик качества построенных моделей, была выбрана наиболее подходящая модель, что позволило достаточно точно определить разбиение набора текстовых документов на подмножества.

Одной из проблем в работе является качество и размер анализируемых текстов ВКР. Тексты отчетов ВКР являются достаточно большими, поэтому построение моделей по ним занимает достаточно большое время. А тексты рефератов к ВКР часто являются достаточно бедными, т. е. короткими и плохо отражающими содержание ВКР.

В рассматриваемой работе была выполнена программная реализация решения поставленной задачи на языке программирования Python с использованием библиотек: nltk, genism, word2vec, pymorphy, BigARTM и др. Результаты решения задачи кластеризации текстов представляются в виде популярного в настоящее время визуального представления Word Cloud. Разработанная программа позволяет решать аналогичные задачи кластеризации текстов, например, для последующих выпускных работ студентов. Благодаря выполненной кластеризации тематик, представляется возможным проводить анализ направлений тематик работ на кафедре, чтобы представлять направления на презентациях студентам и специалистам, анализировать тематики работ студентов, выпускаемых кафедрой и рекомендовать преподавателям, руководящим работами студентов уделять внимания определенным направлениям.

1. *Пархоменко П. А.*, *Григорьев А. А.*, *Астраханцев Н. А.* Обзор и экспериментальное сравнение методов кластеризации текстов // Труды ИСП РАН. — 2017. — Т. 29, №2. — С. 161–200.

2. *Коршунов А.*, *Гомзин А.* Тематическое моделирование текстов на естественном языке // Труды Института системного программирования РАН. — 2012. — Т. 23. — DOI: 10.15514/ISPRAS-2012-23-13.
3. *Воронцов К. В.* Вероятностное тематическое моделирование [Электронный ресурс]. — URL: `http://www.machinelearning.ru/wiki/images/2/22/Voron-2013-ptm.pdf` (дата обращения: 20.02.2022).

КОМПЛЕКСНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЗИОЛОГИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ ЧЕЛОВЕКА НА НЕОПТИМАЛЬНЫЕ РЕЖИМЫ РАБОТЫ

В. С. Павлов, Н. С. Подольская

МАИ, Москва, Россия

Во многих отраслях человеческой деятельности нередко можно наблюдать экстремальные условия и зачастую внешне результаты этих условий проявляются на критических и крайних стадиях профессиональных заболеваний [1]. Перед тем, как допускать человека к работе в таких условиях требуется сбор комплексной информации о его состоянии здоровья и реакциях на различные неоптимальные условия, которые воздействуют по одному или в совокупности.

Для решения этой проблемы ставится задача разработать стенд для одновременной регистрации биопотенциалов, способного надежно фиксироваться на объекте исследования в различных условиях работы (операторы сложных биотехнических систем, спортсмены и т. д.). Исследование изменений физиологического состояния объекта осуществляется при помощи комплекта электродов и датчиков способных регистрировать:

• Электромиографии (ЭМГ) — метод диагностики нарушений нервно-мышечной системы, основанный на показателях биоэлектрической активности мышц [2]. В планируемых исследованиях используются три вывода: два сигнальных, которые устанавливаются вдоль мышечного волокна, и один нулевой, установленный на запястье (участок без мышечной ткани).

• Электроэнцефалографии (ЭЭГ) — неинвазивный метод исследования функционального состояния головного мозга путем регистрации его биоэлектрической активности [3]. Регистрация проводится при помощи одного сигнального и одного нулевого электродов. Сигнальный электрод располагается на затылочной области, а нулевой — за ухом (на электрически нейтральном участке).

• Фотоплетизмографии (ФПГ) — метод регистрации оптической плотности ткани с помощью фотоэлектрического плетизмографа; применяется с целью изучения отдельных характеристик регионального кровообращения, спектральных свойств крови, протекающей через изучаемый участок тела [4]. В разрабатываемом стенде используется оптический датчик, к которому будет прикладываться палец с целью измерения частоты сердечных сокращений (ЧСС).

• Кожно-гальванической реакции (КГР) — изменение потоотделения, которое сопровождается изменением электропроводности кожи при увеличении или уменьшении нервно-психической активности человека — отражение ориентировочного рефлекса и эмоциональной напряженности [5]. В исследовании изменение электропроводности кожи на крайних фалангах пальцев проводится с использованием двух электродов, присоединяемых к разным пальцам.

• Электрокардиографии (ЭКГ) — методика регистрации и исследования электрических полей, образующихся при работе сердца [6]. В разрабатываемом стенде

используются три электрода: два сигнальных, подсоединенных по первому отведению (правая рука — левая рука), и нулевой, расположенный рядом с одним из сигнальных.

При неоптимальных условиях работы с выполнением сложных координационных действий у оператора происходит нарушение физиологического состояния, что может привести к ошибкам. Особо опасным становится внешнее неблагоприятное влияние для пилотов в военной авиации. «Практика показывает, что на фоне нарушения физиологического состояния имеются случаи, когда летчики и штурманы совершают ошибочные действия, снижают мотивацию к летному труду и дисквалифицируются по состоянию здоровья» [7]. При комплексном исследовании синхронно получаемые сигналы с разных датчиков, расположенных на операторе, позволят выявить отклонения в реакциях организма и определить локализацию причины патологии.

Разрабатываемое устройство также будет полезно в образовательных целях как стенд для демонстрации и изучения поведения человеческого организма при воздействии внешних нагрузок (вибрация низких частот, воздействие на зрительные анализаторы потоками информации и т. д.).

При проведении исследования вначале определяются условия воздействия на оператора и какие физиологические реакции будут регистрироваться для полезного результата. При стрессовых условиях регистрируются учащение сердечных ритмов, потеря фокуса, усиленное потоотделение и мышечная активность.

Затем, осуществляется сбор схемы подключения с надежными контактами и написание программы. Для надежного контакта предполагается применение паяного соединения. Проверка работоспособности системы происходит путем подключения ее к испытуемому в оптимальных условиях. В процессе проведения опыта производится анализ получаемой информации в визуализаторе всех датчиков по отдельности и в совокупности. На этом этапе для уменьшения помех применяются встроенные программные фильтры для получения графиков с чистотой, достаточной для их анализа. Для разделения сигнала ЭКГ и ЭМГ, являющихся одним датчиком, используются две платы и два таких датчика, открытых в двух окнах визуализатора. Синхронизация сигнала с двух разных плат осуществляется за счет сдвига кардиограммы на время задержки сигнала.

Для проверки реакции оператора на неоптимальные условия проводятся испытания с закрепленным устройством. В результате анализируются данные, получаемые при воздействии раздражителя, и сравниваются с данными, полученными в оптимальных условиях. Для примера, низкочастотные воздействия вредны не только организму человека, но и технике, в особенности в местах соединений. Таким образом, происходит естественная проверка собранной схемы на надежность соединения.

После проведения серии опытов можно применять данное устройство для проверки физиологического состояния оператора и сделать на основе получаемых данных выводы.

В заключении стоит отметить, что разрабатываемый стенд для комплексной регистрации физиологических реакций оператора в перспективе развития может стать биологической обратной связью в сложных биотехнических системах и положить основу нейроинтерфейса и виртуального интеллекта для устранения ошибок оператора.

1. *Гарайзуева О. В.* Физиология экстремальных состояний // Вестник СурГУ. Медицина. — 2010. — №4. — С. 9.
2. «Электромиография (ЭМГ)»: Юсуповская больница [сайт]. — URL: `https://yusupovs.com/articles/issledovaniya/elektromiografiya-emg/`.

3. «Электроэнцефалография (ЭЭГ)»: CMI Brain Research [сайт]. — URL: `https://cmi.to/электроэнцефалография-ээг/`.
4. *Смирнов В. А.* Биофизические основы плетизмографии. Регистрация и анализ фотоплетизмограммы: метод. Указания для студентов. — Благовещенск, 2014. — 5 с.
5. *Селезнева Е. И.* Особенности динамики комплекса психофизиологических показателей при сообщении заведомо ложной информации: дипломная работа. — Нижний Новогород, 2021. — 8 с.
6. *Меньшикова И. Г.*, *Магаляс Е. В.*, *Скляр И. В.*, *Лоскутова Н. В.* Основы клинической кардиографии: Учеб. пособ. — Благовещенск, 2021. — 5 с.
7. *Котляр Д. Л.* Функциональное состояние организма летчиков вертолетов морской авиации и направления его оптимизации // Саратовский научно-медицинский журнал. — 2009. — Т. 5, №2. — С. 2.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ НА ПРОДАЖИ С ПОМОЩЬЮ АЛГОРИТМОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

Е. А. Пегачкова, А. Г. Яковлева

МАИ, Москва, Россия

Анализ продаж является важным инструментом для любого бизнеса. Он позволяет оценить эффективность продаж и маркетинговых кампаний, выявить проблемные места и определить, какие меры необходимо предпринять для улучшения ситуации. Цель данной работы — с помощью алгоритмов машинного обучения проанализировать изменения продаж премиальных брендов компании за период июль–сентябрь 2022 г. за счет увеличения фейсингов. Увеличение фейсингов — это стратегия, которая направлена на увеличение количества представленного продукта на полках магазинов.

В процессе работы был собран датасет, который включает в себя: данные о продажах в точках (объемы, цены, наличие промо, объемы за 2021–2022 гг., аналогичные значения для конкурентных брендов); параметры точек (локация, наличие холодильников и т. д.); фейсинги, адресная программа по ДМП (дополнительные места продаж), наличие специальной задачи (например, расположение фейсингов рядом с прямым конкурентом) (фейсинги за период январь–сентябрь 2022 г., фейсинги на ДМП январь–сентябрь 2022 г., специальная задача); данные из сторонних источников (погода).

В процессе моделирования были осуществлены следующие шаги: во-первых, предобработка данных и исследование (приведение данных к нужным форматам, генерация дополнительных признаков (продажи за прошлый год, цены на продукцию в предыдущие недели), исследовательский анализ данных); во-вторых, тест ML алгоритмов (LightGBM, CatBoost, XGBoost) и выбор лучшего алгоритма (по итогам тестирования выбрана модель LightGBM ($R\text{I} = 0{,}73$); CatBoost — слишком долгий, XGBoost — дольше, чем LightGBM при сопоставимых метриках на базовых моделях). В-третьих, моделирование Baseline (предсказанное значение объема продаж. в случае, если бы в месяцах июль — сентябрь 2022 г. были фейсинги как в июне 2022 г.) и расчет UPLIFT (разница между фактическим объемом продаж (Offtake Actual Sales) и предсказанным значением объема продаж в ГЛ (Baseline) и процентах. Показывает какой эффект на объемы продаж оказала промо активность).

Анализ реализуется на языке программирования Python с подключением LightGBM — библиотеки с открытым исходным кодом, предоставляющей эффективную и действенную реализацию алгоритма градиентного бустинга.

Градиентный бустинг — это техника машинного обучения для задач классификации и регрессии, которая строит модель предсказания в форме ансамбля слабых предсказывающих моделей, обычно деревьев решений.

В результате исследования был выявлен ощутимый эффект от проведения кампании: увеличение продаж на 4% для всех точек, увеличение продаж на 7,5% для точек, за увеличение фэйсингов в которых было премирование сотрудников.

1. *Guolin Ke*, *Qi Meng*, *Thomas Finley*, *Taifeng Wang*, *Wei Chen*, *Weidong Ma*, *Qiwei Ye*, *Tie-Yan Liu*. LightGBM: A Highly Efficient Gradient Boosting Decision Tree // Advances in Neural Information Processing Systems — 30 (NIPS–2017).
2. Brownlee. Gradient Boosting with Scikit-Learn, XGBoost, LightGBM, and CatBoost Brownlee // Ensemble Learning. — 2020.
3. *Bhave Roshan*. Practical Machine Learning with LightGBM and Python: Explore Microsoft's gradient boosting framework to optimize machine learning // Packt Publishing. — 2021.
4. Как разработать ансамбль Light Gradient Boosted Machine (LightGBM) [Электрон. ресурс]. — URL: `https://habr.com/ru/company/skillfactory/blog/530594/`.
5. Официальный сайт LightGBM с подробной информацией по библиотеке [Электрон. ресурс]. — URL: `https://lightgbm.readthedocs.io/en/latest/`.

МЕТОДИКА СРАВНЕНИЯ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНИВАНИЯ ПОЛОЖЕНИЯ ДВИЖУЩЕЙСЯ КАМЕРЫ ОТНОСИТЕЛЬНО НЕПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА

А. К. Попов, К. В. Степанян, Б. М. Миллер, А. Б. Миллер

ИППИ РАН, Москва, Россия

Предлагается методика для сравнения алгоритмов оценивания положения движущейся камеры. Реализация состоит из двух этапов. Первый — создание опытного оптического стенда для съемки образцов последовательностей изображений подвижной камерой.

Съемка образцов проводится при следующих неизменных условиях: в поле обзора объектива камеры наблюдается плоская поверхность; регистрируемое камерой изображение поверхности при этом не является монохромным; в поле обзора нет подвижных объектов, объектов создающий эффект параллакса, затеняющих поверхность; условия освещенности постоянны, на поверхности нет теней и бликов.

Цифровая камера жестко фиксируется на мини-штативе с помощью переходника-адаптера. Штатив имеет возможность позиционирования камеры, позволяя создавать элементарное движение по одной из шести степеней свободы корпуса камеры. Элементы движения, соответствующие степеням свободы, именованы так: {**X**, **Y**, **L**, **Tilt**, **Roll**, **Heading**}, три линейных координаты, три угловых, по порядку. Камере, с помощью механической системы позиционирования, сообщается движение таким образом, чтобы прогнозируемым образом варьировался только один элемент движения из всех возможных теоретических переменных. Теоретическая модель оценивания всех возможных элементов движения описана в [1]. С помощью оптического стенда проводится съемка 24 образцов последовательностей изображений. Протокол регистрации образцов приведен в таблице на рис. 1. По столбцам задан один элемент движения из всех возможных теоретических переменных. Каждое движение может быть выполнено в двух направлениях. По строкам заданы два варианта регистрируемого изображения: «сетка» и «мишень». В рабочем варианте протокола фиксируются имена файлов с отснятыми образцами, соответствующими условиям на пересечении: переменная × изображение × направление. Важный

момент методики — камере сообщается движение в точности на заданную метрическую величину. Точное время и скорость движения для методики несущественны, но движение должно происходить без рывков.

	Элемент движения											
	X		Y		L		Tilt		Roll		Heading	
Изображение Сетка	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-
Изображение Мишень	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-

Рис. 1. Протокол создания образцов

Второй этап — проведение расчетов каждым из сравниваемых алгоритмов на имеющихся 24 образцах последовательностей изображений. Экспорт полученных результатов производится в формат *csv*. Построение графиков выполняется с помощью средства визуализации *gnuplot*.

Выполняется сравнение следующих алгоритмов (табл. 1): 1 — *Vico*1 на основе поиска смещения корреляционного глобального максимума на ограниченной функции двумерной корреляции между парой последовательных изображений; 2 — *Vico*2 на основе поиска смещения световой мишени между парой последовательных изображений; 3 — *DenseFlow* оценивает изменение положения камеры на основе плотного оптического потока; 4 — *SparseFlow* оценивает изменение положения камеры на основе разреженного оптического потока; 5 — *OpticalBearing* оценивает некоторые переменные положения камеры на основе оптических ориентиров; 6 — *DataFusion* так называемый «Data Fusion» метод фильтрации данных из двух источников, предоставляемых алгоритмами *SparseFlow* и OpticalBearing.

Таблица 1

Сравниваемые алгоритмы и вычисляемые ими переменные (R_k — массив данных k-го растрового изображения в последовательности)

Алгоритм №	Название	Формула
1	Vico1	$Vico1(R_k) \rightarrow \{\mathbf{\Delta X}, \mathbf{\Delta Y}\}$
2	Vico2	$Vico2(R_k) \rightarrow \{\mathbf{\Delta X}, \mathbf{\Delta Y}\}$
3	Dense Flow	$Dense(R_k) \rightarrow \{\mathbf{\Delta X}, \mathbf{\Delta Y}, \mathbf{\Delta L}, \mathbf{\Delta Tilt}, \mathbf{\Delta Roll}, \mathbf{\Delta Heading}\}$
4	Sparse Flow	$Sparse(R_k) \rightarrow \{\mathbf{\Delta X}, \mathbf{\Delta Y}, \mathbf{\Delta L}, \mathbf{\Delta Tilt}, \mathbf{\Delta Roll}, \mathbf{\Delta Heading}\}$
5	Optical Bearing	$Bearing(R_k) \rightarrow \{\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{L}, \mathbf{Tilt}, \mathbf{Roll}, \mathbf{Heading}\}$
6	Data Fusion	$Fusion(R_k) \rightarrow \{\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{L}, \mathbf{Tilt}, \mathbf{Roll}, \mathbf{Heading}\}$

Вектора переменных, значения которых вычисляются алгоритмом непосредственно, приведены в табл. 1. Алгоритмы 1 и 2 достаточно просты, но имеют погрешность в связи с не учтенным проективным преобразованием, по построению. Оба не позволяют вычислять все 6 элементов движения, однако они полезны в качестве первого приближения при оценке смещений камеры в одной плоскости. Алгоритм 3 описан в [2], алгоритм 4 частично описан в [3, 4]. Оба алгоритма, 3 и 4, оценивают полный вектор элементов движения, но делают это различными способами. Алгоритм 5 находится в разработке, и предполагает оценивание положения камеры во внешней, заданной системе координат по небольшому набору оптических ориентиров, с известными координатами в заданной системе. Алгоритм 6 также находится в разработке, и предполагает фильтрацию данных о приращениях совместно с данными о значениях координат, предполагая что такие

данные могут поступать асинхронно. Величины, для которых вычисляется приращение, могут быть проинтегрированы при фильтрации. Таким образом, сравнение становится возможным. Особенностью второго этапа рассматриваемой методики является то, что калибровка камеры, пусть даже матрица внутренних параметров была получена некоторым способом, не считается идеальной, и может быть уточнена. Кроме того, матрицу внешних параметров камеры или некоторые ее элементы, предлагается оценивать исходя из известных метрических параметров для каждого образца элементарных движений. Для алгоритмов 3 и 4 выполняется анализ матрицы ковариаций апостериори, в целях определить выраженность корреляций в оценках пар переменных $\{\mathbf{\Delta X}, \mathbf{\Delta Heading}\}$ и $\{\mathbf{\Delta Y}, \mathbf{\Delta Roll}\}$. Результаты сравнения, и обнаруженные наиболее интересные закономерности, будет возможно изложить в рамках доклада.

1. *Миллер Б. М.*, *Степанян К. В.*, *Попов А. К.*, *Миллер А. Б.* Навигация БПЛА на основе последовательностей изображений, регистрируемых бортовой видеокамерой // Автоматика и телемеханика. — 2017. — №12. — С. 141–154. — DOI: 10.1134/S0005117917120098.
2. *Колосов К. С.*, *Миллер А. Б.*, *Миллер Б. М.*, *Попов А. К.*, *Степанян К. В.* Методы видеонавигации БПЛА с использованием оптического потока // Всероссийское совещание по проблемам управления. — М.: ИПУ РАН, 2019. — С. 290–295. — DOI: 10.25728/vspu.2019.0290.
3. *Попов А. К.*, *Степанян К. В.*, *Миллер Б. М.*, *Колосов К. С.* Определение скоростей движения камеры с использованием точечного оптического потока // Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021), 4–13 сентября, Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 138–141.
4. *Попов А. К.*, *Степанян К. В.*, *Миллер Б. М.*, *Колосов К. С.* Оценивание скоростей движения камеры и ее положения по наблюдениям оптического потока // Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАИ'2022), 4–13 сентября 2022 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2022. — С. 351–353.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОММИВОЯЖЕРА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТРИАНГУЛЯЦИИ ДЕЛОНЕ И ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ*

В. И. Протасов, Р. О. Мирахмедов, З. Е. Потапова

МАИ, Москва, Россия

Рассматривается решение задачи коммивояжера с использованием генетических алгоритмов [1] и триангуляции Делоне [2]. Поскольку задача коммивояжера является NP-полной задачей и точное решение требует полного перебора, время работы приближенного алгоритма, дающего квазиоптимальное решение, существенно зависит от размера планарного графа, описывающего эту задачу и выбранного метода решения. Задача коммивояжера — это классическая задача оптимизации, направленная на поиск кратчайшего возможного маршрута, которым может воспользоваться коммивояжер, чтобы посетить ряд городов и вернуться в исходную точку. Возможный путь обхода городов называется гамильтоновым циклом. Число таких циклов зависит от числа городов N и равно $(N-1)!/2$. Для практики

*Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России (номер темы FSFF-2023-0005).

достаточно находить квазиоптимальные решения — когда относительная длина полученного гамильтонова цикла не превышает 1,01–1,05 от длины минимального цикла. Разработаны различные подходы к решению задачи коммивояжера, включая алгоритм ветвей и границ [3], алгоритм ближайшего соседа [4] и генетический алгоритм [5]. Однако не было найдено алгоритма с полиномиальным временем, который мог бы решить проблему точно для всех случаев. Одним из прогрессивных методов оказался подход С. К. Лау и Л. Е. Шу [4], использующий представления вычислительной геометрии в виде триангуляции Делоне [2]. В дальнейшем мы существенно снизим число вариантов перебора, если предположим, что квазиоптимальный путь будет проходить только через ребра найденных треугольников. Из всех возможных триангуляций Делоне мы будем выбирать только ту, которая получена из диаграммы Вороного [2]. Диаграмма Вороного конечного множества точек W на плоскости представляет такое разбиение плоскости, при котором каждая область этого разбиения образует множество точек более близких к одному из элементов множества W, чем к любому другому его элементу. Система, обратная диаграмме Вороного, называется триангуляцией Делоне. Эта диаграмма состоит из линий от каждой точки до ее ближайших соседей, и каждая линия перпендикулярна пересекаемому ею ребру Вороного. Треугольник в триангуляции Делоне представляет собой фигуру, чьи вершины являются городами, а стороны — пути между ними. Существует внешний контур — граница триангуляции. Примыкающий к границе треугольник — треугольник, у которого одна или две из сторон образуют внешний контур. Для нахождения гамильтонова цикла будем последовательно ставить метки и удалять из внешнего контура графа треугольники по определенным правилам. После удаления треугольника внешний контур уменьшается.

Правила получения одного из вариантов гамильтонова цикла:

Можно удалить любой треугольник, примыкающий к границе, за исключением тех, с удалением которых удаляется и город; можно удалить любой треугольник, примыкающий к удаляемому, за исключением тех, которые могут примкнуть сторонами или углами к другому удаляемому треугольнику или границе; процесс удаления треугольников совершается до тех пор, пока на карте не останется городов, не граничащих с удаляемыми треугольниками или внешними границами; оставшийся после этих процедур внешний контур и будет гамильтоновым циклом, длина пути у которого, как правило, больше, чем у оптимального решения.

Все наши исследования производились на планарных графах с известным оптимальным путем, и полученные результаты сравнивались. Для этого мы использовали базу данных TSPLIB [6], которая содержит контрольные примеры решения задачи коммивояжера с проверенными на оптимальность гамильтоновыми циклами. TSPLIB содержит наборы данных задачи коммивояжера для разных чисел городов N. Поиск квазиоптимального пути осуществляется с помощью генетических алгоритмов (ГА). Особь в ГА образована упорядоченным по не убыванию массивом, состоящим из номеров удаленных треугольников. Целевая функция — длина пути обхода городов S. Вначале по правилам, приведенным выше, создается популяция из разных особей, затем делается оценка особей. В соответствии с ГА производится сортировка по возрастанию целевой функции. Половина худших особей подвергается естественному отбору — убирается из популяции. На место удаленных особей поселяются потомки — особи, полученные скрещиванием случайных пар родительских особей, 0,05 генофонда подвергается мутации. Итерации продолжаются до тех пор, пока популяция не выродится, или будет достигнуто ограничение по числу итераций. Далее определяется лучшая особь, которая и является решением оптимизационной задачи. По приведенным выше алгоритмам была написана

и отлажена вычислительная программа. После выборки из базы данных TSPLIB координат городов и запоминания оптимального пути S, происходит передача массива координат вершин следующей части программы — построению диаграммы Вороного и триангуляции Делоне. Далее программа работает в соответствии с алгоритмом ГА нахождения квазиоптимальнного пути, описанного выше. На выходе программы осуществляется расчет величины превышения казиоптимального пути над оптимальным. При общем количестве испытаний равным десяти тысячам это превышение не было больше 0,01, составив среднюю величину в 0,00879. В табл. 1 приведены сравнительные оценки общего количества оцененных вариантов решения ЗР для разных методов — МЭС, полного перебора и метода динамического программирования (МДП).

Таблица 1

Количество вариантов расчетов для разных методов при одинаковых входных данных для $\varepsilon < 0{,}01$

N	МЭС	Полный перебор	МДП
10	155	181440	5120
50	4000	$(50-1)!/2$	$50 \cdot 2^{50-1}$
100	15050	$(100-1)!/2$	$100 \cdot 2^{100-1}$
200	60100	$(200-1)!/2$	$200 \cdot 2^{200-1}$

Статистические оценки работы программы показали сложность алгоритма $O(n) \sim O(n^2)$, что значительно лучше, чем у сравниваемых методов.

Решение задачи коммивояжера в различных областях применения дает большой экономический эффект, позволяя сокращать время выполнения миссий, расстояния и ресурсы. Применительно к решению этой задачи рассмотрена и исследована совокупность методов, как природоподобных, таких как генетические алгоритмы, так и методов вычислительной геометрии в использовании диаграмм Вороного и триангуляций Делоне. В сравнении с существующими методами показано преимущество предлагаемого метода, в особенности для среднего и большого количества вершин планарного графа. Показано, что приведенная совокупность методов, обладая синергетическим эффектом, может быть использована для решения подобных задач. Проведенные вычислительные эксперименты с помощью разработанной программы показали эффективность такого подхода по сравнению с классическими алгоритмами для задачи коммивояжера. Программа была успешно протестирована на больших входных данных. Была показана приемлемая скорость работы программы. Предложенная совокупность методов может быть использована и для решения других задач.

1. *Протасов В. И.* Конструирование метасистемных переходов. — М.: Изд-во Института физико-технической информатики, 2009. — 186 с.
2. *O'Rourke J.* Computational geometry in C. — 2nd ed. — Cambridge; N.Y.: Cambridge University Press, 1994.
3. *Miller C. E.*, *Tucker A. W.*, *Zemlin R. A.* Integer programing formulation of traveling salesman problems // Journal of the ACM. — 1960. — V. 7(4). — P. 326–329.
4. *Sim Rim Lau*, *Li-Yen Shue.* Solving travelling salesman problems with an intelligent search approach // Asia Pacific Journal of Operational Research. — 2001. — V. 18(1) — P. 77–87.
5. *Holland J. H.* Adaptation in natural and artificial systems. — Ann Arbor: University of Michigan Press, 1975. — 228 p.
6. База данных TSPLIB [Электронный ресурс]. — URL: `http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/`.

ПРИМЕНЕНИЕ РЕГУЛЯРНЫХ ГРАММАТИК С ОПЕРАЦИОННЫМИ СИМВОЛАМИ ДЛЯ РАЗРАБОТКИ ПАТТЕРН-ЯЗЫКОВ

А. С. Семенов

МАИ, Москва, Россия

В работе рассматривается применение регулярных грамматик с операционными символами для проектирования паттерн языков. Для построения анализатора языка паттернов выполняется преобразование регулярных грамматик с операционными символами в конечные автоматы с операционными символами. Это позволяет гибко задавать сценарий выполнения операций на заданными пользователем паттернами. Рассматриваются примеры обработки текста и нахождения паттернов.

Языки регулярных выражений на основе паттернов используется для эффективной обработки текста. Паттерны применяются для идентификации и анализа строк текста, что позволяет эффективно манипулировать данными для решения сложных задач. Используя паттерны образов, потребитель может быстро искать, находить и сопоставлять строки текста или определенные образцы в данном тексте. Это может быть необходимо для очистки и анализа данных, позволяя быстро манипулировать текстом в соответствии с поставленными задачами.

Примерами таких языков являются, например: язык паттернов встроенный в C# .NET, в Python и другие языки программирования. Паттерны регулярных выражений определяются специальным синтаксисом или языком, который совместим с регулярными выражениями Perl 5 [1]. В настоящее время язык паттернов Perl 5 выступает как стандарт, хотя и добавляет некоторые дополнительные функции. Язык относительно невелик и ограничен, поэтому не все возможные задачи обработки строк могут быть выполнены с использованием регулярных выражений.

Определение 1. Паттерн — это абстрактное описания элементов на языке, которые можно сопоставить с текстом или другими паттернами.

Паттерн язык предоставляет мощный, гибкий и эффективный метод обработки текста для построения простых регулярных выражений которые позволяют: найти точное совпадение с фразой, сопоставить слово или фразу в списке, определить искажение слова, определить совпадение с адресом электронной почты из определенного домена, определить совпадение с IP-адресом в диапазоне, найти соответствие буквенно-цифровому формату, определить действительный номер мобильного телефона, проверить пользовательский ввод, разбить строки на основе паттерна и т. д.

Нотация сопоставления текста с паттерном позволяет быстро анализировать большие объемы текста, при этом выполняются следующие операции:

— НАЙТИ определенные паттерны символов;

— ПРОВЕРИТЬ текст, чтобы убедиться, что он соответствует предварительно определенному паттерну (например, адресу электронной почты);

— ИЗВЛЕЧЬ, редактировать, заменить или удалить текстовые подстроки;

— ДОБАВИТЬ извлеченные строки в коллекцию, чтобы сгенерировать отчет и другие операции.

Набор операций может меняться, что требует гибкости и перепрограммирования уже заданных программно операций с паттернами. Для решения этой проблемы были предложены грамматики с операционными символами [2], что позволяет сценарий выполнения операций задавать вместе с языком паттернов.

Операционными символами называются операции заключенные в фигурные скобки, например, операции НАЙТИ, ИЗВЛЕЧЬ, ДОБАВИТЬ. Эти операции записываются в виде операционных символов: {НАЙТИ}, {ИЗВЛЕЧЬ}, {ДОБАВИТЬ}.

Каждому операционному символу однозначно соответствует операция (программа), которая выполняется при выводе цепочки символов. При необходимости могут быть добавлены программы других операций, что позволяет использовать уже имеющиеся библиотеки.

Определение 2. Регулярной грамматикой с операционным символами называется кортеж объектов $G = (V, T, T_{op}, P, S_0, D, f)$, где V — множество нетерминальных символов, T — множество терминальных символов, T_{op} — множество операционных символов, $S_0 \in V$ — начальный символ грамматики, P — конечное множество правил продукций вида $A \to aB$, $B \to b$, $A \to \varepsilon$, причем $A, B \in V$, а, $b \in T$, $D = \{d_1, d_2, \ldots, d_n\}$ — конечное множество программ, $f\colon T_{op} \to D$ — функция разметки такая, что каждому операционному символу $t \in T_{op}$ ставится в однозначное соответствие программа $d \in D$.

Язык грамматики $L(G)$ с операционными символами преобразуется в эквивалентный язык с операционными символами, воспринимаемый конечным автоматом (КА): $L(G) = L(\text{КА})$.

Определение 3. Конечный автомат (КА) с операционными символами это кортеж объектов $KA = (Q, \Sigma, \Sigma_{op}, \delta, q_0, F, D, f)$, где Q — конечное множество состояний; Σ — конечный алфавит входных символов; Σ_{op} — конечный алфавит операционных символов; δ — конечное множество функций (правил) переходов, задается отображением $\delta\colon Q \times \Sigma \to Q$, q_0 — начальное состояние автомата, $q_0 \in Q$; $F \subseteq Q$ — множество заключительных состояний, $D = \{d_1, d_2, \ldots, d_n\}$ — конечное множество программ, $f\colon T_{op} \to D$ — функция разметки такая, что каждому операционному символу $t \in T_{op}$ ставится в однозначное соответствие программа $d \in D$.

Грамматики и автоматы с операционными символами могут использоваться для моделирования и проверки самых разных систем, таких как программное обеспечение, распределенные системы, системы реального времени и структурированные данные.

Язык может быть использован для различных целей, от компиляции и проверки оборудования до обнаружения ошибок в сложных системах и проверки системных архитектур. Таким образом, язык предлагают мощный инструмент для обеспечения безопасности, функциональности и эффективности систем.

1. Mastering Regular Expressions Powerful Techniques for Perl and Other Tools. — O'Reilly & Associates, Inc., 1998.
2. *Семенов А. С.* Регулярные грамматики с операционными символами // Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАИ'2022), 4–13 сентября 2022 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2022. — С. 440–442.

СИСТЕМА ДЕТОКСИФИКАЦИИ ТЕКСТА В ДИАЛОГОВЫХ ПЕРЕПИСКАХ

М. Д. Суворов, В. И. Виноградов

МАИ, Москва, Россия

Основной целью данного проекта является повышение культурного уровня текстовых писем в диалоговых переписках. Для фильтрации подобного контента придуманы классификаторы токсичных сообщений, которые удаляют подозрительные сообщения. Такие системы имеют важный недостаток в том, что сообщение удаляется полностью, даже если в нем было лишь одно токсичное слово. Данный

подход является слишком радикальным, поскольку теряется вся передаваемая информация.

Для использования разрабатываемой модели в диалоговых системах с потенциально высоким трафиком система с самого начала задумывалась как надежная, масштабируемая, поддерживаемая и адаптивная. Для выполнения поставленных требований нужно предусмотреть мониторинг и соответствующие технологии. Дабы упростить разработку и больше сосредоточиться на реализуемом продукте, было принято решение использовать услуги облачного провайдера для разворачивания системы.

Все вышесказанное можно перевести в задачу тегирования. Но в отличии от обычной задачи классификации сообщения целиком, создаваемая система должна восстановить из полученных токенов и предсказаний исходное сообщение и скрыть только оскорбительные слова (слово может быть представлено несколькими токенами, или также один токен может включать несколько слов).

Итоговым датасетом стал набор русскоязычных твитов [1]. Разметку было решено получать полуавтоматическим способом через более слабые модели, использующие методы ближайшего соседа и логистической регрессии. Первоначально был составлен словарь из токсичных слов, затем на малой подвыборке были получены метки слов в зависимости от нахождения в словаре. На полученном сэмпле обучались алгоритмы целевой модели, и затем они применялись к неразмеченным данным. Итеративно процесс повторялся несколько раз, расширяя словарь и заново переобучая базовые модели.

Для решения проблемы опечаток и прихода новых слов была выбрана модель, основанная на BPE-кодировании, т. е. на представлении эмбеддинга слова как суммы эмбеддингов его n-грамм букв. Подобной моделью можно назвать FastText, который для любого слова может выдать семантически близкое представление.

В качестве классификатора были опробованы архитектуры со сверточными, линейными, рекуррентными слоями. Общий вывод, который удалось сделать — чем сложнее архитектура, тем быстрее сеть переобучается и тем больше хороших слов попадают в «токсичный» класс. Например, сложно было отучить модель воспринимать такие слова как «копать», «мазь», «да» как нетоксичные.

На вход подается строка с сообщением, которая разбивается на токены в блоке токенизатора. Затем каждый токен попадает в обработчик, который представляет собой набор правил по очистке и фильтрации ненужных символов, например, удаление смайликов, незначимых спецсимволов, дублирований. Далее каждый токен получает свое представление в FastText блоке, чтобы потом быть обработанным классификатором. Сам классификатор — это нейросеть из слоев GRU, функции активации ReLU и линейного слоя на выходе. Получив показатели принадлежности положительному классу, из токенов собирается цензурированное сообщение в блоке детокенизатора.

В качестве облачного провайдера выбран «Яндекс» из-за выгодных квот на их serverless технологии. Serverless технология — это достаточно молодая область, но крайне перспективная. Ее особенность в том, чтобы предоставить пользователю услугу как сервис, в котором оплата происходит только за непосредственно используемые мощности, например, число запросов к базе данных, число вызовов функции, объем используемого хранилища.

Для реализации мониторинга за сдвигом распределения данных и таргета нужно где-то эти данные хранить. Вместо полноценного кластера с БД нашлась альтернатива в виде serverless YDB, которая предлагала широкие возможности по масштабированию и экономила средства пользователя.

Готовая система тестировалась не только на отложенном наборе данных, но и при реальном общении с людьми. Так удалось выявить некоторые неточности, связанные с ложным определением токсичных слов. Явный пример: «мы уехали отдыхать в город Пиза». Название города расценивается моделью как нечто, подлежащее скрытию. Причины данной ошибки можно назвать две: отсутствие в обучающей выборке употребительных примеров со словом «Пиза» и некачественный эмбеддинг от модели FastText. Первую причину можно устранить, добавив подобные предложения в обучающие данные, чтобы сеть научилась лучше улавливать семантику спорных слов (таких, как «хрен» или «очко», например). Вторая причина связанна с применением квантизации, дабы ускорить процесс инференса и уложиться в лимиты провайдера.

Противоположным примером можно назвать сценарий использования редко употребительных или старых матерных слов, когда системой пропускаются токсичные слова. Такие примеры нетривиально придумать во время диалога, но их можно встретить в специальных словарях для телевидения, которые используют для цензурирования.

Не остались без проверки и наиболее распространенные оскорбления. Обычно, это образованные слова от нескольких типичных матерных корней. Успешно прошли через систему такие примеры как «прихлебатель — это угодливый человек», «из чего сделана похлебка?», «постарайся это не употреблять». Модель достаточно устойчива несмотря на опечатки и шумовые символы, но существуют разнообразные способы, которые скроют от модели истинный смысл. К этим способам можно отнести использование верхнего регистра, транслит, разбиение букв слова пробельными символами или же наоборот, склейка слов без пробелов.

Результатом работы является программное обеспечение, способное очистить текстовое сообщение от токсичного контента, развернутое на платформе мессенджера «Telegram» в виде бота @toxic_segmenter_bot. Данная площадка выбрана как популярное место общения разных групп общества.

В процессе разработки сложилось понимание того, что человек все равно сможет найти способы обойти систему, будь то картинки, аудио записи, смайлики или монолитный текст. Поэтому лучше предложить людям выбор — осознанно отказаться от токсичного контента в своей жизни или продолжить отрицательно влиять на свое мышление.

1. *Рубцова Ю. В.* Автоматическое построение и анализ корпуса коротких текстов (постов микроблогов) для задачи разработки и тренировки тонового классификатора // Инженерия знаний и технологии семантического веба. — 2012. — Т. 1. — С. 109–116.

МЕТОДИКА ИДЕНТИФИКАЦИИ МУЛЬТИМОДАЛЬНЫХ ЭМОЦИОНАЛЬНЫХ ЭКСПРЕССИЙ

Е. В. Суворова

МИП, Москва, Россия

На сегодняшний день в исследованиях, посвященных распознаванию эмоциональных экспрессий, в центре внимания оказывается «живое лицо» и его проявления в привычных формах поведения [1]. Изучение эмоциональных состояний в динамике в условиях, приближенных к реальным ситуациям, которые определяют их смысловое содержание, открывает индивидуальность способов выражения эмоций.

В ряде исследований было выявлено, что несмотря на индивидуальную и гендерную вариативность способов позиционирования эмоциональных состояний, относительная точность их распознавания оставалась на высоком уровне. При очевидных различиях в содержании и последовательности развертывания динамических экспрессий, точность распознавания эмоций оставалась одинаково эффективной. Различия в категориальном поле эмоций (значениях иррелевантных оценок), экспрессивной насыщенности и длительности обнаруживали множественность равноценных способов, форм реализации одного и того же аффективного состояния [6, 7].

Методика. Испытуемым, 48 женщинам и 48 мужчинам, в возрасте от 20 до 62 лет ($M = 34$ г., $SD = 9{,}4$ г.) в случайном порядке предъявлялись 83 аудиовидеоролика четырнадцати ключевых эмоциональных состояний. Каждый видеоклип демонстрировался наблюдателю на 2–5 с. В эксперименте используется русскоязычная версия Женевского теста распознавания эмоций (Geneva Emotion Recognition Test, GERT), апробированая ранее [2, 3, 5]. Стимульный материал и инструмент оценки построены на концепте «Женевского колеса эмоций» — объединении 14 категорий эмоциональных состояний, распределенных в пространстве валентности и степени возбуждения. Тест включает 83 экспозиции аудиовидеоизображений 14 ключевых аффективных состояний на основе игры профессиональных актеров. Для выражения мультимодальных экспрессий актеры использовали мимику, жесты, а также псевдолингвистические высказывания, содержащие экспрессивные интонации: а) высказывание с восклицательной интонацией — «не кал ибам суд молен!» («ne kal ibam sud molen!») и б) высказывание с вопросительной интонацией «кун се мина лод белам?» («kun se mina lod belam?»). По смысловому значению высказываниям придавался смысл: а) «Не могу в это поверить» («I cannot believe it!») и б) «Ты действительно так считаешь?» («Is this really your opinion?»).

Результаты. Несмотря на различия в значении оценок, выполняемых швейцарскими и российскими наблюдателями, тенденции распознавания мультимодальных экспрессий в целом совпадают. Иррелевантные оценки относились к категориям эмоций одной группы, либо категориям, расположенным на Женевском колесе эмоций по соседству, т. е. схожими по валентности и степени возбуждения. Результаты лабораторного и дистантного экспериментов (онлайн) совпадают в 86% случаев [2–4].

В ходе экспериментальных исследований конкретизировано содержание внутренних связей между позируемыми выражениями мультимодальных эмоциональных состояний профессиональных актеров и их восприятием сторонними наблюдателями. Показано, что способность выражения эмоций не является универсальной и для каждого натурщика модально-специфична. Чем точнее выражена целевая эмоция, тем меньше число дополнительных экспрессий и их частота. Индивидуальные различия обнаруживаются среди как основных, так и дополнительных экспрессий, которые создают впечатление качественного многообразия аффективных состояний, а при определенных условиях способны маскировать и/или замещать целевые выражения. Прямая зависимость точности выражения от степени эмоционального возбуждения обнаружена в выражениях лишь одного натурщика (№8) из десяти. Корреляция между длительностью эмоции и точностью ее выражения зарегистрирована при оценках всего двух натурщиков: №5 ($r = 0{,}7$) и №7 ($r = 0{,}83$), указывая на возможность использования темпорального фактора в качестве средства выражения и восприятия мультимодальных эмоций.

По степени точности выражений актеры — натурщики разделились на три условные группы: успешные, умеренно успешные и низко успешные. Способность позирования эмоций не является универсальной и для каждого натурщика мо-

дально-специфична. Индивидуальные различия обнаруживаются и на уровне дополнительных экспрессий, которые создают впечатление качественного своеобразия аффективных состояний, а при определенных условиях способны маскировать и/или замещать целевые выражения. Чем точнее выражена целевая эмоция, тем меньше число дополнительных экспрессий и их частота. Внутренние взаимосвязи аффективных объединений, организованных в зависимости от степени возбуждения, на уровне экспрессий отдельных натурщиков проявляются избирательно и неоднозначно. Наиболее полно прямая зависимость точности выражения от степени возбуждения эмоции реализована в выражениях лишь одного натурщика из 10. Продемонстрирована множественность равноценных путей объективации одного и того же аффективного состояния. Наименее адекватно позируются эмоции, отличающиеся низкой экспрессивной насыщенностью: слабой выразительностью мимики, жестов и интонаций голоса. Локальные проявления мультимодальных состояний неоднородны; с изменением типа натурщика их роль в рамках целого меняется.

1. *Барабанщиков В. А.*, *Королькова О. А.* Восприятие экспрессий «живого» лица // Экспериментальная психология. — 2020. — Т. 13(3). — С. 55–73. — DOI: 10.17759/exppsy.2020130305.
2. *Барабанщиков В. А.*, *Суворова Е. В.* Оценка эмоционального состояния человека по его видеоизображениям // Экспериментальная психология. — 2020. — Т. 13(4). — С. 4–24. — DOI: 10.17759/exppsy.2020130401.
3. *Барабанщиков В. А.*, *Суворова Е. В.* Оценка мультимодальных экспрессий лица в лаборатории и онлайн // Лицо человека в контекстах природы, технологий и культуры / Отв. ред. К. И. Ананьева, В. А. Барабанщиков, А. А. Демидов. — М.: Когито-Центр, 2020. — С. 310–322.
4. *Барабанщиков В. А.*, *Суворова Е. В.* Гендерные различия в распознавании эмоционального состояния стороннего человека // Психологическая наука и образование. — 2021. — Т. 26(6). — С. 107–116. — DOI: 10.17759/pse.2021260608.
5. *Schlegel K.*, *Grandjean D.*, *Scherer K. R.* Introducing the Geneva Emotion Recognition Test: An example of Rasch-based test development // Psychological Assessment. — 2014. — V. 26(2). — P. 666–672. — DOI: 10.1037/a0025827.
6. *Schlegel K.*, *Scherer K. R.* The nomological network of emotion knowledge and emotion understanding in adults: evidence from two new performance-based tests // Cognition and Emotion. — 2017. — V. 32. — P. 1514–1530. — DOI: 10.1080/02699931.2017.141468.
7. *Scherer K. R.* What are emotions? And how can they be measured // Social Science Information. — 2005. — V. 44. — P. 695–729. — DOI: 10.1177/0539018405058216.

СИСТЕМЫ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ ВРАЧЕБНЫХ РЕШЕНИЙ (СППВР) В ПОЛИФАРМАКОТЕРАПИИ*

***В. А. Судаков*[1,2], *Т. В. Сивакова*[2,3]**

[1]*МАИ, Москва, Россия;* [2]*ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия;*
[3]*РЭУ им. Г. В. Плеханова, Москва, Россия*

Рационализация процессов здравоохранения является задачей фундаментальной важности для обеспечения качества и стандартизации медицинских услуг, а также минимизации затрат в экономической сфере. Учитывая ее социальную и

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №23-75-30012, https://rscf.ru/project/23-75-30012/.

экономическую значимость, система здравоохранения является объектом постоянных исследований, направленных на ее оптимизацию как с точки зрения затрат, так и качества предоставляемых услуг. Среди медицинских задач, решаемых при помощи информационных технологий, важнейшее место занимает снижение ошибки при назначении лекарственных препаратов пациенту. Применение СППР (систем поддержки принятия решений) в полифармакотерапии поможет врачам при назначении придерживаться соответствующей схемы лечения непосредственно конкретному пациенту и учитывать «особенности» фармацевтических препаратов. Неправильный режим приема лекарственных средств, неправильные алгоритм и режимы лечения приводят к побочным эффектам, осложнениям заболеваний, ухудшению результатов и снижению качества жизни.

В первую очередь стоит принять во внимание, что пациенты могут страдать более чем одним заболеванием. Лечение пациентов, страдающих большим количеством заболеваний является одной из основных проблем современного здравоохранения, в том числе из-за старения населения и, как следствие, увеличения числа хронических болезней. Например, распространенность хронических заболеваний, таких как гипертония, сахарный диабет или сердечная недостаточность, в обществе выросла за последние десятилетия по мере увеличения числа пожилых людей [1]. Более того, большинство пациентов, страдающих такими хроническими заболеваниями, страдают от двух или более из них. Это создает необходимость в разработке схемы лечения, основанной на объединении лекарственных препаратов при нескольких сопутствующих заболеваниях.

Современный уровень развития компьютерных технологий позволяет получить доступ к Большим Данным (Big Data), включающим информацию о лекарственных препаратах. Однако большие данные об отдельных элементах множества лекарственных препаратов зачастую не являются исчерпывающими для получения заключений относительно использования. Инструментарием моделирования степени уверенности в получаемых оценках может являться аппарат теории нечетких множеств [2]. Фундаментальная научная задача заключается в создании моделей, выявления нечетких суждений при назначении лекарственных средств на базе методов глубокого машинного обучения и методологических основ агрегирования нечетких суждений в единые комплексные оценки на базе методов теории принятия решений [3]. Решение данной задачи позволит получить комплексные оценки при назначении лекарственных препаратов и тем самым снизить риск врачебной ошибки в полифармокотерапии. Систематизация критериев при назначении лекарственных препаратов, машинное обучение нечетких моделей для оценки выбора лексртвенных препраритов на больших данных, разработка методологии агрегирования нечетких оценок представляет собой комплексную междисциплинарную фундаментальную задачу. Решение данной фундаментальной задачи является важным элементом создания систем поддержки принятия врачебных решений при лечении, с целью снижения рисков при назначении лекарственных препаратов.

Поскольку СППВР состоит из множества составляющих, то управление в этих системах можно рассматривать как упорядочивание, достижение слаженности отдельных объектов системы. В разрабатываемой СППВР предполагается включить большое количество функций, ряд из которых представлены ниже.

Модуль фармакотерапия:

— показания к применению;

— противопоказания к применению лекарственных препаратов;

— способ применения и дозировка;

— побочные действия;

— взаимодействие с другими лекарственными препаратами (пищевыми добавками, продуктами);

— передозировка;

— приготовление;

— межлекарственные взаимодействия;

— мероприятия при передозировке;

— условия транспортировки и хранения лекарственного средства;

— мониторинг в полифармакотерапии с целью учета отклонений от должных (соответствие клиническим рекомендациям).

Модуль пациент:

— курс лечения;

— возможность заменить лекарственное средство аналогом при отсутствии;

— данные о пациенте, автоматически указывающие на отклонение показателей организма от нормы;

— результаты лечения;

— стоимость лечения;

— дублирующее лечение;

— мониторинг состояния пациентов.

При этом нужны прогностические модели, просчитывающие риски при различных выборах лекарственного лечения и сравнения их между собой.

С целью повышения качества, эффективности лечения и снижения риска в полифармокотерапии, в настоящее время разрабатывается алгоритм СППВР на основе методов машинного обучения и допускающий интеграцию с внешними источниками [4]. СППВР будет использовать открытые исходные коды, что обеспечит ее универсальность и независимость.

1. *Schellevis F. G.* Epidemiology of multiple chronic conditions: an international perspective // J. Comorbid. — 2013. — V. 3. — P. 36–40. — DOI: 10.15256/joc.2013.3.25.
2. *Судаков В. А.*, *Сивакова Т. В.* Мультиагентное моделирование на базе нечетких суждений экспертов области борьбы с пандемией // В кн.: Математическое моделирование. Тезисы II Международной конференции. Москва, 2021. — С. 81–83.
3. *Сивакова Т. В.* Подходы к агрегированию нечетких суждений экспертов // Стратегия России: взгляд в завтрашний день: Сборник статей X Международной научной конференции «Абалкинские чтения», Москва, 26–27 апреля 2021 г. — М.: Российский экономический университет имени Г. В. Плеханова, 2021. — С. 143–150.
4. *Судаков В. А.*, *Титов Ю. П.* Прогнозирование развития пандемии методами машинного обучения в задачах поддержки принятия решений // Математическое моделирование. — 2022. — Т. 34, №11. — С. 107–122. — DOI: 10.20948/mm-2022-11-07.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА МУРАВЬИНЫХ КОЛОНИЙ ДЛЯ ПЕРЕБОРА КОМБИНАЦИЙ МЕДИЦИНСКИХ ПРЕПАРАТОВ*

В. А. Судаков[1,2]***, Ю. П. Титов***[1,2]

[1]*МАИ, Москва, Россия;* [2]*РЭУ им. Г. В. Плеханова, Москва, Россия*

Современное медицинское лечение часто предполагает комплекс лекарственных средств, которые необходимо принимать пациенту для лечения или поддер-

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РНФ №23-75-30012.

жания уровня здоровья. Комбинации лекарственных препаратов обычно определяются задачами лечения, побочными эффектами препаратов и сопутствующими заболеваниями или состоянием пациента. В качестве основы выбирается некоторая комбинация, которая может усиливаться или ослабляться в зависимости от динамики процесса лечения, финансовых возможностей и наличия определенных препаратов. Медицинский персонал принимает решения о назначении комбинации препаратов на основе экспертного мнения и принятых практик в медицинском учреждении.

Для полномасштабного исследования взаимодействия препаратов необходимо рассмотреть способы перебора наборов лекарственных средств. Для набора лекарственных средств можно проанализировать взаимовлияние отдельных препаратов друг на друга и противопоказания. По результатам работы такой модели будут получены значения критериев. С помощью критериев можно проводить ранжирование наборов лекарственных средств. Для векторного критерия возможно применение различных методов свертки или поиск множества Парето.

Модели, применяемые для вычисления значений критериев, могут быть различны. При непосредственном взаимодействии с пользователем возможен выбор модели и ее настройка под конкретную задачу. При поиске решения, удовлетворяющего пользователя, в общем случае необходимо перебрать все комбинации лекарственных средств. При нахождении комбинации, удовлетворяющей пользователя, он может остановить работу программы, тем самым сэкономив вычислительные ресурсы. Поиск только оптимальной комбинации невозможен, так как данный набор не всегда реализуем.

В работе предлагается применять модификации метода муравьиных колоний для направленного перебора лекарственных средств. Метод муравьиных колоний разрабатывался для поиска пути коммивояжера в графе, но его дальнейшие исследования позволили применить его для задач дискретной и непрерывной оптимизации, кластеризации, DataMining и другие. Для задачи направленного перебора авторами предлагается специальная структура графа — параметрический граф [1]. В данном графе лекарственные средства являются вершинами, а дуги могут описывать комбинации. В параметрическом графе вершины можно объединить в группы (слои по определенному параметру) как и лекарственные средства. Такая группировка позволит сократить количество дуг, а представление лекарственного средства как объекта с возможностью принадлежности к множеству групп, позволит рассмотреть дуги в данном графе как фиктивные. Путь в таком графе содержит по одной вершине в каждом слое.

Метод муравьиных колоний сходится к одному рациональному решению. За счет добавления на вершины (в оригинальном алгоритме на дуги) графа весов (феромона). Данные веса увеличивают вероятность выбора вершины с хорошими значениями целевой функции. Итерационный запуск такого алгоритма позволяет выделить вершины, наилучшим образом влияющие на значение целевой функции. Но без дополнительных параметров такой алгоритм может стагнировать к одному решению.

Авторами предложена новая вероятностная формула, позволяющая на ранних итерациях решать проблему стагнации, а на поздних — находить оставшиеся решения:

$$P_{ij,k}(t) = \frac{k1 * \tau_{norm,ij}^{\alpha}(t) + k2 * (1/kol(t)_{ij})^{\beta} + k3 * (kol(t)_{ij}/MaxKol_j)^{\gamma}}{\sum\limits_{z \in J_{i,k}} \left(k1 * \tau_{norm,iz}^{\alpha}(t) + k2 * (1/kol(t)_{iz})^{\beta} + k3 * (kol(t)_{iz}/MaxKol_j)^{\gamma}\right)}, \quad j \in J_{i,k}.$$

Первое слагаемое отвечает за количество весов у i-й вершины j-го параметра (слоя параметрического графа) на итерации t. Для применения данного параметра во взвешенной сумме необходимо использовать нормализованное значение. Второе слагаемое фактически является обратной величиной числу посещения вершины. Данное слагаемое увеличивает вероятность посетить вершину, которая редко присутствует в решениях и позволяет избегать зацикливания на ранних итерациях метода муравьиных колоний. В третьем слагаемом учитывается максимальное количество возможных посещений вершины.

Для учета уже рассмотренных решений предлагается использование хэш-таблицы. Перед обращением в модель проверяется наличие пути агента в хэш-таблице, и, если такой путь найден, то возможны следующие действия [1]:

1. Используя значения целевой функции из Хэш-таблицы, занести веса как в оригинальном алгоритме.

2. Игнорировать агента. Агент не заносит веса на параметрический граф.

3. Повторный поиск нового, еще не рассмотренного на вычислителе, решения методом муравьиных колоний с ограничением на количество итераций. Если за установленное количество итераций не найдено новое решение, то агент игнорируется.

4. Повторный поиск нового, еще не рассмотренного на вычислителе, решения методом муравьиных колоний неограниченным количеством итераций. Ограничение в пункте 3 может решить проблему стагнации.

5. Повторный поиск нового решения другим алгоритмом. Рассматривалась возможность обхода параметрического графа, как дерева.

По результатам проведенных экспериментов на графах большой размерности и различных бэнчмарков. По результатам исследований оценивались: номер итерации, на котором было найдено оптимальное решение, вероятность нахождения оптимального решения и количество рассмотренных решений.

Лучшей модификацией, по результатам исследований, является повторный циклический поиск нового решения. Без установленного ограничения на количество итераций метод способен обнаружить последние, самые плохие, решения. Применение третьего слагаемого в вероятностной формуле и игнорирование вершин, для которых рассмотрены все решения, позволяют существенно сократить количество дополнительных итераций. В результате такого алгоритма каждый агент рассматривает новый маршрут в параметрическом графе и новое решение, что позволяет легко планировать количество итераций и время работы алгоритма. При этом не уменьшились оптимизационные свойства метода. Модификации метода муравьиных колоний находят оптимальное решение, рассмотрев менее 0,05% от общего количества решений. При наличии нескольких оптимальных решений или требования поиска области рациональных решений, все данные решения также находятся на ранних этапах работы алгоритма и не требуют большого количества итераций.

1. *Синицын И. Н.*, *Титов Ю. П.* Оптимизация порядка следования гиперпараметров вычислительного кластера методом муравьиных колоний // Системы высокой доступности. — 2022. — Т. 18, №3. — С. 23–37. — DOI: 10.18127/j20729472-202203-02.

ФОРМИРОВАНИЕ ПРИЗНАКОВОГО ПРОСТРАНСТВА ДЛЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО ОБНАРУЖЕНИЯ ОБЛАСТЕЙ ЗАДЫМЛЕНИЙ НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ*

В. П. Фраленко, М. В. Шустова

ИПС РАН, Ярославская обл., Переславский район, с. Веськово, Россия

Аналитический обзор современных источников [1] показывает актуальность применения статистических и текстурных признаков для решения задач мониторинга лесных пожаров. Для повышения эффективности раннего обнаружения возгораний предлагается подход к формированию признакового пространства, основанный на спектрографическом анализе с применением текстурных признаков общего назначения, признаков Харалика [2] и Лавса [3].

Признаки общего назначения:

— математическое ожидание μ_c: $\frac{1}{MN}\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N} p_{ij}$;

— стандартное отклонение: $\left[\frac{1}{MN}\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N}(p_{ij}-\mu_c)^2\right]^{1/2}$;

— асимметричность уровня серого: $\left[\frac{1}{MN}\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N}(p_{ij}-\mu_c)^3\right]^{1/3}$, где M и N — размер сканирующего окна, p_{ij} — значение яркости пикселя в i-й строке и j-м столбце сканирующего окна.

Таблица 1

Назначение фильтров

Название	Вектор	Назначение
L7	$\{1, 6, 15, 20, 15, 6, 1\}$	Вычисление симметричного взвешенного локального среднего значения
E7	$\{-1, -4, -5, 0, 5, 4, 1\}$	Обнаружение краев
S7	$\{-1, -2, 1, 4, 1, -2, -1\}$	Обнаружение пятен
W7	$\{-1, 0, 3, 0, -3, 0, 1\}$	Обнаружение волн
R7	$\{1, -2, -1, 4, -1, -2, 1\}$	Обнаружение образа в виде ряби
U7	$\{1, -4, 5, 0, -5, 4, -1\}$	Обнаружение волнистости
O7	$\{-1, 6, -15, 20, -15, 6, -1\}$	Обнаружение колебания

Признаки Харалика:

— энтропия: $\sum_i \sum_j C(i,j)\log(C(i,j))$;

— энергия: $\sum_i \sum_j C^2(i,j)$;

— контраст: $\sum_i \sum_j (i-j)^2 C(i,j)$;

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №22-11-20001, https://rscf.ru/project/22-11-20001/ и гранта в форме субсидии из областного бюджета организациям Ярославской области.




Рис. 1. Пример снимка и результат обработки

— гомогенность: $\sum_i \sum_j \frac{C(i,j)}{1+|i-j|}$, где $C(i,j)$ — элемент матрицы смежности уровня серого Харалика (Gray-Level Co-occurrence Matrix) в i-й строке j-го столбца.

Для формирования вектора текстурных признаков К. Лавсом был предложен метод, в котором к монохромному изображению применяются фильтры, а затем по результатам фильтрации вычисляются энергетические текстурные карты с применением масок. В нашем случае были задействованы фильтры размером 7×7, которые формируются путем комбинирования семи векторов (табл. 1).

Для классификации обнаруженных областей была задействована обобщенная метрика Евклида–Махаланобиса. Пример исходного снимка и результат его обработки на основе созданного признакового пространства приведен на рис. 1.

Экспериментальные исследования показали, что сформированное признаковое пространство дает хорошие результаты по обнаружению задымлений в лесных массивах.

1. *Абрамов Н. С.*, *Шустова М. В.* Обзор беспилотных аппаратов для мониторинга и тушения региональных лесных пожаров // Авиакосмическое приборостроение. — 2022. — №8. — С. 33–43.
2. *Haralick R. M.*, *Shanmugam K.*, *Dinstein I.* Textural features for image classification // IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. — 1973. — V. 3. — P. 610–621.
3. *Trzcinski*, *Maciej Wieslaw.* Texture Aided Superpixel Segmentation. Heuristic Texture Classification in the SEEDS Grid-Initialised Hill-Climbing Superpixel Generation Algorithm for Retrieval of Objects and Regions // PhD thesis. Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Computer Vision Lab, Zürich, 2013.

ЛОГИЧЕСКИЙ БАЗИС НА НЕЙРОНАХ С ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ ФУНКЦИЕЙ АКТИВАЦИИ*

М. В. Хачумов[1,2,3]***, Ю. Г. Емельянова***[1]***, М. А. Емельянов***[1]***, В. М. Хачумов***[1,2,3]

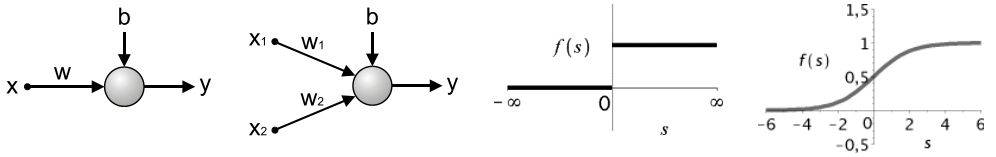
[1]*ИПС РАН, Ярославская обл., Переславский район, с. Веськово, Россия;*
[2]*ИСА ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия;* [3]*РУДН, Москва, Россия*

Решается задача построения новой функции активации нейрона, являющейся альтернативной «единичному скачку» и сигмоиду. Рассмотрены примеры нейро-

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №22-11-20001, https://rscf.ru/project/22-11-20001/ и гранта в форме субсидии из областного бюджета организациям Ярославской области.

нов с одним и двумя входами для реализации набора логических функций «И», «ИЛИ», «НЕ».

Варианты структур нейронов с одним и двумя входами и виды нелинейностей типа «единичный скачок» и сигмоид показаны на рис. 1.



$s = xw + b$ $\quad s = x_1w_1 + x_2w_2 + b$ $\quad f(s) = \begin{cases} 1, & s \geq 0 \\ 0, & s < 0 \end{cases}$ $\quad f(s) = \dfrac{1}{1 + e^{-\alpha s}}$

а *б* *в* *г*

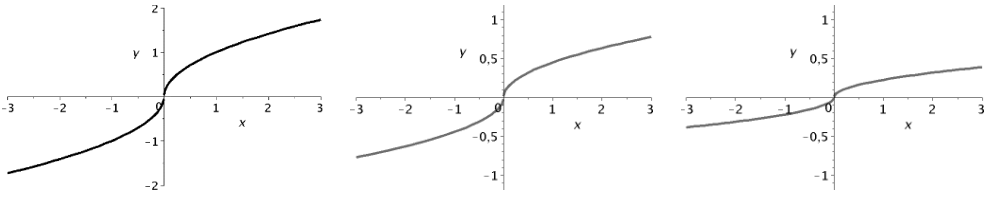
Рис. 1. Нейроны и функции активации

Логические элементы создаются, путем назначения весовых коэффициентов и смещения b [1]:

- элемент «НЕ»: $w = -1$, $b = 0$;
- элемент «И»: $w_1 = w_2 = 1$, $b = -1{,}5$;
- элемент «ИЛИ»: $w_1 = w_2 = 1$, $b = -0{,}5$.

Представленный набор логических функций является функционально полным. На его основе можно создавать различные логические схемы, моделировать вычислительные устройства и элементы памяти. В то же время имеются недостатки, которые затрудняют реализацию на его основе сложных функций, свойственных задачам распознавания и требующих представления выхода, отличных от пороговых значений [2]. В этих случаях обычно используют в качестве функции активации сигмоид, для которого определена процедура настройки по методу обратного распространения ошибки. Недостатком является сложность вычислений, в особенности в многослойных нейронных сетях.

Рассмотрим в качестве альтернативы известным функциям активации составную s-образную кривую, в которой верхняя ветвь $y = \beta + \sqrt{2px}$ при $x > 0$ и нижняя ветвь $y = \beta - \sqrt{-2px}$ при $x < 0$, где β — смещение вдоль оси OY. Подобная функция отвечает требованиям дважды дифференцируемости и монотонности, поэтому ее можно использовать для настройки искусственных нейронных сетей методом обратного распространения ошибки [3]. На рис. 2 представлены некоторые варианты подобной функции, называемой далее s-параболой.



в) при $p = 1/2$ а) при $p = 1/10$ б) при $p = 1/40$

Рис. 2. Примеры s-образных кривых на основе ветвей параболы

Рассмотрим алгоритм настройки ИНС с двумя входами, реализующей логическую функцию «И» по принципу обратного распространения ошибки.

Алгоритм настройки

1. Назначение начальных параметров и весов. Начальная скорость обучения: $\eta(k) = 0{,}02$; начальные весовые коэффициенты: $w_1 = w_2 = 1$, $b = -1{,}5$.

2. Расчет ИНС в прямом направлении: $s = b + x_1 w_1 + x_2 w_2$:

$$f(s) = y = \begin{cases} \beta + \sqrt{2ps_j}, & \text{при} \quad s > 0, \\ \beta - \sqrt{-2ps_j} & \text{при} \quad s < 0. \end{cases}$$

3. Расчет ошибки в обратном направлении. Ошибка на выходе нейрона: $\delta_{\text{вых}} = y_{\text{э}} - y$. Ошибка на входе нейрона: $\delta_{\text{вх}} = s_{\text{э}} - s$. Если $s > 0$, то $s_{\text{э}} = (y_{\text{э}} - \beta)^2/2p$. Если $s < 0$, то $s_{\text{э}} = -(y_{\text{э}} - \beta)^2/2p$.

4. Коррекция весов с нормированием: $w_i(k+1) = w_i(k) + (\eta\delta_{\text{вх}} x_i)/k$, $b(k+1) = b + (\eta\delta_{\text{вх}})/k$, где $k = |w_1| + |w_2| + |b|$ — нормирующий коэффициент.

5. Останов/переход. Если все входные векторы исследованы, а ошибка на выходе меньше наперед заданной, то выполняется останов. Иначе выполняется уменьшение скорости обучения: $\eta := \eta - \Delta$ и переход на п. 2 (переход к новой эпохе настройки).

Выполним далее в качестве примера настройку нейронов логического базиса с функцией активации вида «s-парабола» методом обратного распространения ошибки. В итоге получаем следующие настройки нейронов:

- элемент «НЕ» (при $p = 1/2$ и $\beta = -1{,}5$): $w = -3{,}994$, $b = 6{,}246$;
- элемент «И» (при $p = 1/10$ и $\beta = 0{,}5$): $w_1 = 1{,}282$, $w_2 = 1{,}208$, $b = -1{,}851$;
- элемент «ИЛИ» (при $p = 1/10$ и $\beta = 0{,}5$): $w_1 = 1{,}172$, $w_2 = 1{,}412$, $b = -0{,}664$.

Результаты реализации логических функций представлены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты вычисления логических функций

ИНС с двумя входами				ИНС с одним входом	
x_1	x_2	«И»	«ИЛИ»	x	«НЕ»
0	0	−0,108	0,136	0	0,999
1	1	0,857	1,112		
0	1	0,141	0,887	1	0,001
1	0	0,163	0,819		

Погрешность выходных сигналов (табл. 1) является атрибутом при настройке нейронных сетей с нелинейностями. Вследствие приближенных значений выходов целесообразно ввести пороги, обозначающие «0» и «1». В нашем случае примем, что сигналы с уровнем ниже 0,2 соответствуют «0», а превышающие порог 0,8 соответствуют «1».

Таким образом, в настоящей работе получены настройки нейронов, реализующих полный логический базис на основе s-параболы. Новая функция активации будет в дальнейшем исследована на практических задачах построения сложных функций и распознавания образов.

1. *Хачумов В. М.* Основные принципы моделирования сложных систем и процессов: Учеб. пособ. — М.: РУДН, 2013. — 141 с.
2. *Limonova E. E.*, *Nikolaev D. P.*, *eds.* Bipolar Morphological Neural Networks: Gate-Efficient Architecture for Computer Vision // IEEE Access. — 2021. — V. 9. — P. 97569–97581.
3. *Круглов В. В.*, *Борисов В. В.* Искусственные нейронные сети. Теория и практика. — М.: Горячая линия-Телеком, 2002. — 382 с.

ПРИМЕНЕНИЕ СИНТЕТИЧЕСКИХ ДАННЫХ ДЛЯ УЛУЧШЕНИЯ КАЧЕСТВА МНОГОСЛОЙНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ПРИ ТРЕНИРОВКЕ НА МАЛЫХ ВЫБОРКАХ ЕСТЕСТВЕННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Ю. С. Чайников[1,2]***, В. А. Судаков***[2,3]***, М. С. Степанов***[1]

[1]*ООО «Ресерч Дата Лаб», Москва, Россия;* [2]*МАИ, Москва, Россия;*
[3]*ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия*

В настоящий момент успешность применения методов машинного обучения в самых разных областях как в научном, так и в прикладном плане не вызывает сомнений. Одним из сдерживающих факторов дальнейшего прогресса в этой области является дефицит качественных данных. Особенно ярко это выражается в задачах компьютерного зрения. Так, последовательное увеличение размеров датасетов изображений приводит к достижению хороших результатов по точности распознавания на Imagenet [1].

Особенно важным оказывается наличие качественных датасетов в тех практических задачах, в которых наибольшую эффективность демонстрируют методы машинного обучения на основе глубоких нейронных сетей (DNN).

Среди множества способов решения этой проблемы отдельный интерес представляет генерация синтетических данных. Опыт практического применения авторами синтетических датасетов при тренировке DNN в ряде практических задач позволяет предположить, что потенциал использования синтетических данных далек от своего раскрытия.

Во многих практически важных областях создание большого, качественного датасета сопряжено с рядом трудностей. Нередко стоимость сбора и разметки датасета составляет заметную стоимость всего проекта по созданию информационной системы на основе нейронной сети. Зачастую качество разметки существенно зависит от квалификации разметчиков.

В ряде технологических процессов накопление размеченного датасета сопряжено с тем, что отбор экземпляра данных возможен только по регламентируемой процедуре и требует многих часов работы квалифицированного персонала. Так, в технологическом цикле работы горно-обогатительного комбината необходимо многократно определять гранулометрический состав сыпучих продуктов на конвейере по фото-/видеоданным.

Фактическое измерение гранулометрического состава при этом сопряжено с остановкой конвейера, механическим отбором проб и проведением лабораторных рассевов. При этом регламент работы горно-обогатительного комбината не допускает остановки конвейера чаще, чем три раза в сутки.

В ряде задач наиболее важные классы событий представляют собой результат аварийной ситуации и встречаются очень редко. Так, в технологическом цикле горно-обогатительного комбината штатной аварийной ситуацией является наличие негабаритного фрагмента на конвейерной ленте (фрагмента породы, линейные размеры которой больше размеров входного бункера дробильной машины). Необнаружение негабарита на конвейере приводит к забутовке дробилки и остановке всего технологического комплекса на многие часы, в течение которых проводятся работы по разрушению негабарита, тогда как обнаружение негабарита на конвейере задерживает работы на считанные минуты.

Во многих случаях искусственное создание ситуаций для фиксации таких событий недопустимы по этическим, экономическим или юридическим причинам. Это приводит к ряду последствий, затрудняющих работу команды исследователя или разработчиков:

• Темп накопления размеченного датасета становится «естественным», добавление новых данных в датасет происходит только тогда, когда событие происходит по естественным причинам.

• Возникает существенный перекос датасета в частотности событий. Наименее ценные, рядовые события накапливаются быстрее всего. Наиболее ценные, они же наиболее редкие события накапливаются медленнее всего.

Этот комплекс обстоятельств порождает не только существенное увеличение стоимости и сроков создания успешных решений на основе нейронных сетей, но и значительно ухудшает предсказуемость как сроков, так и стоимости проекта. В ряде случаев размер датасета, который можно собрать за разумное с экономической точки зрения время и ресурсы, не позволяет натренировать нейросеть с достаточной для эффективного применения точностью.

При ручном сборе данных и разметке больших датасетов человеческий фактор также может оказывать существенное влияние на качество конечного датасета. Малые выборки и смещенность человеческих оценок при полностью ручной разметке порождают разрыв между бенчмарками тренируемых предикторов на размеченных датасетах и их практической применимостью. См, например, [2].

Известно, что распределение по классам во многих практически важных доменах, в том числе в доменах естественных изображений, приблизительно подчиняется закону Ципфа [3]. См., например, работы [4, 5], где показано, что распределение Ципфа возникает естественным образом в широком классе предметных областей/доменов.

Это убеждает нас, что с практической точки зрения мы всегда будем иметь разбалансированность классов по частоте, и, что особенно важно, наиболее дорогие как в прямом, так и переносном смысле, т. е. важные для обучения классы будут как раз наиболее редкими.

Проведенные исследования демонстрирует заметное влияния синтетических датасетов в нескольких практических задачах на качество и устойчивость DNN-моделей в процессе их обучения. В частности:

• Продемонстрирован тренд на увеличение точности DNN по мере увеличения отношения размера синтетической выборки к размеру естественной выборки, по мере увеличения этого отношения от ~ 1 до нескольких десятков с дальнейшей стабилизацией.

• Подтверждена каноническая эвристическая зависимость точности DNN от числа эпох: рост точности по мере увеличения числа эпох с последующим ухудшением точности при оверфитинге.

В практическом плане полученные результаты использованы в программно-аппаратных решениях по контролю технологических процессов в производственном цикле горно-обогатительных комбинатов.

1. *Ali Borji*. Complementary datasets to COCO for object detection. San Francisco, CA, arXiv:2206.11473v1 [cs.CV] Feb 23, 2023. — URL: `https://arxiv.org/pdf/2206.11473.pdf`.
2. *Dimitris Tsipras*, *Shibani Santurkar*, *Logan Engstrom*, *Andrew Ilyas*, *Aleksander Madry*. From ImageNet to Image Classification: Contextualizing Progress on Benchmarks. — URL: `https://arxiv.org/abs/2005.11295`.
3. *Zipf G. K.* Human Behavior and the Principle of Least Effort. — Cambridge, MA: Addison-Wesley Press, 1949. — 573 p.
4. *Salakhutdinov R.*, *Torralba A.*, *Tenenbaum J.* Learning to share visual appearance for multiclass object detection // In: IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2011.
5. *Баданина Н. Д.*, *Судаков В. А.* Модели машинного обучения для классификации отзывов о банках // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. — 2021. — №50. — 14 с. — DOI: 10.20948/prepr-2021-50.

ПОСТРОЕНИЕ НАЧАЛЬНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ НА ПРИМЕРЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ О НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОМ ХИМИЧЕСКОМ РЕАКТОРЕ

Т. А. Шемякина

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

В данной работе мы продолжаем развивать, предложенный А. Н. Васильевым, Д. А. Тарховым [1, 2] нейросетевой подход к решению задач математической физики. Новые подходы построения приближенных решений тестируются на математических моделях с параметрами, Исследование влияния параметров на аналитическое решение задачи позволяет уточнять изучаемый процесс или объект.

В работах [3–9] исследуем нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка. При определенных условиях в безразмерных величинах уравнение описывает стационарную задачу о тепловом взрыве [4]:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \alpha \exp[\theta] = 0, \quad \frac{d\theta}{dx}(0) = 0, \quad \theta(1) = 0. \tag{1}$$

Тестовая задача в области определения имеет известное аналитическое решение с параметром, и известно критическое значение параметра ($\delta > \delta_{\text{кр}} \approx 0{,}878458$), при котором задача не имеет решение. Проводились многочисленные вычислительные эксперименты при фиксированном значении параметра δ, определенном на интервале $\delta \in (0, \delta_{\text{кр}})$. При этих исследованиях изучалось так же, как численное решение приближалось к точному решению в зависимости от того, учитывались или не учитывались дополнительные условия при построении функционала ошибок. Для уменьшения трудоемкости обучения нейронной сети, предлагались различные методы, в частности использование дополнительных условий, применение многослойных функциональных приближений и т. д. Применение этих подходов значительно улучшало приближенное нейросетевое решение. В данной работе мы предлагаем еще один вариант нахождения начального приближения для нейронной сети.

На начальном этапе, используя результаты работ [8, 9] и малое значение параметра δ, представим приближенное решение $\theta(x)$ задачи (1) в форме конечной суммы ряда Маклорена:

$$\theta(x) = \sum_{n=0}^{N} \frac{\theta^{(n)}(0)}{n!} x^n, \quad \theta_0 = \theta(0) = p \neq 0, \quad \theta''(x) = f(\theta) = -\delta \exp(\theta). \tag{2}$$

Вычисляя производные и подставляя в них начальное значение аргумента $x = 0$, получаем по формуле (2) приближенное параметрическое решение $\theta(x)$, зависимое от двух параметров δ и p:

$$\theta(x) = p - \frac{(\delta \exp(p))}{2!} x^2 + \frac{(\delta \exp(p))^2}{4!} x^4 - \frac{4(\delta \exp(p))^3}{6!} x^6 + \frac{34(\delta \exp(p))^4}{8!} x^8. \tag{3}$$

На начальном этапе ограничимся двумя слагаемыми в формуле (3). Зависимость между параметрами δ и p определяем через значение решения $\theta(x)$ при аргументе $x = 1$ в формуле (2): $\theta(1) = p - \delta \cdot \exp(p)/2 = 0$. Тогда, используя функцию Ламберта: $W(z)\exp(z) = z$, при $z \geq -1/\exp(1)$, получаем зависимость: $p = -W(-\delta/2)$, где $\delta \leq 2/\exp(1) < \delta_{\text{кр}}$.

Далее на следующем этапе подключается нейросетевой подход — решение строится в виде нейронной сети на основе радиально-базисных функций. В результате

вычислительных экспериментов, уточняется зависимость между параметрами и численное нейросетевое решение приближается к известному точному решению.

В табл. 1 приведены значения параметров δ и p, полученные по формуле (3), и в результате многослойных функциональных приближений из статьи [7].

Таблица 1

	Формула (3)		Результаты [8]	
	$N = 2$	$N = 4$	Метод трапеции	Методы Эйлера–Штермера
$\delta = 0{,}2$	$p = 0{,}111833$	$p = 0{,}109497$	$p = 0{,}105567$	$p = 0{,}110103$
$\delta = 0{,}8$	нет p	$p = 0{,}693598$	$p = 0{,}54488$	$p = 0{,}805082$

Для значения параметра $\delta = 0{,}8$ решение близко к «не существующему», т. е. ошибка приближения стремиться к бесконечности [5]. Для значения параметра $\delta = 0{,}2$ во всех рассмотренных случаев параметр p отличается на погрешность равную $\Delta = 10^{-3}$. Тогда согласно статье [7], где с параметрами $\delta = 0{,}2$ и $p = 0{,}110103$ подтверждено слияние графиков приближенного нейросетевого решения и известного точного решения задачи (1). Но рассмотренный в данной работе подход позволил получить более простые формулы для начального приближения. Эти формулы гораздо проще получить, чем в работе [7], при этом не теряется точность приближенного решения. Тогда значительно уменьшаются затраты на вычисления, а процесс обучения нейронной сети будет менее трудоемким и тем самым гораздо меньше будет накопление ошибок погрешности.

1. *Васильев А. Н.*, *Тархов Д. А.*, *Шемякина Т. А.* Нейросетевой подход к задачам математической физики. — СПб.: Изд-во «Нестор-История», 2015. — 260 с.
2. *Васильев А. Н.*, *Тархов Д. А.*, *Шемякина Т. А.* Приближенные аналитические решения обыкновенных дифференциальных уравнений // Современные информационные технологии и ИТ-образование. — 2016. — Т. 12, №3–2. — С. 188–195.
3. *Тархов Д. А.*, *Шемякина Т. А.* Модель нестационарного процесса в неизотермическом химическом реакторе // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 467–468.
4. *Худяев С. И.* Пороговые явления в нелинейных уравнениях. — М.: Наука, 2003. — 268 с.
5. *Shemyakina T. A.*, *Tarkhov D. A.*, *Vasilyev A. N.* Neural Network Technique for Processes Modeling in Porous Catalyst and Chemical Reactor // Advances in Neural Networks. ISNN 2016. Springer International Publishing Switzerland, 2016. LNCS 9719. — P. 547–554.
6. *Budkina E. M.*, *Kuznetsov E. B.*, *Lazovskay T. V.*, *Tarkhov D. A.*, *Shemyakina T. A.*, *Vasilyev A. N.* Neural Network Approach to Intricate Problems Solving for Ordinary Differential Equations // Optical Memory and Neural Networks (Information Optics). — 2017. — V. 26, No. 2. — P. 96–109.
7. *Shemyakina T.*, *Tarkhov D.*, *Vasilyev A.*, *Velichko Y.* Comparison of two neural network approaches to modeling processes in a chemical reactor // Thermal Science. — 2019. — V. 23. — P. S583–S589.
8. *Терешин В. А.*, *Шемякина Т. А.* Интегрирование нелинейных автономных дифференциальных уравнений // Материалы XXI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2019), 24–31 мая 2019 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2019. — С. 118–120.
9. *Шемякина Т. А.* Метод параметризации в задаче о неизотермическом химическом реакторе // В сб.: Проблемы информатики в образовании, управлении, экономики и технике. XX Междун. научно-техн. конф. посвящ. 75-летию Победы в Великой Отечественной войне. — Пенза, 2020. — С. 68–73.

Секция С **ОБЩАЯ МЕХАНИКА, МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА. ПРОЧНОСТЬ, РАЗРУШЕНИЕ И БЕЗОПАСНОСТЬ КОНСТРУКЦИЙ**

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ПРОЦЕССОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ И ГРУНТОВЫХ СРЕД В ЭЙЛЕРОВЫХ ПЕРЕМЕННЫХ*

М. Х. Абузяров, Е. Г. Глазова, А. В. Кочетков, М. А. Кочетков, Д. Т. Чекмарев

ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Для моделирования процессов взаимодействия упругопластических тел и грунтовых сред используется численная методика решения трехмерных задач динамического взаимодействия деформируемых упругопластических тел и сред как с необратимыми сдвиговыми так и необратимыми объемными деформациями в эйлеровых переменных на базе многосеточных алгоритмов и схемы Годунова повышенной точности [1]. Повышение точности схемы достигается на компактном шаблоне за счет сближения областей влияния дифференциальной и разностной задач распада разрыва, монотонность решений в области разрывов обеспечивается переходом на шаг «предиктор» схемы первого порядка точности. На контактных границах также используется точное решение задачи распада разрыва, для грунтовых сред это решение приведено в [2]. Для моделирования нелинейного необратимого поведения материала используется метод расщепления по физическим процессам. Трудности, связанные с выделением и отслеживанием контактных поверхностей и свободных границ тел, в значительной степени преодолены в многосеточном подходе с использованием для каждого тела трех видов независимых сеток [1]. Первый тип — это лагранжевая поверхностная сетка (STL-файл), которая применяется для задания начальной геометрии тела и его сопровождения в процессе расчета. Второй — неподвижная регулярная сетка с кубическими ячейками, количество которых в процессе движения тела может изменяться, третий — подвижные объемные локальные эйлерово-лагранжевы сетки, связанные с поверхностной сеткой, позволяющие с достаточной точностью рассчитывать движение этой поверхностной сетки. Параметры в различных сетках связаны взаимной интерполяцией. Методика реализована для использования на суперЭВМ «Лобачевский», ННГУ. Подход не требует сложных трехмерных сеточных генераторов, достаточно задания поверхностей тел STL-файлами, что значительно ускоряет процесс подготовки данных для расчета. Проведено тщательное тестирование методики на многочисленных задачах. Рассмотрены процессы удара, внедрения, пробивания и рикошета деформируемых ударников от многослойных металлических и грунтовых преград. Численные результаты демонстрируют хорошую работоспособность численных моделей и методики.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект 22-29-00672) и при поддержке Программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

На рис. 1 приведены результаты расчета осесимметричного проникания ударника в преграду. Ударник — медный цилиндр высотой $H = 2$ см, радиусом $R = 0{,}4$ см, начальная вертикальная скорость 870 м/с; преграда — алюминиевый цилиндр высотой $H_2 = 6$ см, радиусом $R_2 = 3$ см на жестком основании. Свойства материалов: отожженная медь плотностью 8900 кг/м^3, объемный модуль 178 ГПа, модуль сдвига 48,7 ГПа, предел текучести 75 МПа, отожженный алюминий плотностью 2700 кг/м^3, объемный модуль 63,9 ГПа, модуль сдвига 27 ГПа, предел текучести 0.08 ГПа. Предполагается идеальная пластичность обоих материалов. Размер ячейки по меди — 0,011 см, по алюминию — 0,025 см. Результаты расчетов осесимметричной задачи сравнивались с экспериментальными данными Златина [3]. Наблюдаются большие формоизменения, как ударника, так и мишени. Расчетная глубина проникания ударника и момент остановки близки к экспериментальным значениям 3,6 см и 100 мкс.

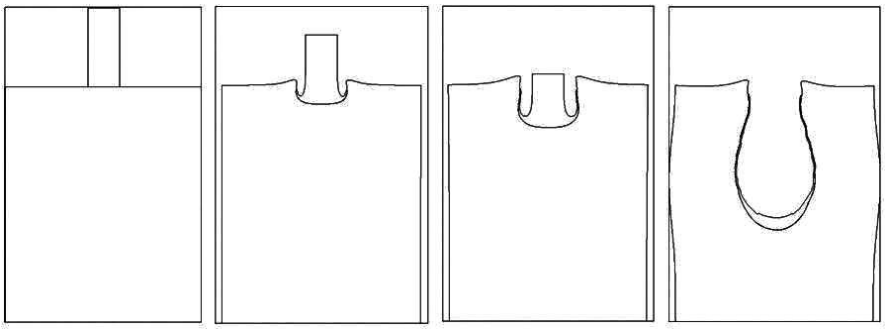


Рис. 1. Контуры ударника и мишени в осевом сечении в различные моменты времени

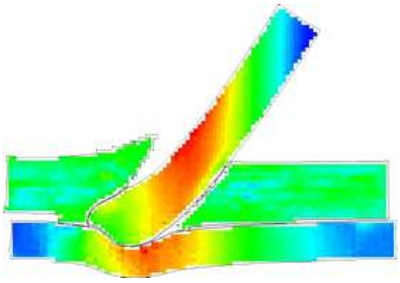


Рис. 2. Наклонный удар 30 град., 400 м/с

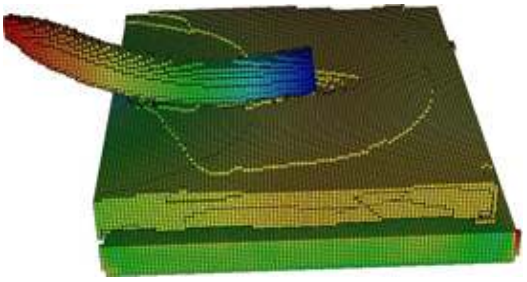


Рис. 3. Рикошет ударника, 60 град.

На рис. 2 и 3 приведены результаты моделирования процессов наклонного соударения стального ударника с начальной скоростью 400 м/с с двухслойной плитой (верхний слой алюминиевый, нижний слой, одна треть толщины — стальной) при различных углах атаки. Сталь ударника и преграды имеет параметры: плотность 7850 кг/м^3, модуль объемного сжатия 175 ГПа, модуль сдвига 80,77 ГПа, предел текучести 3,4 ГПа, модуль изотропного упрочнения 2,4 ГПа. Для алюминия принимается: плотность 2700 кг/м^3, объемный модуль 67,64 ГПа, модуль сдвига 26 ГПа, предел текучести 0,262 ГПа. Предполагается идеальная пластичность. Размеры ячеек основной сетки в обоих телах 0,01 см, плита имеет размеры $10 \times 10 \times 2{,}63$ см со свободными границами. На рис. 2 на момент времени 194 мкс

представлено распределение вертикальной скорости в практически остановившемся ударнике и двухслойной плите в плоскости симметрии при наклонном ударе с углом 30 градусов. К этому моменту времени ударник практически останавливается, совершая упругие колебания. Головная часть ударника претерпевает значительные формоизменения. На рис. 3 приведены основные сетки и распределение вертикальной скорости для угла удара 60 градусов, в этом случае наблюдается изменение знака вертикальной скорости на противоположный, т. е. происходит рикошет ударника со значительными формоизменениями и деформациями. В обеих рассмотренных задачах пробивания преграды не происходит. Расчеты по пробиванию однослойной алюминиевой плиты такой же толщины при угле соударения 30 градусов показали распределение запреградной скорости ударника в диапазоне от 195 до 205 м/с, что близко к экспериментально замеренным средним значениям — 200 м/с [4]. Приводятся также результаты расчетов глубокого внедрения в грунт деформируемых конических и цилиндрических тел в сравнении с известными экспериментальными данными.

1. *Абузяров М. Х.*, *Глазова Е. Г.*, *Кочетков А. В.*, *Крылов С. В.* Численная методика решения трехмерных задач взаимодействия высокоскоростных газовых струй с упругопластическими преградами // ВАНТ. Сер. Математическое моделирование физических процессов. — 2021. — Вып. 4. — С. 24–40.
2. *Абузяров М. Х.*, *Баженов В. Г.*, *Котов В. Л.*, *Кочетков А. В.*, *Крылов С. В.*, *Фельдгун В. Р.* Метод распада разрывов в динамике упругопластических сред // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 2000. — Т. 40, №6. — С. 940–53; Comput. Math. Math. Phys., 2000, v. 40, no. 6, p. 900–913.
3. *Златин Н. А.*, *Мишин Г. И.* Баллистические установки и их применение в экспериментальных исследованиях. — М.: Наука, 1974.
4. *Piekutowski A. J.*, *Forrestal M. J.*, *Poormon K. L.*, *Warren T. L.* Perforation of aluminum plates with ogive nose steel rods at normal and oblique impacts // Int. J. Impact Eng. — 1996. — V. 7–8. — P. 877.

ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ НЕОДНОРОДНОГО УПРУГОГО ОСНОВАНИЯ*

С. М. Айзикович, П. А. Лапина

ДГТУ, Ростов-на-Дону, Россия

Выбор адекватных математических моделей при расчете неоднородных покрытий остается важным вопросом современной механики. В данной работе предлагается метод исследования эквивалентности различных моделей неоднородного материалов, в частности упругого полупространства, неоднородного упругого слоя на упругом основании и неоднородного упругого слоя на жестком основании. Анализ различных моделей неоднородных сред основан на решении соответствующих контактных задач о сдвиге поверхности неоднородного полупространства/слоя. Для простоты изложения выбран экспоненциальный закон изменения модуля сдвига неоднородного полупространства/слоя, что позволяет получить ядра интегральных уравнений в простом аналитическом виде. Решения полученных интегральных

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 22-19-00732).

уравнений строятся приближенными аналитическими методами на основе асимптотических методов (двусторонне-асимптотического метода, метода Винера–Хопфа и метода большого параметра). Выводы об эквивалентности различных моделей основания основаны на анализе такой важной трибологической характеристики, как распределение контактных напряжений под штампом. Выявлены области значений параметров законов неоднородности для неоднородного упругого полупространства, неоднородного упругого слоя на упругом основании и неоднородного упругого слоя на жестком основании, при которых трансформанты ядер интегральных уравнений соответствующих задач близки. Для этих значений параметров получены распределения контактных напряжений под штампом и показано, что эти решения являются близкими друг к другу.

О МОНИТОРИНГЕ РЕСУРСНОЙ СПОСОБНОСТИ ТРУБОПРОВОДОВ*

***И. Е. Анджикович*[1], *И. Б. Михайлова*[2], *А. С. Турчин*[2]**

[1]*ЮФУ, Ростов-на-Дону, Россия;* [2]*ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону, Россия*

Потребность в мониторинге газо- и нефтерубопроводов является одной из актуальных проблем экологической безопасности. Контроль может осуществляться за счет использования различных физических принципов [1, 2] с применением дорогостоящей специализированной аппаратуры. Однако использование этих методов требует остановки процесса транспортировки углеводородов с освобождением трубопровода от остатков содержимого, что приводит к значительным экономическим потерям. Это обуславливает необходимость разработки методов, позволяющих производить контроль состояния транспортной инфраструктуры без остановки процесса транспортировки углеводородов. Одним из перспективных в этом плане методов является низкочастотный метод неразрушающего контроля [3]. Идея метода заключается в возбуждении низкочастотных колебаний в объектах контроля с последующей регистрацией изменения параметров поверхностного волнового поля при изменении параметров повреждений. Достоинством такого подхода является интегральный характер контроля волнового процесса за счет использования миниатюрных пленочных сегнетоэлектрических датчиков генераторного типа. Такие датчики эффективно использовались при мониторинге систем с металлическими стержневыми или балочными конструкциями [4]. В работах [5, 6] показана высокая чувствительность поверхностного волнового поля к свойствам, структуре и напряженному состоянию среды. В [7, 8] продемонстрирована возможность диагностики поля начальных напряжений за счет контроля изменения динамической реакции среды. В то же время наблюдение изменений волнового поля представляется трудоемким процессом, не позволяющим в полной мере оценить характер изменения параметров волнового процесса. В [9] предложен метод математической обработки аналогового сигнала, преобразующего его в двумерный образ за счет преобразования исходного амплитудно-временного сигнала в определенную точку в двумерном пространстве.

Предлагаемый в настоящей работе метод мониторинга повреждений стенки трубопровода основан на регистрации параметров распространяющихся волн, воз-

*Работа выполнена при поддержке гранта № ВнГр-07/2020-04-ИМ (Миннауки и высшего образования РФ) в рамках реализации госзадания Южного научного центра РАН (номер госрегистрации 122020100343-4).

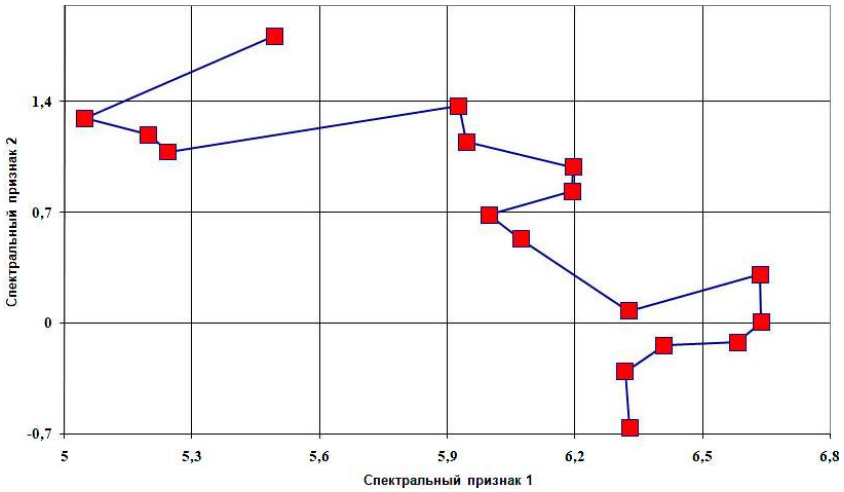


Рис. 1. Визуализация положения дефекта на плоскости

буждаемых на поверхности объекта импульсным источником, и последующем преобразовании исходного амплитудно-временного сигнала в определенную точку на плоскости. В качестве объекта исследования использована двухслойная труба, заполненная жидкостью. Моделирование процесса изменения состояния трубы осуществляется изменением положения внутренней, ослабленной наличием дефекта трубы, во внешней трубе, которое влияет на структуру поля поверхностных волн. Целью исследования является разработка метода обнаружения изменения параметров дефекта и обеспечения визуализации этого изменения. Это осуществляется путем преобразования исходного амплитудно-временного сигнала в определенную точку в двумерном пространстве признаков. Для проверки эффективности контроля параметров поверхностного волнового поля использовалась многофункциональная измерительная система, включающая блок управления возбуждением, блок регистрации и блок математической обработки импульсного сигнала. Блок возбуждения включает генератор, усилитель мощности и электродинамический вибратор, который располагается вблизи левого края трубы. Блок регистрации включает три акселерометра типа PCB ICP. Первый датчик располагается непосредственно рядом с источником колебаний и используется в качестве триггера для запуска системы записи сигнала. Второй датчик располагается непосредственно над областью перемещения дефекта, третий датчик располагается вблизи правого края трубы. Аналоговые сигналы усиливаются и поступают на аналогово-цифровой преобразователь с последующей обработкой на компьютере. В качестве реализации метода был проведен эксперимент со сдвигом внутренней трубы в диапазоне 0–160 мм с шагом 10 мм. На рис. 1 левая крайняя точка соответствует положению 0 мм, правая крайняя точка соответствует положению 160 мм. Рисунок наглядно иллюстрирует чувствительность датчика к изменению положения дефекта.

1. *Zhao Z.* Review of non-destructive testing methods for defect detection of ceramics // Ceram. Intern. — 2021. — V. 47, No. 4. — P. 4389–4397.
2. *Chaki S.*, *Harizi W.*, *Bourse G.*, *Ourak M.* Multi-technique approach for non destructive diagnostic of structural composite materials using bulk ultrasonic waves, guided waves, acoustic emission and infrared thermography // Composites Part A: Appl. Science and Manufacturing. — 2015. — V. 78. — P. 358–361.

3. *Бочарова О. В.*, *Седов А. В.*, *Анджикович И. Е.*, *Калинчук В. В.* Об одном методе идентификации дефектов, основанном на контроле структуры и особенностей поверхностных волновых полей // Дефектоскопия. — 2016. — Т. 7. — С. 21–28.
4. *Esipov Y. V.*, *Mukhortov V. M.*, *Kalinchuk V. V.* /Test equipment for analyzing the deformation of models of three-dimensional structures // Measurement Techniques. — 2008. — V. 51, No. 10. — P. 1104–1109.
5. *Калинчук В. В.*, *Полякова И. Б.* О возбуждении волн в слое с начальными напряжениями // ПММ. — 1980. — Т. 44, №2. — С. 320–326.
6. *Калинчук В. В.*, *Полякова И. Б.* О возбуждении предварительно напряженного цилиндра // ПММ. — 1981. — Т. 45, №2. — С. 384–389.
7. *Белянкова Т. И.*, *Калинчук В. В.* Динамика массивного тела, взаимодействующего с предварительно напряженным полупространством // Изв. Академии наук. МТТ. — 1994. — Т. 6. — С. 83–94.
8. *Белянкова Т. И.*, *Калинчук В. В.* Динамика массивного тела, осциллирующего на поверхности предварительно напряженного слоя // Изв. Академии наук. Механика твердого тела. — 1998. — Т. 2. — С. 89–102.
9. *Бочарова О. В.*, *Анджикович И. Е.*, *Седов А. В.*, *Калинчук В. В.* Возможности биспектрального подхода к обработке сигнала // Измерительная техника. — 2017. — №9. — С. 62–65.

ПРЕДЕЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ ТОЛСТОСТЕННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ НЕЛИНЕЙНОМ ЗАКОНЕ УПРОЧНЕНИЯ*

И. К. Андрианов, С. И. Феоктистов, Л. Тхет

КнАГУ, Комсомольск-на-Амуре, Россия

Исследование посвящено проблеме расчета предельного состояния толстостенной стесненной цилиндрической оболочки, находящейся под действием внутреннего давления. На сегодняшний день решение данной задачи рассмотрено для модели идеального упруго-пластического тела, а также для модели материала с линейным упрочнением [1]. Однако немногочисленными являются исследования напряженно-деформированного состояния толстостенных оболочек в условиях нелинейной пластичности. Практическая значимость исследования обусловлена тем, что результаты данного исследования могут быть использованы при проектировании оболочечной системы обнаружения повреждений в турбинных лопатках [2], где требуется рассчитать предельное внутреннее давление внутри оболочек.

Решение задачи будем проводить на основании деформационной теории пластичности. Для описания модели материала с нелинейным законом упрочнения будем использовать линейно-степенную аппроксимацию диаграммы деформирования:

$$\sigma_i = \begin{cases} 3Ge_i & \text{при} \quad e_i \le e_{iT}, \\ Ae_i^n & \text{при} \quad e_i > e_{iT}, \end{cases} \tag{1}$$

где G — модуль сдвига; e_{iT} — интенсивность логарифмических деформаций, соответствующая точке перехода линейной зависимости в степенную; A, n — параметры степенной функции, σ_i — интенсивность напряжений, e_i — интенсивность логарифмических деформаций.

*Научное исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №22-79-10114 «Разработка системы диагностирования повреждений турбинных лопаток и способа оптимизации теплоотвода в условиях термической усталости» (https://rscf.ru/project/22-79-10114/).

Постановка задачи согласно методу переменных параметров упругости [1] включается в себя уравнение равновесия, уравнение совместности логарифмических деформаций, физические уравнения в форме обобщенного закона Гука:

$$\frac{d\sigma_\rho}{d\rho}+\frac{\sigma_\rho-\sigma_\theta}{\rho}=0,\quad \frac{de_\theta}{d\rho}=\frac{1-\exp(e_\theta-e_\rho)}{\rho}, \tag{2}$$

$$\left.\begin{aligned} e_\rho &= \frac{1}{E^*}\left[\sigma_\rho-\mu^*\left(\sigma_\theta+\sigma_z\right)\right]\\ e_\theta &= \frac{1}{E^*}\left[\sigma_\theta-\mu^*\left(\sigma_z+\sigma_\rho\right)\right]\\ e_z &= \frac{1}{E^*}\left[\sigma_z-\mu^*\left(\sigma_\rho+\sigma_\theta\right)\right] \end{aligned}\right\}, \tag{3}$$

$$E^*=\frac{E}{1+\dfrac{1-2\mu}{3E}E_{\text{сек}}},\quad \mu^*=\frac{\dfrac{1}{2}-\dfrac{1-2\mu}{3E}E_{\text{сек}}}{1+\dfrac{1-2\mu}{3E}E_{\text{сек}}},\quad E_{\text{сек}}=\frac{\dfrac{1}{2}-\dfrac{1-2\mu}{3E}E_{\text{сек}}}{1+\dfrac{1-2\mu}{3E}E_{\text{сек}}}, \tag{4}$$

граничные условия на наружной и внутренней поверхностях:

$$\sigma_\rho\big|_{\rho=R}=0,\quad \sigma_\rho\big|_{\rho=r}=-p,\quad u_\rho\big|_{\substack{\rho=R\\ \zeta=R_0}}=R-R_0, \tag{5}$$

где E^*, μ^* — переменные параметры упругости; $E_{\text{сек}}$ — секущий модуль; R_0, R — наружный радиус оболочки до и после деформирования; p — внутреннее давление.

Расчет напряженно-деформированного состояния будем проводить в последовательных приближениях, задавая малое приращение наружного радиуса оболочки: $u^{(j)}=R^{(j+1)}-R^{(j)}$, где j — номер приближения. На каждом шаге определяется напряженно-деформированное состояние. Используя (1)–(5), можно рассчитать внутреннее давление в оболочке, при котором произошло заданное перемещение наружного радиуса $p^{(j+1)}=-\sigma_{\rho r}$, где $\sigma_{\rho r}$ — значение радиального напряжения на внутренней поверхности при $p^{(j+1)}$ в заключение всех расчетов. Согласно уравнениям (1)–(5) рекуррентная схема для напряженного состояния оболочки имеет вид:

$$\sigma_\theta^{(k+1)}=\frac{\mu^{*(k)}}{\left(1-\mu^{*(k)}\right)}\frac{1}{\rho}\int\limits_{R^{(j+1)}}^{\rho}\sigma_\theta^{(k)}d\rho+\frac{1}{\left(1-(\mu^{*(k)})^2\right)}E^{*(k)}\times$$

$$\times\ln\left(-\rho\int\limits_{R^{(j+1)}}^{\rho}\frac{1}{\rho^2}\exp\left\{\frac{1}{E^{*(k)}}\left[\left(2+\mu^{*(k)}-(\mu^{*(k)})^2\right)\sigma_\theta^{(k)}-\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.-\left(1+2\mu^{*(k)}+(\mu^{*(k)})^2\right)\frac{1}{\rho}\int\limits_{R^{(j+1)}}^{\rho}\sigma_\theta^{(k)}d\rho\right]\right\}d\rho+\frac{\rho}{R^{(j+1)}}\right),$$

$$\sigma_\rho^{(k+1)}=\frac{1}{\rho}\int\limits_{R^{(j+1)}}^{\rho}\sigma_\theta^{(k+1)}d\rho,\quad \sigma_z^{(k+1)}=\mu^{*(k)}\left(\sigma_\rho^{(k+1)}+\sigma_\theta^{(k+1)}\right),$$

где k — номер итерации.

Расчет предельной нагрузки будем проводить согласно критерию положительности добавочных нагрузок: момент неустойчивого деформирования с разрушением достигается, когда при увеличении наружного радиуса приращение усилия $dp<0$. Тогда максимальное давление удовлетворяет условию: $dp=0$. Проведем численный расчет методом переменных параметров упругости согласно методике [3] для механических характеристик материала АМг6М: $E=69580$ МПа, $\sigma_{0,2}=147$ МПа, $\sigma_{\text{В}}=314$ МПа, $\delta_{\text{ост}}=15\%$, $\mu=0{,}32$. Параметры линейно-степенной аппроксима-

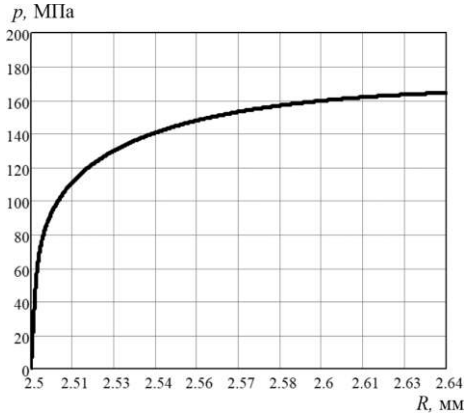


Рис. 1. Зависимость внутреннего давления от наружного радиуса оболочки при $\delta_0 = 1$ мм

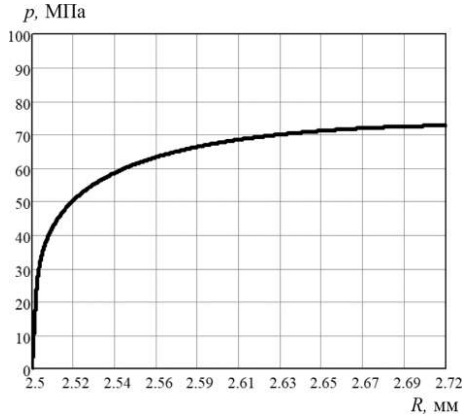


Рис. 2. Зависимость внутреннего давления от наружного радиуса оболочки при $\delta_0 = 0{,}5$ мм

ции диаграммы деформирования: $A = 571{,}9$ МПа, $n = 0{,}23$. Геометрические характеристики оболочки: $R_0 = 2{,}5$ мм, $\delta_0 = 1$ мм (рис. 1), $\delta_0 = 0{,}5$ мм (рис. 2).

Согласно результатам расчета (рис. 1 и 2) предельное давление составило 164 МПа при $\delta_0 = 1$ мм и 73,2 МПа при $\delta_0 = 0{,}5$ мм.

1. *Малинин Н. Н.* Прикладная теория пластичности и ползучести. — М.: Машиностроение, 1975. — 399 с.
2. *Гринкруг М. С.*, *Мохамад К. Б.*, *Новгородов Н. А.* Система повышения безопасности авиационных газотурбинных двигателей во время эксплуатации // Наука, инновации и технологии: от идей к внедрению: Материалы II Международной научно-практической конференции молодых ученых, Комсомольск-на-Амуре, 14–18 ноября 2022 г. / Часть 2. — Комсомольск-на-Амуре: Комсомольский-на-Амуре государственный университет, 2022. — С. 197–199.
3. *Феоктистов С. И.*, *Андрианов И. К.* Определение несущей способности толстостенных осесимметричных оболочек, нагруженных внутренним давлением // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. — 2021. — №7(55). — С. 18–25. — DOI: 10.17084/20764359-2021-55-18.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ И ВЕРИФИКАЦИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ СВЯЗАННОЙ МОДЕЛИ КОНСОЛИДАЦИИ*

Н. Б. Артамонова, С. В. Шешенин, Е. А. Орлов, С. Д. Третьяков, К. А. Миниханов

МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

Задача упругопластического деформирования пористого водонасыщенного грунта под нагрузкой при возможности оттока жидкости сформулирована в рамках фи-

*Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению №075-15-2022-284. Эксперименты проводились на автоматизированном комплексе АСИС, приобретенном за счет средств Программы развития Московского университета (контракт №1040-44-2019 от 24.09.2019).

зической и геометрической нелинейности в скоростях перемещений твердой фазы и изменения давления жидкости и численно реализована в собственном программном коде [1, 2]. Для моделирования определяющих соотношений используется обобщение модели С. С. Григоряна [3] на большие деформации. В расчетах используются определяющие соотношения деформационного типа:

$$\dot{S}_{ij} = 2\mu\left[(1-\omega)\left[\frac{1}{2}(\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk})-\frac{1}{3}\delta_{ij}\delta_{kl}\right]-\frac{\partial\omega}{\partial E_u}\frac{\overline{E}_{ij}\overline{E}_{kl}}{E_u}-\frac{\partial\omega}{\partial\theta}\overline{E}_{ij}\delta_{kl}+K_t(\theta)\delta_{ij}\delta_{kl}\right]\dot{E}_{kl},$$

$$\omega(E_u,\theta)=\left(1-\frac{\mu_t}{\mu}\right)\left(1-\frac{\varepsilon_s(\theta)}{E_u}\right),\quad \varepsilon_s(\theta)=\frac{\tau_s+b\overset{\circ}{\tau}(\theta)}{2\mu},\quad \frac{\partial\omega}{\partial\theta}=\left(\frac{\mu_t}{\mu}-1\right)\frac{b}{2\mu}K_t(\theta),$$

$$\overline{\mathbf{E}}=\frac{1}{2}(\overline{\mathbf{F}}^T\cdot\overline{\mathbf{F}}-\mathbf{I}),\quad \overline{\mathbf{F}}=\frac{\mathbf{F}}{J^{1/3}},\quad J=\det\mathbf{F},\qquad E_u=\sqrt{\overline{E}_{ij}\overline{E}_{ij}},$$

S_{ij} — тензор напряжений Пиола–Кирхгофа, $\overline{E}_{ij}$ и E_u — компоненты девиатора и интенсивность накопленной деформации Грина–Лагранжа, $\theta = I_3(C) - 1$, C — мера деформаций Коши–Грина, $K_t(\theta)$ — объемный модуль, τ_s — предел текучести при $\theta = 0$, ω — функция Ильюшина, μ — упругий модуль сдвига, μ_t — касательный модуль сдвига, $b = \operatorname{tg}\varphi$ — тангенс угла внутреннего трения.



а *б*

Рис. 1. Прибор компрессионного сжатия (*а*) и сборка комплекса АСИС для испытаний на многоплоскостной срез (*б*) (ООО НПП «Геотек»)

Для определения параметров модели консолидации были проведены испытания на автоматизированном комплексе АСИС (ООО НПП «Геотек») (рис. 1) трех различных кварцевых песков: грубозернистого и мелкозернистых (табл. 1). Первоначальные плотности песков составляли: 1) 1,71, 2) 1,61 и 3) 1,76 г/см^3.

Таблица 1

Гранулометрический состав песчаных грунтов

Размеры частиц, мм	>2	$1<x<2$	$0{,}5<x<1$	$0{,}25<x<0{,}5$	$0{,}1<x<0{,}25$	$0{,}05<x<0{,}1$	$<0{,}05$
Песок №1	2	83	15	0	0	0	0
Песок №2	0	0	0	0	81	18	1
Песок №3	0	0	1	21	71	6	1

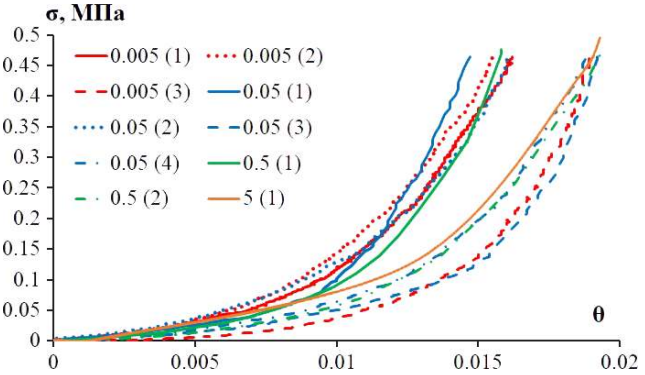


Рис. 2. Диаграммы «объемное напряжение — объемная деформация» для разных скоростей деформирования (мм/мин) сухого песка №1

Для определения объемных модулей $K_t(\theta)$ проводились испытания сухого и водонасыщенного песчаного грунта на компрессионное сжатие (рис. 1) при непрерывно растущей вертикальной нагрузке с постоянной скоростью деформации согласно ГОСТ 12248.4-2020 «Грунты. Определение характеристик деформируемости методом компрессионного сжатия». В результате экспериментов в одометре были получены зависимости вертикального напряжения σ_{11} от вертикальной деформации ε_{11}. В одометре объемные деформации θ равны вертикальным деформациям ε_{11}. Объемные напряжения σ рассчитывались по формуле: $\sigma = \sigma_{11} \cdot (1+\nu)/(3(1-\nu))$, где ν — коэффициент поперечной деформации. Объемные модули $K_t(\theta)$ для различных интервалов объемных напряжений вычислялись как секущие модули по графикам зависимости σ от θ (рис. 2). Зависимость диаграмм «объемное напряжение — объемная деформация» от скорости деформирования не наблюдалась (рис. 2).

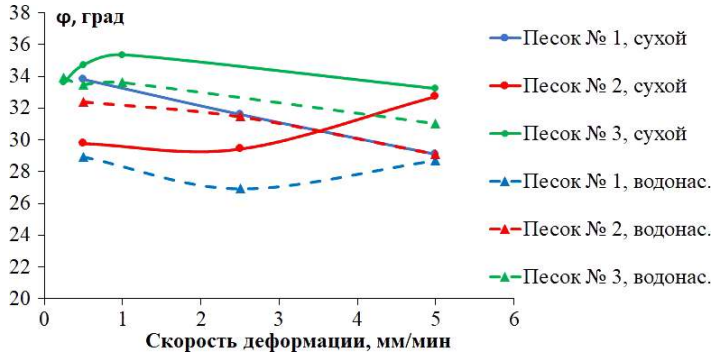


Рис. 3. Зависимость угла внутреннего трения от скорости деформации по результатам испытаний на многоплоскостной срез

Прочностные характеристики на сдвиг определялись с помощью установки многоплоскостного среза (рис. 1) согласно ГОСТ 12248.1-2022 «Грунты. Определение характеристик прочности методом простого сдвига» в кинематическом режиме приложения сдвигающей нагрузки с заданной постоянной скоростью деформации по схеме консолидировано-дренированного сдвига (КД). По результатам испытаний получены зависимости горизонтальных срезающих напряжений от вертикальных напряжений при различных скоростях деформации, по которым определялись угол

внутреннего трения φ и сцепление c песков. Как видно на рис. 3, зависимость угла внутреннего трения от скорости деформации выражена слабо.

1. *Шешенин С. В.*, *Артамонова Н. Б.* Моделирование нелинейной консолидации пористых сред // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. — 2022. — №1. — С. 167–176.
2. *Artamonova N. B.*, *Sheshenin S. V.* Finite element implementation of a geometrically and physically non-linear consolidation model // Continuum Mechanics and Thermodynamics. — 2022.
3. *Григорян С. С.* Об основных представлениях динамики грунтов // Прикладная математика и механика. — 1960. — Т. 24, №6. — С. 1057–1072.

ОБ ОДНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ САМООРГАНИЗАЦИИ НАНОЧАСТИЦ*

***В. А. Бабешко*[1,2], *О. В. Евдокимова*[1], *О. М. Бабешко*[2], *В. С. Евдокимов*[2], *М. В. Зарецкая*[2], *С. Б. Уафа*[2]**

[1]*ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону, Россия;* [2]*КубГУ, Краснодар, Россия*

Используя свойства блочных элементов, имитирующих наночастицы, контактирующие с многослойным основанием, строится модель самоорганизации таких объектов. Предполагается, что наночастицы контактируют без трения с находящимся в состоянии вибрации деформируемым основанием. Для построения модели в статье впервые построены аналитические соотношения, позволяющие получать параметры возникновения высокочастотного резонанса для такой механической структуры, или, что то же самое, ловушечных мод. Благодаря этим соотношениям, на основе свойств поведения механических объектов, расположенных на поверхности деформируемого основания в условиях вибрации, строится модель их самоорганизации. Самоорганизация состоит в стремлении, при определенных механических и геометрических параметрах механической системы, к объединению поверхностных объектов. Построенная модель допускает ее перенос на наночастицы из многокомпонентных материалов. Для реализации этого подхода строится точное решение интегральных уравнений Винера–Хопфа на отрезке произвольной длины. Рассматривается случай интегральных уравнений, возникающих при построении моделей трещин нового типа и при самоорганизации наночастиц на поверхности многослойной среды. Особенностью рассматриваемых интегральных уравнений является наличие мероморфных функций в преобразованиях Фурье их ядер. Используется недавно развитый авторами новый универсальный метод моделирования. Уравнения приводятся к бесконечным системам линейных алгебраических уравнений, точные решения которых удается построить для всех значений параметра длины отрезка.

1. Постановка задачи. Рассматривается плоская задача теории упругости для многослойной среды, на поверхности которой находится N объектов, контактирующих без трения с основанием. Объекты рассматриваются в двух вариантах: абсолютно твердые штампы и деформируемые объекты, представляющие упакованные блочные элементы, описываемые уравнением Гельмгольца. Предполагается, что в дальнейшем, учет многокомпонентных материалов будет рассматриваться с использованием нового универсального метода моделирования [1]. Он представляет реше-

*Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках реализации Госзадания на 2023 г. Минобрнауки (проект FZEN-2023-0006) и ЮНЦ РАН (тема 01201354241-0).

ния векторных граничных задач для многокомпонентных сред посредством разложения по скалярным, используемым в настоящей работе. Предполагается, что система находится в условиях установившейся вибрации в результате гармонического вертикального воздействия на объекты зависящей от времени функцией $e^{-i\omega t}$. Считаем, что объекты, находящиеся на поверхности, имеют носители $[b_{2n-1}, b_{2n}]$, $n = 1, 2, \ldots, N$, а контактные напряжения описываются функциями $q_{2n-1}(\xi)$. Расстояния между носителями имеют не нулевые отрезки $[b_{2n}, b_{2n+1}]$.

Система интегральных уравнений имеет вид

$$\sum_{n=1}^{N} \int_{b_{2n-1}}^{b_{2n}} k(x-\xi)\, q_{2n-1}(\xi)\, d\xi = f_{2m-1}(x), \quad b_{2m-1} \le x \le b_{2m},$$

$$k(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{\sigma} K(\alpha) e^{-i} \alpha x\, d\alpha, \quad m = 1, 2, \ldots, N, \quad K(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} k(x) e^{i\alpha x}\, dx \equiv \mathbf{F}(\alpha)\, k(x).$$

Здесь f_{2m-1} — заданные перемещения подошвы объекта в зоне контакта; $K(u)$ — преобразование Фурье ядра системы интегральных уравнений, $\mathbf{F}(\alpha)$ — оператор преобразования Фурье. Будем считать, что многослойная среда описывается изотропной линейной упругостью, а в результате вибрации механической системы с частотой ω. Четную мероморфную функцию $K(\alpha)$ можно представить в виде [1, 2]

$$K(\alpha) = K_0(\alpha)\, \Pi(\alpha), \quad \Pi(\alpha) = (\alpha^2 - \xi^2)^{-1}(\alpha^2 - z^2), \quad K_0(\alpha) > 0, \quad -\infty < \alpha < \infty.$$

Здесь параметры $\pm\xi$, $\pm z$ — вещественные полюсы и нули мероморфной функции $K(\alpha)$. Таким образом, функция $K_0(\alpha)$ имеет только комплексные нули и полюсы. Считаем, что имеет место свойственное контактным задачам для слоистой среды асимптотическое поведение вида [2]

$$K(\alpha) = C|\alpha|^{-1}[1 + O(\alpha^{-1})], \quad |\alpha| \to \infty.$$

Контур σ обходит полюсы $\pm\xi$ в соответствии с требованием принципа излучения волн на бесконечность [2].

Уравнений в операторном виде имеют вид

$$\mathbf{Kq} = \mathbf{f}, \quad \mathbf{q}(\xi) = \{q_n(\xi)\}, \quad \mathbf{f} = \{p_m(x) f_m(x)\},$$

$$\mathbf{p} = \|p_m(x)\, p_n(\xi)\|, \quad \mathbf{Kq} = \frac{1}{2\pi} \int_{\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} K(\alpha)\, \mathbf{p}\, e^{-i\alpha(x-\xi)} q(\xi)\, d\xi\, d\alpha, \tag{1}$$

Здесь $p_m(x)$, $p_n(\xi)$ — проекторы на отрезки $[b_{2m-1}, b_{2m}]$, $[b_{2n-1}, b_{2n}]$, $n = 1, 2, \ldots, N$.

Аналогично введем систему интегральных уравнений, в которой $K(\alpha)$ заменено на $K_0(\alpha)$ вида

$$\mathbf{K}_0\mathbf{q} = \mathbf{f}. \tag{2}$$

Для интегральных уравнений справедлива теорема единственности и разрешимости в пространствах суммируемых функций для любых дважды непрерывно дифференцируемых правых частей [2]. Используя результаты работ [1, 2], представим соотношение для определения параметров высокочастотного резонанса. Доказана

Теорема. *Процесс, описываемый интегральным уравнением* (1) *будет являться высокочастотным резонансом тогда и только тогда, когда параметры задачи, найденные из соотношений*

$$\mathbf{F}(\alpha)\, p_n(x)\, \mathbf{K}_0^{-1}\mathbf{f} = 0, \quad \alpha = \pm z, \quad n = 1, 2, \ldots, N$$

являются физически оправданными.

Здесь $\mathbf{K}_0^{-1}$ — оператор, обратный оператору (2) $\mathbf{K}_0$.

Развитый подход позволяет получить модель самоорганизации, а затем и самосборки наноматериалов.

1. *Бабешко В. А.*, *Евдокимова О. В.*, *Бабешко О. М.* Фрактальные свойства блочных элементов и новый универсальный метод моделирования // ДАН. — 2021. — Т. 499. — С. 21–26. — DOI: 10.31857/S2686740021040039.
2. *Ворович И. И.*, *Бабешко В. А.* Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. — М.: Наука, 1979.

О МЕХАНИЧЕСКОЙ КОНЦЕПЦИИ САМОСБОРКИ НАНОМАТЕРИАЛОВ*

***В. А. Бабешко*[1,2], *Г. Н. Уафа*[1], *В. В. Лозовой*[1], *В. С. Евдокимов*[2], *А. С. Мухин*[2], *С. Б. Уафа*[2]**

[1]*ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону, Россия;* [2]*КубГУ, Краснодар, Россия*

В докладе излагается механическая концепция самосборки наночастиц. Предполагается, что наночастицы являются деформируемыми штампами в плоской динамической контактной задаче, лежащими на границе многослойной деформируемой среды. Постоянная вибрация в микромире вызывается колебательной режим энергией фононов и магнонов. Ранее, в работах авторов изложена механическая концепция самоорганизации наночастиц. В ее основу положен высокочастотный резонанс, вызывающий образование стоячих волн. Они локализуют имеющиеся совокупности наночастиц, на гребне стоячих волн. В основу самосборки наночастиц положен резонанс, ранее предсказанный академиком И. И. Воровичем [1] и присущ только деформируемым штампам в контактных задачах на многослойной среде.

Также применяется новый метод моделирования [2]. Деформируемые наночастицы моделируются фракталами, представляющими упакованные блочные элементы, описываемые уравнением Гельмгольца. Резонанс деформируемых штампов позволяет осуществлять захват наночастиц, диктуемый кулоновскими силами притяжения. Показано, что соединение двух фракталов, порождает новый фрактал с объединенным носителем, а в случае множественного объединения, получается фрагмент наноматериала. Для реализации исследования впервые удалось построить высокоточное приближенное решение плоской контактной задачи о действии штампа любых конечных размеров на многослойное основание.

Этот результат продиктован необходимостью аналитического построения теории самосборки наноматериалов.

Постановка задачи. На верхней границе многослойной среды вводится декартова система координат таким образом. что ось ox_3 направлена по внешней нормали, остальные оси ox_1, ox_2. Они лежат в касательной плоскости. В областях

$$\Omega_2(A \le x_1 \le C,\ |x_2| \le \infty), \quad B \le A,$$
$$\Omega_1(-B \le x_1 \le B,\ |x_2| \le \infty)$$

и действует гармонически колеблющийся штамп по закону $e^{-i\omega t}$, имитирующий наночастицу. В дальнейшем он представляется упакованным блочным элементом. Однако, для постановки и решения задачи, необходимо на некотором этапе рассмотреть случай абсолютно твердого штампа, действующего в условиях вибрации

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 22-21-00128).

на многослойную среду. Методом, описанным в [3], исключив временной множитель, смешанная задача сводится к решению интегрального уравнения вида

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{l(\gamma)} k(x_1-\xi_1, x_2-\xi_2)\, q_\gamma(\xi_1,\xi_2)\, d\xi_1\, d\xi_2 = f(x_1,x_2), \quad \gamma = B, C,$$

$$l(B) \sim \Omega_B(-B \le x_1 \le B,\ |x_2| \le \infty), \quad l(C) \sim \Omega_C(A \le x_1 \le C,\ |x_2| \le \infty),$$

$$k(x_1,x_2) = \frac{1}{4\pi^2}\int_\Gamma\int_\Gamma K(\alpha_1,\alpha_2) e^{-i(\alpha_1 x_1+\alpha_2 x_2)} d\alpha_1\, d\alpha_2.$$

Здесь $q(x_1,x_2)$ контактные напряжения под штампом, $f(x_1,x_2)$ — перемещения в зоне контакта, $k(x_1,x_2)$ — ядро интегрального уравнения, функция $K(\alpha_1,\alpha_2)$-преобразование Фурье ядра интегрального уравнения.

Решения сложных граничных задач представляются в виде комбинации фракталов. С учетом этой возможности, в качестве деформируемого штампа принимаются фракталы — решения граничных задач в рассматриваемых областях, являющиеся упакованными блочными элементами для уравнения Гельмгольца. Рассматриваются два случая. Полоса выражается соотношениями $-B \le x_1 \le B$, $|x_2| \le \infty$, случай B, и соотношениями $A \le x_1 \le C$, $|x_2| \le \infty$, $B \le A$, случай C.

Таким образом, в указанных областях необходимо строятся упакованные блочные элементы, которые рассматриваются как деформируемые штампы. Строится дискретное топологическое пространство, которое моделирует самосборку наночастиц.

В основе самосборки наночастиц лежит свойство полилинейных и, в частности, внешних форм, составлять линейное пространство. Их сумма остается в линейном пространстве. Это свойство переносится на упакованные блочные элементы, фракталы, определяемые внешними формами, имитируя наночастицы. В рамках механической концепции процесс самосборки наночастиц, описываемых фракталами, происходит после преодоления, благодаря резонансным явлениям И. И. Воровича [1], возможного отталкивания одинаково заряженных наночастиц. В квантовой механике сталкиваются с подобной ситуацией при решении задача сближений одинаково заряженных ядер атомов. Соприкоснувшись, они объединяются в более крупный фрактал. Этот процесс является построением фактор топологии в дискретном топологическом пространстве. Как сказано выше, фракталы — это упакованные блочные элементы, которые могут быть разноразмерными. Для этого берутся интегральные представления двух фракталов, имеющих носители $[-B,B]$ и $[A,C]$ с внешними формами. При сближении носителей наночастиц до соприкосновения границ, возникает равенство $B = A$. В результате сложения упакованных блочных элементов, с учетом одинаковых граничных условий, как отношений эквивалентности фактор-топологий, и выполнения преобразований, получается новый блочный элемент. Он имеет носитель, равный объединению носителей исходных блочных элементов, образовывая фактор-топологическое пространство. Дальнейший процесс самосборки состоит в объединениях уже больших фрагментов наноматериала в цельный объект и приводит к открытому топологическому покрытию построенного дискретного фактор-топологического пространства.

Оно же является наноматериалом, подобно более сложному, двумерному, изучавшемуся в ряде работ. Рассмотрен случай простой реологии наночастиц и наноматериала. В случае сложной реологии, решения граничных задач для них разлагаются на фракталы материалов более простых реологий по схемам, представленным в [2]. При построении фактор-топологий отношения эквивалентности берутся в форме соответствующих граничных условий. Таким образом, при самосборке

сохраняются механические и физические свойства материалов наночастиц вследствие выполнения законов механики деформируемого твердого тела.

1. *Ворович И. И.* Резонансные свойства упругой неоднородной полосы // ДАН СССР. — 1979. — Т. 245, №5. — С. 1076–1079.
2. *Бабешко В. А.*, *Евдокимова О. В.*, *Бабешко О. М.* Фрактальные свойства блочных элементов и новый универсальный метод моделирования // ДАН. — 2021. — Т. 499. — С. 21–26. — DOI: 10.31857/S2686740021040039.
3. *Ворович И. И.*, *Бабешко В. А.* Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. — М.: Наука, 1979.

О ТОЧНОМ РЕШЕНИИ УНИВЕРСАЛЬНЫМ МЕТОДОМ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗАДАЧИ ДЛЯ КЛИНОВИДНОЙ ЛИТОСФЕРНОЙ ПЛИТЫ ДЛЯ ЦЕЛЕЙ ПРОГНОЗА СЕЙСМИЧНОСТИ*

***О. М. Бабешко*[1], *Е. М. Горшкова*[1], *В. С. Евдокимов*[1], *А. Г. Зарецкий*[1], *А. В. Плужник*[2]**

[1]*КубГУ, Краснодар, Россия;* [2]*ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону, Россия*

В докладе впервые строится точное решение контактной задачи, поставленной на поверхности многослойной среды в четверти плоскости. Эта задача важна при описании литосферных плит сложной формы для нового предвестников. Это достигается в результате применения нового универсального метода моделирования, разработанного с целью исследования и решения граничных задач для уравнений в частных производных. В данной работе метод применяется к двумерным интегральным уравнениям Винера–Хопфа в четверти плоскости, возникающим в смешанных задачах механики деформируемого твердого тела, в контактных задачах. Особенностью смешанных задач для слоистых сред является наличие мероморфных функций в преобразованиях Фурье ядер интегральных уравнений. Это обстоятельство позволяет построить точное решение смешанной задачи в четверть плоскости.

Определяющие уравнения. Интегральное уравнение контактной задачи для изотропной слоистой среды в четверти плоскости в декартовой системе координат имеет вид [1]

$$\int_0^\infty \int_0^\infty k(x_1-\xi_1, x_2-\xi_2)\,\varphi(\xi_1,\xi_2)\,d\xi_1\,d\xi_2 = f(x_1,x_2), \quad 0 \le x_1, \quad x_2 \le \infty,$$

$$k(x_1,x_2) = \frac{1}{4\pi}\int_{\gamma_1}\int_{\gamma_2} K(\alpha_1,\alpha_2)e^{-i\langle \boldsymbol{\alpha}\mathbf{x}\rangle}\,d\alpha_1\,d\alpha_2,$$

$$K(\alpha_1,\alpha_2) \equiv K(u) = \frac{R(u)}{P(u)}, \quad u = \sqrt{\alpha_1^2+\alpha_2^2},$$

$$K(u) = \frac{R(u)}{P(u)} = \prod_{n=1}^{\infty}\frac{R_n(u)}{P_n(u)}, \quad R_n(u) = (u^2-z_n^2), \quad P_n(u) = (u^2-\xi_n^2),$$

$$K(u) = \frac{1}{u}(1+o(1)), \quad u \to \pm\infty. \tag{1}$$

*Исследование выполнено при финансовой поддержке Кубанского научного фонда в рамках научного проекта №МФИ-20.1/6.

Здесь γ_1, γ_2 — контуры, лежащие на вещественной оси и отклоняющиеся от нее в динамических задачах гармонической во времени вибрации лишь обходя вещественные полюса, по малым полуокружностям, если они возникают [1].

В работе авторов [2], наверно впервые, исследовалось интегральное уравнение, которое методом факторизации было сведено к решению системы интегральных уравнений. Функции $R(u)$, $P(u)$ являются четными целыми функциями, представимыми бесконечными произведениями. Предполагается, что функции $R(u)$ и $P(u)$ являются целыми функциями первого порядка и конечного типа, т. е. трансцендентными, в частности, полиномами. В принятых обозначениях целая функции $R(u)$ обращается в нуль на множествах значений $u_n = \pm z_n$. Разрешая эти соотношения относительно переменных α_s, $s = 1, 2$, имеем нули в форме $\alpha_{11m\pm} = \pm i\sqrt{\alpha_2^2 - z_m^2}$, $\alpha_{21m\pm} = \pm i\sqrt{\alpha_1^2 - z_m^2}$. Соответственно, целая функция $P(u)$ имеет нули на множествах на $u_n = \pm\zeta_n$, $\alpha_{12r\pm} = \pm i\sqrt{\alpha_2^2 - \xi_r^2}$, $\alpha_{22r\pm} = \pm i\sqrt{\alpha_1^2 - \xi_r^2}$. Все нули, предполагаемые однократными, имеют точки сгущения на бесконечности в некоторых клиновидных областях, содержащих мнимые полуоси комплексной плоскости.

Применим для исследования и решения новый универсальный метод моделирования [2], который позволит установить общий вид решения интегрального уравнения и построить его представление.

Преобразуя представление двумерного интегрального уравнения, можно, с учетом свойств целых функций $R(u)$ и $P(u)$, записать его в виде дифференциального уравнения в частных производных

$$\prod_{s=1}^{\infty} R_s\Big(i\frac{\partial}{\partial x_1}, i\frac{\partial}{\partial x_2}\Big)\varphi(x_1, x_2) = f_0(x_1, x_2), \quad f_0(x_1, x_2) \equiv \prod_{s=1}^{\infty} P_s\Big(i\frac{\partial}{\partial x_1}, i\frac{\partial}{\partial x_2}\Big)f(x_1, x_2).$$

Здесь дифференциальные операторы $R_s\Big(i\frac{\partial}{\partial x_1}, i\frac{\partial}{\partial x_2}\Big)$ и $P_s\Big(i\frac{\partial}{\partial x_1}, i\frac{\partial}{\partial x_2}\Big)$ имеют вид

$$R_s\Big(i\frac{\partial}{\partial x_1}, i\frac{\partial}{\partial x_2}\Big) = -(\Delta + z_s^2), \quad P_s\Big(i\frac{\partial}{\partial x_1}, i\frac{\partial}{\partial x_2}\Big) = -(\Delta + \xi_s^2).$$

В соответствии с общей теорией, решение дифференциального уравнения, принадлежащее классу суммируемых функций, можно представить в виде

$$\varphi(x_1, x_2) = \varphi_0(x_1, x_2) + \varphi_*(x_1, x_2).$$

Функция $\varphi_0(x_1, x_2)$ является общим решением однородногоуравнения, а $\varphi_*(x_1, x_2)$ — частным решением неоднородного. Частное решение неоднородного уравнения для экспоненциальных правых частей определяется просто и имеет для случая $f_0(x_1, x_2) = Ae^{-i(\eta_1 x_1 + \eta_2 x_2)}$ вид $\varphi_*(x_1, x_2) = P(\eta_1, \eta_2)Ae^{-i(\eta_1 x_1 + \eta_2 x_2)}$.

Общее решение $\varphi_0(x_1, x_2)$ однородного дифференциального уравнения представимо в виде

$$\varphi_0(x_1, x_2) = \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x_1, x_2).$$

Здесь $\varphi_s(x_1, x_2)$, $s = 1, 2, \ldots$ — общие решения уравнений

$$R_s\Big(i\frac{\partial}{\partial x_1}, i\frac{\partial}{\partial x_2}\Big)\varphi_s(x_1, x_2) \equiv -\Big(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + z_s^2\Big)\varphi_s(x_1, x_2) = 0, \quad s = 1, 2, \ldots$$

Последнее следует из вида характеристического уравнения для дифференциального оператора $\prod_{s=1}^{\infty} R_s\Big(i\frac{\partial}{\partial x_1}, i\frac{\partial}{\partial x_2}\Big)$, даваемое функцией $R(u)$.

Выполнив исследования, с учетом принятых обозначений решение интегрального уравнения имеет вид

$$\varphi(x_1,x_2)=\frac{i}{2\pi}\int\limits_{\gamma_1}\int\limits_{\gamma_2}\int\limits_{\gamma_3}\int\limits_{\gamma_4}\frac{M_{+1}(\eta_1,\beta_2)}{M_{+1}(\lambda_1,\beta_2)(\eta_1-\lambda_1)}\frac{A(\eta_1,\eta_2)_1}{M(\eta_1,\eta_2)}e^{i(-\lambda x_1+\beta_2 x_2)}d\lambda_1\,d\beta_2\,d\eta_1\,d\eta_2+$$

$$+\frac{i}{2\pi}\int\limits_{\gamma_1}\int\limits_{\gamma_2}\int\limits_{\gamma_3}\int\limits_{\gamma_4}\frac{M_{+2}(\beta_1,\eta_2)}{M_{+2}(\beta_1,\lambda_2)(\eta_2-\lambda_2)}\frac{A(\eta_1,\eta_2)}{M(\eta_1,\eta_2)}e^{i(\beta_1 x_1-\lambda x_2)}d\lambda_2\,d\beta_1\,d\eta_1\,d\eta_2+$$

$$+\int\limits_{\gamma_3}\int\limits_{\gamma_4}\frac{A(\eta_1,\eta_2)}{M(\eta_1,\eta_2)}e^{-i(\eta_1 x_1+\eta_2 x_2)}d\eta_1\,d\eta_2.$$

Решение одномерного интегрального уравнения Винера–Хопфа получается как частный случай рассмотренного, если сократить вторую координату. Метод позволяет изучать новый предвестник для случаев литосферных плит сложной формы [3].

1. *Ворович И. И.*, *Бабешко В. А.* Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. — М.: Наука, 1979.
2. *Бабешко В. А.*, *Евдокимова О. В.*, *Бабешко О. М.* Фрактальные свойства блочных элементов и новый универсальный метод моделирования // ДАН. — 2021. — Т. 499. — С. 21–26. — DOI: 10.31857/S2686740021040039.
3. *Евдокимова О. В.*, *Бабешко В. А.*, *Павлова А. В.*, *Евдокимов В. С.*, *Бабешко О. М.* Об одном новом предвестнике повышенной сейсмичности // Геология и геофизика Юга России. — 2022. — Т. 12(4). — С. 47–58. — DOI: 10.46698/VNC.2022.80.98.004.

ОБ ОДНОМ НОВОМ ПРЕДВЕСТНИКЕ СЕЙСМИЧНОСТИ*

***О. М. Бабешко*[1], *Е. М. Горшкова*[1], *В. С. Евдокимов*[1], *А. Г. Зарецкий*[1], *А. В. Плужник*[2]**

[1]*КубГУ, Краснодар, Россия;* [2]*ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону, Россия*

Рассматривается многослойная среда, на ее верхней границе вводится декартова система координат таким образом. что ось ox_3 направлена по внешней нормали, остальные оси ox_1, ox_2 лежат в касательной плоскости. Предполагается, что в области полосы $\Omega(-B\le x_1\le B,|x_2|\le\infty)$ расположена деформируемая литосферная плита, представляющая деформируемый штамп. На них оказываются внешние воздействия гармонических колебаний, описываемые функцией $e^{-i\omega t}$. Здесь ω — частота гармонических воздействий, t — параметр времени. С учетом применения нового универсального метода моделирования [1], можно рассматривать плиту и штамп как объекты, состоящие из материалов сложной реологии. Однако, поскольку решения граничных задач для тел сложной реологии могут быть разложены по решениями граничных задач для уравнений Гельмгольца, в случае гармонических колебаний, то достаточно рассматривать граничную задачу для деформируемого штампа, описываемую этим уравнением.

Рассматривая, например, линейно деформируемую реологическую среду, описываемую системой уравнений Ламе, предполагается, что в зоне контакта действует

*Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект №22-29-00213).

штамп без трения, т. е. в зоне контакта действуют только нормальные напряжения. Вне штампа напряжения отсутствуют. Совокупность двух штампов с параллельными торцами создает трещину нового типа, где возникают дисперсионные уравнения, как и в случае одного штампа. Методом, описанным в [2], смешанная задача сводится к решению интегрального уравнения вида

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-B}^{B} k(x_1-\xi_1, x_2-\xi_2)\, q(\xi_1,\xi_2)\, d\xi_1\, d\xi_2 = f(x_1,x_2), \quad -B \le x_1 \le B, \quad |x_2| \le \infty,$$

$$k(x_1,x_2) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} K(\alpha_1,\alpha_2) e^{-i(\alpha_1 x_1+\alpha_2 x_2)} d\alpha_1\, d\alpha_2.$$

Здесь $q(x_1,x_2)$ — контактные напряжения под штампом, $f(x_1,x_2)$ — перемещения в зоне контакта, $k(x_1,x_2)$ — ядро интегрального уравнения, функция $K(\alpha_1,\alpha_2)$ — преобразование Фурье ядра интегрального уравнения. Задача состоит в рассмотрении случая деформируемой литосферной плиты, т. е. деформируемого штампа. Ранее указанные задачи решались только численным методом. В результате, оставались вне исследования некоторые особенности решений в динамических задачах. Кроме этого, численные методы оказывались либо малоэффективными, либо не состоятельными в случаях, когда границы постановки граничных задач уходят на бесконечность, либо оказываются очень больших размеров. Именно для таких задач оказывается эффективным предложенный в настоящей работе метод. Он демонстрирует значительные различия, как в методе решения задачи, так и в получаемом результате в сравнении со случаем жесткого штампа.

Разработанный авторами подход [1], открыл возможность использовать «фракталы», т. е. упакованные блочные элементы, являющиеся решениями достаточно простых граничных задач, при исследовании граничных задач для многокомпонентных сред. Решения сложных граничных задач представляются в виде комбинации фракталов.

С учетом этой возможности, в качестве деформируемого штампа принимаются фракталы — решения граничных задач в рассматриваемых областях, являющиеся упакованными блочными элементами для уравнения Гельмгольца.

Рассматривается случай литосферной плиты в форме полосы имеющую большую относительную ширину, случай B и лежащей на многослойном основании. В соответствии с методом работы [1], необходимо построить в области $\Omega(-B \le x_1 \le B,\ |x_2| \le \infty),\ B \gg 1$ фракталы — упакованные блочные элементы, которые будут рассматриваться как деформируемые штампы. В соответствии с описанным выше, рассматривается двумерное уравнение Гельмгольца в указанной области:

$$[\partial^2 x_1 + \partial^2 x_2 + p^2]\varphi(x_1,x_2) = g(x_1,x_2), \quad g(x_1,x_2) = q(x_1,x_2) - t(x_1,x_2). \qquad (1)$$

Здесь $\varphi(x_1,x_2)$ — вертикальное перемещение в зоне контакта, $q(x_1,x_2)$ — контактные напряжений, действующие на объект снизу, которые надо определить, $t(x_1,x_2)$ — заданные внешние воздействия сверху на объект. Кроме этого, задаются граничные условия, которые имеют вид области $\Omega_2(-B \le x_1 \le B)$

$$\varphi(x_1,x_2) = \varphi(-B,x_2), \quad x_1 \to -B; \quad \varphi(x_1,x_2) = \varphi(B,x_2), \quad x_1 \to B.$$

В результате решения контактных задач для деформируемого штампа а также для трещин нового типа в многослойных областях удается построить дисперсионные уравнения, в свое время предсказанные академиком И. И. Воровичем.

Для их построение необходимо вычисления некоторых функционалов граничных задач. Например, в задаче B они имеют вид

$$Q_B(k) = \Delta_B^{-1}[S_{0B}(-k)\,C_{13}(k) - S_{0B}(k)\,D_{22}(-k)],$$
$$Q_B(-k) = \Delta_B^{-1}[S_{0B}(-k)\,D_{11}(k) + S_{0B}(k)\,C_{23}(-k)],$$
$$\Delta_B(k) = D_{11}(k)\,D_{22}(-k) - C_{13}(k)\,C_{23}(-k).$$

Соотношение, позволяющее вычислять резонансные частоты, при которых решение обращается в бесконечность, имеет выражение

$$\Delta_B = D_{11}(k)\,D_{22}(-k) - C_{13}(k)\,C_{23}(-k) = 0.$$

Входящие в формулу функции описаны в работе [2].

Аналогичный вид имеют дисперсионные уравнения для остальных задач, в том числе и для двух штампов, формирующих трещину нового типа.

1. *Бабешко В. А.*, *Евдокимова О. В.*, *Бабешко О. М.* Фрактальные свойства блочных элементов и новый универсальный метод моделирования // ДАН. — 2021. — Т. 499. — С. 21–26. — DOI: 10.31857/S2686740021040039.
2. *Евдокимова О. В.*, *Бабешко В. А.*, *Павлова А. В.*, *Евдокимов В. С.*, *Бабешко О. М.* Об одном новом предвестнике повышенной сейсмичности // Геология и геофизика Юга России. — 2022. — Т. 12(4). — С. 47–58. — DOI: 10.46698/VNC.2022.80.98.004.

НОВЫЙ ПОДХОД К ЧИСЛЕННОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ГРУНТОВЫХ ОСНОВАНИЯХ ПРИ РАСЧЕТЕ СООРУЖЕНИЙ НА СЕЙСМИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

В. Г. Баженов, Н. С. Дюкина

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Наиболее перспективным методом получения прочностных оценок объектов атомной энергетики, подвергающихся сейсмическому воздействию, является полномасштабное компьютерное моделирование системы «сооружение–грунт» с максимальной детализацией расчетных моделей сооружения и грунта и заданным набором экспериментальных сейсмограмм. В задаче необходим учет поля силы тяжести, как дополнительного фактора инерционности сооружения, контактного взаимодействия сооружения и грунта с учетом сухого трения. Для правильного описания волновой картины динамического воздействия на основание сооружения [1, 2] необходимо включать в расчет представительный объем прилегающего к сооружению грунта — как минимум в 10 раз больше размера здания, чтобы избежать волн, отраженных от границ на результаты расчета вблизи здания [3]. Поэтому для правильного описания излученных от здания сейсмических волн в рассматриваемой прикладной задаче актуальным является развитие численных методов моделирование грунтовой среды, окружающей сооружение.

При численном моделировании грунтовой среды предлагается воспользоваться подходом, аналогичным применяемому в акустике в задачах дифракции на деформируемых телах, согласно которому решение представляется в виде суперпозиции падающих, прошедших и отраженных от тела волн. С этой целью при численном решении дискретная расчетная область задачи представляется состоящей из трех подобластей: первая — для расчета падающих волн, вторая — для расчета излучен-

ных от сооружения волн, и третья — для расчета суммарных волн в примыкающей к сооружению грунтовой среде. Расчетная область для двумерной задачи представлена на рис. 1, в трехмерном случае — аналогично. Граничные условия для основной (третьей) подобласти, окружающей сооружение, задаются в виде скоростей перемещений из решения первой задачи с коррекцией на каждом шаге по времени с учетом излученных от здания волн, которые определяются на наложенных на один слой приграничных КЭ сетках для второй и третьей расчетных подобластей путем оценки различия скоростей перемещений в граничных и приграничных узлах. Найденные различия в скоростях перемещений используются в качестве граничных значений для второй расчетной подобласти и для коррекции граничных условий третьей расчетной подобласти. Такой подход позволяет существенно (на порядки) сократить время численных расчетов, особенно при трехмерной постановке задачи, так как мелкие сетки назначаются только в третьей подобласти, примыкающей к зданию, и при этом учесть нелинейные эффекты (контактное взаимодействие, упругопластическое деформирование) в области, непосредственно примыкающей к сооружению. Падающие волны в ряде случаев могут быть определены аналитически или численно из решения одномерной задачи о распространении плоских волн, согласованных с акселерограммой землетрясения на поверхности полупространства. Для гашения излученных волн во второй подобласти применяется метод квазиравномерных сеток [4], разрежающихся по мере удаления от сооружения. Отметим, что ранее метод квазиравномерных сеток применялся только для волновых задач, в которых волновой источник возмущения находится внутри расчетной области.

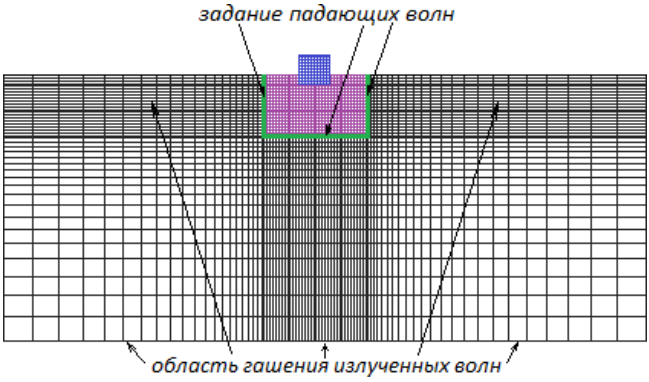


Рис. 1. Дискретная модель расчетной области задачи

Разрабатываемые модели и методы реализованы в имеющихся в НИИМ ННГУ сертифицированных вычислительных комплексах «Динамика-2», «Динамика-3». Движение сплошных сред формулируется в текущей лагранжевой постановке с использованием явной схемы интегрирования по времени типа «крест» на основе моментной схемы МКЭ [5]. Контактное взаимодействие сооружения и основания реализуется исходя из условий непроникания по нормали и смещения с трением по касательной к контактной поверхности с применением алгоритма на несогласованных КЭ-сетках. При численном моделировании процессов динамического поведения расчетной области учитываются поля сил тяжести и сейсмическое воздействие в виде пакета плоских волн сжатия-растяжения и сдвига, полученных из решения одномерной задачи. Решение квазистатической задачи осадки сооружения от действия сил тяжести производится с применением процедуры гашения скоростей

перемещений в момент достижения максимальных значений кинетической энергии до достижения заданной точности квазистатического решения.

Проведены исследования эффективности предложенного подхода в двухмерной и трехмерной постановках. Исследована погрешность замены трехмерной постановки задачи на двухмерную для заглубленного сооружения в виде прямоугольного параллелепипеда.

1. *Nazarov Y. P.*, *Poznyak E.*, *Filimonov A. V.* A brief theory and computing of seismic ground rotations for structural analyses // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. — 2015. — V. 71. — P. 31–41.
2. *Тяпин А. Г.* Расчет сооружений на сейсмические воздействия с учетом взаимодействия с грунтовым основанием. — М.: АСВ, 2013. — 392 с.
3. *Дюкина Н. С.* Численное моделирование взаимодействия заглубленных сооружений с грунтовым основанием при сейсмических воздействиях. Дисс. ... к.ф.-м.н., Нижний Новгород, 2009. — 131 с.
4. *Калиткин Н. Н.*, *Альшин А. Б.*, *Альшина Е. А.*, *Рогов Б. В.* Вычисления на квазиравномерных сетках. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 224 с.
5. *Дюкина Н. С.*, *Баженов В. Г.* Моделирование задач сейсмостойкости заглубленных сооружений // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 2015. — №2. — С. 97–102.

ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ ОБОЛОЧЕЧНЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ПОСЛОЙНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТРЕХСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК С ПРЯМОУГОЛЬНЫМИ В ПЛАНЕ ВЫРЕЗАМИ*

В. Н. Бакулин

ИПриМ РАН, Москва, Россия

Растущее применение трехслойных оболочек, особенно из композиционных материалов (КМ), в современной технике и в первую очередь в летательных аппаратах объясняется весовой эффективностью, высокой изгибной жесткостью, теплозащитными, вибро- и звукоизоляционными и многими другими важными свойствами, возможностью управления этими характеристиками и получения высокого качества внешней и внутренней поверхностей трехслойных конструкций.

В технике наиболее распространены трехслойные оболочки с тонкими и жесткими несущими слоями и толстым, но менее жестким слоем заполнителя. На практике часто встречаются оболочки с прямоугольными в плане вырезами конструктивного, технологического или др. назначения, которые приводят к ослаблению несущей способности конструкций. Обзор работ по исследованию напряженно-деформированного состояния (НДС) трехслойных оболочек показал актуальность проблемы построения оболочечных моделей послойного анализа таких конструкций и особенно с прямоугольными в плане вырезами [1]. В работах Б. Л. Пелеха отмечается, что получены точные решения задач о концентрации напряжений около кругового отверстия, либо около жесткого включения в сферической оболочке, т. е. задач, для которых переменные разделяются, и также сказано, что для отверстий

*Работа выполнена в рамках государственного задания Института прикладной механики Российской академии наук (ИПРИМ РАН) (номер гос. регистрации 121112200126-5).

другой формы получить точные решения в рамках теории трансверсально-изотропных оболочек не представляется возможным [1].

Недостаточная исследованность напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек с прямоугольными в плане вырезами связана с большими математическими сложностями получения достоверных решений. Анализ публикаций показывает, что решение подобных задач аналитическими методами сталкивается с большими трудностями математического характера [2]. Поэтому приходится разрабатывать модели на основе численных методов и в первую очередь метода конечных элементов (МКЭ) [3–5].

Наиболее простые конечно-элементные модели (КЭМ) строятся на основе гипотез для пакета слоев оболочки. Более общими и точными, но менее распространенными являются КЭМ, когда гипотезы применяются для каждого слоя. При этом значительно увеличивается размерность задач, так как порядок систем уравнений зависит от числа слоев, что сильно усложняет их решение.

Послойный анализ [6–8] позволяет учесть с требуемой точностью неоднородность структуры, изменение физико-механических характеристик (ФМХ) и параметров напряженно-деформированного состояния по координатам, в том числе по толщине слоя заполнителя, разные граничные условия (приложение нагрузок к отдельным слоям и разные условия закрепления слоев), моментное состояние несущих слоев, трехмерное напряженное состояние слоя заполнителя и многое другое.

Автором представленного доклада предложена и разработана методология построения блочных конечно-элементных моделей естественной кривизны на основе подхода послойного анализа и построения эффективных аппроксимирующих функций перемещений, позволяющих создать модели «рациональной» размерности для исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных, в общем случае нерегулярных оболочек, учитывающих указанные выше особенности [9 и др.].

Рассматриваемая методология заключается в том, что конструкции разбивается по координатам на блочные конечные элементы (БКЭ), а по толщине на слои (при необходимости и заполнитель разбивается по толщине на дополнительные слои, в этом случае подход будем называть уточненным послойным анализом), которые затем стыкуются между собой.

Блочная модель послойного анализа строится из оболочечных двумерных конечных элементов (КЭ) тонких моментных несущих слоев (при этом используется классическая теория оболочек) и трехмерного оболочечного КЭ-слоя заполнителя, при получении функций аппроксимаций перемещений которого применяются аппроксимации конечных элементов несущих слоев.

Такой подход позволяет избежать погрешностей, вызванных разрывом обобщенных перемещений на поверхностях стыковки конечных элементов несущих слоев и КЭ-заполнителя.

В представленном докладе рассматриваются требования и особенности построения эффективных аппроксимирующих функций перемещений, позволяющих создать модели обозримой «рациональной» размерности для исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных, в общем случае нерегулярных оболочек, учитывающих указанные выше особенности, в том числе наличие прямоугольных в плане вырезов.

1. *Bakulin V. N.* Layer-by-Layer Analysis of the Stress-Strain State of Three-Layer Shells with Cutouts // Mechanics of Solids. — 2019. — V. 54, No. 3. — P. 448–460.

2. *Bakulin V. N.* Layer-by — layer stress-strain analysis of irregular sandwich shells of revolution with non-zero gaussian curvature // Mechanics of Solids. — 2021. — V. 56, No. 7. — P. 283–294. — DOI: 10.3103/S0025654421070049.
3. *Bakulin V. N.* Model for Analysis of the Stress-Strain State of Three-Layer Cylindrical Shells with Rectangular Cutouts // Mechanics of Solids. — 2022. — V. 57, No. 1. — P. 102–110.
4. *Bakulin V. N.* Block Finite-Element Model of Layer-by-Layer Analysis of the Stress-Strain State of Three-Layer Generally Irregular Shells of Double-Curvature Revolution // Doklady Physics. — 2019. — V. 64, No. 1. — P. 9–13.
5. *Bakulin V. N.* An Efficient Model for Layer-by-Layer Analysis of Sandwich Irregular Cylindrical Shells of Revolution // Doklady Physics. — 2018. — V. 63, No. 1. — P. 23–27.
6. *Bakulin V. N.* A Corrected Model of Level-by-Level Analysis of Three-Layer Irregular Conical Shells // Doklady Physics. — 2017. — V. 62, No. 1. — P. 37–41.
7. *Bakulin V. N.* Model for Layer-by-Layer Analysis of the Stress-Strain State of Three-Layer Irregular Shells of Revolution of Double Curvature // Mechanics of Solids. — 2020. — V. 55, No. 2. — P. 248–257. — DOI: 10.3103/S0025654420020077.
8. *Bakulin V. N.* Block-Layer Approach for The Analysis of The Stress-Strain State of Three--Layer Irregular Cylindrical Shells // Mechanics of Solids. — 2021. — V. 56, No. 7. — P. 295–304. — DOI: 10.3103/S0025654421070050.
9. *Bakulin V. N.* Block Based Finite Element Model for Layer Analysis of Stress Strain State of Three-Layered Shells with Irregular Structure // Mechanics of Solids. — 2018. — V. 53, No. 4. — P. 411–417.

ПРИМЕНЕНИЕ ОБОБЩЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТОВ

В. Н. Бакулин[1]***, Е. Л. Гусев***[2,3,4]

[1]*ИПриМ РАН, Москва, Россия;* [2]*ИПНГ ФИЦ «ЯНЦ СО РАН», Якутск, Россия;*
[3]*ИМИ СВФУ, Якутск, Россия;* [4]*ИФТПС ФИЦ «ЯНЦ СО РАН», Якутск, Россия*

Полимерные композиционные материалы и конструкции из них в последние десятилетия становятся неотъемлемой частью современной техники во многих областях, определяющих научно-технический прогресс. В настоящее время полимерные композиционные материалы и конструкции из них широко применяются в таких современных областях, как авиа- и космическая техника, судостроение, нефтяная и газовая промышленность и др. Широкое применение композиционных материалов (КМ), полимерных композиционных материалов (ПКМ) в различных областях современной техники обуславливает важность и актуальность разработки эффективных высокоточных методов как краткосрочного, так и средне-, и долгосрочного прогнозирования определяющих характеристик композиционных материалов и конструкций из них (остаточного ресурса, прочности, надежности, долговечности) [1–9].

Изменение свойств композитов с течением времени при воздействии различных факторов, как правило, отражается на их работоспособности. Поэтому, в соответствии с современными тенденциями развития научно-технического прогресса, в качестве важнейшего преимущества материала на первый план выходит его способность как можно дольше сохранять свою работоспособность, т. е. противостоять старению — совокупности физико-химических обратимых и необратимых превращений под воздействием экстремальных факторов внешней среды (темпе-

ратуры, влажности, солнечной радиации, механических напряжений и др.). В соответствии с этим основой для принятия решения об использовании материала является совокупность его требуемых показателей при его приемлемой стоимости и способности противостоять старению. В настоящее время в современной технике доминирующее положение занимают материалы, способные без замены функционировать 20–30, а в необходимых случаях и более 50 лет. При применении материалов в авиакосмической технике эффективным активатором старения является проникающая радиация, которая в отличие от световой способна инициировать превращения во всем объеме полимера. Поэтому применение полимерных композиционных материалов в авиационной и космической технике делает еще более актуальными исследования стойкости полимеров к излучению.

В настоящее время механизм старения полимеров изучен еще недостаточно. При этом не является установленной количественная связь между влиянием различных видов внешних воздействий на скорость преобладающего процесса старения. Для удовлетворительного же прогнозирования необходимо иметь простые и надежные соотношения между кинетическими параметрами физико-химических процессов и макросвойствами материалов, которые определяют их эксплуатационную пригодность. Эти, а также и другие вопросы составляют важную научную проблему, которая стоит на пути создания научно обоснованных подходов к прогнозированию изменения свойств КМ, ПКМ при их хранении и эксплуатации. Важность и актуальность разработки эффективных методов прогнозирования изменения свойств КМ, ПКМ, а также конструкций из них объясняется тем, что без данных о характере и скорости изменения механических, электрических, теплофизических свойств материалов в условиях эксплуатации изделий невозможно обеспечить их рациональный выбор и повысить за счет этого надежность изделий.

В предположении, что достаточно существенный вклад в процессы, связанные со старением материала на макроуровне, оказывают процессы, происходящие на молекулярном уровне или микроуровне и являющиеся суперпозицией процессов, происходящих на уровне каждой молекулы, была построена обобщенная модель долговечности для моделирования на физическом уровне процессов, происходящих в КМ и конструкциях из них при одновременном воздействии нескольких дестабилизирующих физических факторов. Впервые сформулирован принцип множественности моделей прогнозирования, который был положен в основу разрабатываемого подхода. Показано, что применение принципа множественности моделей прогнозирования и многопараметрических моделей оптимальной сложности в рамках уточненных постановок обратных задач прогнозирования остаточного ресурса в вариационной постановке позволяет значительно увеличить точность решения задач прогноза. Приведены результаты вычислительных экспериментов.

1. *Gusev E. L.* Using parallel procedures for the searching of the extremum for the decision of the inverse problems prediction of the defining characteristics of the composite materials // Material Physics and Mechanics. — 2016. — V. 26, No. 1. — P. 70–72.
2. *Gusev E. L.*, *Bakulin V. N.* Variation formulations of inverse problems in forecasting the residual life of composites // Doklady physics. — 2018. — V. 63, No. 9. — P. 388–392.
3. *Gusev E. L.*, *Bakulin V. N.* Optimal control under a decrease in the thermal-field intensity based on selection of the heterogeneous — construction structure in the variational formulation // Doklady physics. — 2018. — V. 63, No. 5. — P. 213–217.
4. *Гусев Е. Л.* Постановка и решение задач прогнозирования остаточного ресурса, долговечности композиционных материалов и конструкций при воздействии экстремальных климатических факторов внешней среды // Сб. Тр. VII Межд. конф. «Деформация и разрушение материалов и наноматериалов». — М.: ИМЕТ РАН, 2017. — С. 847–849.

5. *Gusev E. L.*, *Bakulin V. N.*, *Chernykh V. D.* Promising methods for predicting the residual life of polymer composites in refined variational statements under extreme environ-mental influences // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. — 2021. — V. 1191. — P. 012022.
6. *Gusev E. L.*, *Bakulin V. N.*, *Chernykh V. D.* Development of combined search methods for efficiency indicator extreme in variation statement of forecasting tasks for deter-mine characteristics of composite materials // J. Phys.: Conf. Ser. — 2019. — V. 1392. — 012008.
7. *Gusev E. L.*, *Bakulin V. N.* The use of generalized models in the variational formulation of the prediction tasks defining characteristics of composite materials // J. Phys.: Conf. Ser. — 2020. — V. 1431. — P. 012017.
8. *Gusev E. L.*, *Bakulin V. N.* Optimum design of structurally nonhomogeneous materials and constructions with required properties // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. — 2016. — V. 89, No. 1. — P. 260–264.
9. *Gusev E. L.*, *Bakulin V. N.* Variational Methods of Solving Problems on Control of the Intensity of a Temperature Field // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. — 2021. — V. 94, No. 5. — P. 1117–1123.

ФЛАТТЕР КОМПОЗИТНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ, ПОДКРЕПЛЕННОЙ ДВУХСОСТАВНЫМ ЦИЛИНДРОМ*

***В. Н. Бакулин*[1], *А. Я. Недбай*[2]**

[1]*ИПриМ РАН, Москва, Россия;* [2]*АО "Корпорация «МИТ»", Москва, Россия*

Проблеме аэроупругой устойчивости тонкостенных конструкций посвящено много работ, в том числе [1–8 и др.]. Рассмотрим флаттер цилиндрической оболочки, подкрепленный двухсоставным цилиндром с линейной переменной толщиной при действии внешнего сверхзвукового потока газа. Движение оболочки описывается уравнениями теории ортотропных оболочек. Обе части цилиндра, изготовленные из разных материалов, представляются упругими безынерционным основаниям Винклера, коэффициент постели которых определяется из решения уравнений теории упругости. Часть цилиндра имеет цилиндрический канал, а у другой части канал линейно расширяется к торцу. Торцы оболочки считаются шарнирно опертыми.

Уравнение движения оболочки можно представить в виде:

$$\left\{a_3\nabla^8 + a_2\frac{\partial^4}{\partial\alpha^4} + \nabla^4\left[a_9\frac{\partial}{\partial t} + a_5\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2} + a_8\frac{\partial}{\partial\alpha} + a_7\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right] + \right.$$
$$\left. + \nabla^4 B\sum_{i=1}^{2} K_i[\sigma_0(\alpha-\alpha_{i-1}) - \sigma_0(\alpha-\alpha_i)]\right\}w = 0, \quad (1)$$

где ∇^8, ∇^4 — дифференциальные операторы, имеющие вид [9]:

$$B = \frac{R^2(1-\nu_\alpha\nu_\beta)}{E_\alpha h}; \quad K_1 = \frac{\alpha}{\alpha_1}K_{01}; \quad K_2 = K_{02}; \quad \mathrm{M} = \frac{V}{c_0};$$
$$a_8 = \frac{\chi_0 p_0 \mathrm{M} B}{R}; \quad a_9 = \frac{\chi_0 p_0 B}{c_0}; \quad \rho = \rho_1 + \rho_2; \quad \rho_2 = \frac{(R^2 - R_0^2)\rho_0}{6Rh};$$

*Работа выполнена в рамках государственного задания Института прикладной механики Российской академии наук (ИПРИМ РАН) (номер гос. регистрации 121112200126-5).

w — прогиб; a_1–a_7 — постоянные коэффициенты; R, h — радиус срединной поверхности и толщина оболочки; K_{0i} — коэффициенты постели конической и цилиндрической частей цилиндра; ρ_1, ρ_2 — плотность материала оболочки и цилиндра; α_1 — длина конусной части канала; T_0 — осевая сила; $\sigma_0(\alpha)$ — единичная функция равная единице при $\alpha > 0$ и нулю при $\alpha < 0$; M — число Маха; R_0 — радиус канала цилиндра; χ_0, p_0, c_0 — показатель политропы, давление и скорость звука невозмущенного потока; V — скорость полета.

Решение уравнения (1) будем искать в виде

$$w = \cos n\beta \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin \gamma_m \alpha e^{\omega t}, \tag{2}$$

где $\gamma_m = m\pi/\alpha_0$; $\alpha_0 = L/R$; L — длина оболочки; ω — комплексная частота колебаний. Подставляя (2) в (1) и применяя процедуру Бубнова–Галеркина, получим систему уравнений:

$$(a_{10}\omega^2 + a_9\omega + b_{2k})A_k + B\sum_{m=1}^{\infty} f_{mk}A_m = 0, \quad k = (1, 2, 3\ldots); \tag{3}$$

$$H_3^{(mk)} = \begin{cases} \dfrac{4}{\alpha_0}\dfrac{mk}{k^2 - m^2}, & \text{при} \quad k \pm m \text{ — нечетное число,} \\ 0, & \text{при} \quad k \pm m \text{ — четное число;} \end{cases}$$

$$b_1 = \frac{a_8}{B}; \quad b_{2k} = \frac{a_3\nabla_k^8}{\nabla_k^4} + \frac{a_2\gamma_k^4}{\nabla_k^4} - a_5\gamma_k^2 T_0; \quad a_{10} = B\rho_1 h;$$

$$f_{mk} = \frac{1}{\alpha_1}H_1^{(mk)}\left[K_{01}^{(m)} + h\rho_2\omega^2\right] + H_2^{(mk)}\left[K_{02}^{(m)} + h\rho_2\omega^2\right] + b_1 H_3^{mk};$$

где

$$H_1^{(mk)} = \begin{cases} \dfrac{\alpha_1^2}{2\alpha_0} & \text{при} \quad m = k, \\ \dfrac{1}{\alpha_0\theta_{mk}^2}(\alpha_1\theta_{mk}\sin\theta_{mk}\alpha_1 + \cos\theta_{mk}\alpha_1 - 1) - & \\ \quad - \dfrac{1}{\alpha_0\varphi_{mk}^2}(\alpha_1\varphi_{mk}\sin\varphi_{mk}\alpha_1 + \cos\varphi_{mk}\alpha_1 - 1) & \text{при} \quad m \neq k; \end{cases}$$

$$H_2^{(mk)} = \begin{cases} \dfrac{\alpha_0 - \alpha_1}{\alpha_0} & \text{при} \quad m = k, \\ \dfrac{1}{\alpha_0}\left(\dfrac{1}{\varphi_{mk}}\sin\varphi_{mk}\alpha_1 - \dfrac{1}{\theta_{mk}}\sin\theta_{mk}\alpha_1\right) & \text{при} \quad m \neq k; \end{cases}$$

$$\varphi_{mk} = \pi(m + k)/\alpha_0; \quad \theta_{mk} = \pi(m - k)/\alpha_0;$$

$$F_2^{(mk)} = \begin{cases} \dfrac{2mk}{k^2 - m^2}, & (k \pm m) \text{ — нечестное число,} \\ 0, & (k \pm m) \text{ — четное число.} \end{cases}$$

Для выбранной модели упругого основания коэффициент постели можно представить в виде [9]:

$$K_{0i}^{(m)} = \frac{2\mu_i\Delta_{mi}}{RQ_{mi}}; \quad Q_{mi} = \sum_{r=1}^{6} F_r D_{6r}^{(mi)}; \quad F_1 = -\frac{n^2}{\gamma_m}I_n(\gamma_m);$$

$$F_3 = \frac{q_{1i}}{2}\gamma_m\left(\frac{n^2}{\gamma_m^2} + 1\right)I_n(\gamma_m); \quad F_5 = -I_n'(\gamma_m); \quad q_{1i} = \frac{\lambda_i + \mu_i}{\lambda_i + 2\mu_i},$$

где $D_{6r}^{(mi)}$, Δ_{mi} — соответственно дополнение и определитель матрицы, некоторые элементы которой имеют вид:

$$q_{2i} = \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i}; \quad \mu_i = \frac{E_{0i}}{2(1+\nu_{0i})}; \quad \lambda = \frac{E_{0i}\nu_{0i}}{(1+\nu_{0i})(1-2\nu_{0i})};$$

$$x = z_0\gamma_m; \quad z_0 = \frac{R_0}{R},$$

где E_{0i}, ν_{0i} — модуль упругости и коэффициент Пуассона материала i-й части цилиндра; $I_n(x)$ — модифицированная функция Бесселя первого рода порядка n; штрихом обозначена производная по соответствующему аргументу. Для получения элементов четных столбцов матрицы a_{ij}, F_{ij} необходимо в предыдущих элементах заменить функцию $I_n(x)$ на модифицированную функцию Бесселя второго рода $K_n(x)$ с тем же аргументом.

Редуцируя систему (3) и приравнивая к нулю определитель усеченной матрицы, получаем искомое характеристическое уравнение. Полученное характеристическое уравнение аппроксимируется полиномом Лагранжа, устойчивость которого исследуется при помощи критерия Рауса–Гурвица. Построены зависимости критической скорости обтекания от длины и модуля упругости материала конического участка, а также величины осевой силы и давления газового потока.

1. *Bakulin V. N.*, *Volkov E. N.*, *Nedbaj A. Ya.* Flutter of a Sandwich Cylindrical Shell Supported with Annular Ribs and Loaded with Axial Forces // Doklady Physics. — 2015. — V. 60, No. 8. — P. 360–363.
2. *Bakulin V. N.*, *Bokov M. A.*, *Nedbai A. Ya.* Aeroelastic stability of a cylindrical composite shell at a bilateral flow // Mechanics of Composite Materials. — 2018. — V. 53, No. 6. — P. 801–808.
3. *Bakulin V. N.*, *Konopel'chev M. A.*, *Nedbai A. Ya.* Flutter of a Laminated Cantilever Cylindrical Shell with a Ring-Stiffened Edge // Russian Aeronautics. — 2018. — V. 61, No. 4. — P. 517–523.
4. *Bakulin V. N.*, *Konopel'chev M. A.*, *Nedbai A. Ya.* Aeroelastic Stability of a Cylindrical Shell of Linearly Variable Thickness // Doklady Physics. — 2019. — V. 64, No. 9. — P. 360–364.
5. *Bakulin V. N.*, *Konopel'chev M. A.*, *Nedbai A. Ya.* Panel flutter of a variable-thickness composite shell // Mechanics of Composite Materials. — 2020. — V. 56, No. 5. — P. 1–14.
6. *Konopelchev M. A.*, *Bakulin V. N.*, *Nedbai A. Ya.* Aeroelastic stability of a shell supported by a cylinder with a hole of linearly varying radius // J. Phys.: Conf. Ser. — 2019. — V. 1392. — 012010.
7. *Бакулин В. Н.*, *Конопельчев М. А.*, *Недбай А. Я.* Аэроупругая устойчивость консольной слоистой цилиндрической оболочки, подкрепленной торцевым шпангоутом // Материалы XII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (NPNJ'2018), 24–31 мая 2018 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2018. — С. 332–335.
8. *Бакулин В. Н.*, *Боков М. А.*, *Недбай А. Я.* Аэроупругая устойчивость цилиндрической оболочки из композиционного материала при двухстороннем обтекании // Материалы XX Юбилейной Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2017), 23–31 мая 2017 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2017. — С. 723–726.
9. *Соломонов Ю. С.*, *Георгиевский В. П.*, *Недбай А. Я.*, *Андрюшин В. А.* Прикладные задачи механики композитных цилиндрических оболочек. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. — 408 с.

ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ КОАКСИАЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК, СОЕДИНЕННЫХ УПРУГИМ ЦИЛИНДРОМ*

В. Н. Бакулин[1]***, Ф. Е. Прудников***[2]***, А. Я. Недбай***[2]***, Ю. А. Гришин***[3]

[1]*ИПриМ РАН, Москва, Россия;* [2]*АО "Корпорация «МИТ»", Москва, Россия;*
[3]*МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия*

Создание современных твердотопливных двигателей требует решения ряда проблем, одной из которых является обеспечение динамической устойчивости их корпусов при прохождении летательным аппаратом плотных слоев атмосферы [1–9]. При этом одним из существенных параметров, влияющих на величину критической скорости прохождения, будут толщина свода и жесткость цилиндра. В данной работе делается попытка учесть влияние радиальных колебаний цилиндра и инерционных свойств внутренней оболочки на динамическую устойчивость корпуса двигателя.

Рассмотрим трехслойную конструкцию, состоящую из двух шарнирно опертых ортотропных оболочек, между которыми расположен изотропный упругий заполнитель. Внешняя оболочка нагружена внешним пульсирующим давлением. Будем считать, что заполнитель состоит из набора инерционных стержней, торцы которых соединены с оболочками. Тангенциальными и осевыми составляющими инерционных сил оболочек пренебрегаем в виду их малости. Тогда уравнения движения оболочек можно представить в виде [6]

$$\left\{a_{3j}\nabla_j^8 + a_{1j}a_{4j}\frac{\partial^4}{\partial\alpha^4} + a_{7j}\nabla_j^4\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \right.$$

$$\left. + \delta_{1j}\left[a_5\nabla_j^4\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2} + a_8\nabla_j^4(P_0 + P_1\cos\omega t)\left(\frac{\partial^2}{\partial\beta^2} + 1\right)\right]\right\}w_j + B_j\nabla_j^4 q_j = 0 \quad (j = 1, 2);$$

$$a_{1j} = \frac{G_{\alpha\beta j}(1 - \nu_{\alpha j}\nu_{\beta j})}{E_{\alpha j}}; \quad a_{2j} = a_{1j} + \nu_{\beta j}; \quad a_3 = \frac{h_j^2}{12R^2}; \quad a_{4j} = \frac{E_{\beta j}}{E_{\alpha j}}; \quad a_5 = \frac{B_1 T}{2\pi R^3};$$

$$a_{6j} = a_{1j} + a_{2j};$$

$$a_{7j} = B_j\rho_j h_j; \quad a_8 = \frac{B_1}{R}; \quad B_j = \frac{R^2(1 - \nu_{\alpha j}\nu_{\beta j})}{(E_{\alpha j}h_j)}, \tag{1}$$

где w_j — перемещение j-й оболочки по нормали; R — радиус внешней оболочки; h_j — толщина j-й оболочки; $E_{\alpha j}$, $E_{\beta j}$, $G_{\alpha\beta j}$ — осевой и окружной модули упругости и модуль сдвига; $\nu_{\alpha j}$, $\nu_{\beta j}$ — коэффициенты Пуассона; ρ_j — плотность материала оболочек; P_1, P_0 — постоянная составляющая и амплитуда переменной составляющей внешнего давления; T — начальная осевая сила; q_j — радиальное контактное усилие; δ_{1j} — символ Кронекера.

Уравнение движения заполнителя представим в виде

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{R^2\rho_0}{E_0}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \tag{2}$$

где u — перемещение заполнителя; E, ρ — модуль упругости и плотность материала заполнителя; z — безразмерная координата по радиусу.

Граничные условия для заполнителя будут

$$E_0\frac{\partial u}{\partial z} = Rq_1; \quad u = w_1 \quad \text{при} \quad z = 1; \quad E_0\frac{\partial u}{\partial z} = -Rq_2; \quad u = w_2 \quad \text{при} \quad z = z_0 = \frac{R_0}{R}, \tag{3}$$

где R_0 — радиус внутренней оболочки.

*Работа выполнена в рамках гос. задания ИПРИМ РАН (№ госрегистрации 121112200126-5).

Решение уравнений (1), (2) представим в виде

$$(w_j, u) = \sum_{i=1}^{\infty} [\varphi_{ji}(\alpha, \beta), \varphi_{3i}(z)] \sin \frac{i\omega t}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} [\psi_{ji}(\alpha, \beta), \psi_{3i}(z)] \cos \frac{i\omega t}{2}, \tag{4}$$

где $\varphi_{ij}(\alpha, \beta)$, $\varphi_{3i}(z)$, $\psi_{ij}(\alpha, \beta)$, $\psi_{3i}(z)$ — неизвестные функции (аргументы в дальнейшем опускаются).

Подставляя второй член из первой суммы (4) в (2) и решая полученное уравнение, определим функцию φ_{3i}. Ограничимся первым членом ряда $i = 1$, который определяет границы главной области неустойчивости и в большинстве случаев его достаточно для практических расчетов. В результате получим $\varphi_{3i} = C_1 \cos \lambda z + + C_2 \sin \lambda z$, где C_1, C_2 — произвольные постоянные;

$$\lambda^2 = \frac{R^2 \rho_0 \omega^2}{4E_0}. \tag{5}$$

Используя первую часть граничных условий (3), определим постоянные C_1 и C_2

$$C_1 = \varepsilon(q_1 \cos \lambda z_0 + q_2 \cos \lambda); \quad C_2 = \varepsilon(q_1 \sin \lambda z_0 + q_2 \sin \lambda); \quad \varepsilon = R/E_0 \lambda \Delta_1;$$
$$\Delta_1 = \cos \lambda \sin \lambda z_0 - \sin \lambda z_0 \cos \lambda.$$

Учитывая условие совместности перемещений оболочек и заполнителя (3), получим систему уравнений относительно неизвестных контактных усилий q_1 и q_2

$$\begin{cases} b_1 q_1 - b_2 q_2 = \varphi_{11}; \\ b_2 q_1 - b_1 q_2 = \varphi_{21}, \end{cases} \quad \text{где} \quad b_1 = \varepsilon(\cos \lambda \cos \lambda z_0 - \sin \lambda \sin \lambda z_0); \quad b_2 = \varepsilon; \tag{6}$$

Разрешая систему (6) относительно q_1, q_2 будем иметь

$$q_1 = (b_1 \varphi_{11} - b_2 \varphi_{21})/\Delta_2; \quad q_2 = (b_1 \varphi_{21} - b_2 \varphi_{11})/\Delta_2; \quad \Delta_2 = b_1^2 - b_2^2. \tag{7}$$

Подставляя (4) в (1) и используя значения (7), получим систему двух уравнений

$$\begin{cases} \left[a_{31} \nabla_1^8 + a_{11} a_{41} \dfrac{\partial^4}{\partial \alpha^4} - \dfrac{a_{71} \nabla_1^4 \omega^2}{4} + a_5 \nabla_1^4 \dfrac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + a_8 \nabla_1^4 \left(P_0 \pm \dfrac{P_1}{2}\right) \left(\dfrac{\partial^4}{\partial \beta^4} + 1\right) + \dfrac{B_1 \nabla_1^4 b_1}{\Delta_2}\right] \varphi_{11} - \\ \quad - \dfrac{B_1 \nabla_1^4 b_2}{\Delta_2} \varphi_{21} = 0, \\ \left(a_{32} \nabla_2^8 + a_{12} a_{42} \dfrac{\partial^4}{\partial \alpha^4} - \dfrac{a_{72} \nabla_2^4 \omega^2}{4} - \dfrac{B_2 \nabla_2^4 b_1}{\Delta_2}\right) \varphi_{21} + \dfrac{B_2 \nabla_2^4 b_2}{\Delta_2} \varphi_{11} = 0. \end{cases} \tag{8}$$

Решение уравнений (8) будем искать в виде

$$(\varphi_{11}, \varphi_{21}) = (D_1, D_2) \sin \gamma\alpha \cos \beta, \tag{9}$$

где $\gamma = m\pi/\alpha_0$; $\alpha_0 = L/R$; L — длина оболочек; D_1, D_2 — постоянные.

Подставив (9) в (8), получим систему двух однородных алгебраических уравнений

$$\left.\begin{aligned} q_{11} D_1 + q_{12} D_2 = 0; \\ q_{21} D_1 + q_{22} D_2 = 0, \end{aligned}\right\}$$

$$\text{где} \quad q_{11} = \frac{a_{31} \nabla_{1mn}^8}{\nabla_{1mn}^4} + \frac{a_{11} a_{41} \gamma^4}{\nabla_{1mn}^4} - \frac{a_{71} \omega^2}{4} - a_5 \gamma^2 + a_8 \left(P_0 \pm \frac{P_1}{2}\right)(1 - n^2) + \frac{B_1 b_1}{\Delta_2}; \tag{10}$$

$$q_{12} = -\frac{B_1 b_2}{\Delta_2}; \quad q_{21} = -\frac{B_2 b_2}{\Delta_2}; \; q_{22} = \frac{a_{32} \nabla_{2mn}^8}{\nabla_{2mn}^4} + \frac{a_{12} a_{42} \gamma^4}{\nabla_{2mn}^4} - \frac{a_{72} \omega^2}{4} - \frac{B_2 b_1}{\Delta_2}.$$

Приравнивая к нулю определитель системы (10), получаем характеристическое уравнение для определения частот верхней границы области неустойчивости.

Подставляя вторую сумму из (4) в (1), получим характеристическое уравнение для определения критических частот нижней границы области неустойчивости аналогичное (8), в котором неизвестные функции φ_{11}, φ_{21}, необходимо заменить на ψ_{11}, ψ_{21}, а в коэффициенте q_{11} поменять знак «−» на «+». Придавая m и n различные целочисленные величины, определяем наименьшее значение критической частоты.

Построены области неустойчивости оболочки для различных значений радиуса канала цилиндра, модуля упругости цилиндра и толщины второй оболочки.

1. *Bakulin V. N.*, *Nedbay A. Ya.* Parametric Resonance of a Three-Layer Cylindrical Composite Shell, Supported by Longitudinal Ribs and a Cylinder, Under The Action of a Time-Varying Axial Force // Doklady Physics. — 2022. — V. 67, No. 6. — P. 209–214.
2. *Bakulin V. N.*, *Nedbai A. Ya.* Dynamic Stability Of Composite Cylindrical Shell Of Linear-Variable Thickness Under The Action Pulsed External Pressure // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. — 2021. — V. 94, No. 2. — P. 525–533.
3. *Bakulin V. N.*, *Nedbay A. Ya.* The Dynamic Stability Of Three-Layered Cylindrical Shell, Reinforced Ring Ribs And Hollow Cylinder Under External Pressure Pulsing // Doklady Physics. — 2021. — V. 66, No. 6. — P. 175–181.
4. *Bakulin V. N.*, *Boitsova D. A.*, *Nedbai A. Ya.* Parametric resonance of a three-layered cylindrical composite rib-stiffened shell // Mechanics of Composite Materials. — 2021. — V. 57, No. 5. — P. 623–634.
5. *Bakulin V. N.*, *Nedbay A. Ya.*, *Shepeleva I. O.* Dynamic Stability of an Orthotropic Cylindrical Shell of Piecewise Constant Thickness under the Action of External Pulsating Pressure // Russian Aeronautics. — 2019. — V. 62(2). — P. 192–198.
6. *Соломонов Ю. С.*, *Георгиевский В. П.*, *Недбай А. Я.*, *Андрюшин В. А.* Прикладные задачи механики композитных цилиндрических оболочек. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. — 408 с.
7. *Bakulin V. N.*, *Danilkin E. V.*, *Nedbay A. Ya.* Dynamic Stability of a Cylindrical Shell Stiffened with a Cylinder and Longitudinal Diaphragms at External Pressure // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. — 2018. — V. 91, No. 2. — P. 537–543.
8. *Bakulin V. N.*, *Volkov E. N.*, *Simonov A. I.* Dynamic Stability of a Cylindrical Shell under Alternating Axial External Pressure // Russ. Aeronaut. — 2017. — V. 60, No. 4. — P. 508–513.
9. *Bakulin V. N.*, *Volkov E. N.*, *Nedbay A. Ya.* Dynamic Stability of a Cylindrical Shell Reinforced by Longitudinal Ribs and a Hollow Cylinder Under the Action of Axial Forces // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. — 2016. — V. 89, No. 3. — P. 747–753.

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ОЧАГА ДЕФОРМАЦИИ ПРИ ГОРЯЧЕМ ПОВЕРХНОСТНОМ ПЛАСТИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ ПОРОШКОВОГО ПОКРЫТИЯ*

В. В. Баринов, А. Ю. Иванников, В. П. Багмутов

ВолгГТУ, Волгоград, Россия

Горячее поверхностное пластическое деформирование порошкового покрытия, реализуемое в процессе электромеханической обработки (ЭМО), является эффективным способом повышения плотности и фиксации быстрозакаленной структуры. Традиционные подходы постобработки порошковых покрытий, для ликвидации остаточной пористости, основаны на оплавлении порошкового покрытия, что приводит к росту зерна в структуре покрытия. Следовательно, снижается комплекс

*Исследование выполнено за счет гранта РНФ (проект №22-29-01078).

эксплуатационных свойств порошкового покрытия. При электромеханической обработке обеспечиваются условия для быстрой закалки из-за интенсивного отвода выделяемого тепла от области контакта упрочняющего инструмента и порошкового покрытия в основной объем изделия. Поэтому в покрытии создаются условия для фиксации быстрозакаленной структуры, а значит обеспечивается выигрыш в комплексе его эксплуатационных свойств. Основным преимуществом горячего поверхностного пластического деформирования является ограниченный объем очага деформации, что позволяет реализовать процесс при обработке порошковых покрытий, нанесенных на изделия сложной геометрии. Информация о картине напряженно-деформированного состояния (НДС) в зоне очага деформации требуется для выбора технологического воздействия, которое обеспечивает уплотнение покрытия и залечивание остаточных пор. Кроме того, знание НДС в очаге деформации, а также картины остаточных напряжений в области за очагом деформации необходимо для феноменологического описания процесса спекания порошкового покрытия при горячем поверхностном пластическом деформировании.

В работе решается задача математического моделирования физических процессов ЭМО порошковых покрытий твердосплавным инструментом в форме тороидального ролика, катящегося по обрабатываемой поверхности (рис. 1). Ищется распределение упруго-пластических деформаций в окрестности движущейся области воздействия инструмента на покрытие с учетом изменяющихся во времени и пространстве контактных давлений и перемещений, а также электрических и температурных полей, формирующихся при пропускании через зону контакта тока большой плотности (400–1000 А/мм^2). Решение ищется методом конечных элементов на базе системы компьютерного моделирования Comsol Multiphysics.

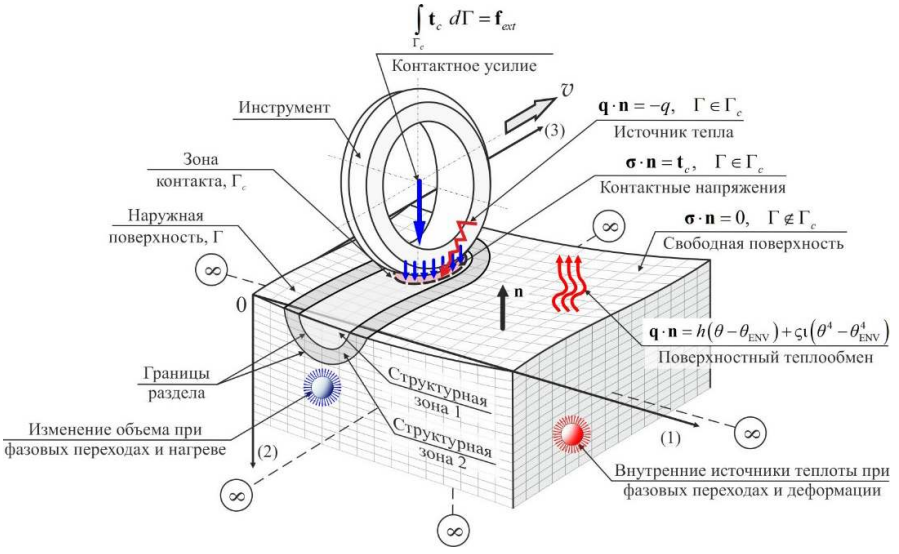


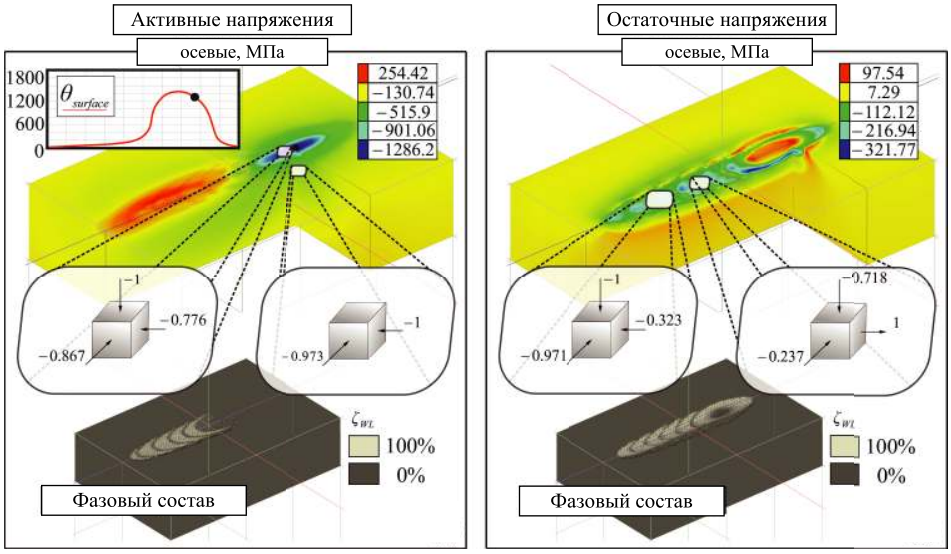
Рис. 1. Расчетная схема неоднородного тела и граничные условия при контактном температурно-силовом воздействии в ходе ЭМО

По результатам моделирования показано, что для концентрированных источников энергии характерны высокие скорости нагрева–охлаждения, градиенты температур и существеннее давление инструмента в контактной области, что приводит к возникновению значительных напряжений.

На рис. 2, *а* показаны картины активных осевых напряжений, вид напряженного состояния (НС) и нормализованные значения главных напряжений $\sigma_i/|\max(\sigma_i)|$ в характерных областях поверхностного слоя материала спустя $t = 56$ мс с начала обработки. Данному моменту времени соответствует максимальная температура в контактной области.

В области термосилового воздействия под деформирующим инструментом формируется НС близкое к трехосному сжатию с плавным переходом к двухосному сжатию на глубине 0,2 мм. Максимальные сжимающие напряжения превышают предел текучести материала, что связано со значительной величиной гидростатического давления. За пределами зоны контакта с инструментом активные напряжения определяются температурными деформациями — вблизи поверхности формируются области с чередующимися зонами одно- и двухосного растяжения (рис. 2, *а*).

На стадии нагрева металла напряжения достаточно интенсивно нарастают по абсолютной величине и достигают экстремальных значений практически одновременно с достижением температурного максимума, по мере охлаждения поверхностного слоя и удаления источника тепла активные напряжения постепенно снижаются и на этой стадии в материале начинают формироваться остаточные напряжения (рис. 2, *б*).



а *б*

Рис. 2. Расчетные картины активных (*а*) и остаточных (*б*) нормальных напряжений вдоль оси образца, соответствующей направлению подачи инструмента при поверхностном упрочнении стали ЭМО

Формирование величины и знака остаточных напряжений в приповерхностных областях происходит в соответствии с несколькими «конкурирующими» механизмами. При высоких температурах на стадии нагрева, а также на начальном этапе охлаждения определяющую роль играют термические напряжения, приводящие к появлению на поверхности материала растягивающих остаточных напряжений. При этом высокие контактные давления, возникающие в зоне взаимодействия инструмента с поверхностью, не приводят к качественному изменению поля остаточных напряжений, так как приходятся на стадию нагрева, когда материал находится в состоянии, близком к идеальной пластичности.

Для моделирования ЭМО разработана трехмерная система конечных элементов, использованная для моделирования процесса. Полученные расчетные значения НДС и картины распределения остаточных напряжений около очага деформации используются для разработки феноменологического подхода к описанию заключительной стадии спекания порошкового покрытия в условиях горячего поверхностного пластического деформирования.

КОЛЕБАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ В БЕЗГРАНИЧНОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ СРЕДЕ

***З. И. Болтаев*[1], *Н. У. Кулдашов*[2], *М. Чориев*[2], *Ш. Файзиев*[2]**

[1]*БухИТИ, Бухара, Узбекистан;* [2]*ТХТИ, Ташкент, Узбекистан*

В данной работе рассматриваются собственные колебания неоднородных механических систем, т. е. цилиндрических тел, находящихся в деформируемой вязкоупругой среде.

Колебания оболочки описываются уравнениями теории упругости. Условие непрерывности перемещений и напряжений на поверхности контакта оболочки и среди приводит к системе краевых условий при $r = R_1$

$$\|L_{ij}\|\vec{U} = \vec{P},$$

где $\vec{U}$ — вектор перемещения точек срединой поверхности оболочек причем для оболочек Кирхгора–Лява он имеет размерность равную трем ($U_1 = u$; $U_2 = v$; $U_3 = w$). Здесь кроме осевого, окружного и нормального перемещений добавляются еще углы поворота нормали к срединой поверхности в осевом и окружном направлениях; $\vec{P}$ — вектор нагрузок на оболочку, размерность которого. Тогда граничные условия будут иметь вид [1]:

$$\begin{aligned} &\text{при} \quad r = R: \quad u_\theta^{(1)} = u_\theta; \quad \sigma_{r0}^{(1)} = \sigma_{r0}; \\ &\text{при} \quad r = R - h: \quad \sigma_{r\theta}^{(1)} = 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь индекс 1 относится к оболочке.

Общее решение уравнений движения цилиндрического слоя запишем в виде

$$\begin{aligned} U_0^{(1)} &= A_1 K_1(\beta_1 r_1) + B_1 i_1(\beta_1 r_1), \quad && h_R\Omega < M_R, \\ U_0^{\text{l}} &= A_1 \frac{1}{r_1} + B_1 r_1, && h_R\Omega = M, \\ U_0^{(1)} &= A_1 K_1(\beta r_1) + B_1 i_1(\beta_1 r_1), && h_R\Omega > M_R, \end{aligned} \tag{2}$$

где $\beta_1 = \sqrt{M_R^2 - h_R^2\Omega^2}$; $J_1(z)$, $Y_1(z)$ — функции Бесселя первого и второго рода. Подставляя выражения (2) в (1) и удовлетворяя условия излучения на бесконечности, получим характеристическое уравнение

$$\det ||\alpha_{ij}|| = 0, \quad i, j = 1, 2, 3. \tag{3}$$

Элементы определителя (3) для

$$h_R\Omega < \sqrt{\frac{p_*}{\gamma_R}} M_R, \quad h_R\Omega < \sqrt{\frac{p_*}{\gamma_R}} M_R < h_R\Omega < M_R, \quad M_R < h_R\Omega$$

имеют различный вид. Например, для третьего случая

$$a_{11} = Y_1(\overline{\beta}_1); \quad a_{12} = J_1(\overline{\beta}_1); \quad a_{13} = -H_1^{(1)}(\overline{\beta}_1);$$
$$a_{21} = \overline{\beta}_1 Y_0(\overline{\beta}_1) - 2Y_1(\overline{\beta}_1); \quad a_{22} = \overline{\beta}_1 J_0(\overline{\beta}_1) - 2J_1(\overline{\beta}_1);$$
$$a_{23} = -(1/\gamma)\left[\overline{\beta} H_0^{(1)}\overline{\beta} - 2H_1^{(1)}\overline{\beta}\right]; \quad a_{31} = \overline{\beta}_1 Y_0(\overline{\beta}_1\varepsilon) - 2/\varepsilon Y_1(\overline{\beta}_1\varepsilon);$$
$$a_{32} = \overline{\beta}_1 J_0(\overline{\beta}_1\varepsilon) - 2/\varepsilon J_1(\overline{\beta}_1\varepsilon); \quad a_{31} = 0, \quad \varepsilon = 1 - h_R.$$

Теперь используем асимптотические представления функции Бесселя первого и второго рода. Тогда получаем формулы асимптотики для первой частоты собственных колебаний, соответствующие длинным волнам $R_G = 0$:

$$\Omega^2 = \frac{p_*}{(X^2 Y)(a + \sqrt{a^2 + b^2})}, \tag{4}$$
$$a = \frac{64 h_R \gamma M_R^2 + 96 - 9 h_R p_*}{128 h_R p_*}, \quad b = \frac{9(2 + h_R \gamma M_R^2)}{64 h_R p_*}.$$

Если вместо упругого массива использовать основание Винклера, тогда выражение частота принимает вид

$$\Omega^2 = \frac{(h_R\gamma + 1)M_R^2 + 2}{h_R^3 \gamma}. \tag{5}$$

Расчеты показали, что для $(1/M_R) \geq 1{,}46$ результаты, полученные по асимптотическим формулам почти совпадают с точными решениями.

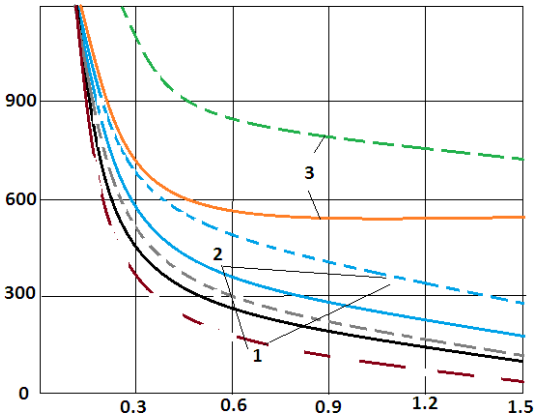


Рис. 1. Изменение ω_{R1} от $1/M_R$ для кривых 1 — $\gamma = 120$, $p_c = 5$; 2 — $\gamma = 30$, $p_c = 5$; 3 — $\gamma = 5$, $p_c = 2$

Частотное уравнение (1) решается методом Мюллера [1]. Комплексные собственные частоты, в зависимости от длины волны для различных параметров (жесткости) вязкоупругой среды, представлены на рис. 1 ($x = 0{,}01$, $A = 0{,}048$; $\beta = 0{,}05$; $\gamma = 0{,}1$; $\alpha = 0{,}1$). Непрерывной линией показаны реальные части собственных частот колебаний оболочки в упругой среде (или в инерционном массиве), пунктирной — на основании Винклера (или безынерционном), штрихпунктирной — в вакууме. Из рисунка видно, что с увеличением жесткости среды реальные части комплексной частоты приближаются к асимптотике. Как видно из рис. 1, с увеличением жесткости среды растет погрешность, особенно в области коротких волн.

Численные результаты показывают, что для первой моды движения результаты расчетов по теории оболочек и теории упругости практически совпадают, причем влияние инерционности среды на комплексные частоты колебаний особенно существенно влияют для тонких оболочек $h_R < 0{,}025$). Если инерционность среды не учитывается, то значение первой частоты завышается. На реальные и мнимые части третьей частоты инерционность среды почти не влияет.

Так, для цилиндрической оболочки толщиной $h_R < 0{,}064$ ($R_G = 0$) полученные значения реальных частей комплексных частот практически совпадают с точными. Если движение оболочки описывается уравнениями теории упругости, появляется вторая мода (кривая 2), вызванная наличием вязкоупругой окружающей среды.

1. *Вестяк А.*, *Горшков А. Г.*, *Тарлаковский Д. В.* Нестационарное взаимодействие деформируемых тел с окружающей средой // Итоги науки и техники. Механика деформируемого твердого тела. — 1983. — Т. IIV, №4. — С. 69–148.
2. *Сафаров И. И.*, *Ахмедов М. Ш.*, *Болтаев З. И.* Колебания и дифракция волн на цилиндрическом теле в вязкоупругой среде. — Lambert Academic Publishing (Germany), 2016. — 262 p.
3. *Mirsaidov M. M.*, *Sultanov T. Z.*, *Rumi D. F.* An assessment of dynamic behavior of the system «structure–Foundation» with account of wave removal of energy // Magazine of Civil Engineering. — 2013. — V. 39(4). — P. 94–105.

МЕТОДОЛОГИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОВРЕЖДЕННОСТИ ОБОРУДОВАНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ РУ ДЛЯ ОБОСНОВАНИЯ ПРОДЛЕНИЯ БЕЗОПАСНОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ

М. А. Большухин, М. Н. Ереев, А. В. Козин, В. А. Панов, С. А. Пирогов, С. Е. Фильченков

АО «ОКБМ Африкантов», Нижний Новгород, Россия

На стадии проектирования новых транспортных реакторных установок (РУ) одной из основных задач современного машиностроения является обоснование прочности конструкции их оборудования и систем. При изготовлении и монтаже каждый элемент транспортной реакторной установки приобретает индивидуальные, отличные от проектных характеристики, которые по мере выработки назначенного ресурса и срока службы начинают снижаться и это необходимо учитывать при обосновании продления безопасной эксплуатации.

Одним из преимуществ транспортных реакторных установок является компактность размещения ее элементов внутри замкнутого пространства, однако это приводит к отсутствию доступа к определяющим ресурс установки узлам. Данный доступ необходим для проведения диагностирования технического состояния данных узлов в процессе эксплуатации с использованием методов и средств неразрушающего контроля.

В связи с этим, контроль темпов деградации конструкционного материала в этих зонах можно проводить, используя только математическое моделирование. Особое внимание необходимо уделить информации о сложных явлениях и процессах, протекающих в системах установки, которую в полном объеме, возможно, получить только после анализа опыта эксплуатации, что позволяет при обосновании прочности на стадии продления назначенного ресурса учесть все нагружающие факторы.

Для построения методов и моделей по оценке выработанного и прогноза остаточного ресурса используется подход, основанный на математическом моделировании действующих процессов деградации физико-механических характеристик конструкционного материала индивидуально для каждой критической зоны оборудования и систем с использованием методов и моделей механики поврежденной среды и механики разрушения. Под механизмами деградации обычно понимают процессы накопления повреждений в материале конструктивных узлов, развивающиеся на микро- и макроуровнях вследствие эксплуатационных силовых и тепловых нагрузок, воздействия внешней среды и физических полей различной природы. Накапливающиеся в процессе эксплуатации повреждения приводят к постепенному снижению физико-механических характеристик конструкционного материала и деградации начальных предельных состояний конструктивных узлов. Процесс накопления повреждений может развиваться по различным механизмам (мало- и многоцикловая усталость, ползучесть, коррозия, радиационные повреждения и т. д.), действующим в зависимости от эксплуатационных условий одновременно или последовательно. Методы, основанные на адекватном математическом моделировании физических процессов деградации материала в опасных зонах по фактической истории их нагруженности, позволяют проводить анализ и прогноз развития поврежденности с учетом исходного состояния материала и конкретных условий эксплуатации в данной зоне. Точность метода зависит от адекватности применяемых моделей фактическому процессу деградации материала и достоверности регистрации фактической истории эксплуатации объекта, которая определяет историю нагружения контролируемых зон. Наиболее перспективным является применение метода математического моделирования процессов поврежденности в сочетании с новыми нетрадиционными физическими методами контроля состояния материала на стадии накопления рассеянных по объему материала повреждений для коррекции теоретических оценок. Такое сочетание методов, оформленное в виде системы оценки выработанного и прогноза остаточного ресурса конструктивных узлов, позволяет в процессе эксплуатации решать задачи контроля темпов деградационных процессов.

Существует большое количество механизмов, которые могут определять процессы исчерпания ресурса конкретного инженерного объекта в зависимости от условий его эксплуатации. Для конструктивных элементов РУ основными доминирующими механизмами определяющими ресурс конструктивных узлов, являются:

— малоцикловая усталость;

— многоцикловая усталость.

Зарождение и распространение макроскопической трещины является результатом последовательного действия определенного числа очень сложных с физической точки зрения процессов преобразования начальной структуры конструкционного материала, включающих зарождение, развитие и взаимодействие различных дефектов кристаллической решетки в металлах, и взаимодействие иерархических структурных составляющих различного уровня. Необратимые структурные изменения подготавливают образование и распространение макроскопической трещины и являются неотъемлемой составляющей процесса разрушения материала. Таким образом, зарождению макротрещины предшествует прогрессирующее внутреннее ослабление материала за счет развития распределенных дефектов, приводящее к ухудшению свойств материала за счет микроструктурных изменений, уменьшению прочности, жесткости, вязкости. Зарождение макроскопической трещины является окончанием стадии развития распределенных по объему материала микродефектов. Под макроскопической трещиной понимается наличие разрывности в материале,

достаточно большой на уровне гетерогенности (блоков) структуры материала и наличие которой существенно меняет макроскопическое напряженно-деформированное состояние в ее окрестности.

В зависимости от эксплуатационных условий, технологии изготовления конструкции, допускаемых размеров исходных дефектов долговечность конструкции будет определяться длительностью либо только стадии накопления распределенных дефектов, либо стадии распространения опасной макроскопической трещины, либо их совместной длительностью. При высоких требованиях к изготовлению и контролю дефектности, долговечность конструкции будет определяться, в основном, процессами накопления повреждений в опасных зонах конструктивных элементов.

Для решения конкретных проблем оценки выработанного и прогноза остаточного ресурса оборудования и систем РУ на базе моделирования развивающихся при эксплуатации процессов деградации материала анализируются условия эксплуатации конструктивных узлов конкретных типов РУ, физико-механические характеристики применяемых конструкционных материалов, обосновываются доминирующие механизмы деградации материалов, развитие которых определяет долговечность материала опасных зон конструктивных элементов установки и на этой основе разрабатываются модели деградационных процессов в зависимости от истории эксплуатации РУ.

Предложенная методология, разработанная с учетом данных опыта эксплуатации и экспериментальных исследований, позволяет расчетным путем получить достоверные результаты остаточного ресурса оборудования и трубопроводов РУ, находящихся в эксплуатации, обосновать повышение назначенных ресурсных характеристик и продление безопасной эксплуатации. Созданная методология внедрена в практику проектирования и производственный процесс АО «ОКБМ Африкантов» и успешно используется при продлении назначенных показателей действующих транспортных РУ. Разработанные методики могут быть использованы при решении задач термоциклической прочности термонапряженного оборудования РУ.

К ВОПРОСУ О ПРОЧНОСТИ ФЛАНЦЕВЫХ СОЕДИНЕНИЙ С МЕТАЛЛИЧЕСКИМИ УПЛОТНЕНИЯМИ В КОНСТРУКЦИЯХ АВИАЦИОННОЙ ТЕХНИКИ

Д. Б. Босак, О. А. Колесник, Л. И. Миронова

МАИ, Москва, Россия

Фланцевые соединения относятся к прочно-плотным разъемным соединениям сосудов, арматуры, соединительных частей и трубопроводов [1]. Фланцевые соединения широко применяются в топливной системе летательных аппаратов, в двигателях, а также пневмогидравлических системах механизмов авиационной и аэрокосмической техники.

Одной их основных задач проектирования фланцевых соединений, применяемых в авиационной технике, является обеспечение требуемой плотности соединения в условиях ограничения материало- и энергоемкости авиационных конструкций при одновременном увеличении их технико-энергетических характеристик, что достигается за счет повышения давлений рабочей среды в системе и расширением температурного диапазона [2]. Поэтому прочность и надежность фланцевых со-

единений обеспечивается надежностью изоляции рабочей среды и степенью герметичности элементов конструкции в целом. Изоляция рабочей среды достигается применением уплотнительных элементов, выполненных в виде уплотнения или уплотнительных устройств. На рис. 1 представлена простейшая конструкция фланцевого соединения и его элементов.

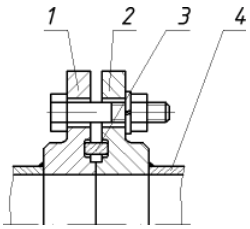


Рис. 1. Фланцевое соединение: *1*, *2* — фланец; *3* — уплотнение; *4* — трубопровод

Широкое применение в авиационной технике находят фланцевые соединения с металлическими уплотнениями различного профиля, например, в патрубках и зонах с повышенной температурой, вблизи горячего тракта двигателя и т. д. Некоторые конструкции таких соединений приведены на рис. 2.

Обеспечение прочности фланцевых соединений в совокупности зависит от многих факторов, например:

— выбора материала фланца и жесткости его конструкции (рис. 3);

— действия внешних и силовых факторов, обусловленных нагрузкой болтов после затяжки, давлением и температурой рабочей среды, а также контактными давлениями врезающих кромок уплотнения;

— степени герметичности стыка, характеризующейся параметрами герметизирующих поверхностей и сжимающими напряжениями (контактными давлениями герметизации) [2];

— относительной площади контакта и плотности межповерхностного пространства, зависящих от параметров шероховатости контактируемых поверхностей и плотности зазоров;

— геометрических параметров и физико-механических свойств уплотнительного элемента, а также качества его изготовления.

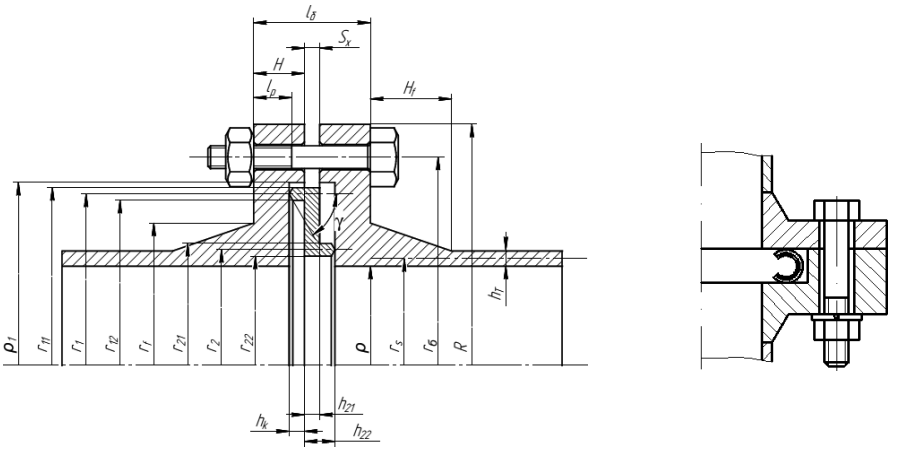
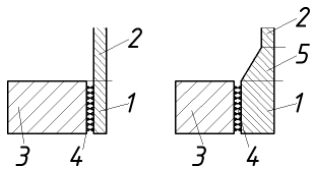


Рис. 2. Металлические уплотнительные элементы: *а* — Z-образное металлическое уплотнение; *б* — С-образное металлическое уплотнение

В рассмотрении расчетной модели, рис. 3, фланец моделируется как осесимметричная кольцевая деталь, которая также нагружена осесимметрично. Такой подход изложен в работе [3].

С целью повышения прочности фланцевых соединений и выбора оптимальных геометрических параметров конструкции, необходимо рассмотреть ряд задач, к которым отнесем задачи механики деформируемого твердого тела и массопереноса.

Для исследования упругопластического деформирования тонкостенных профилированных уплотнений в качестве модели предлагается рассмотреть оболочечный элемент переменной кривизны, нагруженный контактным давлением и давлением среды. Решение контактной задачи следует искать в условиях кососимметричного нагружения. Конечная цель решения задачи сводится к определению величины контактных давлений и ширины зоны контакта.



а *б*

Рис. 3. Расчетная модель к определению переменной жесткости фланца: *1*, *2*, *5* — цилиндрические и коническая втулки; *3* — кольцо; *4* — упругие связи

Герметизирующая способность уплотнительного стыка во многом зависит от неравномерности распределения контактного давления, параметров макро- и микрогеометрии контактирующих поверхностей. Здесь предлагается рассмотреть модель контактного взаимодействия жесткой поверхности со слоистым упругим полупространством.

1. *Волошин А. А.*, *Григорьев Г. Г.* Конструирование и расчет фланцевых соединений. — Л.: Машиностроение, 1979. — 125 с.
2. *Огар П. М.* Контактные характеристики и герметичность неподвижных стыков пневмогидротопливных систем двигателей летательных аппаратов: Автореферат дисс. ... д.т.н. — Самара, 1997.
3. *Бойков А. А.* Контактное взаимодействие металлических профилированных уплотнений с сопрягаемыми поверхностями фланцев в соединениях трубопроводов: Автореферат дисс. ... к.т.н. — Москва, 2022.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В АДТ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПОТОКА В СЛЕДЕ КРЫЛА

Н. Н. Брагин, Ю. Н. Быкова, М. Ф. Гарифуллин, Е. А. Заварзина, Д. Б. Корнеева, А. Ю. Слитинская

ЦАГИ, Жуковский, Московская обл., Россия

Экспериментальные исследования нестационарных параметров потока в следе крыла выполнены в аэродинамической трубе Т-103 ЦАГИ. С помощью многоствольного насадка ПДД-1 [1], оборудованного малогабаритными датчиками давления с короткими дренажными каналами, определялись пульсации компонент скорости, скоростного напора и углов скоса потока. В качестве объекта исследований рассмотрена масштабная модель двухдвигательного пассажирского самолета со стреловидным крылом большого удлинения. Получены нестационарные характеристики течения в полосе частот от 0 до 2 кГц непосредственно за крылом и в области горизонтального оперения (ГО) в посадочной конфигурации отклонения механизации крыла в присутствии экрана, имитирующего взлетно-посадочную полосу (ВПП). Показано влияние высоты над экраном при нескольких углах атаки $\alpha = 0, 6°, 8°$. Проведено сравнение с полученными ранее нестационарными характеристиками потока в отсутствии экрана [1]. Рассмотрено влияние углов отклонения секций тормозного щитка и интерцептора на характер течения в следе на ре-

жиме пробега по ВПП. Полученные данные могут быть использованы при анализе нестационарных нагрузок, действующих на горизонтальное оперение, необходимых при расчете бафтинговых колебаний хвостового оперения [2].

1. *Гарифуллин М. Ф.*, *Корнеева Д. Б.*, *Курилов В. Б.*, *Рябов Д. И.*, *Скоморохов С. И.*, *Слитинская А. Ю.* Пульсации потока в ближнем следе за стреловидным крылом при малых дозвуковых скоростях // Труды ЦАГИ. — 2018. — Вып. 2772. — С. 1–28.
2. *Гарифуллин М. Ф.* Определение параметров колебаний конструкции самолета при бафтинге // Ученые записки ЦАГИ. — 2021. — Т. 52, №3. — С. 75–90.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДЕФОРМАЦИИ И РАЗРУШЕНИЯ ОБРАЗЦОВ ПЛЕНОК ДИСПЕРСНО-АРМИРОВАННЫХ ПОЛИМЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДОМ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ*

Н. А. Булычев, В. В. Бодрышев, С. А. Колесник

МАИ, Москва, Россия

В настоящей работе цифровой метод обработки фотографий был использован для исследования микроструктуры и поверхности тонких пленок из дисперсно-армированных полимерных композиционных материалов по критерию интенсивности изображения в процессе механической деформации и разрушения. Сопоставлены количественные параметры интенсивности изображения со структурой материала, шероховатости поверхности до и после разрушения образцов и проведен многофакторный анализ с оценкой геометрических размеров и формы элементов структуры.

Такие задачи актуальны при исследовании процессов деформации и разрушения широкого спектра структурно-неоднородных материалов (металлов, керамики, композитов и т. п.). Конечным результатом такого метода являются рассчитанные значения параметров деформации. При обработке экспериментальных данных возникает задача учета различного качества поверхности изделий, их различных геометрических форм, вида нагружения и т. п. Важно оценивать воздействие этих факторов на напряженно-деформированное состояние конструкций.

В результате проведенных исследований были сделаны оценки механизма разрушения образцов полимерных материалов с дисперсными включениями наночастиц на основе анализа фотоизображения по параметру интенсивности изображения с привлечением многофакторного анализа связи между интенсивностью изображения, шероховатостью поверхности, расчетных методов анализа напряженно-деформированного состояния и выявлением геометрии площади (объема) деформации при различных условиях эксплуатации.

Исследование деформации материала в зоне разрушения потребовало исследовать «рельеф» поверхности с использованием замера шероховатости в заданных сечениях. Сила растяжения определяет зону деформации. Поэтому точное определение площади (объема) деформации является прямым фактором, характеризующим данные силового воздействия на образец. Из полученных данных видно, что деформация поверхности в зоне разрушения определяется эффектом самого разрушения и в меньшей степени зависит от шероховатости поверхности первоначального образца.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект №23-19-00540).

В результате проведенных исследований показано, что обработка изображения с фотографий образцов позволяет оценить механизм их поведения в условиях нагружения. Разработан метод интерпретации фотоизображений участков деформируемого материала и показано, что можно определить площадь деформированных участков материала, возникшие в них физико-механические напряжения, а также влияние гетерогенных включений на изменение прочности образцов.

АТОМНАЯ СИЛОВАЯ МИКРОСКОПИЯ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИТОВ НА ОСНОВЕ ПОЛИСУЛЬФОНА С НАПОЛНИТЕЛЕМ ДИОКСИД КРЕМНИЯ*

***Х. Х. Валиев*[1], *Ю. В. Корнев*[1], *Е. А. Павлючкова*[2], *А. Н. Власов*[1], *Ю. Н. Карнет*[1]**

[1]*ИПриМ РАН, Москва, Россия;* [2]*ИНХС РАН, Москва, Россия*

Полимерные композиционные материалы на основе полисульфонов и дисперсных наполнителей обладают уникальным сочетанием свойств: высокими физико-механическими характеристиками, низкой диэлектрической проницаемостью, теплостойкостью, а также химической стойкостью практически ко всем известным растворителям [1]. Эти изделия широко используются для работы в экстремальных условиях. Разработка таких отечественных композитов с высоким уровнем технологических, прочностных и теплофизических характеристик представляет актуальную задачу, решение которой позволит создать инновационную продукцию и заменить импортные аналоги. В данной работе синтезированы новые композиты полисульфонов ПСФ-150 с дисперсными наполнителями коллоидной кремнекислоты марки Аэросил А-200. Структура поверхности этих композитов исследована с помощью атомно-силовой микроскопии. Результаты исследования позволяют провести корреляцию с механическими свойствами данного класса материалов.

В работе были синтезированы новые композиты полисульфонов ПСФ-150 с высокодисперсными наполнителями коллоидной кремнекислоты марки Аэросил А-200 различного объемного диапазона концентраций: $\Phi = 0{,}55\%$; $\Phi = 2{,}2\%$; $\Phi = 4{,}4\%$; $\Phi = 6{,}1\%$; $\Phi = 8{,}8\%$. Предельная степень наполнения полученных полимерных композитов рассчитывалась согласно работе [2].

Структуры поверхности синтезированных композитов изучались на атомно-силовом микроскопе АСМ EasyScan (Nanosurf, Швейцария). Микроскоп работал в полуконтактном режиме на воздухе при комнатной температуре с дополнительным использованием моды фазового контраста. При этом применялась защита АСМ от внешних возбуждений с помощью динамического антивибрационного столика TS-150 (Fabrik am Weiher, Швейцария). На рис. 1 представлены АСМ снимки поверхности композита с концентрацией частиц наполнителя $\Phi = 6{,}1\%$. Обработка полученных снимков проводилась с помощью алгоритмов программы SPIP. Светлые области — агломераты наполнителя на снимках топографии АСМ и на снимках фазового контраста темные области размерами порядка 300–500 нм визуализированы на фоне структуры поверхности полимерной матрицы полисульфона. Снимки АСМ на рис. 1 показывают структуру наполнителя, образовавшейся в матрице полимера. Были даны оценки параметров структуры — получены минимальные, максимальные и средние значения размеров включений, получены

*Работа выполнена в рамках Государственной программы исследований Института прикладной механики РАН (ИПРИМ РАН).

кривые распределения частиц наполнителя по размерам. Подобные результаты были получены для образцов с различной степенью объемного наполнения от $\Phi = 0{,}55\%$ до $\Phi = 8{,}8\%$. Результаты исследования на измерительном комплексе NanoTest 600 методом наноиндентирования установили увеличение приведенного модуля упругости, твердости и относительного гистерезиса с ростом степени наполнения.

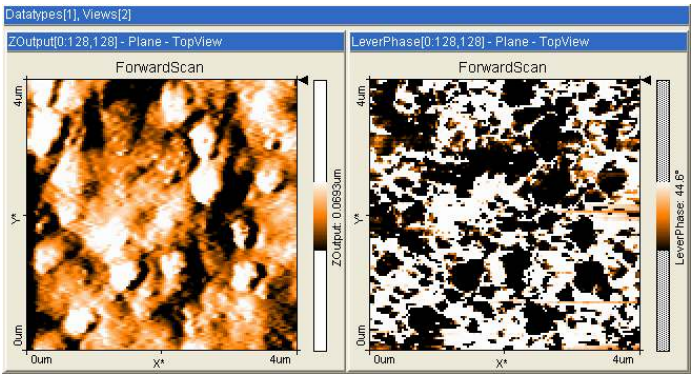


Рис. 1. АСМ-снимки структуры поверхности полисульфонового композита с концентрацией наполнителя $\Phi = 6{,}1\%$ (слева — топография, справа — фазовый контраст). Сканы 4×4 мкм

Благодаря использованию АСМ получены количественные параметры структуры поверхности синтезированных композитов. Установлено, что размеры включений наполнителя аэросила А-200 в матрице полисульфона составляют менее 1 мкм. Значения среднего размера включений составляют порядка 100–500 нм и несколько уменьшаются с ростом степени наполнения композитов. Максимальный размер включений и максимальные расстояния между включениями отмечались в образцах с минимальной степенью наполнения. С ростом степени наполнения определено увеличение приведенного модуля упругости, твердости и относительного гистерезиса.

1. *Зенитова Л. А.*, *Штейнберг Е. М.* Полисульфон как функциональный полимерный материал и его производство // Международный научно-исследовательский журнал. — 2012. — Т. 6, №6. — С. 23–28.
2. *Симонов–Емельянов И. Д.*, *Харламова К. И.*, *Дергунова Е. Р.* Маслоемкость дисперсных порошков и определение максимального содержания наполнителей в полимерных композиционных материалах // Клеи. Герметики. Технологии. — 2022. — Т. 3. — С. 18–24.

ОСНОВЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ И ПРОГРАММ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Ю. И. Виноградов

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Элементы тонкостенных конструкций, например, летательных аппаратов моделируют, как правило, в виде оболочек классических форм (цилиндрических, конических, сферических, торовых) и пластинами. Математические модели деформирования таких элементов известны. Это, как правило, дифференциальные

уравнения с частными производными, как часто говорят, в перемещениях. В общем случае аналитических решений (решений на ЭВМ с контролируемой погрешностью) дифференциальных уравнений с частными производными в литературе нет. Аналитические решения краевых задач для тонкостенных элементов известны, если в уравнениях удается разделить переменные (например, методом Фурье) и решение задачи механики деформирования сводится к решению обыкновенных дифференциальных уравнений. Однако такой подход не позволяет аналитически решать задачи строительной механики тонкостенных конструкций.

Если использовать математическую модель механики деформирования тонкостенного конечного элемента в виде дифференциальных уравнений с частными производными, то искать их решение с постоянными интегрирования и определять условия сопряжения элементов не перспективно. При этом будет необходимо формулировать условия, а затем определять большое число постоянных интегрирования.

Известен метод декомпозиции решения уравнений и краевых задач [1]. Метод позволяет систему дифференциальных уравнений с частными производными механики деформирования конечного элемента теории оболочек привести к системе обыкновенных дифференциальных уравнений по координатам и их алгебраической связи в точке пересечения. Очевидно, что такой сеткой решений можно покрыть весь конечный элемент.

А. Н. Крылов, используя метод Коши решения обыкновенных дифференциальных уравнений, удовлетворяющего произвольным начальным условиям, построил алгоритм для расчета балки, лежащей на упругом основании. Автору удалось получить формулы аналитического решения обыкновенных дифференциальных уравнений, удовлетворяющих произвольным начальным условиям, и частных решений, соответствующих правым частям теории оболочек в матричной форме, удобной для счета на ЭВМ [2].

Метод декомпозиции дифференциальных уравнений с частными производными и аналитическое решение обыкновенных дифференциальных уравнений на тонкостенных элементах, удовлетворяющих произвольным начальным условиям, позволяют установить связь состояний краевых сечений тонкостенного конечного элемента. По существу определяется аналитическое решение на конечном элементе.

Сопряжением тонкостенных конечных элементов по граням в точках, решение краевой задачи строительной механики сводится к решению системы алгебраических уравнений с учетом краевых условий, т. е. к методу конечных элементов аналитического решения задач строительной механики тонкостенных конструкций. При этом устраняется необходимость определять постоянные интегрирования и, главным образом, контролировать погрешность анализа напряженно деформированного состояния тонкостенной конструкции.

Предлагаемый метод тестировался решением задач деформирования цилиндрического конечного элемента [3] и элемента пологой оболочки [4]. Погрешность решения задачи определялась изменением сетки для декомпозиции дифференциальных уравнений на конечном элементе и сравнением с аналитическим решением с использованием метода Фурье разделения переменных и аналитическим решением обыкновенных дифференциальных уравнений для цилиндрического элемента и сравнением значений искомых величин с уплотнением сетки для декомпозиции на элементе пологой оболочки. Результаты показывают возможность построения аналитического метода конечных элементов и, следовательно, отказаться от импортных коммерческих программ для решения задач строительной механики тонкостенных конструкций и предложить отечественные конкурентно превосходящие методы с использованием ЭВМ.

1. *Пшеничнов Г. И.* Метод декомпозиции решения уравнений и краевых задач // ДАН. — 1984. — С. 792–794.
2. *Vinogradov Yi. I.*, *Molchanov D. B.*, *Bakulin V. N.* Analytical matrix Solution soflinear ordinary differential equations with constant coefficients // J. Phys.: Conf. Ser. — 2019. — V. 1392. — 012077.
3. *Виноградов Ю. И.*, *Молчанов Д. Б.* Основы модифицированного метода конечных элементов решения краевых задач строительной механики тонкостенных конструкций // Известия РАН. ПММ. — 2018. — №4. — С. 498–517.
4. *Виноградов Ю. И.* Механика деформирования пологой оболочки // Известия РАН. МТТ. — 2022. — №3. — С. 141–152.

МЕТОД АНАЛИЗА СТАТИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ КОНСТРУКТИВНО-АНИЗОТРОПНЫХ КОМПОЗИТНЫХ ПАНЕЛЕЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ С УЧЕТОМ ДЕФОРМАЦИИ ПОПЕРЕЧНОГО СДВИГА НА ОСНОВЕ УТОЧНЕННОЙ ТЕОРИИ*

Л. М. Гавва, В. В. Фирсанов

МАИ, Москва, Россия

Повышение весовой эффективности планера за счет использования структурных резервов в композитных авиационных конструкциях способствует снижению затрат на разработку и эксплуатацию современных образцов авиационной техники. Широкое распространение конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов в самолетостроении приводит к необходимости развития уточненных методов для оценки напряженно-деформированного состояния на этапе проектирования. Необходимо строгое моделирование напряженно-деформированного состояния и прочности реальных конструкций, находящихся в реальных условиях нагружения, применительно к корневой части крыла. Новые расчетные модели в уточненной постановке составляют основу процессов проектирования и оптимизации.

Рассматриваются статические задачи для плоской прямоугольной многослойной панели средней и большой толщины из полимерных композиционных материалов, обладающей анизотропией вследствие несимметричной укладки слоев пакета. Панели находятся под действием распределенной поперечной нагрузки. Условия закрепления граничных кромок произвольны и соответствуют реальным условиям закрепления панели в составе проектируемой конструкции.

Цель работы — постановка задач статики, моделирование напряженно-деформированного состояния и исследование статической прочности конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов с учетом деформации поперечного сдвига, а также разработка аналитических подходов к решению краевых задач в рамках нового разрешающего дифференциального уравнения в частных производных десятого порядка (1). Линейный дифференциальный оператор уравнения содержит производные четного порядка по каждой из координат, если структура композитной панели ортотропна. Постоянные коэффициенты уравнения определяются геометрией панели и упругими характеристиками материала конструкции.

*Работа подготовлена в рамках реализации Программы создания и развития научного центра мирового уровня «Сверхзвук» на 2020–2025 годы при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение от 20 апреля 2022 г. №075-15-2022-309).

Модули сдвига полимерного композита в вертикальных плоскостях $x0z$ и $y0z$ одинаковы.

Разрешающее уравнение десятого порядка построено методом символического интегрирования системы пяти дифференциальных уравнений равновесия панели в рамках уточненной модели с учетом деформаций поперечного сдвига в плоскостях $x0z$ и $y0z$, которыми пренебрегают при расчете тонкостенных обшивок:

$$\left\{K_{10,0}\frac{\partial^{10}}{\partial x^{10}} + K_{8,2}\frac{\partial^{10}}{\partial x^{8}\partial y^{2}} + K_{6,4}\frac{\partial^{10}}{\partial x^{6}\partial y^{4}} + K_{4,6}\frac{\partial^{10}}{\partial x^{4}\partial y^{6}} + K_{2,8}\frac{\partial^{10}}{\partial x^{2}\partial y^{8}} + K_{0,10}\frac{\partial^{10}}{\partial y^{10}} + \right.$$
$$+ K_{8,0}\frac{\partial^{8}}{\partial x^{8}} + K_{6,2}\frac{\partial^{8}}{\partial x^{6}\partial y^{2}} + K_{4,4}\frac{\partial^{8}}{\partial x^{4}\partial y^{4}} + K_{2,6}\frac{\partial^{8}}{\partial x^{2}\partial y^{6}} + K_{0,8}\frac{\partial^{8}}{\partial y^{8}} +$$
$$\left. + K_{6,0}\frac{\partial^{6}}{\partial x^{6}} + K_{4,2}\frac{\partial^{6}}{\partial x^{4}\partial y^{2}} + K_{2,4}\frac{\partial^{6}}{\partial x^{2}\partial y^{4}} + K_{6,0}\frac{\partial^{6}}{\partial y^{6}}\right\}\Phi(x,y) = q. \quad (1)$$

Решение краевых задач в замкнутом виде выполнено в одинарных тригонометрических рядах для частного случая согласованных граничных условий по двум противоположным кромкам. Краевые условия на торцах соответствуют достаточно общей трактовке физических граничных условий элементов конструкции.

Для оценки послойных эквивалентных напряжений и запасов прочности конструктивно-анизотропных панелей средней и большой толщины с учетом деформаций поперечного сдвига используется критерий Гольденблата–Копнова в трех координатных плоскостях, связанных со слоем.

В операционной среде MATLAB разработан пакет прикладных программ. Проанализированы послойные эквивалентные напряжения и запасы прочности в углепластиковых обшивках вблизи корневого сечения крыла.

Постановка задач исследования напряженно-деформированного состояния и предлагаемые подходы к решению являются новыми разработками, отличаются от известных моделей [1], ранее предложенных моделей [2] и представляют интерес с точки зрения практики проектирования панелей из современных композиционных материалов для перспективных изделий авиационной техники.

1. *Reddy J. N.* Mechanics of laminated composite plates and shells: Theory and Analysis. — London, NY, Washington, D.C.: CRC Press, 2004. — 855 p.
2. *Гавва Л. М.*, *Фирсанов В. В.* Математические модели и методы расчета напряженно-деформированного состояния панелей летательных аппаратов из композиционных материалов с учетом технологии изготовления // Известия РАН. МТТ. — 2020. — №3. — С. 122–133;
Gavva L. M., *Firsanov V. V.* Mathematical Models and Methods for Calculating the Stress-Strain State of Aircraft Panels from Composite Materials Taking into Account the Production Technology // Mechanics of Solids (Springer). — 2020. — No. 3. — P. 603–612.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КИРША С ЦЕНТРАЛЬНЫМ КРУГОВЫМ ОТВЕРСТИЕМ ПРОИЗВОЛЬНОГО РАДИУСА НА ОСНОВЕ МКЭ

Г. А. Геворкян

ИМ НАН РА, Ереван, Армения

Предлагаются итоги численного моделирования задачи Кирша с центральным круговым отверстием произвольного радиуса на основе метода конечных элементов. Результаты моделирования выступают свидетельством эффективности прило-

жения метода конечных элементов к численному решению широкого многообразия плоских задач теории упругости в их наиболее общей трактовке.

Введение. Известно, что аналитическое решение задачи о равномерном одноосном растяжении тонкой прямоугольной пластинки с малым центральным отверстием было впервые сформулировано в 1898 г. Киршем, вследствие чего эта задача часто стала называться его именем [2]. Естественно, что при наличии аналитического решения не представляет труда дать адекватную оценку точности численного моделирования одноименной задачи посредством МКЭ, что находит отражение в классической литературе по МКЭ [1].

Однако, как помнится [2], задача об одноосном растяжении тонкой прямоугольной пластинки в предположении ослабляющего отверстия произвольного радиуса предусматривает решение в более общей ее постановке. Впервые аналитическое решение обобщенной задачи привел в 1930 г. Хауленд [2], что внесло существенные искажения в общепризнанную картину напряженного состояния вблизи концентратора задачи Кирша. Между тем последняя обобщенная трактовка задачи Кирша, будучи малоизвестной модификацией среди прикладников-механиков, должным образом не обсуждается в специальной литературе по МКЭ. Настоящая работа преследует целью загладить этот пробел.

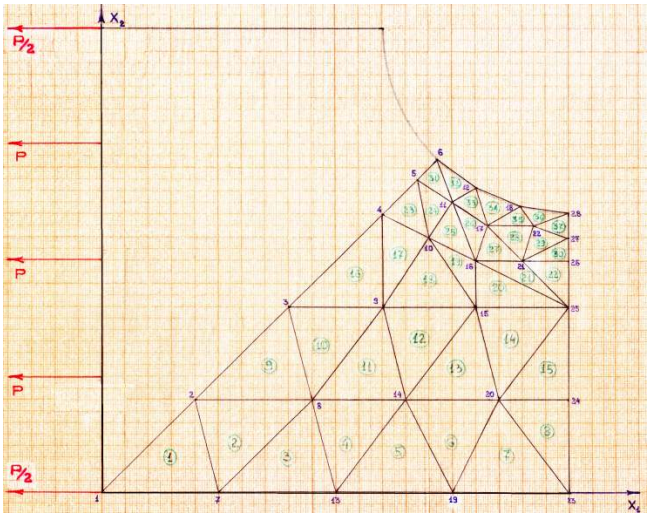


Рис. 1. Схема разбиения подобласти пластинки на конечные элементы

Функции упругих перемещений узлов элемента плоской задачи МКЭ. Рассмотрим тонкую пластину, находящуюся в условиях *обобщенного плоского напряженного состояния* [1, 2]. Пластина мысленно разбивается на треугольные конечные элементы, после чего выделяется один из них с узлами l, m, n.

Перемещения каждого узла конечного элемента lmn, например l, имеют две компоненты:

$$\{\mathbf{U}_i^l\} = \begin{Bmatrix} U_1^l \\ U_2^l \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U^l \\ V^l \end{Bmatrix}, \tag{1}$$

откуда следует, что вектор узловых перемещений элемента определяется шестимерным вектор-столбцом [2]:

$$\{\mathbf{U}\} = \{\mathbf{U}_i^l, \mathbf{U}_i^m, \mathbf{U}_i^n\}^T, \quad i = 1, 2. \tag{2}$$

Численная реализация задачи Кирша на основе плоской задачи МКЭ. В монографии [1] проведен сравнительный анализ аналитического и численного решений задачи Кирша на основе МКЭ для случая отверстия малого радиуса.Ниже предлагаются результаты численной реализации задачи Кирша на базе плоской задачи МКЭ для отверстия радиуса, сопоставимого с размерами пластины, т. е. при $r = 0{,}2l = 0{,}2b$, где l — длина и b — ширина пластины (рис. 1) [4], принимая во внимание следующие характеристики пластины: $l = b = 200 \cdot 10^{-3}$ м, $h = 2 \cdot 10^{-3}$ м и силы $P = 20 \cdot 10^3$ Н.

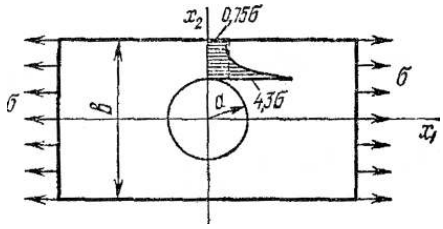


Рис. 2. Эпюра напряжений, генерированная для отверстия большого радиуса

В элементе №36 на рис. 2 расчетное напряжение по направлению оси x_1 равно $\sigma_{x_1}^{36} = 1{,}67$ ГПа, тогда как его аналитическое значение $\sigma_{x_1}^{an} = 1{,}72$ ГПа [2] (рис. 2), что соответствует относительной ошибке вычисления напряжений в зоне концентратора: $\delta \approx 2{,}7\%$. Алгоритмическая реализация расчетного кода осуществлена на языке Turbo Pascal.

Заключение. В предложенном материале приводится численное решение задачи Кирша с центральным отверстием произвольного радиуса на основе плоской задачи МКЭ. Анализ напряженного состояния вблизи концентратора пластинки свидетельствует о высокой точности моделирования задачи Кирша в ее обобщенной постановке.

1. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике. — М.: Мир, 1975.
2. *Демидов С. П.* Теория упругости. — М.: Высшая школа, 1979.
3. *Тимошенко С. П.*, *Гудьер Дж.* Теория упругости. — М.: Наука, 1975.
4. *Геворкян Г. А.* Тривиальный метод конечных элементов. — Saarbrucken (Germany): LAP Lambert Academic Publishing, 2016.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРОБИТИЯ АЛЮМИНИЕВЫХ ПРЕГРАД СТАЛЬНЫМИ СФЕРИЧЕСКИМИ УДАРНИКАМИ*

В. П. Глазырин, М. Ю. Орлов, Т. В. Фазылов

ТГУ, Томск, Россия

Существующие требования к материалам современных конструкций и устройств, работающих в экстремальных условиях, приводят к необходимости проведения комплексных теоретических и экспериментальных исследований по углублению фундаментальных знаний о механике и физике быстропротекающих процессов. Особая роль при этом отводится методам математического моделирования поведения пластин при их пробитии различными ударниками [1–4]. Актуальность решения обозначенной проблемы развития моделей и методов пространственного компьютерного моделирования перспективных материалов при механических воздействиях в широком диапазоне скоростей деформации обусловлена потребностями быстроразвивающихся авиационных и космических технологий [5–9].

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №23-29-00257, https://rscf.ru/project/23-29-00257.

В настоящей работе решена задача определения напряженно-деформированного и термодинамического состояния рассматриваемых тел в течение всего времени процесса взаимодействия с учетом сжимаемости, упругопластического, ударноволнового характера деформирования и механизмов разрушения [2, 4, 7]. Численное решение поставленной краевой задачи проводится в двумерной постановке для осевой симметрии лагранжевым методом Джонсона, обобщенным на случай больших деформаций и разрушения материала на фрагменты посредством введения в расчетную часть модели механизмов расщепления расчетных узлов и разрушения расчетных элементов. Полагается, что, если в каком-либо узле выполняется один из критериев разрушения, то данный узел расщепляется по прямой, лежащей в плоскости, либо главной площадки, либо максимальных касательных напряжений.

Начальные условия в многоконтактных задачах импульсного нагружения твердых тел для невозмущенного состояния предполагают в расчетной области равенство нулю компонент напряжений, давления и внутренней энергии. Граничные условия на контактных поверхностях задаются таким образом, что допускается их скольжение без трения, либо слипание. При помощи программного комплекса, разработанного на основе вышеизложенных представлений, определено напряженно-деформированное состояние рассматриваемых тел в течение всего времени процесса. Получены зависимости запреградной скорости ударника от начальной скорости, а также рассчитаны значения баллистического предела или предельной скорости пробития конкретной преграды. Результаты численного моделирования сравнивались с экспериментальными результатами. Расхождения не превышали 7%.

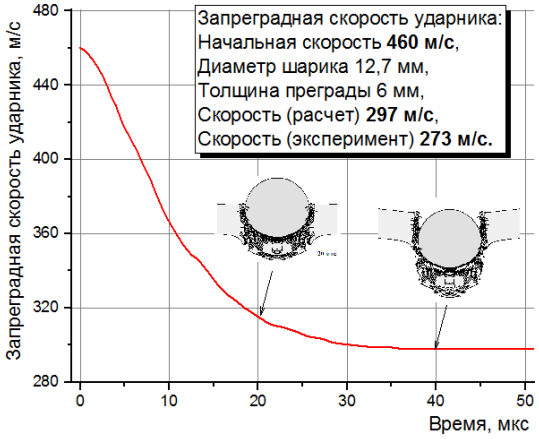


Рис. 1. Рассчитанная зависимость скорости центра масс ударника от времени. Рассчитанные конфигурации ударник–мишень

Эксперименты проводились на баллистическом стенде НИИ ПММ ТГУ. Скорость ударников изменялась в пределах от 200 до 850 м/с. Регистрация скорости метаемых элементов осуществлялась с помощью индукционного измерителя скорости (ИИС), закрепленного на дульном срезе баллистической установки. Катушки ИИС запитываются соответствующим блоком пространственно-временного преобразователя (ПВП). Полученные сигналы усиливаются и в качестве меток времени подаются на измеритель времени Ч3-34. Кроме того, ПВП по вводимому расстоянию до плоскости регистрации формирует синхроимпульс для запуска аппаратуры с учетом реальной скорости прохождения ударником базового расстояния ИИС. Регистрирующие приборы запускаются с помощью многоканального гене-

ратора задержанных импульсов, который также срабатывает от синхроимпульса ПВП. Точность метода регистрации индукционным измерителем скорости метания проверялась с помощью рам-мишеней и посредством локализации ударника в двух точках траектории импульсными рентгеновскими аппаратами. Результаты проверки показали, что ошибка измерения скорости ударника не превышает 0,2 процента.

На рис. 1 представлены рассчитанная зависимость скорости центра масс ударника от времени, рассчитанные конфигурации ударник–мишень. Использование созданного программного комплекса позволило установить степень влияния изменения прочностных характеристик на баллистический предел данной преграды.

1. *Глазырин В. П.*, *Орлов М. Ю.*, *Орлова Ю. Н.*, *Фазылов Т. В.* Моделирование процесса пробития ледянных преград ударником с закругленной головной частью // Материалы XXII Международной конференции по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021), 4–13 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 191–192.
2. Высокоскоростной удар. Моделирование и эксперимент / Под ред. А. В. Герасимова. — Томск: Изд-во НТЛ, 2016. — 568 с.
3. *Краус Е. И.*, *Фомин В. М.*, *Шабалин И. И.* Моделирование процессов пробития преград // Вестник академии военных наук. — 2014. — №4(49). — С. 82–86.
4. *Глазырин В. П.*, *Орлов Ю. Н.* Анализ динамики пробития преград компактными ударниками // Международный научно-исследовательский журнал. — 2015. — №11(42) Часть 3. — С. 12—15.
5. *Rosenberg Z.*, *Kositski R.*, *Dekel E.* On the perforation of aluminium plates by 7.62 mm APM2 projectiles // Int. J. Impact Eng. — 2016. — V. 97. — P. 79–86.
6. *Masri R*, *Durban D.* Ballistic limit predictions for perforation of aluminium armour plates by rigid nose-pointed projectiles // Int. J. Impact Eng. — 2019. — V. 131. — P. 291–303.
7. *Orlov M.*, *Glazyrin V.*, *Orlova Yu. N.* The research of destruction of functionally-graded materials subjected to impact loading // EPJ Web of Conferences. — 2021. — V. 250. — 02025. — DOI: 10.1051/epjconf/202125002025.
8. *Orlov M.*, *Orlova Yu. N.* Deep penetration of low velocity metal penetrators into ice // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science (IF1.762), Pub Date: 2021-08-26. — DOI: 10.1177/09544062211031605.
9. *Ben-Dor G.*, *Dubinsky A.*, *Tov E.* New results on ballistic performance of multilayered metal shields: review // Theor. Appl. Fract. Mech. — 2017. — V. 88. — P. 1–8.

РАСЧЕТ ДИНАМИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИХ СРЕДАХ*

***В. И. Голубев*[1,2], *И. С. Никитин*[1], *И. Б. Петров*[2]**

[1]*ИАП РАН, Москва, Россия;* [2]*МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия*

В работе исследуется процесс нагружения деформируемой среды, которая за пределом упругости проявляет вязкие свойства. Ее динамическое поведение описывается упруговязкопластической моделью [1]. Отличием данной модели является наличие в гиперболической определяющей системе дифференциальных уравнений сильно нелинейных свободных членов с характерным, возможно, малым временем релаксации τ в знаменателе. Данный факт не позволяет напрямую применять широко используемые конечно-разностные, конечно-элементные и конечно-объемные явные расчетные схемы для ее численного решения. Целью настоящей работы было

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №19-71-10060, https://rscf.ru/project/19-71-10060/.

построение вычислительного алгоритма, использующего неявную аппроксимацию уравнений на девиаторы скоростей вязкопластических деформаций, что обеспечивает возможность использования обычных курантовских шагов по времени.

В декартовой прямоугольной системе координат x_i $(i=1,2,3)$ система уравнений изотропной упруговязкопластической среды при малых деформациях имеет вид [2]:

$$\rho\frac{\partial v_i}{\partial t}=\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j},$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t}=\left(\lambda+\frac{2}{3}\mu\right)\frac{\partial v_k}{\partial x_k},$$

$$\frac{\partial s_{ij}}{\partial t}=2\mu e'_{ij}-2\mu\frac{s_{ij}}{\sqrt{s_{kl}s_{kl}}}\left\langle F\left(\frac{\sqrt{s_{kl}s_{kl}}}{\sigma_s}-1\right)\right\rangle\Big/\tau,$$

$$e_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j}+\frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right),\quad e'_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j}+\frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right)-\frac{1}{3}\frac{\partial v_k}{\partial x_k}\delta_{ij},$$

$$s_{ij}=\sigma_{ij}-\sigma\delta_{ij},\quad \sigma=\sigma_{kk}/3,\quad i,j=1,2,3,$$

v_i — компоненты вектора скорости, σ_{ij} — компоненты тензора напряжений, s_{ij} — компоненты девиатора напряжений, σ — среднее напряжение, e_{ij} — компоненты тензора скорости деформации, e'_{ij} — компоненты девиатора скорости деформации, $\sqrt{s_{kl}s_{kl}}$ — второй инвариант девиатора напряжений, σ_s — предел текучести, $F(x)$ — нелинейная функция вязкости, описывающая скоростное упрочнение, $F\geq 0$, $F(0)=0$, $\langle F\rangle = FH(f)$, $H(x)$ — функция Хэвисайда, τ — характерное время релаксации компонент девиатора напряжений на поверхность текучести, ρ — плотность среды, λ и μ — модули упругости Ламе. Поповторяющимся индексам происходит суммирование.

Будем использовать аппроксимацию второго порядка по времени для уравнения на девиаторы скоростей вязкопластических деформаций:

$$\frac{s_{ij}^{n+1}-s_{ij}^{n}}{\Delta t}=2\mu\frac{\left(e_{ij}^{/n+1}+e_{ij}^{/n}\right)}{2}-$$
$$-\frac{2\mu}{\tau}\left(\frac{s_{ij}^{n+1}}{\sqrt{s_{kl}^{n+1}s_{kl}^{n+1}}}\left\langle F\left(\frac{\sqrt{s_{kl}^{n+1}s_{kl}^{n+1}}}{\sigma_s}-1\right)\right\rangle+\frac{s_{ij}^{n}}{\sqrt{s_{kl}^{n}s_{kl}^{n}}}\left\langle F\left(\frac{\sqrt{s_{kl}^{n}s_{kl}^{n}}}{\sigma_s}-1\right)\right\rangle\right)\Big/2.$$

Индексами $n+1$ и n помечены значения искомых величин на верхнем и нижнем слоях разбиения по времени, Δt — шаг по времени. Полученная при таком подходе нелинейная система уравнений на значения $\overline{s}_{ij}^{n+1}$ допускает явное разрешение, например, для линейной функции вязкости. В случае, если используется степенная зависимость, возможно проведение разложения по степеням малого параметра, что также позволяет построить явный расчетный алгоритм. Особо отметим тот факт, что при стремлении времени релаксации к нулю возможно снять особенность с расчетной формулы для произвольного вязкостного закона, что приведет к корректировочному выражению

$$\widetilde{s}_{ij}^{n+1}=\overline{s}_{ije}^{n+1}-\frac{\overline{s}_{ij}^{n}}{\sqrt{\overline{s}_{kl}^{n}\overline{s}_{kl}^{n}}}\left\langle\sqrt{\widetilde{s}_{kl}^{n}\widetilde{s}_{kl}^{n}}-\sqrt{\overline{s}_{kl}^{n}\overline{s}_{kl}^{n}}\right\rangle,\quad \overline{s}_{ij}^{n+1}=\frac{\widetilde{s}_{ij}^{n+1}}{\widetilde{S}}.$$

Для оценки точности расчета по построенному вычислительному алгоритму было проведено компьютерное моделирование процесса мгновенного нагружения изотропного упруговязкопластического полупространства нормальной нагрузкой, превышающей предел текучести описываемой среды. Использовались следующие

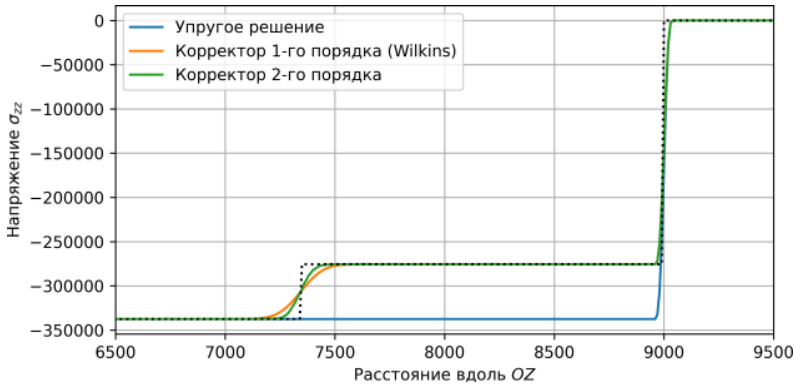


Рис. 1. Распределении напряжений в упруговязкопластическом пространстве в фиксированный момент времени

параметры: плотность 2500 кг/м^3, скорость продольных волн 4500 м/с, скорость поперечных волн 2250 м/с, предел текучести 112500 Па. Известно аналитическое решение данной задачи [3]. Оно состоит из упругого предвестника, распространяющегося со скоростью продольной волны, и пластической волны, распространяющейся с меньшей скоростью. Между этими двумя разрывами решения устанавливается область постоянных напряжений. Результаты расчетов по схеме первого порядка [4] и по предложенному алгоритму представлены на рис. 1. Его анализ свидетельствует о том, что размазывание фронта упругого предвестника одинаково при использовании обеих схем и совпадает с решением упругой задачи. Однако, использование предложенной схемы второго порядка аппроксимации позволяет точнее разрешить фронт пластической волны.

Дальнейшим направлением развития видится применение представленных разработок для решения трехмерных полноволновых задач упруговязкопластических сред.

1. *Malvern L. E.* The propagation of longitudinal waves of plastic deformations in a bar of material exhibiting a strain-rate effect // J. Appl. Mech. — 1951. — V. 18.
2. *Новацкий В. К.* Волновые задачи теории пластичности. — М.: Мир, 1978. — 310 с.
3. *Садовский В. М.* Разрывные решения в задачах динамики упругопластических сред. — М.: Физматлит, 1997. — 208 с.
4. *Уилкинс М. Л.* Расчет упругопластических течений // В кн.: Вычислительные методы в гидродинамике. — М.: Мир, 1967.

МОДЕЛИРОВАНИЕ В РАМКАХ ПОДХОДОВ МЕХАНИКИ ПОВРЕЖДЕННОЙ СРЕДЫ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ КОМБИНАЦИЯХ ЦИКЛИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ И ПОЛЗУЧЕСТИ*

В. А. Горохов

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Математические модели, численные методы и программное обеспечение на основе подходов механики поврежденной среды [1–4] являются эффективным ин-

*Работа выполнена при поддержке Государственного задания Минобрнауки России № FSWR-2023-0036.

струментом решения задач нелинейного деформирования и разрушения элементов конструкций при различных режимах квазистатического термомеханического нагружения, мало- и многоцикловой усталости, термоползучести. Обоснование применимости используемых методических и программных средств для различных режимов нагружения материалов и конструктивных элементов, выполненных из них необходимо при численном решении актуальных индустриальных задач оценки прочности и долговечности ответственных инженерных объектов.

В настоящей работе выполнено обоснование применимости предложенных в [3] математических моделей упруговязкопластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных материалах при различных комбинациях циклического нагружения и ползучести.

На примере численного моделирования упругопластического деформирования рабочей части цилиндрического образца в условиях жесткого циклического двухступенчатого нагружения при постоянной температуре продемонстрирован нелинейный характер накопления повреждений. Полученные результаты подтверждают известные экспериментальные закономерности, согласно которым, при двухступенчатом малоцикловом нагружении относительная долговечность безопасной работы материала растет при переходе с меньшей амплитуды деформаций на большую амплитуду и уменьшается при смене порядка действующих амплитуд (с большей на меньшую).

Во второй тестовой задаче выполнены численные исследования процесса разрушения нержавеющей стали в результате мягкого циклического нагружения при заданном числе циклов нагружения и последующей выдержке под напряжением. Относительная погрешность определения времени до разрушения при рассмотренном режиме нагружения не превышает 12%.

Также было выполнено моделирование деформирования и накопления повреждений при ползучести в условиях ступенчатого нагружения. Было решено два варианта задачи: 1) с возрастанием уровня напряжений; 2) с убыванием уровня напряжений. Результаты расчетов показывают, что относительная погрешность определения времени до разрушения на второй ступени нагружения не превышает 1,2% для первого варианта задачи и 6,2% для второго варианта.

Таким образом, на основе результатов численных исследований и сопоставления их с экспериментальными данными можно сделать вывод о применимости предложенных в [3] моделей упруговязкопластического деформирования и накопления повреждений для рассмотренных режимов комбинированных нагружений.

1. *Капустин С. А. Казаков Д. А., Коротких Ю. Г.* Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 1999. — 226 с.
2. *Волков И. А., Коротких Ю. Г.* Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 424 с.
3. *Капустин С. А., Чурилов Ю. А., Горохов В. А.* Моделирование нелинейного деформирования и разрушения конструкций в условиях многофакторных воздействий на основе МКЭ. — Н. Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета им. Н. И. Лобачевского, 2015. — 347 с.
4. *Волков И. А., Игумнов Л. А.* Введение в континуальную механику поврежденной среды. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2017. — 304 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ СЛОЕВ КОМПОЗИТОВ В УСЛОВИЯХ ФРИКЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ*

И. Г. Горячева

ИПМех РАН, Москва, Россия

Композиционные материалы в настоящее время находят все большее применение в узлах трения. К таким материалам, в частности, относятся углерод-углеродные композиты, которые могут иметь как слоистую, так и волокнистую структуры. Эти материалы отличаются высокой прочностью, в том числе при повышенных температурах, меньшим весом по сравнению с керамическими и металлическими материалами, низким коэффициентом линейного расширения. Высокие прочные характеристики углерод-углеродных композитов в широком диапазоне температур привлекают конструкторов к использованию их как во фрикционных, так и в антифрикционных узлах трения. При этом важной является задача повышения износостойкости трибосопряжений на основе углерод-углеродных композиционных материалов при заданных условиях эксплуатации.

В настоящем исследовании строятся модели изнашивания волокнистых и слоистых композитов в условиях установившегося режима. Результаты моделирования позволяют провести анализ влияния структуры композита (диаметров волокон и пучков волокон, плотности их расположения в матрице, относительной жесткости волокон и матрицы, характера расположения слоев ткани по отношению к поверхности трения) на скорость его изнашивания, форму изношенной поверхности, а также на распределения контактных давлений и внутренних напряжений в композите.

Моделирование изнашивания волокнистого композита, армированного волокнами и пучками волокон. Построено решение износоконтактной задачи [1] об установившемся изнашивании жестким контртелом волокнистого композита, представляющего собой матрицу с находящимися в ней волокнами и жгутами волокон, равномерно расположенными параллельно поверхности трения с заданной плотностью. Получены аналитические выражения для распределения давлений в области контактного взаимодействия в виде кусочно-постоянной функции, а также для скорости установившегося изнашивания композита. Проведен анализ зависимости полученных характеристик от относительной твердости материалов волокон и жгутов волокон и плотности расположения их в матрице.

Проведен расчет внутренних напряжений на границах отдельных волокон и пучков волокон с матрицей в условиях фрикционного взаимодействия с жестким контртелом. Касательные контактные напряжения определялись с использованием закона трения Кулона–Амонтона. В предположении близости упругих характеристик волокон, жгутов волокон и матрицы построены интегральные выражения для определения компонент тензора напряжений внутри композита при действии на его границе нормальных и касательных напряжений, заданных в виде периодических кусочно-постоянных функций. Изучена зависимость напряжений на границе раздела волокон, расположенных вблизи поверхности трения, и матрицы от плотности расположения волокон и пучков волокон в матрице, а также от соотношения их твердостей. Проведен анализ возможности вырывания волокон и пучков волокон из композита в условиях его фрикционного взаимодействия с жестким контртелом и влияния на этот процесс глубины погружения волокон и пучков волокон в матрицу, их диаметров и плотности расположения.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект 19-19-00548).

Моделирование изнашивания слоистого композита. Разработан метод расчета контактных и внутренних напряжений в тканевом композите в условиях его фрикционного взаимодействия с жестким контртелом, имеющим форму штампа с плоским основанием. Предполагается, что слои ткани заданной толщины расположены параллельно поверхности трения. Построено решение контактной задачи с учетом анизотропии упругих свойств композита (основанное на решении контактной задачи для анизотропного упругого полупространства [2]) и проведен анализ распределения контактного давления под штампом и компонент тензора внутренних напряжений в тканевом композите. Изучено влияние механических характеристик тканевого композита (модулей Юнга, модулей сдвига и коэффициентов Пуассона в разных направлениях) на его напряженное состояние и характер разрушения в условиях фрикционного взаимодействия.

Результаты моделирования могут быть использованы для оптимизации структуры волокнистых и тканевых композитов с целью повышения их износостойкости.

1. *Горячева И. Г.* Механика фрикционного взаимодействия. — М.: Наука, 2001.
2. *Лехницкий С. Г.* Теория упругости анизотропного тела. — М.: Наука, 1977

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ДИНАМИКИ РОСТА ТРЕЩИНЫ СДВИГА В ГЕТЕРОГЕННЫХ ХРУПКИХ МАТЕРИАЛАХ*

А. С. Григорьев, Е. В. Шилько

ИФПМ СО РАН, Томск, Россия

Хрупкие гетерогенные материалы характеризуются наличием микротрещин и несплошностей различного масштаба, что во многом определяет их механическое поведение, включая характер разрушения. Так, особенности структуры способны многократно замедлять рост трещины и даже изменять режим роста от непрерывного к дискретному и тем самым качественно изменять макроскопическую вязкость разрушения [1–4]. Поэтому одним из актуальных направлений в механике разрушения является исследования влияния многомасштабной системы несплошностей структуры на динамику процесса роста трещины. Классический подход к анализу динамического роста трещин в хрупких материалах базируется на использовании линейной механики разрушения, которая не учитывает многомасштабную гетерогенность структуры материала. Для более детального описания поведения материала вблизи вершины трещины, где законы линейной механики не применимы, применяются более общие континуальные модели или различные модификации модели когезионной зоны. Такие модели, как правило, оперируют пространственными параметрами (ширина когезионной зоны, размер зоны предразрушения в нелокальных критериях разрушения, характерные размеры структурных элементов и т. д.), которые эффективно характеризуют или определяют размеры области инкубации разрушения. При этом интерпретация подобных параметров всегда является дискуссионным вопросом ввиду сложности экспериментальных исследований этой области.

Перспективной альтернативой такому подходу являются динамические модели, основанные на принципах структурно-кинетической (физической) теории прочности. Ключевым параметром данной теории является время инкубации разрушения,

*Исследования выполнены в рамках государственного задания ИФПМ СО РАН (тема номер FWRW-2021-0002).

которое интегрально характеризует характерное процесс разрушения материала на рассматриваемом пространственном масштабе. Время инкубации разрушения является структурно зависимым параметром, поскольку учитывает интегральный эффект сложных процессов зарождения несплошностей на более низких масштабах и их объединения в трещину рассматриваемого масштаба. В представленной работе для исследования динамики процесса роста трещины сдвига в хрупких гетерогенных материалах с различной степенью неоднородности внутренней структуры применялась модель, основанная на таком структурно-кинетическом подходе и реализованная в рамках численного метода однородно деформируемых дискретных элементов [5–8].

Моделировался процесс распространения трещины продольного сдвига на низкопрочной прямолинейной границе раздела двух высокопрочных блоков с одинаковыми физико-механическими характеристиками. Сложность гетерогенной внутренней структуры материала учитывалась эффективно через изменение ключевого параметра модели — времени инкубации разрушения.

Результаты исследования показали, что среднее значение скорости $\langle V_{crack} \rangle$ модельной трещины, распространяющейся в «однородном» материале (с низкой степенью гетерогенности структуры) в установившемся режиме, близко к теоретически определенному верхнему пределу (скорости волны Рэлея V_R в материале блоков): $\langle V_{crack} \rangle / V_R \approx 0{,}85$. Близкие к единице значения $\langle V_{crack} \rangle / V_R$ традиционно наблюдаются для сдвиговых трещин в беспористых материалах с высокой степенью однородности структуры [9].

Увеличение степени неоднородности внутренней структуры материала приводит к уменьшению скорости роста трещины по логарифмическому закону. Более того, уменьшается стабильность роста трещины. При высоких значениях времени инкубации разрушения (характерных для материалов с высокой степени гетерогенности структуры) режим распространения трещины изменяется от непрерывному к скачкообразному: рост трещины периодически останавливается, после чего быстро ускоряется до скоростей порядка 10–20% от характерной скорости волны Рэлея $V_{crack} \sim 0{,}1$–$0{,}2 V_R$. Подобное поведение наблюдается и в экспериментальных исследованиях хрупких материалов с сильно неоднородной структурой [1]

Ключевым результатом исследований является оценка размеров области, в которой происходит инкубация разрушения. Показано, что размер области инкубации разрушения не является константой на протяжении всего процесса роста трещины, а динамика его изменения, как и абсолютное значение, зависит от степени неоднородности структуры материала.

Действительно, динамика роста трещины определяется инкубационными процессами в вершине трещины и ее окрестностях, которые традиционно ассоциируются с зоной подготовки разрушения. Информация о ширине данной зоны и ее связи со скоростью роста трещины важна для определения параметров моделей когезионной зоны или структурных параметров нелинейных моделей динамического разрушения. В настоящей работе текущая ширина когезионной зоны определялась как длина участка интерфейса впереди вершины трещины, в которой в данный момент происходит инкубация разрушения (согласно используемому критерию разрушения). Результаты моделирования свидетельствуют о том, что средняя ширина зоны подготовки разрушения систематически возрастает с увеличением степени неоднородности внутренней структуры материала (от 0,02–0,08 мм до 0,1–0,4 мм).

Учет конечного времени подготовки разрушения, особенно в задачах связанных с зарождением, формированием и ростом трещины, позволяет эффективно описать

процессы, происходящие на масштабах гетерогенной внутренней структуры материала. Полученные результаты исследования, дают понимание физических особенностей процесса роста трещины сдвига, а оценки ширины зоны подготовки разрушения и динамики ее изменения могут быть использованы для анализа процесса роста трещины с использованием традиционных моделей когезионной зоны и их аналогов.

1. *Albertini G.*, *Lebihain M.*, *Hild F. et al.* // Physical Review Letters. — 2021. — V. 127. — P. 035501.
2. *Lebihain M.*, *Leblond J.-B.*, *Ponson L.* // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. — 2020. — V. 137. — P. 103876.
3. *Hossain M. Z.*, *Hsueh C. J.*, *Bourdin B. et al.* // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. — 2014. — V. 71. — P. 15.
4. *Wang N.*, *Xia S.* // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. — 2017. — V. 98. — P. 87.
5. *Grigoriev A. S.*, *Shilko E. V.*, *Skripnyak V. A. et al.* // International Journal of Impact Engineering. — 2019. — V. 123. — P. 14–25.
6. *Grigoriev A. S.*, *Zabolotskiy A. V.*, *Shilko E. V. et al.* // Materials. — 2021. — V. 14. — P. 7376.
7. *Psakhie S. G.*, *Shilko E. V.*, *Grigoriev A. S. et al.* // Engineering Fracture Mechanics. — 2014. — V. 130. — P. 96–115.
8. *Shilko E. V.*, *Psakhie S. G.*, *Schmauder S. et al.* // Computational Material Science. — 2015. — V. 102. — P. 267–285.
9. *Svetlizky I.*, *Kammer D. S.*, *Bayart E.* // Physical Review Letters. — 2017. — V. 118. — P. 125501.

ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ МНОГОФАЗНЫХ, МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СРЕД*

Д. А. Губайдуллин

ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

Представлены некоторые результаты изучения волновой динамики многофазных сред. Дано сравнение теоретических и экспериментальных данных, рассмотрены приложения. Ранее некоторые аспекты данной проблемы изучен в [1–12].

Исследовано распространение акустических возмущений в парогазовых полидисперсных (с произвольной функцией распределения включений по размерам) и дискретных многофракционных капельных и пузырьковых (с оболочкой вокруг пузырька) средах, а также в смесях жидкости с полидисперсными частицами разного сорта и пузырьками газа. Предложены математические модели, получены наиболее общие дисперсионные соотношения, изучены высоко- и низкочастотные асимптотики коэффициента затухания, обсуждаются области применимости развитых теорий. Выведено уравнение радиальных колебаний пузырька, покрытого вязкоупругой оболочкой в вязкоупругой жидкости. Установлено существенное влияние оболочки вокруг пузырька газа на распространение волн в пузырьковых жидкостях. Выявлено хорошее согласие представленных результатов с опубликованными экспериментальными данными других авторов.

*Исследование выполнено за счет гранта №20-11-20070 Российского научного фонда.

Изучено распространение импульсных волн давления в жидкости, содержащей многослойные преграды разного сорта. Проиллюстрированы расчеты по искажению акустического сигнала при диагностике многослойного образца, содержащего слой жидкости с полидисперсными пузырьками. На основе полученных результатов отражения звукового сигнала от слоя конечной толщины, содержащей аэрозоль или пузырьковую жидкость, выведены соотношения между длиной волны и толщиной слоя, при которых коэффициент отражения принимает экстремальные значения. Показано согласие теоретических и экспериментальных данных.

Теоретически и экспериментально исследованы нелинейные колебания аэрозолей и поведение частиц в трубах в ударно- и безударно волновом режимах. Показана немонотонная зависимость времени осаждения табачного дыма от степени заполнения закрытой трубы при резонансных частотах колебания поршня. Представлены результаты численных расчетов распространение ударных волн в газовзвесях и ударно-волновой разлет газовзвеси в двухкомпонентный газ. Проиллюстрировано влияние сорта газа на динамику процесса. Показано хорошее согласие теории и опытных данных.

1. *Губайдуллин Д. А.* Динамика двухфазных парогазокапельных сред. — Казань: Изд-во Казанского математического общества, 1998. — 153 с.
2. *Gubaidullin D. A.*, *Nigmatulin R. I.* On theory of acoustic waves in polydispersed gas-vapor-droplet suspension // Int. J. Multiphase Flow. — 2000. — V. 26, No. 2. — P. 207–228.
3. *Губайдуллин Д. А.* Сферические и цилиндрические волны малой амплитуды в полидисперсных туманах с фазовыми превращениями // Известия РАН. МЖГ. — 2003. — №5. — С. 85–97.
4. *Губайдуллин Д. А.*, *Федоров Ю. В.* Особенности отражения акустических волн от границы или слоя двухфазной среды // Акуст. журн. — 2018. — Т. 64, №2. — С. 162–173.
5. *Gubaidullin D. A.*, *Ossipov P. P.*, *Abdyushev A. A.* Simulation of aerosol distribution in hyperbolic resonator // Appl. Math. Modelling. — 2018. — V. 62. — P. 181–193.
6. *Gubaidullin D. A.*, *Zaripov R. G.*, *Tkachenko L. A.*, *Shaidullin L. R.* Deposition of polydisperse gas suspensions with nonlinear resonance oscillations in a closed tube // J. Acoust. Soc. Am. — 2019. — V. 145, No. 1. — P. EL30–EL33.
7. *Губайдуллин Д. А.*, *Осипов П. П.* Аэрогидродинамика твердой частицы. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2020. — 176 с.
8. *Gubaidullin D. A.*, *Ossipov P. P.*, *Abdyushev A. A.* Simulation using the limiting velocity approach of acoustic streaming establishment and aerosol particle focusing in complex-shaped acoustofluidic devices // Appl. Math. Modelling. — 2021. — V. 92. — P. 785–797.
9. *Gubaidullin D. A.*, *Fedorov Yu. V.* Acoustics of a viscoelastic medium with encapsulated bubbles // J. of Hydrodynamics. — 2021. — V. 33(1). — P. 55–62.
10. *Gubaidullin D. A.*, *Snigerev B. A.* Numerical simulation of forced acoustic gas oscillations with large amplitude in closed tube // Wave Motion. — 2022. — V. 112. — 102941.
11. *Gubaidullin D. A.*, *Zaripov R. G.*, *Tkachenko L. A.*, *Shaidullin L. R.* Aerosol deposition on resonances at nonlinear oscillations in a closed cross section jump tube // Continuum Mechanics and Thermodynamics. — 2022. — DOI: 10.1007/s00161-022-01151-2.
12. *Gubaidullin D. A.*, *Gubaidullina D. D.*, *Fedorov Yu. V.* Mathematical Modeling of the Wave Dynamics of an Encapsulated Perfluorocarbon Droplet in a Viscoelastic Liquid // Mathematics. — 2023. — 11. — P. 1083.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ВИДЕ ТРЕХСЛОЙНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПАНЕЛЕЙ С ДЕФЕКТАМИ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Д. В. Дедова[1]***, М. И. Мартиросов***[1,2]

[1]*ПАО «Корпорация «Иркут», Москва, Россия;* [2]*МАИ, Москва, Россия*

Трехслойные панели представляют собой конструкцию, состоящую из двух тонких прочных внешних слоев — обшивок, часто выполненных из полимерного композиционного материала (ПКМ), связанных между собой слоем заполнителя, разделяющего внешние (несущие) слои. Для конструкций с заполнителем при действии внешних нагрузок характерна совместная работа всех составных элементов слоистого пакета. Заполнитель воспринимает поперечное сжатие и поперечный сдвиг и предохраняет достаточно тонкие несущие слои (из ПКМ) от местной и общей потери устойчивости, обеспечивая их совместную работу и высокую жесткость. Несущие слои воспринимают продольное растяжение, сжатие, изгиб и поперечный сдвиг в своей плоскости и предохраняют от внешних воздействий заполнитель.

Трехслойные панели широко применяются в различных отраслях современной промышленности, например, в авиастроении. Такое распространение панели приобрели благодаря малому весу, высокой удельной прочности, устойчивости при сжатии, значительной жесткости на изгиб, хорошим тепло- и звукоизолирующим свойствам, высокой технологичности и возможностью полной автоматизации процесса изготовления, хорошей эксплуатационной надежностью вследствие отсутствия концентраторов напряжений, высоким качеством формы и поверхности.

По способности воспринимать продольные усилия заполнители можно разделить на два вида [1]:

— легкий заполнитель, который обладает малым по сравнению с несущими слоями модулем упругости в направлении параллельном поверхности несущих слоев;

— жесткий заполнитель, который обладает сравнимым по величине с несущими слоями модулем упругости в направлении, параллельном поверхности несущих слоев.

В связи с этим существует определенная специфика в аналитических расчетах панелей с названными видами заполнителей. Так, например, в панелях с легкими заполнителями можно пренебречь напряжениями растяжения-сжатия в направлении, параллельном поверхности несущих слоев.

Сотовые заполнители относятся к легким, а, например, заполнители типа гофр — к жестким. Другие заполнители относятся к тому или иному виду в зависимости от конкретных соотношений жесткостей несущих слоев и заполнителя в направлении, параллельном поверхности несущих слоев.

В трехслойных панелях в результате внешних воздействий при эксплуатации или в процессе производства могут возникать дефекты (повреждения), которые оказывают влияние на прочность и несущую способность готового изделия.

В данной работе рассматривается трехслойная цилиндрическая панель с сотовым заполнителем и обшивкой из ПКМ различных марок. Форма панели — прямоугольная в плане, геометрия задана, включая радиус кривизны. В различных местах панели (в верхней обшивке) между монослоями и между монослоем и заполнителем могут присутствовать множественные дефекты различной формы

(эллиптической, круговой, прямоугольной) с заданными геометрическими размерами. В общем случае рассматриваются дефекты произвольной формы и размеров. В этом случае границы дефектов аппроксимируются набором прямых.

Обшивка панели (верхняя и нижняя) состоит из двух монослоев. Рассматривается четыре варианта используемых материалов монослоя: клеевые препреги марки КМКУ-2м.120.Р-2009 (углеродная лента Р-2009 фирмы «Porsher» Арт. 2009 и клеевая композиция), КМКУ-2м.120.Р-4510 (углеродная лента Р-4501 фирмы «Porsher» Арт. 4510 и клеевая композиция), а также клеевые препреги марки КМКС-2м.120.Т60 (стеклоткань Т60/2(ВМП)-78 и клеевая композиция), КМКС-2м.120.Т64 (стеклоткань Т64(ВМП)-14 и клеевая композиция). Схема укладки монослоев имеет следующий вид: $[+45°/0°]$. Все необходимые физико-механические характеристики монослоев, а также толщина монослоя — паспортные от производителей материалов. Стекло- и углепластики на основе клеевых препрегов по сравнению с аналогичными традиционными материалами имеют повышенную трещиностойкость, прочность при межслоевом сдвиге, усталостную и длительную прочность, высокую эрозионную стойкость и часто используются для изготовления трехслойных деталей.

Сотовый заполнитель выполнен из полимеросотопластов различных марок. Рассматривается два варианта сотовых заполнителей: ПСП-1-2,5-48 (на основе полимерной бумаги типа «Номекс» и фенольного связующего) и ПСП-1К-2,5-48 (на основе полимерной бумаги типа «Кевлар» и фенольного связующего) с гексагональной формой сотовой ячейки, размером грани ячейки 2,5 мм и плотностью заполнителя 48 кг/м^3.

Необходимые для расчета характеристики заполнителя известны, высота сотового пакета задана.

Рассматривается поведение изучаемой панели под действием динамических нагрузок различного характера при наличии дефектов, в том числе произвольной формы и размеров.

Задача решается численно методом конечных элементов (МКЭ). Создание конечно-элементной сетки осуществляется в программном комплексе Siemcenter Femap. Каждый слой моделируется отдельным набором конечных элементов (КЭ). Затем модель импортируется в программный комплекс LS-DYNA (Livermore Software Technology Corp.), где задается нагрузка и граничные условия.

В качестве нагрузки, в частности, рассматривается набегающая волна давления заданной интенсивности, имитирующая действие потока струи двигателя самолета на панель корневого закрылка (трехслойная сотовая панель). Струя направлена под углом 20° к поверхности панели. Центр сопла расположен на расстоянии 3800 мм от центра панели. Диаметр сопла составляет 760 мм. Граничные условия — шарнирное защемление торцов панели.

В результате проведенного численного исследования определяется распределение полей напряжений и деформаций в монослоях панели в различные моменты времени. Вычисляется распределение индекса разрушения по различным критериям разрушения применительно к ПКМ. Расчет проводится по критериям Puck, Hashin, Puppo–Evensen, Hoffman, LaRC (Langley Research Center) [2, 3]. Считается, что разрушение наступает, когда индекс разрушения становится равным единице. Приводится сравнение полученных результатов для панелей с различными вариантами исполнения сотового заполнителя и обшивок, а также сравнение результатов для панелей с дефектами и неповрежденными панелями. Проводится параметрический анализ.

1. *Ендогур А. И.*, *Вайнберг М. В.*, *Иерусалимский К. М.* Сотовые конструкции. Выбор параметров и проектирование. — М.: Машиностроение, 1986. — 200 с.

2. *Medvedskiy A. L.*, *Martirosov M. I.*, *Khomchenko A. V.*, *Dedova D. V.* Assessment of the strength of a composite package with internal defects according to various failures criteria under the influence of unsteady load // Periódico Tchê Química. — 2020. — V. 17, No. 35. — P. 1218–1230.
3. *Medvedskiy A. L.*, *Martirosov M. I.*, *Khomchenko A. V.*, *Dedova D. V.* Behaviour of a cylindrical reinforced carbon fibre shell under impact load // TEM J. — 2021. — V. 10, No. 4. — P. 1597–1604.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОЙКОСТИ КЕРАМИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОВОЙ ФОРМЫ К ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЮ ОТ ЕЕ МОРФОЛОГИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ПРИ ОХЛАЖДЕНИИ В НЕЙ ЗАТВЕРДЕВАЮЩЕЙ ОТЛИВКИ

Э. А. Дмитриев, Д. В. Чернышова, В. И. Одиноков, А. И. Евстигнеев, Е. П. Иванкова

КнАГУ, Комсомольск-на-Амуре, Россия

В настоящей работе приводится теоретическое исследование стойкости оболочковой формы при ее заливке сталью, когда какой-то из внутренних слоев скользит без трения относительно соседнего слоя.

Рассматривается осесимметричное тело вращения (рис. 1, *а*), где I — жидкий металл; II — затвердевший металл; III — многослойная оболочковая форма (ОФ); T — толщина оболочковой формы; H — высота цилиндрической части стояка; R_1 — радиус сферической части стояка; P_1 — гидростатическое давление жидкого металла, внутри которого имеется поверхность $x_1 = x_1^*$, где касательные напряжения $\sigma_{12}|_{x_1^*} = 0$.

Требуется найти местоположение рассматриваемой поверхности, т. е. координату x_1^*, при которой нормальные растягивающие напряжения, возникающие при заливке стали оболочковой формы, были бы минимальными. Как показано в работе [1], такими напряжениями являются σ_{12}.

Целевая функция F будет иметь следующий вид:

$$F = \min \sigma_{22}(x_1^*) \max \sigma_{22}(\tau, Q) \quad \text{при} \quad 0 < x_1^* < T; \quad 0 < \tau < 50 \text{ с}. \tag{1}$$

где Q — исследуемая область, τ — время охлаждения, T — толщина ОФ.

Целевая функция (1) связана непосредственно с решением уравнений теории упругости и теплопроводности по области Q при наличии начальных и граничных условий. Для решения сформулированной системы использовали апробированный численный метод [2].

Алгоритм решения задачи.

1. Исследуемая область разбивается ортогональными семействами поверхностей на конечное число ортогональных элементов.

2. Вычисляются длины дуг элементов в соответствие с методикой, описанной в работе [3].

3. Время охлаждения ОФ τ^* разбивается на конечное число шагов $\tau^* = \sum \Delta\tau_n$.

4. Задается число возможных вариантов n^* нахождения поверхности $x_1 = (x_1^*)_k$ в толщине ОФ. Это число корреспондируется с разбивкой ОФ на элементы по толщине T. Принимается $k = 1$.

5. Задаются начальные условия задачи и граничные условия по элементам, образующих рассматриваемую область.

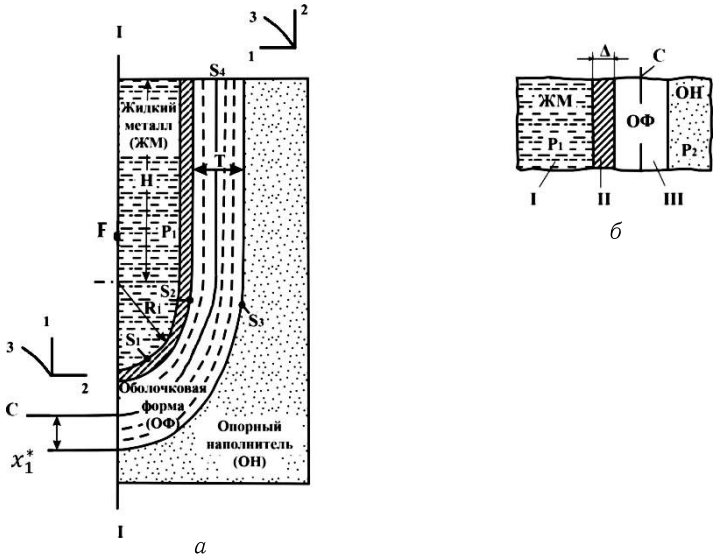


Рис. 1. Меридиальное сечение системы с учетом осевой симметрии

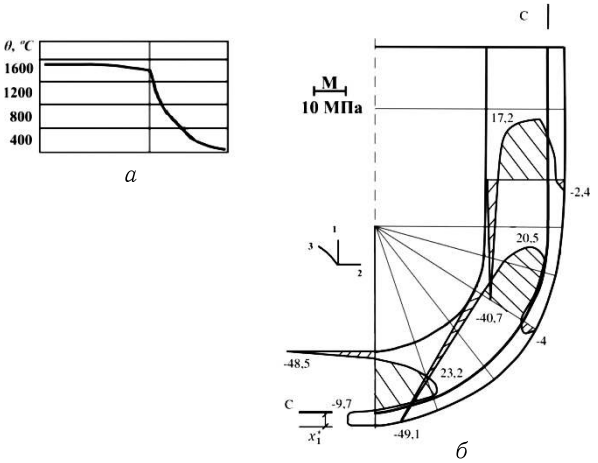


Рис. 2. Изменение температуры (*а*) и поля напряжений σ_{22} (*б*) при $\tau = 18{,}3$ с

6. Определяется поле температур на временном шаге $\Delta\tau_n$ численным решением уравнения теплопроводности по методике и алгоритму, описанному в работе [2] при наличии начальных и граничных условий на данном временном шаге.

7. Если температуры в области I (рис. 1, *а*) у поверхности $S_2\theta|_{S_2} \le \theta_k$, θ_k — температура кристаллизации стали, то вычисляется толщина закристаллизовавшейся корочки Δ_n.

8. При найденном поле температур численно решается система уравнений с учетом разностных аналогов и методики, описанной в работе [2], и начальных и граничных условий.

9. Определяется поле напряжений σ_{ij} $(i, j = 1, 2, 3)$ и перемещений U_i $(i = 1, 2)$ в соответствии с указанными выше методами. Отыскивается и запоминается максимальное значение напряжений σ_{22} $(\max \sigma_{22} = \sigma_{22}^*)$.

10. Производится оценка выполнения условий контакта ОФ с опорным наполнителем (решается контактная задача). Если это условие по поверхности S_3 не выполняется, то следует переназначение граничных условий и выполняется переход к п. 9. Если нет изменений граничных условий — следует операция 11.

11. Производится шаг по времени и выполняется операция 6, если $(\sigma^*_{22})_n > (\sigma^*_{22})_{n-1}$, или операция 12, если $(\sigma^*_{22})_n < (\sigma^*_{22})_{n-1}$.

12. Принимается $k = k + 1$. Если $k \le n^*$ — выполняется операция 6, если $k > n^*$ — операция 13.

13. Выбирается решение с параметром $k = k_1$, $(x_1)_{k_1} = (x^*_1)_{k_1}$, соответствующее наименьшему значению целевой функции (1).

В результате решения по данному алгоритму получили: $F = 23{,}2$ МПа; $n_k = 1$ (поверхность C), $\tau = 18{,}3$ с. Эпюры σ_{22} по найденному решению приведено на рис. 2, *б*.

Выводы. Отсутствие трения между внутренними слоями оболочковой формы ведет к образованию в ней сквозных трещин и гарантированному ее разрушению в процессе охлаждения стальной отливки. С увеличением трения между внутренними слоями оболочковая форма более устойчива к трещинообразованию.

1. *Одиноков В. И.*, *Евстигнеев А. И.*, *Дмитриев Э. А.*, *Чернышова Д. В.*, *Евстигнеева А. А.* Влияние внутреннего фактора на трещиностойкость оболочковой формы по выплавляемым моделям // Известия вузов. Черная металлургия. — 2022. — Т. 65, №2. — С. 137–144.

2. Математическое моделирование сложных технологических процессов / В. И. Одиноков, Б. Г. Каплунов, А. В. Песков, А. В. Баков. — М.: Наука, 2008. — 176 с.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ДЕМПФИРУЮЩИХ УСТРОЙСТВ С ВЫСОКОЙ ПОГЛОЩАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТЬЮ ДЛЯ ОТВЕТСТВЕННЫХ ОБЪЕКТОВ АТОМНОЙ ЭНЕРГЕТИКИ НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

С. А. Душев, Д. А. Лапшин, В. В. Шорохов

АО «ОКБМ Африкантов», Нижний Новгород, Россия

Для транспортировки и хранения отработавшего ядерного топлива (ОЯТ), в АО «ОКБМ Африкантов» разрабатываются транспортные упаковочные комплекты (ТУК) различной вместимости, которые являются ответственным оборудованием и должны отвечать требованиям целого ряда нормативных документов (НП-061-05, НП-018-05, НП-001-15). Одно из таких требований — это сохранение целостности изделия и исключение просыпи ОЯТ наружу при падении ТУК в различных положениях и с высот достигающих 9 м. Нагрузки, возникающие в результате падения, являются определяющими при формировании конечного облика разрабатываемого изделия и относятся к динамическим воздействиям высокой интенсивности. Для снижения этих нагрузок разрабатываются демпферы, которые должны обладать высокой поглощающей способностью и гасить значительную часть кинетической энергии падающего объекта.

Упомянутые выше требования по обеспечению безопасности ТУК предусматривают подтверждение его показателей безопасности путем проведения испытаний на ударные воздействия по регламентируемым нормативным требованиям, в частности, при падении ТУК на жесткую плиту с определенной высоты в различных положениях, падение ТУК на металлический штырь и т. п. Однако натурные испытания ТУК и его отдельных элементов в процессе проектирования и отработки

его конструкции затруднены, прежде всего, в силу их значительной стоимости. Актуальными становятся задачи связанные с подробным математическим моделированием и анализом процессов падения по отработанным и верифицированным методикам.

Одним из путей снижения динамических нагрузок на ТУК является установка демпфирующих устройств, в конструктивном исполнении представляющих довольно таки сложные изделия, реализующие поглощение энергии удара путем неупругого сопротивления (значительного пластического деформирования) материала деформируемых элементов.

Независимо от природы энергетических потерь за основную характеристику демпфирующих свойств механических систем принято считать относительное рассеяние энергии, также называемое коэффициентом поглощения, под которым принимают отношение необратимо рассеянной энергии за цикл нагружения к амплитудному значению энергии перемещения. Рассеянная за цикл нагружения энергия характеризуется площадью петли гистерезиса, образуемой в координатах: некоторая обобщенная сила — соответствующее перемещение или напряжение — относительная деформация при деформировании системы либо образца.

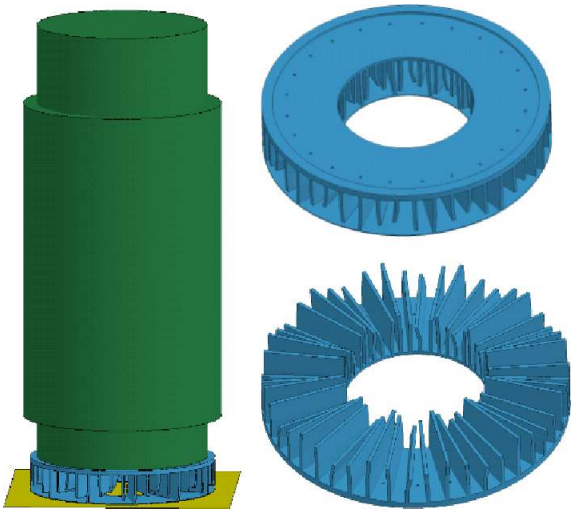


Рис. 1. Массогабаритный макет ТУК с демпфирующим устройством

Использование математического моделирования для оценки работоспособности демпфирующих устройств возможно при наличии следующих условий:

— наличие достоверных данных о характеристиках демпфирования, полученных экспериментальными методами. Расчетные методы позволяют выявить характерные особенности демпфирующей способности устройств от их конструктивных параметров, параметров их силового нагружения и отдельных технологических факторов;

— разработка на этой основе соответствующих математических моделей поведения материалов и их верификация;

— наличие аттестованных вычислительных комплексов (ANSYS, LS-DYNA и т. д.) в которых реализовано полномасштабное математическое 3D-моделирование методом конечного элемента, позволяющее выполнять достаточно глубокий и детальный анализ динамических процессов.

Наличие совокупности указанных условий позволяет с умеренной долей консерватизма использовать расчетные методы обоснования работоспособности демпфирующих устройств.

На этапе проектирования одного из таких изделий, специалистами АО «ОКБМ Африкантов» было разработано и запатентовано торцевое демпфирующее устройство (рис. 1), позволяющее снизить нагрузки, возникающие при падении, на столько, что в ряде случаев, ТУК работал в области упругих деформаций, и его можно будет допускать к дальнейшей эксплуатации.

Задача была решена методом конечного элемента в упругопластической постановке, посредством аттестованного программного комплекса ANSYS/LS-DYNA [1], с использованием верифицированной модели поведения материала Jonson–Cook [2], учитывающей влияние скорости деформации и температуры на радиус поверхности текучести. Для определения механических характеристик стали 12Х18Н10Т, из которой изготовлены демпфера, используется метод Кольского с различными вариантами разрезного стержня Гопкинсона [3].

Высокая способность поглащения кинетической энергии была достигнута путем контролируемого направления пластического деформирования элементов демпфера с сохранением его требуемой жесткости на протяжении всего процесса соударения (рис. 2).

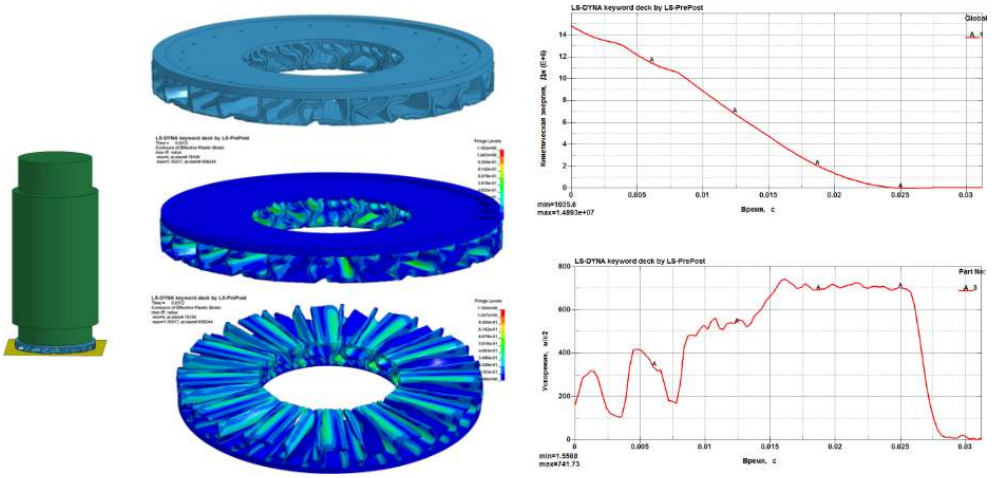


Рис. 2. Напряженно-деформированное состояние демпфера, с графиком гашения кинетической энергии и распределением ускорений в ТУК во время соударения

В качестве предельного состояния материала предлагается деформация разрушения $\varepsilon_{\text{пред}}$ при кратковременных стандартных испытаниях на одноосное растяжение образца, которая определяется по относительному сужению поперечного сечения образца в месте разрыва ψ: $\varepsilon_{\text{пред}} = \ln[1/(1 - 0{,}01 \cdot \psi)]$.

По результатам полномасштабного 3D-математического моделирования на стадии проектирования, в АО «ОКБМ Африкантов» было разработано унифицированное и технологичное демпфирующие устройство для ТУК, с высокой степенью поглощения кинетической энергии, позволяющее снизить перегрузки на внутреннее содержимое, возникающие во время соударения контейнера при падении в различных положениях, до приемлемых значений. Во всех вариантах падения, ТУК сохраняет свою целостность, что позволяет сделать вывод о невозможности просыпи внутреннего содержимого наружу, а в варианте с вертикальным падением

контейнера с высоты до 9 м, добиться того, что проектируемое изделие будет работать в области упругих деформаций, что позволит допустить его к дальнейшей эксплуатации.

1. Программный комплекс ANSYS Users Intoduction.
2. *Johnson G. R.*, *Cook W. H.* A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures // Proceedings of the Seventh International Symposium on Ballistic, The Hague, The Netherlands, 1983.
3. *Кольский Г.* Исследование механических свойств материалов при больших скоростях нагружения // Механика. — 1950. — №4. — С. 108–119.

КОНТАКТНЫЕ ЗАДАЧИ С ДЕФОРМИРУЕМЫМ ШТАМПОМ*

***О. В. Евдокимова*[1,2], *В. В. Лозовой*[1], *С. Б. Уафа*[2], *О. А. Бушуева*[2]**

[1]*ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону, Россия;* [2]*КубГУ, Краснодар, Россия*

Рассматривается многослойная среда, на ее верхней границе вводится декартова система координат таким образом. что ось ox_3 направлена по внешней нормали, остальные оси ox_1, ox_2 лежат в касательной плоскости. Предполагается, что в области $\Omega(A \le x_1 \le B,\ |x_2| \le \infty)$ действует вибрирующий с частотой ω деформируемый штамп. Рассматривая, например, среду, описываемую системой уравнений Ламе, предполагается, что в зоне контакта действует жесткий штамп без трения, т. е. в зоне контакта действуют только нормальные напряжения. Вне штампа напряжения отсутствуют. Методом, описанным в [1], смешанная задача сводится к решению интегрального уравнения вида

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{A}^{B} k(x_1-\xi_1, x_2-\xi_2)\, q(\xi_1,\xi_2)\, d\xi_1\, d\xi_2 = f(x_1,x_2), \quad A \le x_1 \le B, \quad |x_2| \le \infty,$$

$$k(x_1,x_2) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} K(\alpha_1,\alpha_2) e^{-i(\alpha_1 x_1+\alpha_2 x_2)} d\alpha_1\, d\alpha_2.$$

Здесь $q(x_1,x_2)$ — контактные напряжения под штампом, $f(x_1,x_2)$ — перемещения в зоне контакта, $k(x_1,x_2)$ — ядро интегрального уравнения, функция $K(\alpha_1,\alpha_2)$-преобразование Фурье ядра интегрального уравнения. Задача состоит в рассмотрении случая деформируемого штампа. Ранее указанные задачи решались только численным методом. В результате, оставались вне исследования некоторые особенности решений в динамических задачах. Кроме этого, численные методы оказывались либо малоэффективными, либо не состоятельными в случаях, когда границы постановки граничных задач уходят на бесконечность, либо оказываются очень больших размеров. Именно для таких задач оказывается эффективным предложенный в настоящей работе метод. Он демонстрирует значительные различия, как в методе решения задачи, так и в получаемом результате в сравнении со случаем жесткого штампа. Разработанный авторами подход [2] открыл возможность использовать «фракталы», т. е. упакованные блочные элементы, являющиеся решениями достаточно простых граничных задач, при исследовании граничных задач для многокомпонентных сред.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект №22-21-00129).

Решения сложных граничных задач представляются в виде комбинации фракталов.

С учетом этой возможности, в качестве деформируемого штампа принимаются фракталы — решения граничных задач в рассматриваемых областях, являющиеся упакованными блочными элементами для уравнения Гельмгольца.

Рассматриваются два случая. Полоса вырождается в полуплоскость, случай A, и полоса имеет большую относительную ширину, случай B.

Таким образом, необходимо построить в областях $\Omega_1(A \le x_1 \le \infty,\ |x_2| \le \infty)$ и $\Omega_2(-B \le x_1 \le B,\ |x_2| \le \infty)$, $B \gg 1$ упакованные блочные элементы, которые будут рассматриваться как деформируемые штампы. Ниже рассматривается двумерное уравнение Гельмгольца в указанных областях

$$[\partial^2 x_1 + \partial^2 x_2 + p^2]\varphi(x_1, x_2) = g(x_1, x_2), \quad g(x_1, x_2) = q(x_1, x_2) - t(x_1, x_2).$$

Здесь $\varphi(x_1, x_2)$ — вертикальное перемещение в зоне контакта, $q(x_1, x_2)$ — контактные напряжений, действующие на объект снизу, которые надо определить, $t(x_1, x_2)$ — заданные внешние воздействия сверху на объект. Кроме этого, задаются граничные условия, которые имеют для задачи A в области $\Omega_1(A \le x_1 \le \infty,\ |x_2| \le \infty)$ вид

$$\varphi(x_1, x_2) = \varphi(A, x_2), \quad x_1 \to A.$$

Для задачи B в области $\Omega_2(-B \le x_1 \le B)$ граничные условия следующие:

$$\varphi(x_1, x_2) = \varphi(-B, x_2), \quad x_1 \to -B; \quad \varphi(x_1, x_2) = \varphi(B, x_2), \quad x_1 \to B.$$

Для обеих задач построены упакованные блочные элементы и получены представления решений. Рассмотрена также контактная задача о действии штампа на многослойную линейно упругую среду в первом квадранте методом интегральных преобразований приводится к двумерному интегральному уравнению Винера–Хопфа, которое не исследовалось ранее. Интегральное уравнение контактной задачи в декартовой системе координат имеет вид

$$\int_0^\infty \int_0^\infty k(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2)\,\varphi(\xi_1, \xi_2)\,d\xi_1\,d\xi_2 = f(x_1, x_2), \quad 0 \le x_1, \quad x_2 \le \infty,$$

$$k(x_1, x_2) = \frac{1}{4\pi} \int_{\gamma_1} \int_{\gamma_2} K(\alpha_1, \alpha_2) e^{-i\langle \boldsymbol{\alpha} \mathbf{x} \rangle} d\alpha_1\,d\alpha_2,$$

$$K(\alpha_1, \alpha_2) \equiv K(u) = \frac{R(u)}{P(u)}, \quad u = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2},$$

$$K(u) = \frac{R(u)}{P(u)} = \prod_{n=1}^{\infty} \frac{R_n(u)}{P_n(u)}, \quad R_n(u) = (u^2 - z_n^2),$$

$$P_n(u) = (u^2 - \xi_n^2), \quad K(u) = \frac{1}{u}(1 + o(1)), \quad u \to \pm\infty.$$

Здесь γ_1, γ_2 — контуры, лежащие на вещественной оси и отклоняющиеся от нее в динамических задачах гармонической во времени вибрации лишь обходя вещественные полюса, по малым полуокружностям, если они возникают [1].

Описанные свойства интегрального уравнения, с использованием нового универсального метода моделирования [2], позволяют впервые применить к рассматриваемому интегральному уравнению метод разделения переменных. Этот метод,

в некотором смысле, является аналогом метода разделения переменных в многомерных дифференциальных уравнениях, но имеет свою специфику в интегральных уравнениях. Предварительно установливается общий вид решения интегрального уравнения,следуя новому универсальному методу [2], применяемому как к дифференциальным уравнениям, так и к интегральным уравнениям В работе впервые построена формула, позволяющая решать уравнение Винера–Хопфа в четверть плоскости. Она зависит только от аналитических свойств, именно, факторизационных свойств функций, входящих в описание формулы. Главный результат исследования состоит в возникновении в контактных задачах с деформируемым штампом дискретных резонансов, предсказанных академиком И. И. Воровичем [3]. Приводится вид дисперсионных уравнений для определения резонансных частот

$$D_{11}(k)D_{22}(-k) - C_{13}(k)C_{23}(-k) = 0, \quad k = k(\omega).$$

1. *Ворович И. И.*, *Бабешко В. А.* Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. — М.: Наука, 1979. — 320 с.
2. *Бабешко В. А.*, *Евдокимова О. В.*, *Бабешко О. М.* Фрактальные свойства блочных элементов и новый универсальный метод моделирования // ДАН. — 2021. — Т. 499. — С. 30–35. — DOI: 10.31857/S2686740021040039.
3. *Ворович И. И.* Резонансные свойства упругой неоднородной полосы // ДАН. — 1979. — Т. 245, №5. — С. 1076–1079.

ОБ ОЦЕНКЕ МЕХАНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ТЕКТОНИЧЕСКИХ РАЗЛОМОВ*

***О. В. Евдокимова*[1], *А. С. Мухин*[2], *О. А. Бушуева*[2], *С. Б. Уафа*[2]**

[1]*ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону, Россия;* [2]*КубГУ, Краснодар, Россия*

В докладе исследуется проблема оценки прочностных свойств разломов тектонических плит. Изучается тот случай, когда разлом формируется в результате встречного расположения торцов гранитных фрагментов литосферных плит, находящихся на базальтовом основании на границе Конрада. В процессе исследования применяется новый прогрессивный математический аппарат — метод блочного элемента, позволяющий аналитически получать высокоточные решения граничных задач, недоступных для анализа иными методами. Исследование подобной задачи, в предположении моделирования гранитных фрагментов пластинами Кирхгофа, привело к обнаружению «стартовых землетрясений», единственных, которые возможно прогнозировать [1]. Эти землетрясения возникают не в связи с взаимодействием торцами литосферных плит, а по причине возникновения сингулярной концентрации контактных напряжений сблизившихся литосферных плит на основании. Такая концентрация напряжений, всегда вызывает разрушение среды и возникает при всех, как вертикальных, так и горизонтальных, перемещениях литосферных плит. Землетрясения вызывают в реальных зонах эпицентров такие же подвижки дневной поверхности, как и расчетные. Результаты опубликованы в ведущих зарубежных журналах. Стартовые землетрясения обнаружены при моделировании литосферных плит пластинами Кирхгофа. Встает вопрос о стартовых землетрясениях при замене моделей Кирхгофа плитами линейной теории упругости, описы-

*Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках реализации Госзадания на 2023 г. Минобрнауки (проект FZEN-2023-0006) и ЮНЦ РАН (тема 01201354241-0).

ваемые уравнениями Ламе, а также материалами иных реологий. Для исследования этих вопросов разработано несколько математических подходов, позволяющих преодолеть возникшие сложности. Строго математически разрабатываться теория контактных задач с деформируемыми штампами в дополнение к случаям с абсолютно жесткими штампами и создан новый универсальный метод моделирования. Метод позволяет решения векторных граничных задач для систем дифференциальных уравнений в частных производных, представлять разложенными по решениям отдельных скалярных граничных задач. Вместе с последними опубликованными результатами это позволяет получать все недостающие для оценки состояния разломов параметры.

Постановка задачи. Ниже представлено краткое изложение формирования подобных моделей и показано, что они позволяют получать недостающие параметры предыдущих подходов. Это дает возможность более точно получать прочностные характеристики берегов разлома на предмет наблюдения за их поведением. В связи с наличием приливных притяжений кора земли, как многослойная линейно деформируемая среда, находящаяся в условиях вибрации, описываемой функцией $e^{-i\omega t}$. Считая, что вертикальные внешние воздействия на многослойную среду осуществляются с такой же временной функцией. Исключая эту функцию из уравнений и граничных условий, приходим к стационарной граничной задаче. На ее верхней границе вводится декартова система координат таким образом, что ось ox_3 направлена по внешней нормали, остальные оси ox_1, ox_2 лежат в касательной плоскости. Предполагается, что в областях $\Omega_{-A}(-\infty \le x_1 \le -A, |x_2| \le \infty)$ и $\Omega_A(A \le x_1 \le \infty, |x_2| \le \infty)$ находится простейшая модель литосферной плиты, описываемый граничной задачей для дифференциальных уравнений Гельмгольца

$$\left[\partial^2 x_1 + \partial^2 x_2 + p^2\right]\varphi_{-A}(x_1, x_2) = g(x_1, x_2), \quad g(x_1, x_2) = q(x_1, x_2) - t(x_1, x_2),$$
$$\Omega_{-A}(-\infty \le x_1 \le -A, |x_2| \le \infty),$$
$$\left[\partial^2 x_1 + \partial^2 x_2 + p^2\right]\varphi_A(x_1, x_2) = g(x_1, x_2), \quad g(x_1, x_2) = q(x_1, x_2) - t(x_1, x_2),$$
$$\Omega_A(A \le x_1 \le \infty, |x_2| \le \infty)$$

с граничными условиями

$$\varphi_{-A}(x_1, x_2) = \varphi(-A, x_2), \quad x_1 \to -A, \quad \varphi_A(x_1, x_2) = \varphi(A, x_2), \quad x_1 \to A,$$

Применив в уравнении (1) преобразование Фурье по координате x_2

$$\varphi(x_1, \alpha_2) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \varphi(x_1, x_2) e^{i\alpha_2 x_2} dx_2.$$

Приходим к следующей одномерной граничной задачи

$$(\partial^2 x_1 + k^2)\varphi_{-A}(x_1) = g_{-A}(x_1), \quad \Omega_{-A}(-\infty \le x_1 \le -A), \quad k^2 = p^2 - \alpha_2^2,$$
$$(\partial^2 x_1 + k^2)\varphi_A(x_1) = g_A(x_1), \quad \Omega_A(A \le x_1 \le \infty),$$
$$g_{-A}(x_1) = q_{-A}(x_1) - t_{-A}(x_1), \quad g_A(x_1) = q_A(x_1) - t_A(x_1),$$
$$\varphi(x_1) = \varphi(x_1), \quad g(x_1) = g(x_1), \quad \varphi(x_1) = \varphi(\pm A), \quad x_1 \to \pm A,$$
$$\varphi_{-A}(x_1) = \varphi(-A), \quad x_1 \to -A, \quad \varphi_A(x_1) = \varphi(A), \quad x_1 \to A.$$

В качестве литосферой плиты, моделированной уравнением Гельмгольца, можно рассматриваемого мембрану, допускающую представление в виде фрактала — упакованного блочного элемента, участвующего в описании решений сложных векторных граничных задач [2]. Она имеет внешнее воздействие, как по границе,

описываемое функциями $\varphi(A)$ и $\varphi(-A)$, так и на поверхности. Считаем, что q_A и q_{-A} являются контактными напряжения, действующие на мембрану со стороны многослойной среды, а t_A и t_{-A} являются внешними давлениями сверху.

Для решения поставленной проблемы составим в преобразованиях Фурье уравнение перемещения всей поверхности многослойной среды с учетом обоих контактных зон, а также бесконтактной зоны. Оно имеет вид

$$K(\alpha_1)Q^-_{-A}(\alpha_1) + W(\alpha_1) + K(\alpha_1)Q^+_A(\alpha_1) = (\alpha_1^2 - k^2)^{-1}\left(S^-_{-A} + S^+_A\right).$$

С учетом аналитических свойств функций, сведем его к обобщенному уравнению Винера–Хопфа, приняв обозначения

$$Q^-_{-A}(\alpha_1) \equiv Q_{-A}(\alpha_1), \quad S^-_{-A} \equiv S_{-A}(\alpha_1), \quad Q^+_A(\alpha_1) \equiv Q_A(\alpha_1), \quad S^+_A(\alpha_1) \equiv S_A(\alpha_1).$$

Знак плюс означает регулярность аналитической функции комплексного переменного в верхней полуплоскости, а минус — в нижней. Здесь в (5) $W(\alpha_1)$ — преобразование Фурье перемещения свободного от внешних воздействий зоны поверхности, находящейся между зонами контакта Ω_r, $r = -A, A$.

Соотношения представляют обобщенные функциональные уравнения типа Винера–Хопфа относительно неизвестных $Q^-_{-A}(\alpha_1)$, $Q^+_A(\alpha_1)$, $W(\alpha_1)$, а также функционалов $Q_{-A}(-k)$, $Q_A(k)$, входящих в правые части уравнений. Для их исследования и нахождения строятся интегральные уравнения.

1. *Babeshko V. A.*, *Evdokimova O. V.*, *Babeshko O. M.* On the possibility of predicting some types of earthquake by a mechanical approach // Acta Mechanica. — 2018. — V. 229, No. 5. — C. 2163–2175. — DOI: 10.1007/s00707-017-2092-0.
2. *Бабешко В. А.*, *Евдокимова О. В.*, *Бабешко О. М.* Фрактальные свойства блочных элементов и новый универсальный метод моделирования // ДАН. — 2021. — Т. 499. — С. 30–35. — DOI: 10.31857/S2686740021040039,

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ МНОГОСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ ИЗ ПОЛИМЕРНОГО КОМПОЗИТА С КОНЦЕНТРАТОРОМ НАПРЯЖЕНИЙ

А. Ю. Ершова, М. И. Мартиросов

МАИ, Москва, Россия

Большинство известных критериев разрушения полимерных композиционных материалов (ПКМ) опираются на экспериментальные данные, будь то критерии разрушения для гладкого образца или образца, содержащего концентратор напряжений. Известно, что при оценке механических характеристик гладких образцов из слоистых ПКМ такие критерии, как правило, показывают удовлетворительное совпадение с экспериментом.

Естественно, более сложной является задача по определению прочностных и упругих характеристик элементов конструкций, содержащих концентраторы напряжений (например, в виде отверстий), и насколько такие концентраторы напряжений влияют на прочность и несущую способность конструкции в целом.

Для оценки прочности образца из слоистого ПКМ на практике часто применяется критерий Нуизмера. Этот критерий удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными, полученными для образцов со свободными (незаполненными) отверстиями [1].

Суть метода Нуизмера заключается в том, что разрушение образца с отверстием происходит не в случае, когда действующие напряжения достигают величины предела прочности материала $\sigma_{\text{в}}$ на краю (контуре) отверстия, а когда напряжение в образце достигает $\sigma_{\text{в}}$ на некотором расстоянии d_0 от края отверстия. Это расстояние называется характеристическим.

Можно представить характеристический размер d_0 как функцию диаметра отверстия в виде зависимости $d_0 = k\sqrt{d}$, где k — коэффициент, подбираемый на основе проведенных экспериментов с разными диаметрами отверстий, d — диаметр отверстия.

Искомое разрушающее напряжение $\sigma_{\text{разр}}$ по критерию Нуизмера определяется следующим образом:

$$\frac{\sigma_{\text{разр}}}{\sigma_{\text{в}}} = \frac{1}{K_d},$$

где K_d — коэффициент концентрации напряжений на расстоянии d_0 от контура отверстия.

Кроме того, для уточнения значения d_0 в работе [2] предлагается ввести дополнительный множитель, который зависит от отношения модуля упругости композитного пакета (КП) в продольном направлении к модулю упругости в поперечном направлении E_{+x}/E_{+y} при растяжении. В этом случае зависимость для d_0 предлагается представить в виде: $d_0 = \sqrt{d/6} \cdot E_{+x}/E_{+y}$ [2]. При этом расхождение между результатами расчетов и имеющимися экспериментальными данными невелико (составляет менее 10%). E_{+x} и E_{+y} получены по заданным механическим характеристикам E_1, E_2 для монослоев ПКМ, конкретным схемам укладок и количеству монослоев в КП. В некоторых случаях для практического применения критерия Нуизмера удобнее использовать не отношение E_{+x}/E_{+y}, а отношение коэффициентов Пуассона μ_{xy}/μ_{yx} для КП.

В работе рассматриваются образцы из ПКМ типа углепластика, представляющие собой прямоугольные полосы с центральным отверстием диаметра $d = 6$ мм. Ширина полосы $W = 36$ мм, длина L превышает ширину не менее, чем в 5 раз (что важно в случае проведения эксперимента). Отношение $W/d = 6$. Подобные образцы используются при статических испытаниях на прочность при проведении общей квалификации материалов (в рамках «пирамиды испытаний»), применяемых при создании современной авиационной техники (АТ). Однако при таких испытаниях используются образцы (элементарные) с типовой укладкой монослоев: $+45°/-45°/0°/90°/0°/-45°/+45°$ (всего в КП 7 монослоев). Общая квалификация предполагает определение величин значимых характеристик материалов, определяющих их свойства и необходимых для нормативной документации на материал. Рассматриваемые же в работе схемы укладок монослоев характерны для специальной квалификации материала. Специальная квалификация — комплекс действий, посредством которых определяется то, что материал, применяемый в типовой конструкции АТ, обладает свойствами, необходимыми для обеспечения норм летной годности в ожидаемых условиях эксплуатации.

Изучаются следующие смешанные $(0°, \pm 45°, 90°)$ симметричные схемы с укладками монослоев в КП (16, 14 и 12 монослоев):

1) $45°/-45°/0°/90°/0°/0°/45°/-45°/-45°/45°/0°/0°/90°/0°/-45°/45°/$;
2) $45°/-45°/90°/0°/45°/-45°/0°/0°/-45°/45°/0°/90°/-45°/45°$;
3) $45°/-45°/90°/0°/45°/-45°/-45°/45°/0°/90°/-45°/45°$.

Исследование проводилось для образцов в виде полосы с отверстием из следующих углепластиков:

1. PRISM EP2400/TX1100 IMS65-24K-UD196-6.35 (углелента) при $\delta = 0{,}19$ мм, $E_1 = 165$ ГПа, $E_2 = 8{,}0$ ГПа, $\mu_{12} = 0{,}33$, $\mu_{21} = 0{,}016$.
2. Cycom 970-38%-3KT650-P-193-1520 W-T6 (углеткань) при $\delta = 0{,}205$ мм, $E_1 = 55$ ГПа, $E_2 = 54$ ГПа, $\mu_{12} = 0{,}04$, $\mu_{21} = 0{,}059$.
3. HexPly M21/34%/UD194/IMA-12K (углелента) при $\delta = 0{,}184$ мм, $E_1 = 160$ ГПа, $E_2 = 7{,}7$ ГПа, $\mu_{12} = 0{,}32$, $\mu_{21} = 0{,}015$.
4. HexPly M21/40%/285T2/AS4C-6K (углеткань) при $\delta = 0{,}285$ мм, $E_1 = 65$ ГПа, $E_2 = 64$ ГПа, $\mu_{12} = 0{,}06$, $\mu_{21} = 0{,}06$.
5. HexPly 8552/34%/UD134/ AS4-12K (углелента) при $\delta = 0{,}13$ мм, $E_1 = 153$ ГПа, $E_2 = 9{,}8$ ГПа, $\mu_{12} = 0{,}31$, $\mu_{21} = 0{,}02$.

Здесь δ — толщина монослоя. Остальные обозначения приведены ранее.

Применительно к монослою теорема Максвелла (теорема взаимности) имеет следующий вид: $\mu_{12}E_2 = \mu_{21}E_1$ или $\mu_{12}/E_1 = \mu_{21}/E_2$.

Для случая КП эту теорему можно представить в виде: $\mu_{xy}/\mu_{yx} = E_x/E_y$, где μ_{xy}, μ_{yx} — коэффициенты Пуассона для КП. Тогда $d_0 = \sqrt{d/6} \cdot \mu_{xy}/\mu_{yx}$. Эта формула проверена для рассмотренных в работе углепластиков на основе углеленты и углеткани с симметричной и сбалансированной укладкой монослоев. При $d = 6$ мм $d_0 = 1{,}0$–$1{,}2$ мм.

1. *Witney J. M.*, *Nuismer R. J.* Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations // Journal of Composite Materials. — 1974. — V. 8. — P. 253–265.
2. *Боровская Я. С.*, *Глебова М. А.*, *Гришин В. И.*, *Гусева Н. В.* Оценка прочности металлокомпозитных соединений с применением критерия Нуизмера // Ученые записки ЦАГИ. — 2018. — Т. XLIX, №2. — С. 84–92.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ТЕЛЕ С ТРЕЩИНОЙ С АДГЕЗИОННЫМИ СВОЙСТВАМИ

А. В. Жильцов

ВЦ ДВО РАН ХФИЦ, Хабаровск, Россия

Постановка задачи. Пусть $\Omega \subset R^2$ ограниченная область с липшицевой границей Γ. В области имеется дефект $\overline{\gamma}_0 \subset \Omega$, представляющий из себя гладкую кривую.

Краевая постановка задачи для тела Ω_0 и дефекта γ_0 формулируется следующим образом. Для данных объемных сил $f = (f_1, f_2) \in L_2(\Omega)^2$, действующих на тело, требуется найти поле перемещений $u = (u_1, u_2)$ и тензор напряжений $\sigma = \{\sigma_{ij}\}$, $i, j = 1, 2$, определенные в Ω_0, такие, что выполняется система равенств и неравенств

$$-\operatorname{div}\sigma = f, \quad \sigma - A\varepsilon(u) = 0 \quad \text{в} \quad \Omega_0, \tag{1}$$

$$u = 0 \quad \text{на} \quad \Gamma, \tag{2}$$

$$[u_\nu] \geq 0, \quad [\sigma_\nu] = 0, \quad [\sigma_\tau] = 0 \quad \text{на} \quad \gamma_0, \tag{3}$$

$$-\sigma_\nu + \frac{1}{\delta}[u_\nu] \geq 0, \quad -\sigma_\tau + \frac{1}{\delta}[u_\tau] = 0 \quad \text{на} \quad \gamma_0, \tag{4}$$

$$[u_\nu]\left(-\sigma_\nu + \frac{1}{\delta}[u_\nu]\right) = 0 \quad \text{на } \gamma_0. \tag{5}$$

Здесь $[\varphi] = \varphi^+ - \varphi^-$ — это скачок функции φ на γ_0, обозначение $\varphi^\pm$ используется для следов функции φ на берегах дефекта $\gamma_0^\pm$. Знаки $\pm$ соответствуют положительному и отрицательному направлениям вектора нормали ν. $\sigma\nu = (\sigma_{1j}, \sigma_{2j})$, $\sigma_\nu = \sigma_{ij}\nu_i\nu_j$, $\sigma_\tau = \sigma\nu \cdot \tau$, $u_\nu = u\nu$, $u_\tau = u\tau$.

Соотношения (1) это уравнение равновесия для упругого тела и закон Гука. Для простоты на внешней границе Γ задано условие закрепления (2), в целом же результаты справедливы и для условий типа Синьорини. Первое неравенство в (3) накладывает запрет на проникновение берегов дефекта друг в друга. Если в некоторой точке $x_0 \in \gamma_0$ нет контакта берегов, т. е. $[u_\nu] > 0$, то из (5) следует, что $-\sigma_\nu + (1/\delta)[u_\nu] = 0$ в этой точке. С другой стороны, если $-\sigma_\nu + (1/\delta)[u_\nu] > 0$, то контакт есть $[u_\nu] = 0$. Параметр разрушения $\delta > 0$ описывает адгезионные свойства дефекта.

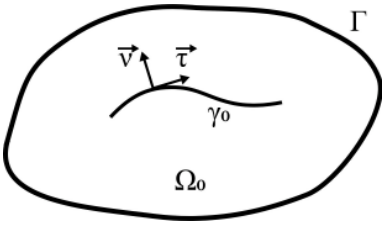


Рис. 1. Геометрия области

В статье [1], где описывается данная модель, проводится анализ задачи при фиксированном δ и при $\delta \to 0, \infty$. Крайний случай при $\delta \to 0$ соответствует задаче без дефекта. В случае $\delta \to \infty$ задача превращается в задачу с трещиной, описанную в [2]. Мы поставили цель провести численные расчеты для квазистатического случая при параметре δ, зависящем от напряжения.

Задачу (1)–(5) можно представить в виде задачи минимизации функционала энергии

$$\Pi(v) = \frac{1}{2}\int\limits_{\Omega_0} \sigma(v)\varepsilon(v) - \int\limits_{\Omega_0} fv + \frac{1}{2\delta}\int\limits_{\gamma_0} [v]^2$$

на выпуклом множестве

$$K_0 = \{v \in H^1(\Omega_0)\colon v = 0 \text{ на } \Gamma,\ [v_\nu] \geq 0 \text{ на } \gamma_0\}.$$

Метод для решения. Для решения рассматриваемой задачи применим схему двойственности, основанную на функционалах Лагранжа, аналогично тому, как это сделано в [3] для решения упругой задачи с трещиной. Этот метод двойственности позволяет снять ограничение $[v_\nu] \geq 0$, заложенное во множество K_0.

Модифицированный функционал Лагранжа для этой задачи

$$M(v, l) = \Pi(v) + \frac{1}{2r}\int\limits_{\gamma_0} \left(((l - r[v_\nu])^+)^2 - l^2\right).$$

Параметр штрафа $r > 0$ может оставаться неизменным либо меняться в определенных пределах, в отличие от метода штрафов, в котором он неограниченно возрастает.

Для поиска седловой точки $M(\cdot, \cdot)$ можно построить эффективный алгоритм типа Удзавы, который записывается следующим образом [3]:

$$\text{(i)} \quad u^{k+1} = \arg\min_{v \in H^1_\Gamma(\Omega_0)} M(v, l^k),$$

$$\text{(ii)} \quad l^{k+1} = \left(l^k - r[u_\nu^{k+1}]\right)^+.$$

На первом шаге этого метода предполагается использовать обобщенный метод Ньютона с правилом выбора длины шага по правилу Армихо.

Сам этот алгоритм предполагается поместить в цикл, уточняющий значение параметра δ, зависящего от напряжения.

1. *Khludnev A. M.* On modeling elastic bodies with defects // Sib. Elektron. Mat. Izv. — 2018. — V. 15. — P. 153–166.
2. *Хлуднев А. М.* Задачи теории упругости в негладких областях. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010.
3. *Намм Р. В.*, *Цой Г. И.* Модифицированная схема двойственности для решения упругой задачи с трещиной // Сиб. журн. вычисл. матем. — 2017. — Т. 20, №1. — С. 47–58.

ОСОБЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ГЛАВНЫХ ПЛОСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ ШЕСТИКОМПОНЕНТНЫМИ ТЕНЗОМЕТРИЧЕСКИМИ РОЗЕТКАМИ

Ш. М. Загидуллин, М. А. Левченко, А. А. Нефёдова

ЦАГИ, Жуковский, Московская обл., Россия

При испытаниях на прочность натурных авиационных конструкций широкое применение нашли [1, 2] тензометрические розетки для измерения главных плоских деформаций. Используемые в настоящее время прямоугольные трехкомпонентные и четырехкомпонентные фольговые розетки не обеспечивают [2, 3] должной точности измерения главных деформаций. Помимо этого, при выходе из строя хотя бы одного тензорезистора трехкомпонентной розетки, что нередко происходит при нагружении конструкции расчетными нагрузками, розетка, как средство измерений главных деформаций, перестает существовать. Четырехкомпонентная розетка в такой ситуации обеспечивает измерение главных деформаций с крайне низкой точностью [3].

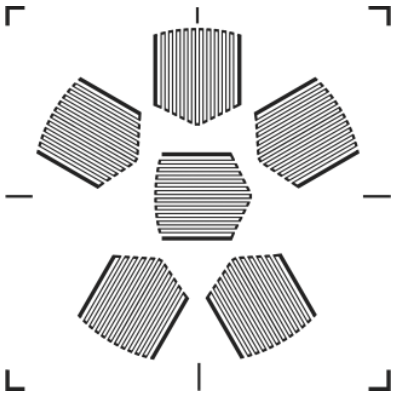


Рис. 1. Вариант шестикомпонентной тензометрической розетки

Применение многокомпонентных розеток с числом тензорезисторов, превышающих пять [4], существенно улучшает положение, обеспечивая «живучесть» розетки, как средства измерений, и приемлемую погрешность измерения главных плоских деформаций.

В настоящем докладе представлены материалы сравнительного исследования математическими методами статистики [5] погрешностей измерений главных деформаций шестикомпонентной тензометрической розеткой, изображенной на рис. 1.

1. Статические испытания на прочность сверхзвуковых самолетов / А. Н. Баранов, Л. Г. Белозеров, Ю. С. Ильин, В. Ф. Кутьинов. — М.: Машиностроение, 1974. — 344 с.
2. *Серьезнов А. Н.* Измерения при испытаниях авиационных конструкций на прочность. — М.: Машиностроение, 1976. — 224 с.
3. *Левченко М. А.*, *Загидуллин Ш. М.* Метрологический метод измерения главных плоских деформаций четырехкомпонентной прямоугольной тензометрической розеткой // Ученые записки ЦАГИ. — 2022. — №5. — С. 73–80.
4. *Загидуллин Ш. М.*, *Левченко М. М.*, *Левченко М. А.* Способ измерения деформаций и тензорезисторная розетка для его осуществления // Патент RU №2782824 от 25.02.2022 г.
5. *Cramér H.* Mathematical Methods of Statistics. — Princeton: Princeton University Press, 1946. — 575 p.

ДЕЙСТВИЕ ПРИЛИВНЫХ СИЛ НА НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ОДНОРОДНЫХ ИЗОТРОПНЫХ ВЯЗКОУПРУГИХ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ

А. А. Зленко

МАДИ, Москва, Россия

Рассматривается частный случай задачи трех тел о возмущенном движении двух вязкоупругих тел в поле притяжения неподвижной тяжелой материальной точки, взаимодействующих по закону тяготения Ньютона.

Опишем невозмущенное движение. Тела представляют собой однородные изотропные шары, массы которых существенно меньше массы тяжелой материальной точки, а масса первого шара значительно превышает массу второго шара. Центр масс этих шаров движется по окружности Кеплера вокруг тяжелой материальной точки, а шары движутся по окружностям Кеплера вокруг их центра масс. Эти движения происходят в одной неподвижной плоскости. Шары вращаются с постоянными угловыми скоростями вокруг их осей, перпендикулярных плоскости движения. Все эти движения независимы друг от друга.

Если же тела рассматривать как вязкоупругие, то за счет центробежных и приливных сил они меняют свою форму, а, следовательно, их гравитационный потенциал становится отличным от шарового, что и вносит возмущения в их движения. Вязкоупругое состояние тел описывается классической теорией упругости малых деформаций и моделью вязких сил Кельвина–Фойхта. Соответствующие уравнения движения решались с помощью метода, предложенного в работе [1]. Были получены перемещения точек вязкоупругих тел, вызванные центробежными и приливными силами [2].

В нашей работе [3] мы исследовали момент сил, действующий со стороны меньшего тела, принимаемого за материальную точку, на большее тело. Этот момент обусловлен появлением для вязкоупругого тела, так называемого, «угла запаздывания». Мы сравнили полученную формулу момента с формулой, данной в [4], взяв для большего тела реальные данные Земли, а для меньшего — Луны. В результате получили отрицательное значение коэффициента Пуассона для Земли. Это весьма любопытный факт.

В данной работе предпринята попытка объяснить отрицательное значение коэффициента Пуассона. Как известно, вещества с таким значением называются ауксетиками и они проявляют ряд интересных свойств.

В силу того, что вязкоупругие перемещения точек тел, вызванные приливами, находились в первом приближении по малому параметру, обратно пропорциональному произведению модуля Юнга на куб расстояния между телами, то их можно представить как сумму перемещений, вызванных упругими и вязкими свойствами тел. Хотя эти два процесса протекают вместе, с точки зрения понимания влияния каждого из них на деформирование тела, их можно рассмотреть отдельно. Приливная волна деформирует упругое сферическое тело таким образом, что оно превращается в эллипсоид вращения, ось симметрии которого направлена на приливообразующее тело. Перемещения точек тела на оси симметрии направлены вдоль этой прямой. Вязкое же сферическое тело деформируется так, что оно становится трехосным эллипсоидом, вытянутая ось которого образует угол в 45° с направлением на приливообразующее тело. На прямой, проходящей через центр масс тела и направленной на приливообразующее тело, перемещения точек тела перпендикулярны этой прямой и направлены от нее. Это уже проявление свойства ауксетиков. Хотя вязкие перемещения малы по сравнению с упругими, они «пово-

рачивают» и деформируют упругое тело, превращая его вязкоупругое, вытянутая ось которого образует «угол запаздывания» с направлением на приливообразующее тело. Если же рассмотреть изменение элементарных объемов в точке для вязкоупругого тела [5], то имеются области, в которых этот объем увеличивается, а в которых уменьшается. Вычисление объема вязкоупругого тела показывает, что он увеличивается, по сравнению с объемом недеформированной сферы, при отрицательных значениях коэффициента Пуассона, на величину пропорциональную квадрату малого параметра. Это также говорит в пользу проявления свойства ауксетиков и именно вязкость способствует этому. С этой же целью мы находим отношение деформаций, перпендикулярных направлению силы притяжения, к деформациям, действующим по направлению этой силы для вязких перемещений. При этом коэффициент Пуассона получается отрицательным, но не равным для двух направлений, что противоречит нашей изотропной модели, у которой коэффициент Пуассона постоянен.

Как известно, типичные однородные изотропные вязкоупругие тела демонстрируют положительный коэффициент Пуассона, т. е. они сжимаются в поперечном направлении при действии продольной нагрузки. Но обнаружен эффект, когда под действием приливных сил небесные вязкоупругие тела приобретают свойства ауксетиков, имея отрицательный коэффициент Пуассона.

1. *Вильке В. Г.* Аналитическая механика систем с бесконечным числом степеней свободы. — М.: Изд-во мех-мата МГУ, 1997. — 376 с.
2. *Zlenko A.* Displacements of points of a viscoelastic ball caused by tides // J. Phys.: Conf. Ser. — 2020. — V. 1705. — 012026.
3. *Zlenko A.* Deformed state of viscoelastic bodies in one problem of tidal interaction // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. — 2020. — V. 868. — 012022.
4. *Murray C. D.*, *Dermott S. F.* Solar System Dynamics. — Cambridge University Press, 1999. — 606 p.
5. *Ландау Л. Д.*, *Лифшиц Е. М.* Теория упругости. — М.: Наука, 1987. — 245 с.

ПРИМЕНЕНИЕ ДВУХ СХЕМ МКЭ К РЕШЕНИЮ СТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ТЕОРИИ*

А. В. Калинин, А. А. Тюхтина, Абу Даввас Яссер, Д. Т. Чекмарев

ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Рассматривается применение двух численных схем МКЭ-ажурной [1] и моментной [2] к решению трехмерных статических задач электромагнитной теории. Первая из них была подробно исследована и проверена при решении большого количества нестационарных динамических задач теории упругости и пластичности [1]. При этом она показала высокую точность и лучшую эффективность по сравнению с традиционными схемами МКЭ. Вторая схема является новой. Ее реализация и решенные статические и динамические тестовые задачи теории упругости показали ее перспективность [3, 4]. В работе рассматривается применение данных схем к численному решению статических задач электромагнитной теории.

*Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда №23-21-0040, https://rscf.ru/project/23-21-00440 и при поддержке Программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

1. Вариационная формулировка задачи магнитоэлектростатики. Стационарная система уравнений Максвелла в терминах векторного магнитного потенциала $\overline{A}$ и скалярного электрического потенциала φ, определяемых формулами $\overline{B}(x) = \operatorname{rot}\overline{A}(x)$, $\overline{E}(x) = -\operatorname{grad}\varphi(x)$, где $\overline{B}$ — вектор магнитной индукции, $\overline{E}$ — напряженность электрического поля, сводится к уравнению

$$\operatorname{rot}(\mu^{-1}\operatorname{rot}\overline{A}) = \frac{4\pi}{c}(-\sigma\operatorname{grad}\varphi + \overline{J}^{\text{ext}}), \tag{1}$$

где μ — магнитная проницаемость, σ — проводимость, $\overline{J}^{\text{ext}}$ — плотность сторонних токов. Пусть $x \in \Omega \subset R^3$, Ω — открытая односвязная ограниченная область в R^3 с границей Γ, почти в каждой точке которой определен единичный вектор внешней нормали $\overline{n}(x)$, $x \in \Gamma$. Предполагается, μ и σ — функции, при $x \in \Omega$ удовлетворяющие условиям $\mu_1 \le \mu(x) \le \mu_2$, $\sigma_1 \le \sigma(x) \le \sigma_2$, $\overline{J}^{\text{ext}}$ — заданная суммируемая с квадратом функция.

Уравнение (1) рассматривается при граничных условиях

$$\mu^{-1}\operatorname{rot}\overline{A}(x) \times \overline{n}(x) = 0, \quad x \in \Gamma \tag{2}$$

или

$$\operatorname{rot}\overline{A}(x) \cdot \overline{n}(x) = 0, \quad \operatorname{grad}\varphi(x) \times \overline{n}(x) = 0, \quad x \in \Gamma. \tag{3}$$

Для обеспечения единственности решения задач (1), (2) и (1), (3) вводятся калибровочные соотношения [5, 6]

$$\varphi(x) = -\kappa\operatorname{div}\sigma A(x), \quad x \in \Omega, \quad \sigma\overline{A}(x) \cdot \overline{n}(x) = 0, \quad x \in \Gamma,$$
$$\varphi(x) = -\kappa\operatorname{div}\sigma A(x), \quad x \in \Omega, \quad \overline{A}(x) = 0, \quad x \in \Gamma,$$

где κ — произвольное положительное число, соответственно.

Определим функциональные пространства

$$W_0 = \{\overline{u} \in H(\operatorname{rot};\Omega)\colon \sigma\overline{u} \in H_0(\operatorname{div};\Omega)\}, \quad W_0 = \{\overline{u} \in H_0(\operatorname{rot};\Omega)\colon \sigma\overline{u} \in H(\operatorname{div};\Omega)\},$$
$$(\overline{u},\overline{v})_W = \int_\Omega (\overline{u}\cdot\overline{v})\,dV + \int_\Omega (\operatorname{rot}\overline{u}\cdot\operatorname{rot}\overline{v})\,dV + \int_\Omega (\operatorname{div}\sigma\overline{u}\cdot\operatorname{div}\sigma\overline{v})\,dV.$$

Задачи (1), (2) и (1), (3) с использованием калибровочных соотношений формулируются как задачи определения функции $\overline{A} \in W_0$ (соответственно, $\overline{A} \in W^0$), удовлетворяющей вариационному равенству

$$\int_\Omega (\mu^{-1}\operatorname{rot}\overline{A}\operatorname{rot}\delta\overline{A})\,dV + \frac{4\pi}{c}\kappa\int_\Omega (\operatorname{div}\sigma\overline{A}\operatorname{div}\sigma\,\delta\overline{A})\,dV = \frac{4\pi}{c}\int_\Omega (\overline{J}^{\text{ext}}\delta\overline{A})\,dV$$

при всех $\delta\overline{A} \in W_0$ ($\delta\overline{A} \in W^0$).

2. Схемы МКЭ. Первая схема МКЭ строится на основе традиционной схемы линейного 4-узлового конечного элемента в виде тетраэдра с линейной аппроксимацией функций в элементе. При интегрировании в элементе используется одна точка интегрирования. Будем считать исходную КЭ сетку составленной из гексаэдров, а элементы — вписанными в центр каждого гексаэдра так, что ребра тетраэдра являются диагоналями гексаэдра. Таким образом, в каждом гексаэдре базовой сетки находится один расчетный элемент. Незаполненный объем гексаэдра и содержащиеся в нем экстенсивные параметры задачи присоединяются к расчетному элементу. Возможна и другая интерпретация данной схемы как схемы 4-узлового

конечного элемента в виде гексаэдра. При этом из 8 вершин гексаэдра значения неизвестных функций определяются только в четырех, а остальные вершины носят вспомогательный характер и значения в них можно определить после решения задачи путем интерполяции. Отметим, что в данной схеме МКЭ непрерывность поля перемещений между элементами сохраняется только на диагоналях гексаэдра, соединяющих расчетные узлы.

Моментный 8-узловой конечный элемент может быть получена путем проецирования ажурной схемы МКЭ большей размерности на сетку меньшей размерности. Данный подход подробно описан в [2] на примере задач теории упругости. Особенностью данной схемы является одна точка интегрирования в элементе, а также наличие постоянных в пределах элемента «моментных» компонент обобщенных сил. Схема имеет четыре параметра, регулирующих учет «моментных» компонент.

Рассматриваются вопросы реализации, точности и эффективности данных схем при решении статических задач электромагнитной теории. Выводы демонстрируются результатами решения тестовых задач.

1. *Жидков А. В.*, *Крутова К. А.*, *Миронов А. А.*, *Чекмарев Д. Т.* Численное решение трехмерных динамических упругопластических задач с использованием ажурной схемы метода конечных элементов // Проблемы прочности и пластичности. — 2017. — Т. 79, №3. — С. 327–337.
2. *Чекмарев Д. Т.* Об одном способе построения двумерных 4-узловых и трехмерных 8-узловых конечных элементов решения задач теории упругости // Учен. зап. Казан. Ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. — 2013. — Т. 155, №3. — С. 150–158.
3. *Chekmarev D. T.*, *Abu Dawwas Yasser.* Solving the hourglass instability problem using rare mesh variation-difference schemes // J. Phys.: Conf. Ser. — 2021. — V. 2099. — 012003.
4. *Chekmarev D. T.*, *Yasser Abu Dawwas.* Momentary finite element for elasticity 3D problems // MATEC Web of Conferences. — 2022. — V. 362. — 01006.
5. *Kalinin A. V.*, *Tiukhtina A. A.*, *Lavrova S. R.* Modified Coulomb and Lorenz gauges in the modeling of low-frequency electromagnetic processes // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. — 2016. — V. 158. — 012046.
6. *Калинин А. В.*, *Тюхтина А. А.*, *Изосимова О. А.* Модифицированные калибровочные соотношения для системы уравнений Максвелла в квазистационарном магнитном приближении // Журнал СВМО. — 2017. — Т. 19, №4. — С. 55–67.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ СЕТОЧНОЙ АНИЗОТРОПИИ НА КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ВЫПУЧИВАНИЯ ПОЛУСФЕРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК*

А. И. Кибец, А. В. Демарева, Ю. А. Калинина

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Рассматривается трехмерная задача упругопластического деформирования, потери устойчивости и закритического поведения полусферических оболочек. Определяющая система уравнений формулируется в переменных Лагранжа [1, 2]. Уравнение движения выводится из баланса виртуальных мощностей работы. Упругопластическое деформирование конструкционных материалов описывается соотношениями теории течения с изотропным упрочнением [3]. Определяющая система

*Работа выполнена при финансовой поддержке Государственного задания Минобрнауки России (проект №FSWR-2023-0036).

уравнений дополняется начальными и кинематическими граничными условиями. Критическая нагрузка оценивается методом продолжения по параметру [4].

Для решения задачи применяются метод конечных элементов и явная схема интегрирования по времени типа «крест» [5, 6]. Дискретизация задачи по пространственным переменным основана на 8-узловом конечном элементе. Для сглаживания нефизичных осцилляций используется алгоритм с пространственно-временным анализатором немонтонности [7, 8]. Применяемая численная схема решения задачи реализована в рамках вычислительного комплекса «Динамика-3» (Вычислительный комплекс «Динамика-3». Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности. Аттестационный паспорт программного средства. Регистрационный паспорт аттестации ПС №325 от 18.04.2013).

При использовании 8-узлового конечного элемента для решения задач устойчивости осесимметричных замкнутых оболочек возникает особенность на оси вращения: конечный элемент вырождается в призму с треугольным основанием. Чтобы преодолеть вырождение используют квазирегулярные сетки, для чего оболочку разбивают на фрагменты, получаемые взаимно однозначным отображением на куб. Конечно-элементные сетки этих подобластей в дальнейшем объединяются в процессе решения задачи. Сетка в области полюса в этом случае получается неосесимметричной, что приводит к сеточной анизотропии. При решении линейных задач погрешность, вносимая сеточной анизотропией, может быть незначительной. Однако, при исследовании потери устойчивости и закритического поведения оболочек вращения, такой подход создает нефизичное несовершенство, которое существенно искажает форму потери устойчивости.

В настоящей работе проведены расчеты упругопластического деформирования, потери устойчивости и закритического поведения жестко защемленной по контуру полусферической оболочки при равномерном сжатии внешним давлением [9]. Для снижения влияния сеточной анизотропии оболочка предварительно разбивалась по окружной координате на ряд сегментов, каждый из которых покрывался квазирегулярной сеткой из восьми узловых конечных элементов. Достоверность полученных результатов подтверждается данными численного решения задачи в осесимметричной постановке [9]. По расчетным данным потеря устойчивости в рассматриваемом варианте задачи происходит при достижении интенсивностью напряжений предела текучести. Учет пластических деформаций приводит к существенному снижению критической нагрузки.

1. *Баженов В. Г.*, *Гоник Е. Г.*, *Кибец А. И.*, *Шошин Д. В.* Устойчивость и предельные состояния упругопластических сферических оболочек при статических и динамических нагружениях // Прикладная механика и техническая физика. — 2014. — Т. 55, №1. — С. 13–22.
2. *Гоник Е. Г.*, *Кибец А. И.*, *Петров М. В.*, *Федорова Т. Г.*, *Фролова И. А.* Влияние аппроксимации диаграммы деформирования на критические нагрузки при поперечном изгибе цилиндрической оболочки // Проблемы прочности и пластичности. — 2017. — Т. 79, №2. — С. 169–181.
3. *Волков И. А.*, *Коротких Ю. Г.* Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 424 с.
4. *Шалашилин В. И.*, *Кузнецов Е. Б.* Метод продолжения решения по параметру и наилучшая параметризация в прикладной математике и механике. — М.: Эдиториал УРСС, 1999.
5. *Баженов В. Г.*, *Варавин Д. А.*, *Кибец А. И.*, *Рябов А.А*, *Романов В. И.* Исследование больших формоизменений сферической оболочки при контактном взаимодействии с жесткой обоймой под действием импульса перегрузки // Прикладная механика и техническая физика. — 2015. — Т. 56, №6. — С. 966–971.

6. *Bazhenov V. G.*, *Demareva A. V.*, *Zhestkov M. N.*, *Kibets A. I.* Special features of numerical simulation for elastic-plastic buckling of hemispherical shells under loading with the rigid indenter // PNRPU Mechanics Bulletin. — 2016. — No. 2. — P. 22–33.
7. *Кибец А. И.*, *Беженцева М. В.* Анализ влияния консервативного сглаживания конечно-элементного решения на подавление мод нулевой энергии // Проблемы прочности и пластичности. — 2021. — Т. 83, №1. — С. 101–110.
8. *Баженов В. Г.*, *Кибец А. И.*, *Демарева А. В.*, *Калинина Ю. А.* Алгоритм консервативного сглаживания разрывных волн напряжений в МКЭ // Проблемы прочности и пластичности. — 2022. — Т. 84, №3. — С. 331–342.
9. *Якушев В. Л.* Потеря устойчивости полусферических оболочек при пластических деформациях // Труды XVIII Международной конференции по теории оболочек и пластин. 29 сентября — 4 октября 1997 г. — Т. 2. — Саратов, 1997. — С. 136–141.

ДЕФОРМАЦИИ ИЗМЕНЕНИЯ ФОРМЫ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ НАПРАВЛЕНИЯ СДВИГА

Л. В. Ковтанюк, Г. Л. Панченко, Е. О. Попова

ИАПУ ДВО РАН, Владивосток, Россия

Обычно в качестве разномодульных сред рассматривают материалы с различным сопротивлением растяжению и сжатию [1–3], к которому приводит наличие микродефектов в реальных материалах, например, в горных породах. В общем случае различие свойств материалов наблюдается и при деформациях изменения формы. Здесь рассмотрим такие деформации в нелинейно упругих материалах, выбирая вторым инвариантом тензора деформаций их интенсивность [4, 5]. С использованием предложенных модельных соотношений приведем решение краевой задачи о прямолинейном движении среды в круглой трубе под действием переменного перепада давления.

1. Основные модельные соотношения. Пусть деформированное состояние нелинейной упругой изотропной среды характеризует тензор деформаций Альманси d_{ij}

$$d_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i} - u_{k,i}u_{k,j})/2, \tag{1.1}$$

где u_i — компоненты вектора перемещений.

Для несжимаемой среды компоненты тензора напряжений Эйлера–Коши σ_{ij} связаны с деформациями d_{ij} формулой Мурнагана

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \frac{\partial W}{\partial d_{ik}}(\delta_{kj} - 2d_{kj}). \tag{1.2}$$

Здесь p — добавочное гидростатическое давление, W — упругий потенциал. Для изотропной несжимаемой среды W является функцией инвариантов тензора деформаций: $W = W(I_1, I_2)$. Запишем разложение функции W в ряд Тейлора относительно свободного состояния, ограничиваясь слагаемыми до третьего порядка по компонентам d_{ij}

$$\begin{gathered} W = -\gamma_1 I_1 + \gamma_2\sqrt{I_2} + \gamma_3 I_1^2 + \gamma_4 I_2 - \gamma_5 I_1\sqrt{I_2} - \gamma_6 I_1^3 + \gamma_7 I_1^2\sqrt{I_2} - \gamma_8 I_1 I_2 + \gamma_9 I_2\sqrt{I_2}\ldots, \\ I_1 = \frac{1}{3}(d_1 + d_2 + d_3) = \frac{1}{3}(d_{11} + d_{22} + d_{33}) = \frac{1}{3}d_{kk} = d, \\ I_2 = \frac{3}{2}\left((d_1 - d)^2 + (d_2 - d)^2 + (d_3 - d)^2\right) = \frac{3}{2}\left(d_{ik}d_{ki} - \frac{1}{3}d_{kk}^2\right). \end{gathered} \tag{1.3}$$

Здесь d_1, d_2, d_3 — главные значения тензора деформаций d_{ij}. Инвариант I_2 в таком случае равен квадрату интенсивности деформаций, $\gamma_k > 0$ — упругие модули.

В случае антиплоской деформации ($u_1 = u_2 = 0$, $u_3 = u_3(x_1, x_2)$), которая будет рассматриваться далее, коэффициенты в упругом потенциале являются зависимыми. Такое движение осуществимо [6], если

$$W = -2\mu J_1 - \mu J_2 + hJ_1^2 + (h-\mu)J_1J_2 - \zeta J_1^3 + \ldots, \quad J_1 = d_{kk}, \quad J_2 = d_{ik}d_{ki}. \tag{1.4}$$

Сравнивая (1.3) и (1.4), для коэффициентов потенциала (1.3) получим

$$\gamma_1 = 6\mu, \quad \gamma_3 = 3(3h-\mu), \quad \gamma_4 = -2\mu/3, \quad \gamma_6 = 9(\mu-h)+27\zeta, \quad \gamma_8 = 2(\mu-h). \tag{1.5}$$

Отметим, что равенство нулю коэффициента γ_2 следует из условия отсутствия касательного напряжения в недеформированном материале.

2. Прямолинейное движение среды в круглой трубе. Рассмотрим обратимое деформирование несжимаемого упруговязкопластического материала в круглой трубе радиуса R с недеформируемыми стенками в условиях растущего со временем перепада давления. Решение этой краевой задачи теории больших деформаций в цилиндрической системе r, φ, z координат ищется в классе функций $u = u_z(r,t)$, $P = P(r,z,t)$.

Полагаем, что деформирование начинается из свободного состояния материала. Далее в зависимостях напряжений от обратимых деформаций ограничимся слагаемыми до третьей степени $u' = u_{z,r}$. Согласно соотношениям (1.1)–(1.3) получим

$$\begin{gathered}\sigma_{rr} = -P \pm \frac{1}{2}\gamma_5\frac{b^3}{a}, \quad \sigma_{\varphi\varphi} = -P, \quad \sigma_{rz} = \mu b \mp \frac{1}{4}\gamma_5\frac{b^2}{a},\\ \sigma_{zz} = -P + \mu b^2 \pm \frac{1}{4}\gamma_5\frac{b^3}{a}, \quad a = \sqrt{b^2+3}.\end{gathered} \tag{2.1}$$

Здесь и далее верхний знак соответствует $b = u' < 0$, нижний $b = u' > 0$.

Деформирование и движение материала по трубе связано с воздействием градиента давления $\psi(t)$; во всем процессе деформирования на стенках трубы выполнено условие жесткого сцепления. Краевые условия, таким образом, имеют вид

$$\partial P/\partial z = \mp\psi(t), \quad \psi(0) = 0, \quad u(R,t) = 0, \quad \sigma_{rr}(R) = \sigma_0, \tag{2.2}$$

где σ_0 задает напряженное состояние, вызванное начальным поджатием.

Интегрирование уравнений равновесия(квазистатическое приближение)

$$\sigma_{rz,r} + \sigma_{zz,z} + \sigma_{rz}r^{-1} = 0, \quad \sigma_{rr,r} + \sigma_{rz,z} + (\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi})r^{-1} = 0 \tag{2.3}$$

с учетом краевых условий (2.2) приводит к зависимостям

$$\sigma_{rz} = \mp\psi(t)r/2, \quad P = \pm\psi(t)z + g(r,t). \tag{2.4}$$

Для определения перемещений и компоненты напряжений σ_{rr} согласно (2.1) и (2.3) получаем уравнения

$$\mu b \mp \frac{1}{4}\gamma_5\frac{b^2}{a} = \mp\frac{\psi(t)r}{2}, \quad \sigma_{rr,r} = \mp\frac{1}{2}\gamma_5\frac{b^3}{a} = \mp\psi(t)b \mp 2\mu\frac{b^2}{r}. \tag{2.5}$$

Гидростатическое давление и компонента напряжений σ_{zz} находится из (2.1) по известному напряжению σ_{rr}. Полученное решение при возрастающей функции $\psi(t)$ справедливо в промежутке времени от нуля до последующего момента времени $t = t_0$, начиная с которого от стенки $r = R$ начнет развиваться область пластического течения согласно выбранному закону.

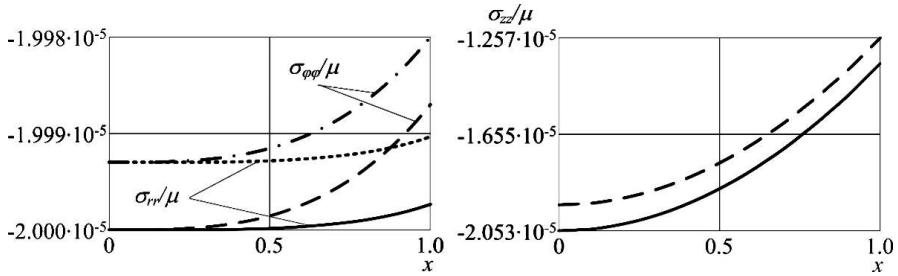


Рис. 1

Распределение компонент напряжений ($x = r/R$) при $z/R = 0{,}000001$ в момент начала пластического течения показано на рис. 1: для $u' > 0$ нижние, для $u' < 0$ — верхние линии. $\psi(t)$ полагалась линейной функцией времени $\psi(t) = \alpha t$ ($\alpha = \text{const}$).

1. *Быковцев Г. И.*, *Лаврова Т. Б.* Модель анизотропно упрочняющейся среды, имеющей различные законы упрочнения для растяжения и сжатия // Изв. АН СССР. МТТ. — 1998. — №2. — С. 146–151.
2. *Ломакин Е. В.*, *Работнов Ю. Н.* Соотношения теории упругости для изотропного разномодульного тела // Изв. АН СССР. МТТ. — 1978. — №6. — С. 29–34.
3. *Саркисян М. С.* К теории упругости изотропных тел, материал которых по-разному сопротивляется растяжению и сжатию // МТТ. — 1971. — №5. — С. 99–108.
4. *Буренин А. А.*, *Ярушина В. М.* К моделированию деформирования материалов, по-разному сопротивляющихся растяжению и сжатию // Проблемы механики деформируемых твердых тел и горных пород: к 75-летию со дня рождения академика Е. И. Шемякина: сб. науч. тр. — М.: Изд-во Физ.-мат. лит., 2006. — С. 100–106.
5. *Цвелодуб И. Ю.* К разномодульной теории упругости изотропных материалов // В сб.: Динамические задачи механики сплошных сред. СО АН СССР. Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева. — 1977. — Вып. 32. — С. 123–131.
6. *Лурье А. И.* Нелинейная теория упругости. — М.: Наука, 1980. — 512 с.

ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ КОЛЕБАНИЙ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПРИ НЕРАВНОМЕРНОЙ ДЕФОРМАЦИИ ДВУХ ОПОР ВО ВРЕМЯ ПОСАДКИ

Л. А. Кондратенко, В. Г. Дмитриев, Л. И. Миронова

МАИ, Москва, Россия

Рассматривается в линейном плане процесс посадки летательного аппарата (ЛА). При этом полагается, что полученная математическая модель должна стать базой для более подробного изучения указанного процесса с учетом имеющихся существенных нелинейностей посредством нового численного метода [1].

Особенности первого контакта шасси с твердой поверхностью являются первопричиной других движений деталей, узлов и самого летательного аппарата, способных привести к негативному эффекту, что требует проведения дополнительных исследований.

Во время посадки ЛА возникают случаи, когда контакт опор (колес) с аэродромным покрытием взлетно-посадочной полосы (твердой поверхностью) осуществляется неравномерно. Причиной такого события является ветер, несимметричность конфигураций и весовых характеристик консолей и пр. При этом кроме некоторой вертикальной посадочной скорости, может возникать перекос крыла относительно

горизонта или вращение относительно главной центральной оси ЛА. Рассмотрим на первом этапе исследований достаточно простой вариант, когда колебаниями консолей относительно фюзеляжа можно пренебречь.

С этой целью обратимся к схеме на рис. 1, где тело массой m со скоростью v соприкасается с твердой поверхностью.

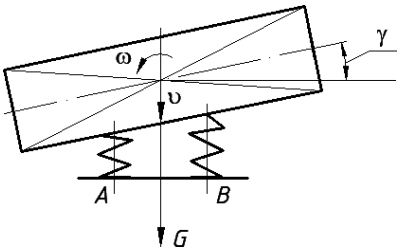


Рис. 1. Схема взаимодействия опор с поверхностью: v — вертикальная посадочная скорость; ω — угловая скорость вращения; γ — угол отклонения крыла относительно горизонта

При этом скорости будут определяться соотношениями $v = v_0 + \Delta v$; $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$, а в опорах развиваются разные силы, приводящие с течением времени к равновесному положению тела. Для упрощения опоры будем рассматривать, как подпружиненные с использованием гидродинамического демпфирования.

Положим, что скорость деформации точки контакта опоры A с твердой поверхностью можно описать выражением

$$v_1(t) = v_0 + \Delta v + b(\omega_0 + \Delta\omega), \tag{1}$$

а для опоры B

$$v_2(t) = v_0 + \Delta v - b(\omega_0 + \Delta\omega), \tag{2}$$

где $b = 0{,}5AB$; AB — расстояние между опорами.

С учетом (1), (2) запишем, опираясь на метод, изложенный в работе [2], уравнения, характеризующие данный процесс

$$(\sigma_{y1,0} + \Delta\sigma_{y1} + \sigma_{y2,0} + \Delta\sigma_{y2}) f_n = m_n \frac{d\Delta v}{dt} + h_y(v_0 + \Delta v); \tag{3}$$

$$f_n b[(\sigma_{y1,0} + \Delta\sigma_{y1})(1 - c_1 \operatorname{sgn} v_1) - (\sigma_{y2,0} + \Delta\sigma_{y2})(1 - c_2 \operatorname{sgn} v_2)] = J\frac{d\omega}{dt} + h_\omega(\omega_0 + \Delta\omega); \tag{4}$$

$$-\vartheta_1 f_n \frac{d\Delta\sigma_{y1}}{dt} = v_0 + \Delta v + b(\omega_0 + \Delta\omega); \tag{5}$$

$$-\vartheta_2 f_n \frac{d\Delta\sigma_{y2}}{dt} = v_0 + \Delta v - b(\omega_0 + \Delta\omega), \tag{6}$$

где J — маховой момент инерции тела относительно главной центральной оси; m_n — посадочная масса; σ_{y1}, σ_{y2} — напряжения в опорах A и B; h_y, h_ω — коэффициенты демпфирования для вертикального перемещения и для вращения относительно главной центральной оси, зависящих от аэродинамического сопротивления оперенья и фюзеляжа и от особенностей трения в опорах; c_1, c_2 — коэффициенты трения скольжения в опорах, пропорциональные нагрузке; f_n — площадь сечения упругого элемента в опоре, воспринимающего нагрузку; ϑ_1, ϑ_2 — функция упругости опор.

Коэффициент трения c зависит от силы прижатия трущихся деталей в опоре. Следует отметить, что демпфирующее влияние самих колес мы будем учитывать в функциях упругости, которую для каждой опоры сейчас оценим выражением

$$\vartheta = \frac{0{,}02L_K}{(m_0 + m_d)g},$$

где L_k — размах крыла; m_0 — масса пустого ЛА; m_d — масса добавленного груза (топливо и др.).

В предположении одинаковости опор и вводя оператор $p \equiv d/dt$ из системы (3)–(6) получим

$$-v_0(1+0{,}5h_y\vartheta p)+0{,}5f_n\vartheta p(\sigma_{y1,0}+\sigma_{y2,0})=\Delta v\left(1+0{,}5h_y\vartheta p+0{,}5m\vartheta p^2\right), \quad (7)$$

$$-\omega_0\left(1+0{,}5h_\omega b^{-2}\vartheta p\right)+0{,}5f_n b^{-1}\vartheta p(\sigma_{y1,0}-\sigma_{y2,0})=\Delta\omega\left(1+0{,}5h_\omega b^{-2}\vartheta p+0{,}5b^{-2}J\vartheta p^2\right). \quad (8)$$

В случае ровной посадки аппарата движение определяется уравнением (7). При наличии начального вращения или перекоса крыла относительно горизонта движение определяется уравнениями (7) и (8).

Пусть имеет место только перекос крыла, тогда, переходя к изображениям по Лапласу [3], получим

$$0{,}5f_n b^{-1}\vartheta s\Delta\sigma_{y0}(s)=\Delta\omega(s)\left(1+0{,}5h_\omega b^{-2}\vartheta s+0{,}5b^2J\vartheta s^2\right), \quad (9)$$

где $\Delta\sigma_{y0}(s)=\sigma_{y1,0}(s)-\sigma_{y2,0}(s)$ — изображение разности напряжений; $s=j\omega_k$; $j=(-1)^{0,5}$; ω_k — круговая частота колебаний воздействий.

Выразим из (9) изображение колебаний угловой скорости вращения тела, получим

$$\Delta\omega(s)=\frac{B\Delta\sigma_{y0}(s)s}{1+0{,}5h_\omega b^{-2}\vartheta s+0{,}5b^{-2}J\vartheta s^2}, \quad (10)$$

где $B=0{,}5\vartheta f_n b^{-1}$.

Если имеется первоначальное вращение ЛА относительно главной центральной оси, то из (8) следует

$$-\omega_0(s)\left(1+0{,}5h_\omega b^{-2}\vartheta s\right)=\Delta\omega(s)\left(1+0{,}5h_\omega b^{-2}\vartheta s+0{,}5b^{-2}J\vartheta s^2\right) \quad (11)$$

и изображение колебаний угловой скорости вращения тела

$$\Delta\omega(s)=-\frac{\omega_0(s)(1+0{,}5h_\omega b^{-2}\vartheta s)}{1+0{,}5b^{-2}h_\omega\vartheta s+0{,}5b^{-2}J\vartheta s^2}. \quad (12)$$

Оригиналы решений (10)–(12) определяются с помощью методов, изложенных в (3).

1. *Кондратенко Л. А.*, *Миронова Л. И.* Имитационная модель механической системы с существенными нелинейностями «GDPR1_5». Свидетельство о государственной регистрации программы ЭВМ №2018617684 от 28.06.2018 г.
2. *Кондратенко Л. А.*, *Миронова Л. И.* Моделирование динамических процессов в существенно нелинейных системах. — М.: Русайнс, 2021. — 225 с.
3. *Иванов В. А.*, *Чемоданов Б. К.*, *Медведев В. С.* Математические основы теории автоматического регулирования. — М.: Высшая школа, 1971. — 797 с.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ УДАРНОЙ ВОЛНЫ С ПРОНИЦАЕМЫМ ДЕФОРМИРУЕМЫМ ГРАНУЛИРОВАННЫМ СЛОЕМ*

А. В. Кочетков, И. А. Модин, А. А. Лисицын

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Введение. Одни из перспективных преград, защищающие конструкции от импульсных воздействий, являются насыпные слои [1–3]. В научной литературе су-

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда (РНФ №22-79-10076).

ществует ряд работ, посвященных исследованию деформируемых пористых преград [4–7], где показано, что размещение слоя пористых насыпных слоев перед стенкой мишени уменьшает величины остаточного напряжения и энергии мишени и существенно уменьшает скорость приложенной нагрузки. Полученные результаты ограничиваются малыми нагрузками, которые не вызывают развитое пластическое течение или разрушение материала шариков. При этом предполагалось, что проницаемые элементы в процессе взаимодействия с ударными волнами испытывают малые деформации и их проницаемость не изменяется. В работе [8] рассматривается процесс взаимодействия плоских ударных волн с деформируемыми упругопластическими гранулированными слоями, которые могут испытывать большие деформации, влияющие на их проницаемость.

Основной текст. Решена задача воздействия плоских ударных волн на деформируемый гранулированный слой. Исследуется трансформация волн при прохождении через упругопластический гранулированный слой с учетом и без учета изменения проницаемости слоя вследствие его деформации (рис. 1). При решении задач используется зависимость изменения проницаемости слоя от его сжатия, которая получена также численно при моделировании сжатия симметричных фрагментов гранулированных слоев в пространственной постановке.



Рис. 1. Постановка задачи численного моделирования

Представлена математическая модель, описывающая в одномерном приближении взаимосвязанные процессы нестационарного деформирования плоских проницаемых гранулированных слоев, состоящих из шаровых частиц, и волновых процессов в поровом и окружающем газе. В основе модели лежат нелинейные уравнения динамики двух взаимопроникающих континуумов. В качестве межфазных сил учитываются силы сопротивления при обтекании газом шаровых частиц и силы трения Стокса. Численное решение уравнений проводится по модифицированной схеме С. К. Годунова, адаптированной к задачам динамики взаимопроникающих сред. Поверхности контакта чистого газа с пористым гранулированным слоем и поровым газом являются поверхностью разрыва пористости и проницаемости, на которых выполняются законы сохранения как на скачке пористости. Численная реализация контактных условий производится на основе решения задачи распада разрыва на скачке пористости.

Процессы волнообразования в твердой фазе носят нелинейный характер. На рис. 2 и 3 представлены распределения давлений и плотностей по гранулированному слою (твердой фазе) в моменты времени $t = 0{,}1$ мс — кривая 1; $t = 0{,}2$ мс — кривая 2; $t = 0{,}3$ мс — кривая 3. Скорости распространения возмущений по твердой фазе значительно меньше, чем по поровому газу. Вследствие нелинейности происходит некоторое усиление амплитуды распространяющейся по слою волны (кривые 3). В распространяющейся по твердой фазе волне наблюдается уплотнение слоя в 1,76 раза, что приводит к существенному изменению его проницаемости.

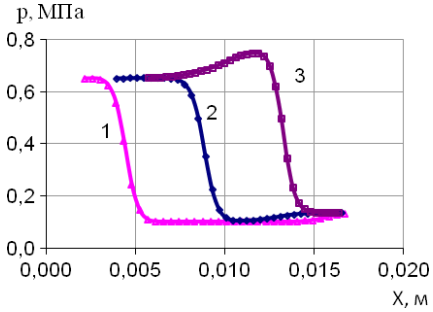


Рис. 2. Распределение давления по расчетной области в твердой фазе слоя

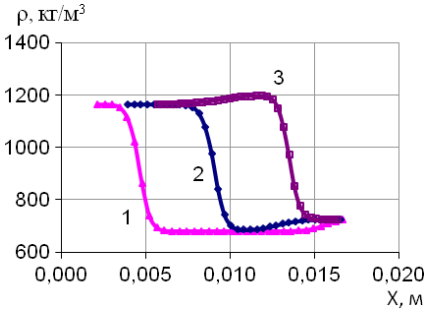


Рис. 3. Распределение плотности по расчетной области в твердой фазе слоя

Заключение. Численные исследования процессов нелинейного взаимодействия ударных волн с деформируемыми проницаемыми гранулированными слоями показали, что параметры проходящих и отраженных волн существенно зависят от степени обжатия гранулированных слоев, более существенна эта зависимость для проходящих волн. Поэтому оценку защитных свойств проницаемых преград при воздействии сильных ударных волн следует проводить с учетом изменения их проницаемости вследствие деформирования. Разработанные математическая и численная модели позволяют получать параметры отраженных и проходящих волн через проницаемые гранулированные слои с учетом изменения проницаемости от степени деформационного сжатия слоя.

1. *Гельфанд Б. Е.*, *Сильников М. В.* Фугасные эффекты взрывов. — СПб.: Изд-во «Политон», 2002. — 272 с.
2. *Ben-Dor G.*, *Britan A.*, *Elperin T.*, *Igra O.*, *Jiang J. P.* Mechanism of compressive stress formation during weak shock waves impact with granular materials // Experiments in Fluids. — 1997. — V. 22. — P. 507–518.
3. *Kochetkov A. V.*, *Modin I. A.* Numerical Simulation of the Interaction of a Shock Wave with a Permeable Granulated Layer // Advanced Structured Materials. — 2023. — V. 176. — P. 129–143. — DOI: 10.1007/978-3-031-17073-7_9.
4. *Modin I. A.*, *Kochetkov A. V.*, *Leontiev N. V.* Numerical simulation of quasistatic and dynamic compression of a granular layer // AIP Conference Proceedings. — 2019. — V. 2116. — No. 270003. — DOI: 10.1063/1.5114277.
5. *Брагов А. М.*, *Константинов А. Ю.*, *Кочетков А. В.*, *Модин И. А.*, *Савихин А. О.* Экспериментальное исследование деформационных свойств насыпного слоя из свинцовых шариков при динамическом и квазистатическом нагружении // Вестник ПНИПУ. Механика. — 2017. — №4. — С. 5–16. — DOI: 10.15593/perm.mech/2017.4.02.
6. *Кочетков А. В.*, *Леонтьев Н. В.*, *Модин И. А.*, *Турыгина И. А.*, *Чекмарев Д. Т.* Численное моделирование деформирования гранулированного слоя при сжатии // Проблемы прочности и пластичности. — Н. Новгород. Изд-во ННГУ, 2018. — Т. 80, №3. — С. 359–367.
7. *Balandin V. V.*, *Kochetkov A. V.*, *Krylov S. V.*, *Modin I. A.* Numerical and experimental study of the penetration of a package of woven metal grid by a steel ball // Journal of physics conference series. — 2019. — V. 1214, No. 012004. — DOI: 10.1088/1742-6596/1214/1/012004.
8. *Модин И. А.*, *Кочетков А. В.*, *Глазова Е. Г.* Численное исследование взаимодействия ударной волны с проницаемым деформируемым гранулированным слоем // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. — 2022. — Т. 26, №1. — С. 79–92. — DOI: 10.14498/vsgtu1879.

РАЗВИТИЕ РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ МЕТОДОВ ОТРАБОТКИ ПРОЧНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЦИФРОВОГО КОМПЛЕКСА ВИЗУАЛИЗАЦИИ И АНАЛИЗА РЕЗУЛЬТАТОВ ИСПЫТАНИЙ

Д. В. Курулюк, Е. А. Левченко, С. В. Чумак

ЦАГИ, Жуковский, Московская обл., Россия

При проведении статических испытаний на прочность применяется хорошо зарекомендовавший себя расчетно-экспериментальный подход, в основе которого лежит принцип тесной взаимосвязи расчета и эксперимента [1–3]. Для сопровождения экспериментальных исследований подготавливается расчетная модель, на которой проводится виртуальное моделирование предстоящего случая нагружения. При этом выявляются наиболее нагруженные области конструкции, а также критические по прочности и устойчивости элементы. Далее происходит сборка и наладка испытательного стенда, проводятся предварительные нагружения, поверяется контрольно-измерительное оборудование, отлаживаются системы управления экспериментом. Испытания осуществляются поэтапно, от наименее опасных с точки зрения риска разрушения изделия случаев нагружения к наиболее критическим. При этом на всех стадиях экспериментальной отработки прочности конструкции необходимо непрерывно контролировать ее напряженно-деформированное состояние (НДС) и осуществлять прогноз на дальнейшие этапы нагружения, с целью исключить возможность возникновения преждевременных разрушений. По результатам испытаний проводится анализ полученных данных, выполняется валидация созданных ранее расчетных моделей. Усовершенствованная математическая модель используется для проведения виртуального моделирования последующих случаев нагружения, предоставляя тем самым более достоверные данные [4–6].

Для полноценной реализации концепций расчетно-экспериментального подхода был разработан цифровой комплекс визуализации и анализа результатов натурных прочностных испытаний авиаконструкций, на основе специализированного программного обеспечения (ПО) «TensoVis» (рис. 1). Разработанный цифровой комплекс позволяет проводить анализ и визуализацию НДС конструкции в режиме реального времени. Инструменты анализа позволяют сравнить расчетные значения деформаций с экспериментом непосредственно в ходе нагружения.

Разработка и внедрение цифрового комплекса в контрольно-измерительную систему, обеспечивающую проведение испытаний в НИО-3 ЦАГИ, позволили:

— сократить время на подготовку и обработку данных эксперимента;

— минимизировать риск совершения ошибок, связанных с человеческим фактором;

— усовершенствовать методику проведения эксперимента, которая способствует существенному снижению рисков непреднамеренных разрушений изделия.

Наибольшая эффективность разработанного комплекса достигается при испытаниях сложных объектов с большим количеством обрабатываемых датчиков при критических случаях нагружения, в которых велик риск незапланированных преждевременных разрушений конструкции. Основные технические возможности комплекса продемонстрированы в ходе натурных сертификационных испытаний пассажирского магистрального самолета и его отдельных агрегатов при различных случаях нагружения. При этом количество установленных и одновременно обрабатываемых тензорезисторов достигало 15 000 штук [7, 8].

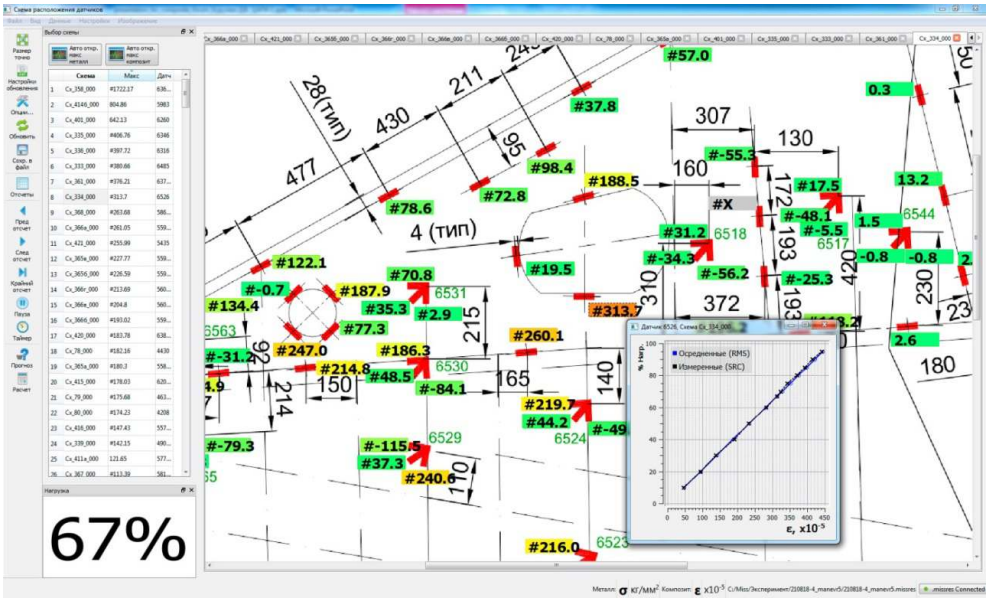


Рис. 1. Программное обеспечение для визуализации и анализа результатов испытаний на прочность («TensoVis»)

По результатам выполнения работы получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ «TensoVis» №2021613144 от «02» марта 2021 г. Внедрение разработанного комплекса подтверждается Актом о начале использования в лаборатории прочности натурных конструкций НИО-3 ЦАГИ от «09» июля 2021 г.

1. *Зиченков М. Ч.*, *Дзюба А. С.*, *Дубинский С. В.*, *Лимонин М. В.*, *Парышев С. Э.*, *Панков А. В.* Развитие методов анализа и исследования прочности авиационных конструкций // Полет. — 2018. — №11. — С. 87–105.
2. *Гришин В. И.*, *Глебова М. А.*, *Дударьков Ю. И.*, *Левченко Е. А.*, *Лимонин М. В.* Анализ прочности силовых элементов и металло-композитных соединений конструкции летательного аппарата. Космические аппараты и технологии // Космические аппараты и технологии. — 2020. — Т. 4, №4(34). — С. 191–200.
3. *Гришин В. И.*, *Дзюба А. С.*, *Дударьков Ю. И.* Прочность и устойчивость элементов и соединений авиационных конструкций из композитов. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013.
4. *Замула Г. Н.*, *Колесник К. А.* Способы повышения весовой эффективности применения композиционных конструкций // Полет. — 2018. — №10. — С. 14–24.
5. *Ендогур А. И.*, *Кравцов В. А.* Идеология проектирования авиационных конструкций из полимерных композиционных материалов // Труды МАИ. — 2015. — №81.
6. *Гусев П. Н.*, *Курулюк Д. В.*, *Левченко Е. А.* Развитие расчетно-экспериментального подхода к отработке прочности конструкции при статических испытаниях магистрального самолета // Ученые записки ЦАГИ. — 2022. — №4 (Т. LIII). — С. 69–79.
7. *Дзюба А. С.*, *Дасов С. В.*, *Чумак С. В.*, *Фурман А. В.*, *Филонюк В. В.*, *Кольман Е. М.*, *Курулюк Д. В.* Развитие измерительно-вычислительного и управляющего комплекса для испытаний самолетов в лаборатории статических испытаний ЦАГИ // Датчики и системы. — 2018. — №6. — С. 60–67.
8. *Курулюк Д. В.* Программное обеспечение для автоматизации проведения прочностных испытаний // Автоматизация в промышленности. — 2017. — №4. — С. 51–53.

ПРОЧНОСТЬ И РАЗРУШЕНИЕ МОНОЛИТНЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ВНЕЗАПНОМ ОТКАЗЕ НЕСУЩЕГО ЭЛЕМЕНТА

В. В. Лалин[1,2]***, А. Н. Дмитриев***[1]

[1]*СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия;* [2]*РУДН, Москва, Россия*

Введение. Прогрессирующее обрушение — динамический процесс деформирования и разрушения конструкций, выражающийся в обрушении всего здания или значительной его части в результате локального отказа несущего элемента. Для прогрессирующего обрушения характерны высокая скорость процесса, физически и геометрически нелинейное поведение, изменение схемы работы несущих конструкций.

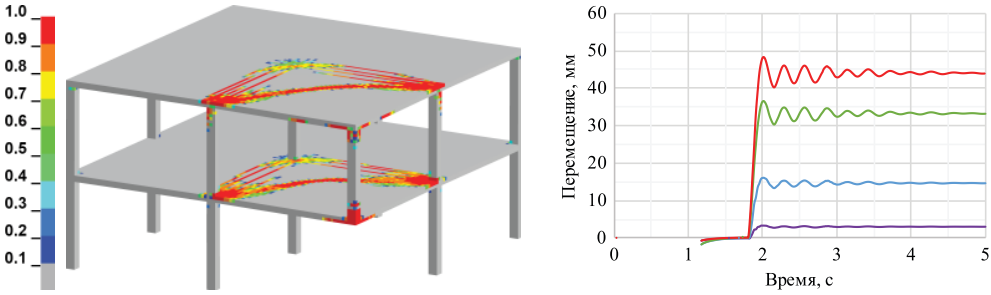
В проектной практике учет физически нелинейных эффектов, присущих железобетону, неявным образом учитывается в критериях прочности и трещиностойкости элементов конструкции, а напряженно-деформированное состояние, как правило, вычисляется квазистатическим методом в предположении линейно-упругой работы материала. При таком подходе, как правило, не удается добиться удовлетворительного совпадения результатов расчетов с экспериментальными данными [1]. В данной работе предлагается метод решения задач прогрессирующего обрушения в динамической постановке и с явным учетом физической нелинейности в определяющих соотношениях, связывающих между собой напряжения и деформации.

Объект исследования. В качестве объекта исследования выступают монолитные двухэтажные железобетонные каркасы №1 и №2, подверженные мгновенному отказу угловой и центральной колонн первого этажа, соответственно. В ходе проведения натурных испытаний выполнена запись вертикальных перемещений контрольных точек. Согласно результатам испытаний, каркас №1 при отказе угловой колонны оказался устойчив к прогрессирующему обрушению, максимальные вертикальные перемещения составили 48,1 мм; каркас №2 в результате отказа центральной колонны обрушился.

Описание расчетных моделей и методики расчета. Для моделирования динамического деформирования конструкций применен программный комплекс LS-DYNA, реализующий метод конечных элементов и явную центрально-разностную схему интегрирования по времени [4].

Для учета физической нелинейности используются определяющие соотношения, основанные на теории пластического течения. Неупругое поведение бетона описывается моделью Continuous Surface Cap Model с замкнутой трехинвариантной поверхностью текучести, деградацией прочности и жесткости и учетом влияния скорости деформаций [5, 6]; для арматурной стали принята модель идеального упругопластического тела с поверхностью текучести Мизеса и учетом скорости деформаций по модели Купера–Саймондса [4].

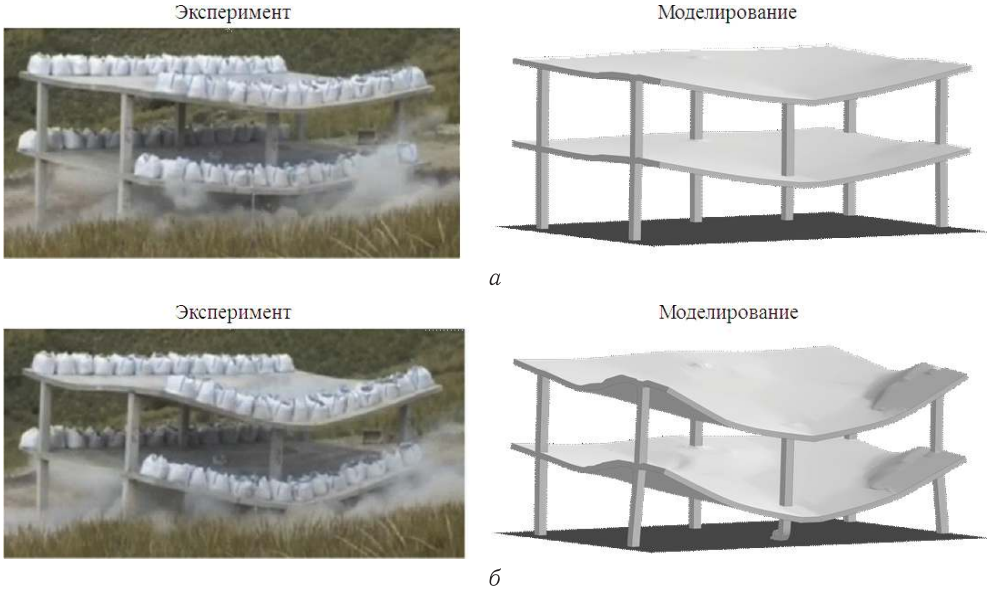
Результаты. После отказа угловой колонны каркаса №1 в плитах перекрытия накапливается поврежденность (рис. 1, *а*), которая свидетельствует о возникновении трещин в растянутой зоне бетона, а максимальные вертикальные перемещения достигают 48,4 мм (рис. 1, *б*). К пятой секунде процесса вертикальные перемещения всех четырех контрольных точек стабилизируются, и конструкция переходит в новое состояние статического равновесия. Максимальное отклонение от экспериментальных данных по перемещениям среди всех контрольных точек не превышает 6,6%. Как было установлено нами ранее [1, 7], использование упрощенных инженерных подходов приводит к гораздо большим погрешностям (до 50%) и недооценке возникающих прогибов.



а *б*

Рис. 1. Результаты моделирования каркаса №1 при отказе угловой колонны: *а* — поврежденность конструкций; *б* — вертикальные перемещения контрольных точек (результаты эксперимента показаны пунктирными линиями, результаты моделирования — сплошными)

Отказ центральной колонны изменяет схему работы каркаса №2, увеличивая пролет в два раза, что вызывает неограниченный рост перемещений и в конечном счете приводит к полному обрушению конструкции. По результатам расчета установлено совпадение перемещений контрольной точки и процесса деформирования каркаса в целом с данными натурных наблюдений (рис. 2).



а

б

Рис. 2. Деформирование каркаса №2 в различные моменты времени: *а* — 0,6 с; *б* — 1,1 с

Заключение. Предложенный метод моделирования последствий локального отказа в нелинейной динамической постановке позволяет получить корректное напряженно-деформированное состояние поврежденной конструкции и сделать вывод об ее устойчивости к прогрессирующему обрушению. Рассмотренный подход позволяет моделировать как обрушаемые, так и устойчивые к прогрессирующему обрушению конструкции. В силу сравнительно высоких трудозатрат данный подход предлагается в качестве уточняющего на заключительных этапах проектирования зданий и сооружений.

1. *Dmitriev A. N.*, *Lalin V. V.* Comparison of Different Procedures for Progressive Collapse Analysis of RC Flat Slab Structures under Corner Column Loss Scenario // Buildings. — 2021. — V. 11(9). — P. 405. — DOI: 10.3390/buildings11090405.
2. *Adam J. M. et al.* Dynamic performance of a real-scale reinforced concrete building test under a corner-column failure scenario // Engineering Structures. — 2020. — V. 210. — 110414. — DOI: 10.1016/j.engstruct.2020.110414.
3. *Bermejo M.*, *Santos A. P.*, *Goicolea J. M.* Development of practical finite element models for collapse of reinforced concrete structures and experimental validation // Shock and Vibration. — 2017. — Article ID 4636381. — DOI: 10.1155/2017/463638.
4. *Hallquist J.* LS-DYNA Theory Manual. Livermore Software Technology Corporation. — Livermore, 2007. — 884 p.
5. *Murray Y.*, *Abu-Odeh A.*, *Bligh R.* Evaluation of LS-DYNA Concrete Material Model 159. — McLean, 2007. — 209 p.
6. *Novozhilov Y. V.*, *Dmitriev A. N.*, *Mikhaluk D. S.* Precise Calibration of the Continuous Surface Cap Model for Concrete Simulation // Buildings. — 2022. — V. 12(5). — P. 636. — DOI: 10.3390/buildings12050636.
7. *Dmitriev A.*, *Lalin V.*, *Melnikov A.* Validation of Computational Procedures for the Progressive Collapse Analysis of Reinforced Concrete Structures // Proceedings of EECE 2020. Lecture Notes in Civil Engineering. — V. 150. — Cham: Springer, 2020. — P. 215–224. — DOI: 10.1007/978-3-030-72404-7_22.

ВЛИЯНИЕ ТОЛЩИНЫ КОСТНОГО ЦЕМЕНТА НА ПРОЧНОСТЬ ФИКСАЦИИ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ИМПЛАНТОВ. МЕЗОСКОПИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ*

И. П. Мартышина, А. Ю. Смолин, Г. М. Еремина

ИФПМ СО РАН, Томск, Россия

Экспериментальные работы свидетельствуют о том, что расшатывание бедренного импланта инициализируется и концентрируется в области контакта цемент–кость [1–3]. Главное ограничение лабораторных исследований сводится к наблюдению эффектов непосредственно на поверхности образца. Для понимания того, что происходит внутри материала, применяют компьютерное моделирование [4–6].

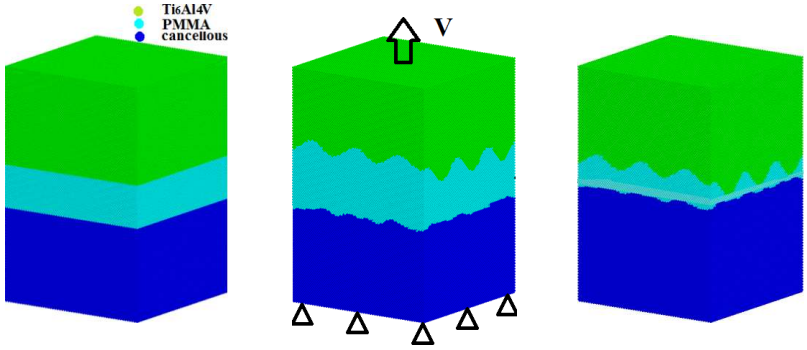
Целью данной работы является влияние геометрических параметров составных элементов в композиции «кость–цемент–эндопротез» на разрушение материалов.

Моделирование проводилось методом подвижных клеточных автоматов (ПКА) [5, 6]. В ПКА моделируемый материал рассматривается как ансамбль частиц конечного размера (клеточных автоматов), взаимодействующих по определенным правилам, позволяющим в рамках дискретного подхода описывать его деформационное поведение как изотропного упругопластического тела. Для описания механического поведения костной ткани с учетом наличия в ней биологической жидкости применялась модель пороупруго-хрупкой среды [6].

Рассматривалось одноосное растяжения трехслойного мезообразца, состоящего из слоев костной ткани, цементного слоя и титанового сплава импланта (рис. 1).

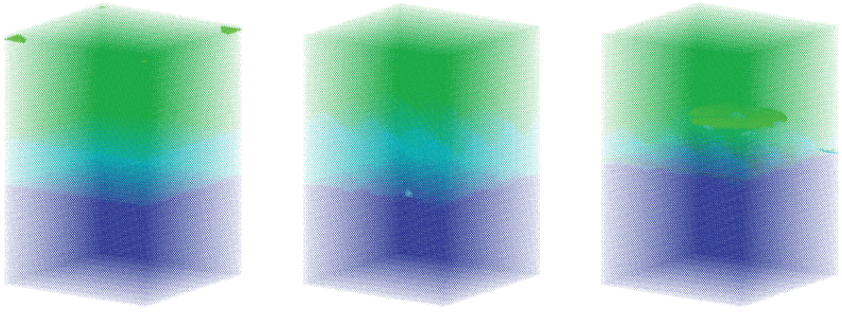
*Выполнено в рамках государственного задания ИФПМ СО РАН (тема номер FWRW-2021-0009).

Основание образца — квадрат со стороной 1,5 мм, высота образца 2,5 мм. Учитывалась шероховатость всех контактирующих поверхностей: кость–цемент 200 мкм, цемент–имплант 80 мкм. Варьировалась толщина цементного слоя. Нагружение задавалось через фиксацию нижнего слоя автоматов и задание скорости в вертикальном направлении автоматов верхнего слоя образца, которая на первом этапе плавно нарастала до величины $V = 0{,}01$ м/с (рис. 1), а затем выдерживалась постоянной до достижения реакцией со стороны остального образца величины, равной половине предела прочности кости, по аналогии с работой [2].



а *б* *в*

Рис. 1. Трехслойные модельные образцы: без шероховатости и прослойкой костного цемента 500 мкм (*а*), с шероховатостью, прослойкой цемента 700 мкм и схема нагружения (*б*), с шероховатостью и прослойкой цемента 300 мкм (*в*)



а *б* *в*

Рис. 2. Зарождение повреждений в образцах с гладкими интерфейсами (*а*), шероховатостью и различной толщиной прослойки костного цемента: 700 мкм (*б*) и 300 мкм (*в*)

Свойства титаноговог сплава: плотность 4500 кг/м^3, модуль объемного сжатия 167 ГПа, сдвига 76 ГПа. Упругие и пороупругие свойства костной ткани брались из литературы [7], прочность на растяжение 5 МПа, на сжатие — 10 МПа. Жидкость имела свойства физиологического раствора.

Показано, что разрушение образца существенно зависит от шероховатости и толщины прослойки костного цемента. Так в образце без учета шероховатости разрушение начинается в углах верхнего слоя костной ткани, которые являются концентраторами напряжений. В образце с учетом шероховатости и толщиной цемента 700 мкм разрушение начинается в костном цементе на границе цемент–имплант. В случае с шероховатыми интерфейсами и толщиной цемента 500 и 300 мкм разру-

шение начинается на границе кость–цемент. Таким образом, прослойка толщиной более 600 мкм снижает риск разрушения непосредственно костной ткани.

На графиках зависимостей силы от деформации (рис. 3) вдоль оси нагружения видно, что наиболее прочным является модельный образец без учета шероховатости интерфейсов. Чуть менее прочным является модельный образец с максимальной высотой цементной прослойки. Наименее устойчивыми к деформации являются модельные образцы с высотой цементной прослойки 300 и 500 мкм.

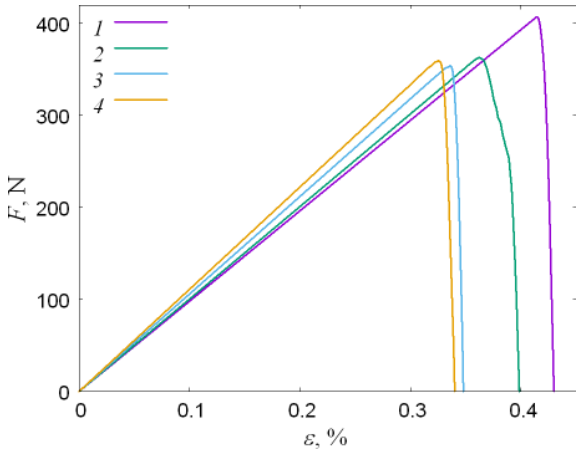


Рис. 3. Зависимость силы от деформации при растяжении модельных образцов: с гладким интерфейсом (*1*), шероховатостью и различной шириной прослойки костного цемента: 700 мкм (*2*), 500 мкм (*3*) и 300 мкм (*4*)

Полученные результаты показывают, что явный учет морфологии интерфейса контактирующих материалов позволяет более правдоподобно воспроизводить поведение системы кость–цемент–имплант. Установлено, что желательным при эндопротезировании является нанесение более толстого слоя цемента. Толщина слоя существенно влияет на локализацию первых трещин и устойчивость к разрушению при одинаковой степени деформации.

1. *Race A.*, *Miller M. A.*, *Ayers D. C.*, *Mann K. A.* Early cement damage around a femoral stem is concentrated at the cement/bone interface // J. Biomech. — 2003. — V. 36. — P. 489–449.
2. *Damron L. A.*, *Kim D. G.*, *Mann K. A.* Fatigue debonding of the roughened stem-cement interface: effects of surface roughness and stem heating conditions // J. Biomed. Mat. Res. B: Appl. Biomat. — 2006. — V. 78(1). — P. 181–188.
3. *Mann K. A.*, *Miller M. A.*, *Cleary R. J.*, *Janssen D.*, *Verdonschot N.* Experimental micromechanics of the cement–bone interface // J. Orthop. Res. — 2008. — V. 26. — P. 872–879.
4. *Janssen D.*, *Mann K. A.*, *Verdonschot N.* Finite element simulation of cement-bone interface micromechanics: a comparison to experimental results // J. Orthop. Research. — 2009. — V. 27(10). — P. 1312–1318.
5. *Shilko E. V.*, *Psakhie S. G.*, *Schmauder S. et al.* Overcoming the limitations of distinct element method for multiscale modeling of materials with multimodal internal structure // Comp. Mater. Sci. — 2015. — V. 102. — P. 267–285.
6. *Shilko E. V.*, *Smolin A. Yu.*, *Dimaki A. V.*, *Eremina G. M.* Particle-based approach for simulation of nonlinear material behavior in contact zone // Multiscale Biomechanics and Tribology of Inorganic and Organic Systems. — Singapore, 2021. — P. 67–89.
7. *Cowin S. C.*, *Doty S. B.* Tissue Mechanics. — N.Y.: Springer, 2007. — 698 p.

РАСЧЕТ СТАЦИОНАРНЫХ МЕТЕОРИТНЫХ ФОРМ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМОВ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО НАГРЕВА

Д. Н. Минюшкин, Н. С. Перевалов

МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Расчет движения метеоритов является актуальной задачей. В связи с этим, научный и практический интерес представляют различные методы моделирования разрушения материалов под воздействием аэродинамического нагрева. Для верификации предложенного в работе метода была выбрана задача определения стационарных обгарных метеоритных форм, которые подробно изучены в работах [1–3].

Задача о расчете уноса материала и определения метеоритной формы является сопряженной и состоит из трех составных частей: моделирование тепловых нагрузок, моделирование разрушения материала под действием тепловых нагрузок и моделирование изменения формы. В предлагаемом методе все вышеперечисленные задачи решаются последовательно. В рамках данного подхода, расчет внешнего обтекания происходит в стационарной постановке, и после изменения формы метеорита, производится пересчет. Соответственно, расчет внешнего обтекания и тепловых потоков методом Навье–Стокса неудобен из-за чрезмерной ресурсоемкости. Поэтому для оценки параметров внешнего обтекания использовано решение уравнений Эйлера, а тепловые потоки оценивались модифицированным методом эффективной длины. Расчет разрушения поверхности метеорита и изменения его формы проводились с помощью решения вспомогательной задачи деформации твердого тела.

Предложенный в данной работе метод расчета метеоритных форм позволяет получить удовлетворительный результат. К достоинствам метода может быть отнесена его относительная простота и не требовательность к ресурсам. К числу недостатков метода можно отнести грубое разрешение точки излома поверхности, что является следствием упрощенного подхода к определению тепловых потоков — решением уравнений Эйлера для расчета внешнего обтекания и модифицированного метода эффективной длины.

1. *Лунев В. В.* Некоторые свойства и решения уравнения абляции // Известия АН СССР. МЖГ. — 1977. — Февр. — №3. — С. 95–102.
2. *Знаменский В.* Численное решение уравнения уноса // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1978. — №2.
3. *Воронкин В.*, *Лунев В.*, *Никулин А.* О стационарной форме тел приих разрушении за счет аэродинамического нагрева // Изв. АН. СССР. МЖГ. — 1978. — Февр. — №2.

МОДЕЛЬ РАЗРУШЕНИЯ УГЛЕРОДА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ТЕПЛОВЫХ НАГРУЗОК

Д. Н. Минюшкин, Е. К. Пьянков

МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

В настоящее время высокотемпературные защитные материалы частично или полностью состоят из углерода и его смесей. Условия их эксплуатации, такие как давление и температура, могут значительно отличаться и достигать высоких значений. Разработан метод моделирования разрушения углерода под действием тепловых нагрузок и его реализация с помощью открытых программных библиотек Mutation++.

При разработке модели разрушения проводится сравнение с экспериментальными данным. Основной массив экспериментальных данных в литературе получен в экспериментах на плазмотронах высокой мощности.

Обработка экспериментальных данных является самостоятельной сложной задачей, в которой могут быть учтены те или иные факторы — например, прогрев и тепловое расширение образца. Учет максимального количество факторов при обработке экспериментальных данных позволили повысить точность моделей разрушения.

ИССЛЕДОВАНИЕ СЖАТИЯ ПЛАСТИН С ОТВЕРСТИЯМИ

В. И. Митряйкин, Е. А. Пузырецкий, Д. А. Носов, М. Е. Кузнецов

КНИТУ–КАИ, Казань, Россия

Проверка на ударные повреждения композитных конструкций является ключевым аспектом при определении эксплуатационной надежности летательных аппаратов (ЛА). Внешне эти повреждения могут выглядеть незначительными, но могут причинить серьезные внутренние разрушения слоев, что приведет к снижению прочности конструкций. В соответствии с нормативными документами [1, 2], повреждение не должно понизить эксплуатационную надежность конструкции ниже допустимого уровня при воздействии эксплуатационных нагрузок. Размеры ударных повреждений зависят от свойств материала и энергии удара [3, 4].

Оценка влияния указанных повреждений на прочностные характеристики конструкции является непростой задачей, поскольку трудно включить сложную форму повреждения в расчетные модели. Поэтому для инженерных расчетов наиболее эффективным является подход, который заключается в замене размеров повреждений на эквивалентное отверстие, площадь которого равна площади повреждения. В настоящей работе такой подход применен для оценки влияния эквивалентного отверстия на прочность пластин при сжатии.

Для проведения исследования были использованы пластины из углепластика В180 с переплетением Саржа 2×2. Для получения пластин толщиной 4 мм из 20 слоев был использован метод вакуумно-печного формования. Размеры образцов составляли $150 \times 100 \times 4$ мм. На образцы были нанесены ударные повреждения энергией 10 Дж, 20 Дж, 30 Дж. Для нанесения ударного воздействия на образцы использовалась ударная машина Instron Dunatup 9250HV с вертикально падающим грузом. Она оборудована чувствительным пьезометрическим датчиком нагрузки с точностью $\pm 1\%$ от измеряемого диапазона, диаметр ударного наконечника равен 16 мм. Испытательная машина имеет пневматическую систему, которая предотвращает повторный удар.

Для оценки площади повреждений образцов после ударного воздействия использовался комплекс ультразвукового контроля Olympus OmniScan MX2. Для расчета площади отпечатка, оставшегося после ударного воздействия, использовалась система автоматизированного проектирования КОМПАС 3D. Расчет проводился с помощью графического метода. На развертке С-скана имеется линейка, которая совмещалась с координатной сеткой САПР, затем выделялась область повреждения образца, и производился расчет ее площади. Рисунок 1 демонстрирует результаты ультразвукового сканирования образцов материала В180/22502/UMT42S-3K-EP с ударными повреждениями. Результаты показаны при различных энергиях удара.

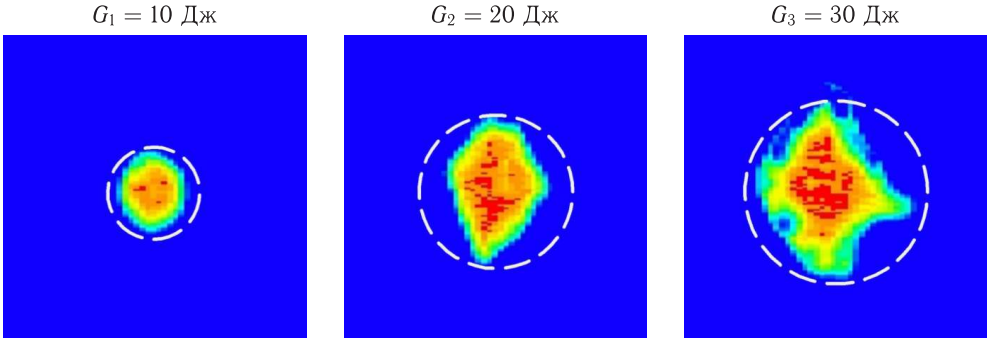


Рис. 1. Результаты ультразвукового сканирования образцов после ударного воздействия

Была проведена серия тестовых расчетов пластин с отверстиями на базе комплекса Ansys Static Structural. Расчеты были выполнены в трехмерном пространстве с помощью восьмиузлового конечного элемента с учетом геометрической нелинейности. Для достижения максимальной точности была разработана детальная сетка в области около отверстия. В расчетах был использован критерий прочности по максимальным деформациям. Было изучено напряженно-деформированное состояние пластин, а также определены критические значения нагрузок и напряжений при сжатии.

Для сравнения значений расчетной и экспериментальной критической нагрузки были проведены испытания пластин с отверстиями на сжатие. Испытание проходило на электромеханической универсальной испытательной машине Instron 5882 с программно-аппаратным комплексом Instron 5800. Образцы с отверстием подвергались сжимающей нагрузке. Испытательная машина способна воспроизводить нагрузку до 100 кН. Измерение нагрузки производится с помощью силоизмерительного тензометрического датчика Instron, обладающего точностью измерения силы сжатия в пределах $\pm 0,15\,\%$ от диапазона измерения. С использованием результатов эксперимента построена аппроксимирующая зависимость критической нагрузки, в зависимости от диаметра отверстий.

Для выявления деформационных характеристик поверхности образцов с отверстиями был выполнен анализ полей деформации с помощью видеосистемы, основанной на методе корреляции изображений — VIC-3D, которая не требует прямого контакта с материалом. Массив данных объемного поля деформации получается благодаря системе, состоящей из двух параллельно установленных камер, которые записывают изменения положения точек, нанесенных на образец. С помощью программного обеспечения точность слияния данных достигает 50 мкм/мм. В процессе эксперимента фиксировались значения перемещения точек в метрических единицах и полей деформаций вдоль оси образца в зависимости от приложенной нагрузки.

Сравнение результатов расчета с испытаниями показало, что полученная расчетная модель демонстрирует высокую сходимость с тестовым экспериментом. Однако увеличение диаметра отверстия вызывает увеличение погрешности расчета. Это объясняется тем, что использование КЭ-модели не позволяет учесть дефекты, возникающие при механической обработке отверстия. Несмотря на это, данный эффект не оказывает значительного влияния на результаты анализа при диаметрах отверстия 15 мм и более.

1. МОС 25.571–1А. Оценка допустимости повреждений и усталостной прочности конструкции. СЦ «Прочность», инв. №123/1б, 2015.
2. Federal Aviation Administration. Advisory Circular — Composite Aircraft Structure. Advisory Circular, No. 20—107B change 1, 2010.
3. *Ерасов В. С.*, *Крылов В. Д.*, *Панин С. В.*, *Гончаров А. А.* Испытания полимерного композиционного материала на удар падающим грузом // Авиационные материалы и технологии. — 2013. — №3. — С. 60–64.
4. *Митряйкин В. И.*, *Беззаметнов О. Н.*, *Кротова Е. В.* Исследование прочности композиционных материалов с ударными повреждениями // Изв. Вузов. Авиационная техника. — 2020. — Т. 63, №3. — С. 27–33.

АППРОКСИМИРОВАННЫЕ ДИАГРАММЫ НАПРЯЖЕНИЙ МАТЕРИАЛОВ КОЛЕСА И РЕЛЬСА

Г. А. Неклюдова, Е. С. Евтух, Г. Е. Евтух

БГТУ, Брянск, Россия

Моделирование процесса движения железнодорожного экипажа на участке рельсового стыка при нормированных значениях просадки балласта позволило определить наибольшие вертикальные динамические нагрузки, возникающие в процессе ударного взаимодействия колеса и рельса, а так же обусловленные колебательными процессами [1]. При прохождении через стык груженого грузового вагона с допускаемыми в зависимости от просадки скоростями, усилия взаимодействия между колесом и рельсом достигают 300 кН.

Как численные расчеты, так и экспериментальные исследования показывают, что при усилиях более 125 кН в материале рельса обнаруживаются пластические деформации, а в материале колеса они охватывают уже значительную область подконтактного слоя. В связи с этим контактная задача для колеса и рельса должна решаться в упруго-пластической постановке.

При решении упруго-пластических задач используются диаграммы напряжений, построенные в координатах $\varepsilon_e\sigma_e$. В качестве эквивалентных напряжений и деформаций принимаются интенсивность деформаций и интенсивность напряжений. В случае одноосного растяжения интенсивность напряжений σ_i равна напряжению σ, а интенсивность деформаций ε_i равна $\varepsilon - \varepsilon_0$, где ε_0 — средняя деформация, которая равна 1/3 объемной деформации. В качестве диаграммы зависимости σ_e от ε_e в работе использована диаграмма, полученная при испытании образца материала на растяжение.

Образец бандажной стали выполнен из заготовки из ступичной части вагонного колеса. Длинной стороной заготовка располагалась параллельно оси колесной пары. Образец из рельсовой стали изготовлен из заготовки, полученной из части головки рельса, прилегающей к галтели.

Для образцов приняты размеры: $R = 2{,}5$ мм, $D = 19$ мм; начальный диаметр d_0 и рабочая длина l образца, выполненного из бандажной стали, составили 9,64 мм и 102,6 мм, а образца, выполненного из рельсовой стали 9,71 мм и 102,2 мм соответственно. Образцы разорваны на машине для испытаний Р-20 с настройкой на максимальное разрывное усилие 100 кН.

На диаграмме имеется площадка текучести. Определены предел текучести и временное сопротивление, которые оказались равными $\sigma_T = 389$ МПа, $\sigma_B = 756$ МПа. Истинное сопротивление разрыву $S_k = 1126{,}5$ МПа. Определены характеристики

пластичности материала: относительное удлинение после разрыва $\delta = 12{,}8\%$, относительное сужение после разрыва $\psi = 32{,}8\%$.

С использованием диаграммы растяжения построена диаграмма напряжений, показанная на рис. 1.

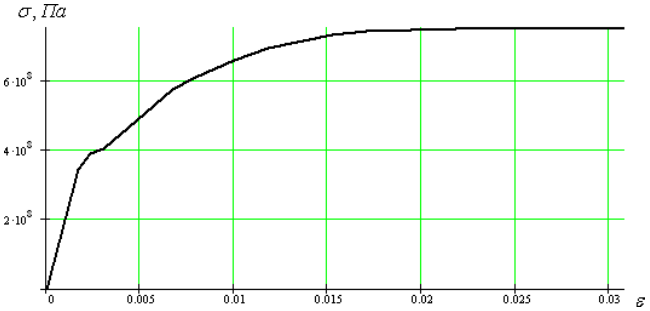


Рис. 1. Условная диаграмма напряжений бандажной стали

По оси ординат отложены условные напряжения, полученные делением силы на начальную площадь поперечного сечения рабочей части образца F_0, которая составила 0,73 см^2. Масштаб относительных линейных деформаций установлен с использованием начального линейного участка диаграммы в предположении, что модуль упругости материала образца равен $2 \cdot 10^{11}$ Па. В качестве деформации, соответствующей пределу пропорциональности, принято значение $\varepsilon_{\text{пц}} = 1{,}723 \cdot 10^{-3}$. Диаграмма аппроксимирована отрезками прямых на восьми участках.

Разрушение образца, выполненного из рельсовой стали происходит с образованием шейки, однако диаграмма не содержит площадки текучести. Условный предел текучести, напряжение при котором остаточная деформация образца достигает 0,2%, составил 761 МПа. С использованием диаграммы растяжения определены и другие характеристики прочности: предел пропорциональности $\sigma_{\text{пц}} = 561$ МПа, предел упругости $\sigma_{0{,}05} = 637$ МПа, временное сопротивление $\sigma_{\text{в}} = 1032$ МПа, истинное сопротивление разрыву $S_k = 1592$ МПа. Характеристики пластичности материала составили $\delta = 8{,}7\%$ и $\psi = 35{,}4\%$. Диаграмма напряжений представлена на рис. 2.

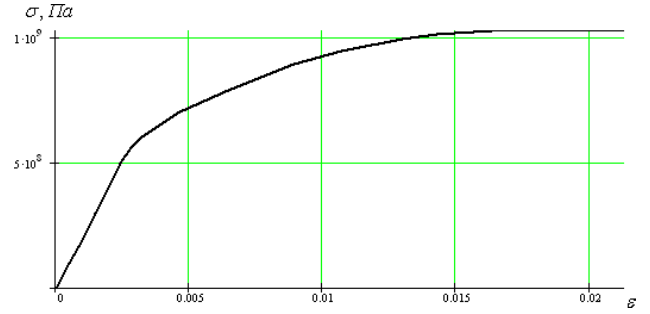


Рис. 2. Условная диаграмма растяжения рельсовой стали

Она также аппроксимирована восьмью участками. Деформация, соответствующая пределу текучести материала составила $2{,}812 \cdot 10^{-3}$.

1. Получены диаграммы напряжений для материалов колеса и рельса с использованием стандартных образцов. Установлено, что оба они разрушаются по типу

пластичного материала с образованием шейки. На диаграмме напряжений бандажной стали имеется площадка текучести. Предел текучести составляет 389 МПа, временное сопротивление 756 МПа. Диаграмма напряжений рельсовой стали не имеет площадки текучести. Условный предел текучести для нее составил 761 МПа, временное сопротивление 1032 МПа.

2. С использованием диаграмм напряжений построены аппроксимированные диаграммы в безразмерных координатах $\overline{\varepsilon};\overline{\sigma}$. Они использованы при решении упруго-пластических контактных задач для колеса и рельса.

1. *Евтух Е. С.*, *Неклюдова Г. А.* Решение контактной задачи для колеса и рельса МКЭ при расположении колеса над кромкой рельсового стыка и на удалении от нее // III Международный научный семинар «Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы». Москва, 2015. — С. 51–53.
2. *Сакало В. И.*, *Евтух Е. С.*, *Агапов Д. Г.* Идентификация параметров гашения колебаний в системе «колесо — железнодорожный путь» // Вестник БГТУ. — 2013. — №4. — С. 66–70.
3. *Evtukh E.*, *Neklyudova G.* Accumulation of contact fatigue damages in car wheels when railing over rail joints // XVII Scientific conference on railways. Serbia: Mechanical Engineering Faculty of the University of Niš, 2016. — P. 161–165.

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ УСТАЛОСТНЫХ ИСПЫТАНИЙ АВИАЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ*

А. Д. Никитин, И. С. Никитин

ИАП РАН, Москва, Россия

Усталостное разрушение конструкционных материалов как научное направление возникла во второй половине XIX века и была связана с разрушением инженерных конструкций в эксплуатации. Зафиксированные в отчетах случаи разрушения тросов подъемных устройств на горнодобывающих шахтах являются первыми документальными свидетельствами усталостного разрушения [1]. С развитием транспортных технических систем количество случаев усталостного разрушения элементов технических систем в эксплуатации стало значительно нарастать, приводя к авариям и катастрофам. В результате было сформирована новая область исследований — усталость материалов. Задачами этой области стали исследования циклической прочности материалов и установление механизмов разрушения конструкционных материалов. Значимый вклад в развитие усталости материалов внес А. Веллер, предложивший идею ресурсных испытаний на стандартизованных образцах и концепцию бесконечной усталостной долговечности. Однако, развитие технических систем, таких как автомобильные, авиационные, космические и др., привело к принципиальному увеличению скоростей и частоты нагружения современных материалов. В результате, в настоящее время нагружения в условиях эксплуатации в значительной степени отличаются от условий экспериментального определения циклической прочности материалов.

Как показано в работах [2, 3] одним из наиболее опасных режимов нагружения современных элементов конструкций является динамическое нагружение с околорезонансной частотой. Для ряда ответственных элементов конструкций подобные

*Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект №23-19-00640).

условия нагружения наблюдаются на частотах порядка нескольких килогерц, что приводит к большим циклическим наработкам, превышающим 10^7–10^8 циклов. При этом возникает необходимость определения модальных характеристик элементов конструкций, нахождение собственных форм и частот колебаний для оценки циклической прочности (рис. 1).



а *б*

Рис. 1. Пример разрушения лопатки диска компрессора в эксплуатации (*а*) и результат исследования на собственные частоты (*б*) [3]

Классические методы испытаний на усталость предполагают циклическое нагружение с частотами, значительно отличающимися от собственной частоты образца на базах испытаний до 10^6 циклов.

Таким образом, возникает качественное и количественное несоответствие реальных и экспериментальных условий нагружения. В настоящей работе представлены новые методы проведения усталостных испытаний и соответствующие экспериментальные результаты для определения циклической прочности конструкционных материалов при различных режимах высокочастотного нагружения, таких как растяжение-сжатие, кручение, трехточечный изгиб.

Предложенные методы основаны на исследовании нагружения с частотой, совпадающей с первой модой продольных (крутильных, изгибных) колебаний образцов в виде стержней переменного сечения (корсетные формы) [4]. Определение динамических характеристик может быть выполнено с помощью моделирования методом конечных элементов или аналитически с использованием метода возмущений. В настоящей работе предлагается аналитический метод получения собственных частот и форм колебаний различного типа для стержней и пластин переменного сечения, основанный на методе разложения по малому параметру.

Рассмотрен случай малого изменения параметров стержня по длине:

$$I = I_0 + \varepsilon I_1(x) + \ldots, \quad S = S_0 + \varepsilon S_1(x) + \ldots, \quad \varepsilon \ll 1.$$

Для продольных колебаний $I(x) = E(x)S(x)$, E — модуль Юнга стержня, S — переменная площадь сечения, для крутильных колебаний $I(x) = \mu(x)J(x)$, μ — модуль сдвига стержня, J — полярный момент инерции.

Решение для собственной частоты и формы колебаний построено в виде асимптотического ряда по степеням малого параметра ε:

$$u = u_0 + \varepsilon u_1(x) + \ldots, \quad \omega = \omega_0 + \varepsilon \omega_1(x) + \ldots$$

В результате получены наглядные формулы для безразмерных поправок к собственным частотам и формам продольных (крутильных) колебаний стержня переменного сечения:

$$\overline{\omega}_{1n} = \frac{1}{l}\Big(\int_0^l (\overline{I}_1 - \overline{E}_1/2)\cos 2k_n\xi\, d\xi + \int_0^l \overline{E}_1/2 d\xi\Big),$$

$$u_{1n}(x) = U_n \left\{ \begin{array}{r} \Big(\int\limits_{-l}^{x} (\overline{I}_1' \cos k_n\xi \sin k_n\xi - k_n\overline{E}_1 \sin^2 k_n\xi)\, d\xi + \overline{\omega}_{1n}k_n(x+l)\Big)\cos k_n x - \\ - \Big(\int\limits_{-l}^{x} (\overline{I}_1' \cos^2 k_n\xi - k_n\overline{E}_1 \sin k_n\xi \cos k_n\xi)\, d\xi\Big)\sin k_n x \end{array} \right\}.$$

В работе представлены результаты проектирования образцов для высокочастотных испытаний на усталость для ряда конструкционных материалов: титановых, алюминиевых сплавов и сталей. Получены решения для собственных частот и форм колебаний при испытаниях на растяжение–сжатие, кручение и трехточечный изгиб. Проведено экспериментальное исследование усталостной прочности титановых и алюминиевых сплавов при растяжении–сжатии, кручении и изгибе. Получены экспериментальные кривые усталости в области больших долговечностей при высокочастотном нагружении. Показано, что в области больших долговечностей происходит качественная смена механизма усталостного разрушения, а также принципиальное снижение усталостной прочности конструкционных материалов. Полученные качественные и количественные результаты должны учитываться при проектировании ответственных элементов конструкций, подверженных высокочастотному нагружению.

1. *Schultz W.* A history of fatigue // Eng. Fracture Mechanics. — 1996. — V. 54. — P. 263–300.
2. *Nicholas T.* Critical issues in high cycle fatigue // Int. J. Fatigue. — 1999. — V. 21. — P. 221–231.
3. *Шанявский А.А.*, *Никитин А.Д.*, *Солдатенков А.П.* Сверхмногоцикловая усталость металлов. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2022. — 496 с.
4. *Bathias C.* Gigacycle fatigue in mechanical practice. — N.Y.: Dekker, 2005. — 328 p.

МОДЕЛИ ЦИКЛИЧЕСКОЙ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ ПРИ ВЫСОКОЧАСТОНОМ НАГРУЖЕНИИ*

И. С. Никитин, А. Д. Никитин, Б. А. Стратула

ИАП РАН, Москва, Россия

Высокочастотное циклическое нагружение является одной из основных причин преждевременного выхода из строя быстровращающихся элементов авиационных конструкций, таких как диски и лопатки авиационных газотурбинных двигателей, зубчатые передачи редукторов и др. Высокочастотное нагружение приводит к значительным циклическим наработкам, превышающим стандартные базы испытаний для большинства конструкционных материалов 10^6–10^8 циклов. Характерные

*Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект №19-19-00705-П).

наработки для элементов, подверженных высокочастотному нагружению, нередко достигают области сверхмногоцикловой усталости (СВМУ) 10^8–10^{10} циклов. Область СВМУ в настоящее время является малоизученной, о чем свидетельствует сравнительное небольшое количество экспериментальных результатов, полученных для некоторых типов конструкционных материалов (в основном для сталей, титановых и алюминиевых сплавов). Как следствие, существует крайне ограниченное количество моделей для оценки усталостной прочности и долговечности материалов и элементов конструкций в области СВМУ. В настоящей работе представлена мультирежимная модель усталостного разрушения для широкого диапазона циклических нагрузок, включая высокочастотные.

В основу предложенной модели положена гипотеза о подобии левой (режим многоцикловой усталости, МНЦУ) и правой (режим СВМУ) ветвей бимодальной кривой усталости. Подобие кривых позволяет ввести единообразное описание для указанных режимов соотношением типа Баскина. В результате циклического воздействия в объеме материала происходит распределенное накопление усталостной повреждаемости, которая описывается функцией повреждаемости $0 \le \psi \le 1$. Динамика накопления повреждаемости описывается кинетическим уравнением:

$$\frac{\partial \psi}{\partial N} = B(\sigma, \Delta\sigma)\psi^{\gamma}/(1-\psi^{1-\gamma}).$$

Коэффициент кинетического уравнения B зависит от локального напряженно-деформированного состояния. Накопление повреждаемости может быть ассоциировано с различными критериями усталостного разрушения по механизму нормального отрыва или сдвига. Для учета этих особенностей вводится представление об эквивалентом напряжении, которое входит в критерий усталостной прочности. Это эквивалентное напряжение используется для вычисления коэффициентов кинетического уравнения повреждаемости в различных циклических режимах. В настоящей работе проводится двухкритериальная оценка НДС: накопление повреждаемости по механизму нормального отрыва (мода i) ассоциировано с многоосным критерием Smith–Watson–Topper (SWT), а сдвиговая компонента (мода II) с критерием Carpinteri–Spagnoli–Vantadori (CSV).

Представленная локальная модель повреждаемости регуляризуется в ее нелокальный вариант дополнительным осреднением с помощью нормированного оператора делокализации $\alpha(x, y)$:

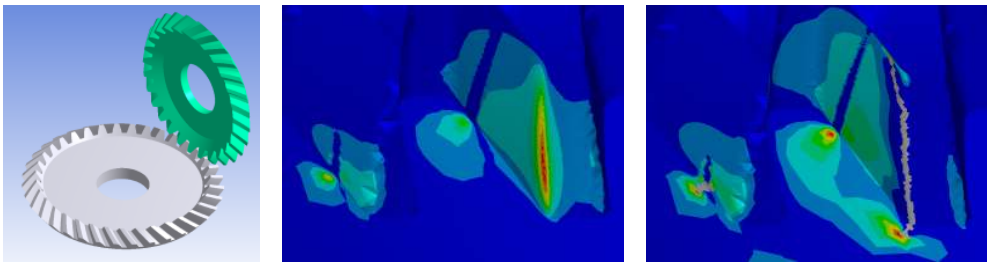
$$\psi_{nloc}(x) = \int_V \psi(x)\,\alpha(x, y)\,dy.$$

Оператор делокализации позволяет сохранить сходимость численного решения при дроблении расчетной сетки и может быть представлен в следующем виде:

$$\alpha(x, y) = \frac{\alpha_\infty[r(x, y)]}{\int\limits_V \alpha_\infty[r(x, z)]\,dz}, \quad \alpha_\infty[r(x, y)] = \left(\langle 1 - r^4(x, y)\rangle\right)^2, \quad r^2(x, y) = \|x - y\|^2/r_0^2.$$

В представленном выражении параметр r_0 определяется характерным размером структуры материала. Таким образом, введенная процедура делокализации позволяет применять предложенную модель усталостного разрушения для описания роста узких зон повреждаемости (квазитрещин) с сохранением сходимости численного решения.

Описанная выше модель была использована для исследования разрушения зубчатых передач главного редуктора авиационного двигателя. На рис. 1, *а* представленная трехмерная модель зацепления ведущего и ведомого колес редуктора. Колеса изготовлены из стали Х3МВФ с поверхностным упрочнением. Механические свойства упрочненного материала следующие: модуль упругости $E = 2{,}07 \cdot 10^9$ Па, предел прочности 1600 МПа, предел усталости 700 МПа, СВМУ предел выносливости 400 МПа. Предполагается, что одно колесо закреплено на валу, а второе — приведено во вращение моментом $M = 420$ Н м и частотой $n = 14\,000$ об/мин. Результаты математического моделирования при зарождении квазитрещины и при $N = 3{,}05 \cdot 10^9$ циклов нагружения приведены на рис. 1, *б* и *в* соответственно.



а *б* *в*

Рис. 1. Расчетная схема ведомого и ведущего зубчатого колеса (*а*), расчет напряженного состояния (*б*) и формирование квази-трещины (*в*)

Видно, что максимальные напряжения локализуются у основания зуба (рис. 1, *б*) за счет его изгиба. Эквивалентные напряжения в этой области ассоциированы с модой I. На рис. 1, *в* наблюдается узкая зона серого цвета полностью поврежденного материала, ассоциированная с развитием квазитрещины нормального отрыва.

Предложенная модель позволяет проводить моделирование развития узких зон повреждаемости. Результаты математического моделирования качественно и количественно совпадают с наблюдаемой картиной разрушения зубчатых передач главного редуктора ПС-90А в эксплуатации.

1. *Nikitin I. S.*, *Burago N. G.*, *Nikitin A. D.* Damage and Fatigue Fracture of Structural Elements in Various Cyclic Loading Modes // Mechanics of Solids. — 2022. — V. 57, No. 7. — P. 1793–1803.

КРИВЫЕ ПЛАВЛЕНИЯ ОКСИДОВ АЛЮМИНИЯ И МАГНИЯ ПРИ ВЫСОКИХ ДАВЛЕНИЯХ*

А. В. Остpик, Д. Н. Николаев

ФИЦ ПХФ и МХ РАН, Черноголовка, Московская обл., Россия

Сапфир (Al_2O_3) и периклаз (MgO) являются частью ряда оксидов, составляющих земную кору и мантию, а также каменные планеты и астероиды. Построение уравнений состояния (УРС) Al_2O_3 и MgO требуется для моделирования соударений космических тел, а так же для понимания внутреннего строения Земли и планет.

*Работа проводится при финансовой поддержке РНФ (соглашение №21-72-20023).

Сапфир является важным оконным материалом, используемым в ударно-волновых экспериментах, например как материал диэлектрической ячейки для динамического сжатия водорода в экспериментах по его металлизации, или как окно для исследования плавления металлов в ударной волне (УВ). Вопрос о сохранении его прозрачности и диэлектрических свойств при ударном сжатии тесно связан с представлениями о положении области его плавления на ударной адиабате (УА), причем экспериментальные данные о кривой плавления Al_2O_3 практически отсутствуют.

В случае периклаза УА перед плавлением проходит через границу полиморфного фазового превращения B1–B2, что затрудняет расчеты. Существуют значительные противоречия как в расчетах, так и в экспериментальных данных. Например, положение перехода B1–B2 в [1–3] отличается примерно на 100 ГПа, разница в ходе кривых плавления [1, 4] достигает 3000 K. Скачок температуры ударного сжатия интерпретируется по разному: в [3] это переход B1–B2, в [4] — плавление. Также следует отметить, что возможностей традиционных методик — взрывного метания ударников или легкогазовой пушки — недостаточно для исследования плавления обоих рассматриваемых веществ при ударном сжатии.

В данной работе эксперименты по ударному сжатию оптически прозрачных монокристаллических образцов Al_2O_3 и MgO проводились при помощи взрывных маховских кумулятивных генераторов ударного сжатия [5]. Ударная сжимаемость образцов определялась методом отражения; в качестве вещества-эталона использовался монокристаллический кварц, волновые скорости измерялась при помощи оптической методики. Яркостная температура регистрировалась скоростным оптическим пирометром.

Уравнения состояния строились методом, предложенным в работе [6], на основе экспериментально полученных параметров ударно сжатых оксидов с привлечением других доступных данных. При расчете кривой плавления использовался критерий Линдемана.

Результаты исследования сапфира. Экспериментальной информации об УА сапфира, которая требуется для построения УРС [6], достаточно много. Как следует из анализа, проведенного в [6], во всей представляющей интерес области хорошо работает аппроксимация УА Kerley 2009 [7] $D = 7{,}673 + 1{,}23U$. Однако при невысоких давлениях экспериментальные результаты лучше описывают данные Erskine 1994 [8] с аппроксимацией $D = 8{,}74 + U$. Для изучения влияния точности задания УА на кривую плавления расчеты проводились по УА Kerley или по комбинации из УА Kerley при $U > 4{,}639$ км/с и УА Erskine при $U \leq 4{,}639$ км/с.

На рис. 1 и 2 представлены расчетные кривые плавления сапфира и их сравнение с данными работ других авторов. Дополнительно на рис. 2 показаны зависимости температуры на УА $T_H = T_H(P)$, рассчитанные по предложенным в работе УРС, и полученные нами экспериментальные точки этой зависимости в области плавления.При невысоких давлениях (рис. 1) наблюдается удовлетворительное соответствие данных. Однако наклоны кривых сильно отличаются в начальной точке (при $P = P_0$), что, скорее всего, обусловлено различием в исходных данных для нормальных условий. При давлениях более 150 ГПа данные о кривой плавления сапфира отсутствуют. Результаты наших расчетов дают точку пересечения кривой плавления с кривой $T_H = T_H(P)$ (рис. 2) с параметрами, при которых происходит плавление сапфира в УВ $P \approx 500$ ГПа и $T \approx 10000$ K, что согласуется с данными других работ по давлению. Также из рис. 2 видно, что в области плавления экспериментальные точки зависимости $T_H = T_H(P)$ лежат вблизи рассчитанной кривой плавления в пределах погрешности измерений, что также свидетельствует о ее

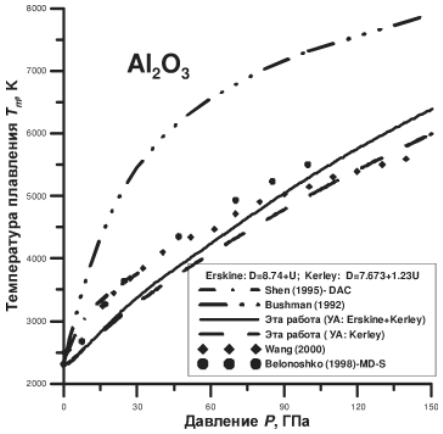


Рис. 1. Кривые плавления Al_2O_3 при умеренных давлениях

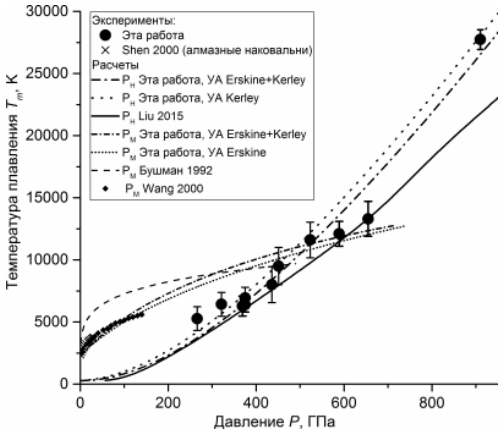


Рис. 2. Кривые плавления Al_2O_3 в мегабарной области давления

достоверности (при образовании за УВ двухфазной области жидкость–кристалл зависимость $T_H = T_H(P)$ следует вдоль кривой плавления).

Результаты исследования периклаза. Экспериментальные данные, расчеты $T_H = T_H(P)$ и кривой плавления приведены на рис. 3 вместе с данными [1–4, 9]. Для построения УРС MgO использовались как наши точки по ударной сжимаемости, так и данные [2], с которыми мы находимся в согласии, за исключением одной точки вблизи превращения B1–B2, что сдвигает положение фазовой границы на 20 ГПа и 1500 К вверх по сравнению с [3] до значений $P = 410$ ГПа, $T = 12000$ К. Также интересно отметить, что УА в переменных P–T по нашим данным проходит вблизи тройной точки сосуществования фаз B1, B2 и расплава, и определить, в какой фазе происходит плавление MgO на УА пока затруднительно.

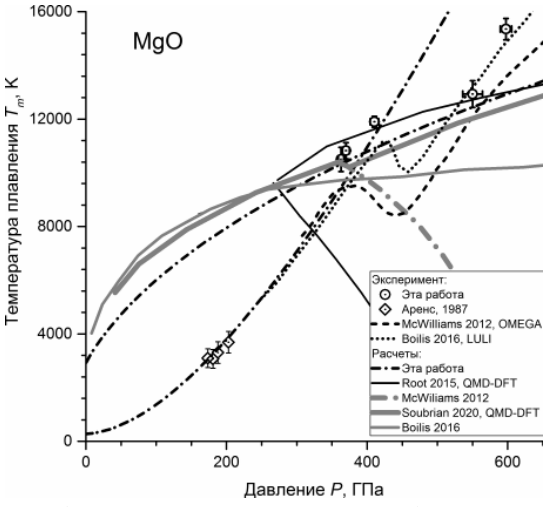


Рис. 3. Границы превращения B1–B2 и кривые плавления MgO

Расчет температуры на УА хорошо описывает как наши точки, так и данные [9] вплоть до плавления. Расчетная кривая плавления близка к QMD-DFT расчету [1] и незначительно отличается от [2]. Плавление на ударной адиабате начинается при 410 ГПа (по нашим данным) или 420 ГПа [4], и заканчивается при 550 ГПа (наши измерения температуры) или 600 ГПа (из скачка наклона ударной адиабаты). Полученные нами данные по температуре ударного сжатия расплава находятся в согласии с экспериментами [3, 4] в пределах погрешностей.

1. *Soubiran F., Militzer B.* Anharmonicity and phase diagram of magnesium oxide in the megabar regime // Phys. Rev. Lett. — 2020. — V. 125. — 175701.

2. *Root S.*, *Shulenburger L.*, *Lemke R.*, *Dolan D.*, *Mattsson T.*, *Desjarlais M.* Shock response and phase transitions of mgo at planetary impact conditions // Phys. Rev. Lett. — 2015. — V. 115. — 198501.
3. *McWilliams R. S. et al.* Phase transformations and metallization of magnesium oxide at high pressure and temperature // Science. — 2012. — V. 1330. — P. 338.
4. *Bolis R. M.*, *Morard G.*, *Vinci T. et al.* Decaying shock studies of phase transitions in $MgO–SiO_2$ systems: Implications for the super-Earths' interiors // Geophysical research letters. — 2016. — V. 43, iss. 18. — P. 9475–9483.
5. *Остpик А. В.*, *Николаев Д. Н.* Взрывные технологии исследования свойств материалов при высоких давлениях // Перспективные материалы и технологии / С. М. Алдошин [и др.]; под ред. В. В. Рубаника. — Минск: Изд. центр БГУ, 2021. — С. 205–221.
6. *Ostrik A.*, *Nikolaev D.* Shock induced melting of sapphire // J. Phys.: Conf. Ser. — 2022. — V. 2154. — 012010.
7. *Kerley G. I.* Report on contract 949182. — Laurel, MD: Johns Hopkins University Applied Physics Laboratory, 2009.
8. *Erskine D.* High-Press. Sci. Techn. — 1993 / Ed. by S. C. Schmidt et al. — N.Y.: AIP Press, 1994. — P. 141–143.
9. *Svendsen B.*, *Ahrens T. J.* Shock-induced temperatures of MgO. Geophys // J. R. Astr. Soc. — 1987. — V. 91. — P. 667–691.

ТРАНСФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ СТЕРЖНЯ-ПОЛОСЫ С УЧЕТОМ ПОДАТЛИВОСТИ УЧАСТКА ЗАКРЕПЛЕНИЯ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ НА ОДНОЙ ИЗ ЛИЦЕВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ*

***В. Н. Паймушин*[1,2], *В. М. Шишкин*[3], *Р. К. Газизуллин*[1,2]**

[1]*КНИТУ–КАИ, Казань, Россия;* [2]*КФУ, Казань, Россия;* [3]*ВятГУ, Киров, Россия*

При постановке и решении задач механики деформирования тонкостенных элементов конструкций реальные условия их закрепления на опорных элементах конечных размеров, обычно, заменяют условиями шарнирного опирания или жесткого защемления, что, безусловно, вносит погрешность в решениях данных задач. Так, например, теоретическое исследование наблюдаемого в экспериментах явления прохождения вибраций через участки закрепления конечных размеров в многоопорных неразрезных балках [1] требует обязательного учета деформативности их участков закрепления. Ввиду недостаточной изученности описанного выше физического явления, вопросы, связанные с его экспериментальными и теоретическими исследованиями, следует отнести к числу актуальных и приоритетных направлений научных исследований.

Рассмотрим стержень-полосу с двумя консольными частями и участком закрепления конечной длины на поверхности $z = -t/2$ (рис. 1).

Процесс деформирования консольных частей стержня описывается классической моделью Кирхгофа–Лява, в соответствии с которой перемещения U_1, W_1, U_2, W_2 произвольной точки поперечного сечения представляются в виде

$$\begin{gathered} U_1 = u_1 - zw_{1,x}, \quad W_1 = w_1, \quad 0 \le x \le l_1, \\ U_2 = u_2 - zw_{2,x}, \quad W_2 = w_2, \quad -(l + l_2) \le x \le -l, \end{gathered} \tag{1}$$

*Исследование выполнено в рамках гранта Российского научного фонда (проект №23-19-00021).

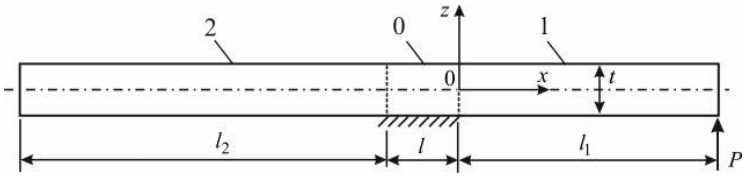


Рис. 1. Схема закрепления и нагружения стержня-полосы: 1 — нагружаемая консольная часть; 2 — свободная консольная часть; 0 — закрепленный участок

где u_1, u_2 и w_1, w_2 — соответственно осевые перемещения и прогибы осевой линии $0x$. При среднем изгибе стержня представлениям (1) соответствуют осевые деформации

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1x} &= u_{1,x} + w_{1,x}^2/2 - z w_{1,xx}, \quad 0 \le x \le l_1, \\ \varepsilon_{2x} &= u_{2,x} + w_{2,x}^2/2 - z w_{2,xx}, \quad -(l + l_2) \le x \le -l. \end{aligned} \tag{2}$$

Для перемещений U_0, W_0 точек закрепленного участка стержня принимаются простейшие представления, предложенные в работах [2, 3]:

$$U_0 = (1 + 2z/t)u_0, \quad W_0 \equiv 0, \quad -l \le x \le 0, \tag{3}$$

которым в линейном приближении соответствуют деформации

$$\varepsilon_x^0 = (1 + 2z/t)u_{0,x}, \quad \gamma_{xz}^0 = U_{0,z} + W_{0,x} = 2u_0/t_0, \quad -l \le x \le 0. \tag{4}$$

Подчинив представления (1) и (3) условиям непрерывности перемещений стержня в сечениях $x = 0$, $x = -l$, получим кинематические условия сопряжения участков

$$\begin{aligned} u_1|_{x=0} &= u_0|_{x=0}, \quad -w_{1,x}|_{x=0} = 2u_0/t|_{x=0}, \quad w_1|_{x=0} = 0, \\ u_2|_{x=-l} &= u_0|_{x=-l}, \quad -w_{2,x}|_{x=-l} = 2u_0/t|_{x=-l}, \quad w_2|_{x=-l} = 0. \end{aligned} \tag{5}$$

На основе зависимостей (1)–(4) и вариационного уравнения принципа Даламбера–Лагранжа получены: уравнение движения закрепленного участка

$$T_{x,x}^0 - T_{xz}^0 - 4\rho t\ddot{u}_0/3 = 0; \tag{6}$$

уравнения движения консольных частей стержня

$$\begin{aligned} T_{1x,x} - \rho t\ddot{u}_1 = 0, (Q_{1z} + \underline{T_{1x}w_{1,x}})_{,x} - \rho t\ddot{w}_1 = 0, \\ T_{2x,x} - \rho t\ddot{u}_2 = 0, (Q_{2z} + \underline{T_{2x}w_{2,x}})_{,x} - \rho t\ddot{w}_2 = 0 \end{aligned} \tag{7}$$

и соответствующие им граничные условия

$$T_{1x}|_{x=l_1} = 0, \quad M_{1x}|_{x=l_1} = 0, \quad (Q_{1z} + \underline{T_{1x}w_{1,x}})|_{x=l_1} = P, \tag{8}$$

$$T_{2x}|_{x=-(l+l_2)} = 0, \quad M_{2x}|_{x=-(l+l_2)} = 0, \quad (Q_{2z} + \underline{T_{2x}w_{2,x}})|_{x=-(l+l_2)} = 0, \tag{9}$$

а также силовые условия сопряжения участков

$$(T_x^0 - T_{1x} - 2M_{1x}/t)|_{x=0} = 0, \quad (T_x^0 - T_{2x} - 2M_{2x}/t)|_{x=-l} = 0. \tag{10}$$

При изгибных колебаниях стержня по первым низшим частотам в уравнениях (7) и в граничных условиях (8), (9) с большой степенью точности допустимо

пренебречь подчеркнутыми слагаемыми, что позволяет записать уравнения изгибных колебаний консолей 1, 2 и два последних условия в (8), (9) в упрощенном виде

$$w_{1,xxxx} + \rho t\ddot{w}_1/D = 0, \quad 0 \le x \le l_1,$$
$$w_{2,xxxx} + \rho t\ddot{w}_2/D = 0, \quad -(l+l_2) \le x \le -l (D = E_1 t^3/12), \tag{11}$$

$$w_{1,xx}|_{x=l_1} = 0, \quad w_{1,xxx}|_{x=l_1} = -P/D, \quad w_{2,xx}|_{x=-(l+l_2)} = 0, \quad w_{2,xxx}|_{x=-(l+l_2)} = 0, \tag{12}$$

а первое и третье уравнения системы (7), линеаризованные в окрестности решений уравнений (11), привести к виду

$$u_{1,xx} - \rho t\ddot{u}_1/B = -w_{1,x}w_{1,xx}, \quad 0 \le x \le l_1,$$
$$u_{2,xx} - \rho t\ddot{u}_2/B = -w_{2,x}w_{2,xx}, \quad -(l+l_2) \le x \le -l \quad (B = E_1 t). \tag{13}$$

Уравнение (6) для закрепленного участка стержня при использовании соотношений упругости $T_x^0 = 4Bu_{0,x}/3$, $T_{xz}^0 = 4G_{13}u_0/t$ принимает вид

$$u_{0,xx} - k_0^2 u_0 - \rho\ddot{u}_0/E_1 = 0, \quad k_0^2 = 3G_{13}/(E_1 t^2). \tag{14}$$

На основе построенных уравнений (11), (13), (14), а также представлений (τ — время)

$$w_k = \widetilde{w}_k^{(1)}(x)e^{i\omega\tau} + \widetilde{w}_k^{(2)}(x)e^{2i\omega\tau} \ (k = 1, 2), \quad P = \widetilde{P}^{(1)}e^{i\omega\tau} + \widetilde{P}^{(2)}e^{2i\omega\tau} \tag{15}$$

построено решение задачи о вынужденных колебаниях рассматриваемого стержня (рис. 1). Однако, проведенные численные эксперименты показали, что для стержней из металлических конструкционных материалов с модулями упругости G_{13} и E_1, связанными зависимостью $G_{13} = E_1/[2(1+\nu)]$ (ν — коэффициент Пуассона), модель (3) при больших значениях безразмерного параметра $k^2 = 3G_{13}l^2/(E_1 t^2)$, по-видимому, является предельно «жесткой». Она не позволяет описать с приемлемой степенью точности трансформацию изгибных форм движения, возбуждающихся на незакрепленном участке 1 стержня при его вибрационном нагружении, в другую форму движения на закрепленном участке 0, которая, в свою очередь, претерпевает обратную трансформацию в изгибные колебания другого незакрепленного участка 2 стержня. С целью «смягчения» данной модели можно уменьшить параметр k^2, что при заданных l, t и E_1 возможно искусственным снижением модуля G_{13}. Это позволяет интегрально учесть различные факторы, снижающие жесткость закрепленного участка (податливость клеевого слоя, малые деформации опорного элемента и прочее).

1. *Paimushin V. N.*, *Firsov V. A.*, *Shishkin V. M.*, *Gazizullin R. K.* Vibration Transmission in Thin-Wall Framed Structures // Russian Aeronautics. — 2022. — V. 65, No. 3. — P. 490–497.
2. *Паймушин В. Н.*, *Фирсов В. А.*, *Шишкин В. М.* Математическое моделирование распространения вибраций в тонкостенных каркасированных конструкциях. 1. Основные соотношения и решение характерных задач // Проблемы прочности и пластичности. — 2022. — Т. 84, №2. — С. 207–224.
3. *Paimushin V. N.*, *Shishkin V. M.*, *Firsov V. A.*, *Gazizullin R. K.* Transforming Deformation Model of Flat Beams with Finite Length Fastening Areas Located on One of the Front-Face Surfaces // Advanced Structured Materialsthis link is disabled: Deformation and Destruction of Materials and Structures Under Quasi-static and Impulse Loading. — 2023. — V. 186. — P. 185–200.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОХОЖДЕНИЯ ВИБРАЦИЙ В НЕНАГРУЖЕННУЮ КОНСОЛЬ СТЕРЖНЯ-ПОЛОСЫ ЧЕРЕЗ УЧАСТОК ЗАКРЕПЛЕНИЯ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ НА ОДНОЙ ИЗ ЛИЦЕВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ*

***В. Н. Паймушин*[1,2], *В. М. Шишкин*[3], *Р. К. Газизуллин*[1,2]**

[1]*КНИТУ–КАИ, Казань, Россия;* [2]*КФУ, Казань, Россия;* [3]*ВятГУ, Киров, Россия*

Для определения упругих и демпфирующих свойств конструкционных материалов используются специально изготовленные консольно закрепленные тест-образцы в виде однослойных и многослойных удлиненных пластин (плоских стержней) [1, 2]. При проведении динамических испытаний таких тест-образцов обнаружилось не описанное ранее в научной литературе явление, состоящее в передаче колебаний от рабочей части тест-образца в его нерабочую часть, которое можно объяснить деформативностью участка закрепления конечной длины, а также возможной податливостью узла крепления испытуемого тест-образца, что требует проведения соответствующих экспериментальных исследований.

С этой целью разработана экспериментальная установка, принципиальная схема которой приведена на рис. 1. В качестве образца выбрана тонкая полоса с двумя консолями, соединенная на нижней лицевой поверхности с жестким опорным элементом на участке длинной l с помощью сплошного клеевого слоя. Полоса выполнена из алюминиевого сплава АМг-6 и имеет следующие размеры: $l_1 = 163$ мм; $l_2 = 163$ мм; $l = 46$ мм; толщина $t = 2{,}9$ мм; ширина $b = 20$ мм. В качестве опорного элемента выступает жесткая рама, выполненная из швеллера №10.

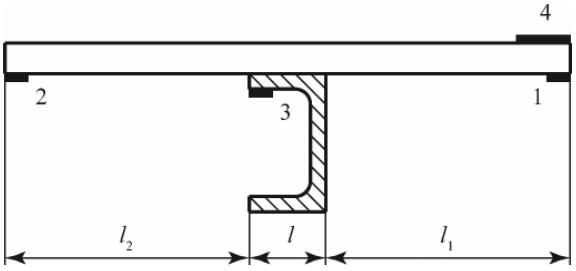


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

Нагружение правой консоли осуществлялось при помощи электромагнита (через магнит 4) на который подавался гармонический сигнал в диапазоне частот 35–120 Гц с шагом $\Delta f = 0{,}5$ Гц. Интенсивность изгибных колебаний консольных частей образца фиксируется цифровыми акселерометрами на основе сенсора MPU-9250. Акселерометры были размещены в трех точках (рис. 1): 1 — в крайней точке нагруженной консоли; 2 — в крайней точке ненагруженной консоли; 3 — на опоре в непосредственной близости от места закрепления образца.

На рис. 2 в двух разных масштабах представлены зависимости амплитудных значений ускорений отмеченных выше точек от частоты нагружения одной из консолей. Здесь штриховым линиям соответствуют результаты, полученные для точки 1, штрихпунктирным — для точки 2, сплошным — для точки 3.

*Исследование выполнено в рамках Программы стратегического академического лидерства Казанского (Приволжского) федерального университета («ПРИОРИТЕТ-2030»).

Анализируя полученные результаты можно выявить наличие ярко выраженных резонансных частот как нагруженной, так и ненагруженной консоли. При этом максимальные амплитудные значения ускорений для обеих консолей оказались одного порядка. Это свидетельствует о прохождении изгибных колебаний в ненагруженную консоль через участок закрепления конечной длины l. Интересно отметить, что точка 3 колеблется на частоте ненагруженной консоли, а поскольку полки швеллера обращены в сторону данной консоли, то ускорение точки 3, по всей видимости, обусловлено малыми изгибными колебаниями верхней полки швеллера. При этом значения вибрационных ускорений точки 3 на опоре в режиме резонанса оказалось на несколько порядков меньшими чем в консолях. Последний факт указывает на возможность рассмотрения опоры как абсолютно жесткого тела.

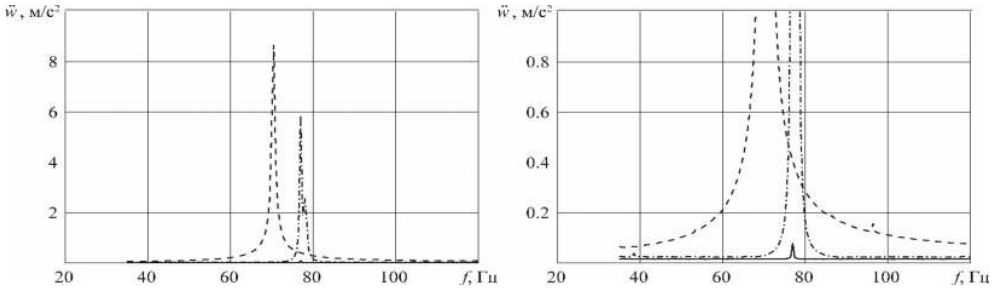


Рис. 2

Из рис. 2 видно, что экспериментальные резонансные частоты $f_{\text{прав}}^{(\text{эксп})}$ и $f_{\text{лев}}^{(\text{эксп})}$ левой и правой консолей, несмотря на их одинаковые длины и одинаковые массы акселерометров 1, 2 получились существенно различными: $f_{\text{прав}}^{(\text{эксп})} = 70{,}5$ Гц; $f_{\text{лев}}^{(\text{эксп})} = 77$ Гц. Данный факт, очевидно, объясняется наличием на правой консоли магнита 4 (рис. 1).

Таблица 1

Расчетные низшие частоты свободных колебаний консольных частей стержня-полосы

Без учета m_1, m_2 и m_4		С учетом m_1, m_2 и m_4	
$f_{\text{прав}}^{(\text{расч})}$, Гц	$f_{\text{лев}}^{(\text{расч})}$, Гц	$f_{\text{прав}}^{(\text{расч})}$, Гц	$f_{\text{лев}}^{(\text{расч})}$, Гц
90,49	90,49	70,59	76,90

В табл. 1 приведены расчетные низшие частоты $f_{\text{прав}}^{(\text{расч})}$ и $f_{\text{лев}}^{(\text{расч})}$ колебаний правой и левой консолей, полученные на основе МКЭ без учета и с учетом масс акселерометров m_1, m_2 и массы магнита m_4. Данные массы определялись так, чтобы расчетные частоты $f_{\text{прав}}^{(\text{расч})}$ и $f_{\text{лев}}^{(\text{расч})}$ оказались близкими к соответствующим экспериментальным частотам $f_{\text{прав}}^{(\text{эксп})} = 70{,}5$ Гц; $f_{\text{лев}}^{(\text{эксп})} = 77$ Гц. Для выполнения данного условия значения m_1, m_2 и m_4 должны быть такими: $m_1 = m_2 = 2{,}4$ Г; $m_4 = 1{,}6$ Г (для сравнения — масса одной консоли $m = 25{,}1$ Г). Расчеты проведены при справочных значениях характеристик сплава АМг-6: $E = 71$ ГПа; $G = 27$ ГПа; $\rho = 2650$ кг/м^3.

1. *Paimushin V. N.*, *Firsov V. A.*, *Gynal I.*, *Shishkin V. M.* Theoretical-Experimental Method for Evaluating the Elastic and Damping Characteristics of Soft Materials Based on Studying the Resonance Flexsural Vibrations of Test Specimens // Mechanics of Composite Materials. — 2016. — V. 52, No. 5. — P. 571–582.

2. *Paimushin V. N.*, *Firsov V. A.*, *Shishkin V. M.* Identification of the Dynamic Elasticity Characteristics and Damping Properties of the OT-4 Titanium Alloy Based on Study of Damping Flexural Vibrations of the Test Specimens // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. — 2019. — V. 48, No. 2. — P. 119–129.

ФАЗОВЫЕ ТРАЕКТОРИИ АВТОНОМНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

***А. А. Пунтус*[1], *А. И. Федюшкин*[2]**

[1]*МАИ, Москва, Россия;* [2]*ИПМех РАН, Москва, Россия*

Введение. Исследованию проблемы построения фазовых траекторий в окрестности особой точки — начала координат линейной однородной автономной динамической системы 3-го порядка в достаточно ограниченном объеме коснулся В. И. Арнольд [1], предложив читателю продолжить данное исследование. Данная работа представляет собой более расширенное представление о данной проблеме и предлагает более содержательное и обоснованное развитие этого исследования, рассмотренное в [2–4] и может быть включено в программу обучения студентов и аспирантов университетов [5–7].

В данной работе рассмотрены линейные однородные автономные динамические системы третьего порядка в окрестности особой точки — начала координат в случае комплексно-сопряженных корней характеристического уравнения постоянной невырожденной матрицы A. Случай действительных корней данной системы был рассмотрен в работах [3, 4]. Для графического изображения фазовых траекторий данных динамических систем 3-го порядка вблизи особой нулевой точки [2–4], проводится ортогонализация совокупности инвариантных прямых с преобразованием системы координат $Oxyz$ в ортогональную систему $O\xi_1\xi_2\xi_3$ с помощью метода ортогонализации Грама–Шмидта [8] или преобразованием матрицы системы к Жордановой структуре.

Результаты исследования. Рассматриваются фазовые траектории в окрестности особой точки — начала координат линейной однородной автономной динамической системы 3-го порядка с постоянной матрицей A, $\operatorname{Rang} A = 3$, вида: $\begin{pmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{z}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}$. При этом корни характеристического уравнения матрицы A данной системы $\det(A - \lambda E) = 0$ или $\begin{vmatrix}a_{11}-\lambda & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22}-\lambda & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}-\lambda\end{vmatrix} = 0$ имеют следующий вид: один из корней λ_1 является действительным корнем, а два других λ_2 и λ_3 являются комплексно-сопряженными, т. е. $\lambda_{2,3} = \mu \pm i\delta$, и, следовательно, общее решение данной системы имеет вид:

$$\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix} = C_1H_1e^{\lambda_1 t} + C_2(H_2\cos\delta t + H_3\sin\delta t)e^{\mu t} + C_3(H_2\sin\delta t - H_3\cos\delta t)e^{\mu t},$$

где вектор $H_1 = \begin{pmatrix}x_1\\ y_1\\ z_1\end{pmatrix}$, $H_2 = \begin{pmatrix}x_2\\ y_2\\ z_2\end{pmatrix}$, $H_3 = \begin{pmatrix}x_3\\ y_3\\ z_3\end{pmatrix}$, определяют инвариантные прямые и попарно-инвариантные плоскости [2–4]. Канонические уравнения инвари-

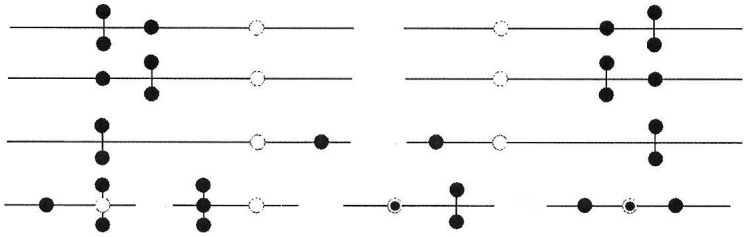


Рис. 1. Варианты корней характеристического уравнения матрицы линейной однородной автономной динамической системы 3-го порядка

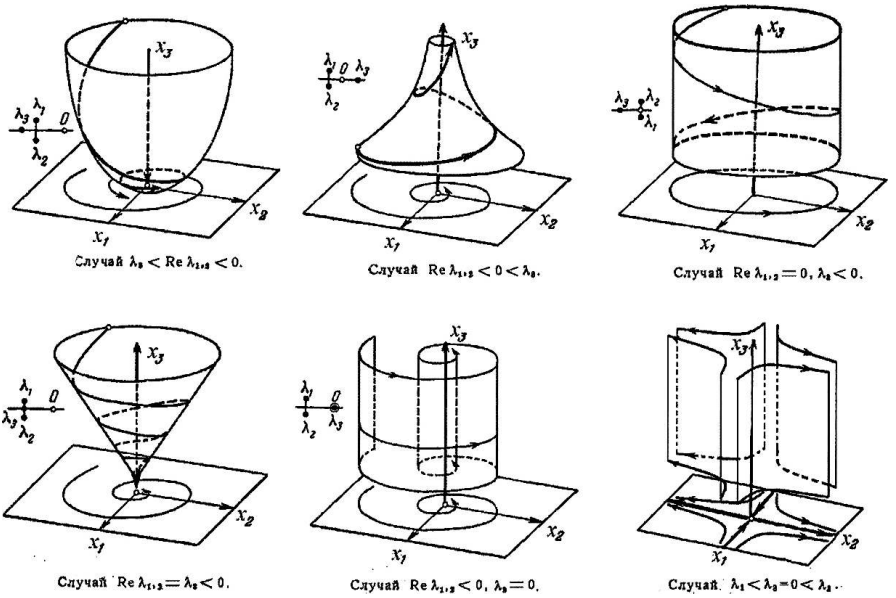


Рис. 2. Фазовые траектории в некоторых вариантах корней, изображенных на рис. 1

антных прямых имеют следующий вид: $x/x_1 = y/y_1 = z/z_1$, $x/x_2 = y/y_2 = z/z_2$, $x/x_3 = y/y_3 = z/z_3$. В этом случае для данной системы можно указать соответствующее трехмерное координатное инвариантное пространство $Oxyz$, координатами которого являются инвариантные прямые, одна из которых соответствует действительному корню и две инвариантные прямые, соответствующие комплексно-сопряженным корням. Для графического изображения фазовых траекторий рассматриваемых линейных однородных автономных динамических систем 3-го порядка вблизи особой нулевой точки, если инвариантные прямые окажутся не ортогональными между собой, то, проведя ортогонализацию совокупности инвариантных прямых с помощью метода ортогонализации Грама–Шмидта [2], система координат $Oxyz$ преобразуется в ортогональную систему координат $O\xi_1\xi_2\xi_3$. Таким образом, построение фазового портрета автономной динамической системы 3-го порядка проводится уже в ортогональной системе координат $O\xi_1\xi_2\xi_3$. Заметим также, что если полученная при решении конкретного примера система $Oxyz$ окажется ортогональной, то она переименуется в систему $O\xi_1\xi_2\xi_3$.

Рассмотрим некоторые случаи вариантов таких корней, представленных на рис. 1, расположенных относительно начала координат и действительной оси. При

этом точкой обозначатся значение действительного корня и двумя вертикально расположенными точками — пара комплексно-сопряженных корней относительно нуля на действительной оси. Соответствующие изображения фазовых траекторий в некоторых случаях, рассмотренных на рис. 1, имеют вид, представленный на рис. 2.

Заключение. Показано, что при иллюстрации множества фазовых траекторий динамических систем 3-го порядка, ортогонализация реализуется методом Грама–Шмидта. Материал данной статьи может быть включен в программу обучения студентов и аспирантов университетов.

1. *Арнольд В. И.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. — М.: МЦНМО, 2012.
2. *Пунтус А. А.* Качественные методы исследования фазовых траекторий автономных динамических систем 3-го порядка. — М.: Изд-во МАИ, 2021.
3. *Пунтус А. А.*, *Федюшкин А. И.* Фазовые траектории линейных однородных автономных динамических систем третьего порядка // Сб. трудов «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики». — Воронеж: ВГУ, 2022. — С. 117–123.
4. *Puntus A. A.*, *Fedyushkin A. I.* Phase trajectories of linear homogeneous autonomous dynamical systems of the third order // Preprint ArXiv: 2203.02822. — 2022. — DOI: 10.48550/ARXIV.2203.02822.
5. *Fedyushkin A. I.*, *Puntus A. A.* Revisiting the need to combine educational and scientific-research processes in teaching CFD modelling to students // J. Phys.: Conf. Ser. — 2021. — V. 1809, no. 1. — 012006. — DOI: 1088/1742-6596/1809/1/012006.
6. *Федюшкин А. И.*, *Пунтус А. А.* Обучение студентов моделированию процессов гидродинамики и тепломассопереноса. // Сб. трудов «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики». — Воронеж: ВГУ, 2020. — С. 1722–1724.
7. *Пунтус А. А.* Дифференциальные уравнения. — М.: МАИ-ПРИНТ, 2014.
8. *Ильин В. А.*, *Позняк Э. Г.* Линейная алгебра. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.

СЕЙСМИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ ПРОМЫШЛЕННЫХ ВЗРЫВОВ, ПРОВЕДЕННЫХ В ДЖУМУРТАУСКОМ И КАРАТАУСКОМ КАМЕННЫХ КАРЬЕРАХ, БЛИЗ РЕКИ АМУДАРЬИ

***Б. С. Рахмонов*[1], *Ш. Р. Ахмедов*[2], *У. И. Сафаров*[3], *Ш. И. Жураев*[3]**

[1]*УрГУ, Ургенч, Узбекистан;*
[2]*Бухарский институт управления природными ресурсами, Бухара, Узбекистан;*
[3]*БухИТИ, Бухара, Узбекистан*

В работе рассматривается проблема разработка экспериментальных методов исследования напряженно-деформированного состояния грунтовой среды и ее решения на основе натурных экспериментальных исследований.

Для грунтов Наманганского региона, Джумурауского и Каратауского каменных карьеров получены эмпирические зависимости для определения амплитуды смещения от веса заряда *ВВ*. Изучение характера поведения грунтовой среды при сейсмическом воздействии подземных взрывов представляет большой практический интерес. Особый интерес представляет изучение периодов вынужденных колебаний грунта, который в свою очередь определяет напряженно-деформированное состояние зданий и сооружений.

В результате обработки экспериментальных результатов получены эмпирические зависимости для данного типа грунта, дающие возможность прогнозировать видимых периодов колебаний грунта в следующем виде: $T = 0{,}031lgR$, $T = C^{0{,}3}$ (для Джумуртауского каменного карьера).

Как известно, критерием сейсмической опасности взрывов является скорость колебаний грунта в основании охраняемого объекта. Скорость колебания грунта функционально связана с массой заряда и расстоянием зависимостью вида

$$V = k\left(\frac{\sqrt[3]{Q}}{R}\right)^n, \tag{1}$$

где V — скорость колебаний грунта, см/с; Q — масса заряда, кг; R — расстояние; k — коэффициент, характеризующий влияние геологических условий, способа взрывания и параметров БВР на уровень сейсмического эффекта, определяется опытным путем [1, 2].

При проведении инструментальных измерений была проведена регистрация сейсмических колебаний вблизи здания конторы заводоуправления от производственного взрыва с суммарной массой заряда 319 кг. Расстояние от места взрыва до пункта регистрации составило 530 м. Взрыв был короткозамедленным с двумя группами замедления. Интервал замедления между группами 25 мс. Зарегистрированная максимальная скорость колебаний грунта составило 0,071 см/с, амплитуда смещения 0,01 мм, а значение коэффициента сейсмичности k оказалась равным 210. Как уже указывалось выше, в качестве критерия сейсмической опасности взрывов принимается скорость колебаний частиц грунта у основания сооружения $V_{\max}$. Для исправных промышленных зданий обычно принимают предельно допустимую скорость колебаний грунта $V_{\max} = 5$ см/с, а для жилых домов — 3 см/с. В нашем случае ограничения будут вносить жилые дома, расположенные на расстоянии 200 м и дальше. Дома, в основном, одноэтажные, глинобитные, имеют повреждения в виде трещин по штукатурке.

Учитывая действительное состояние этих зданий, примем в качестве предельно допустимой скорости колебаний величину $V_{\max} = 2$ см/с.

Зная предельную скорость колебаний грунта и величин у коэффициента сейсмичности k, определенную опытным путем, можно по формуле (1) определить максимальную массу заряда BB в зависимости от расстояния между местом взрыва и охраняемым объектом. Для Джумуртауского карьера при мгновенном взрывании предельно допустимая масса заряда определяется по формуле:

$$Q_{\max}^{\text{мгн}} = (0{,}046 \cdot R)^3. \tag{2}$$

А максимальная масса заряда в группе при короткозамедленном взрывании по формуле:

$$Q_{\text{К.З.В}}^{I} = (0{,}04 \cdot R)^3, \tag{3}$$

где R — расстояние до охраняемого объекта, м.

Сейсмоприемники были расположены на грунте, на фундаменте и на подоконниках 2-го этажа здания.

Величина энергии или напряжений, возникающих в конструкциях зданий, зависит не только от характеристик сейсмических волн, сейсмовзрывных волн и взаимодействия фундамента зданий, но также и от характеристик зданий (сооружений), основными из которых являются период собственных колебаний последних T_0 и его демпфирующие свойства, выражающиеся через коэффициент затухания собственных колебаний зданий (сооружений) ε_0. Интенсивность раскачки здания (сооружения) зависит, кроме других факторов, от отношения T/T_0. Если T по сравнению с T_0 является очень малым, то здание (сооружение) практически остается неподвижным. При T, близком к T_0, амплитуда колебаний здания (сооружения) достигает максимума и может превысить амплитуду смещения грунта в несколько раз.

Интенсивность колебаний здания (сооружения) при различных отношениях величин T и T_0 характеризуется коэффициентом динамичности β, который показывает, во сколько раз амплитуда колебания здания (сооружения) больше амплитуды смещения грунта, определяется по следующей формуле:

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{(1 + T_0^2/T^2)^2 + \varepsilon^2 T^2/T_0^2}}. \qquad (4)$$

Результаты исследований сейсмического действия взрывов в плотных средах. Установлено значительно меньшее воздействие на здания (сооружения) сейсмовзрывных волн, чем при действии естественных землетрясений. Это объясняется тем, что периоды колебаний грунта при действии указанных взрывов значительно меньше периодов свободных колебаний большинства зданий и продолжительность воздействия на здания кратковременна.

При прогнозировании сейсмического эффекта взрыва на горно-добывающих предприятиях коэффициент динамичности зданий (сооружений) β не всегда учитывается.

Для Каратауского карьера при мгновенном взрывании предельно допустимая масса заряда определяется по формуле:

$$Q_{\max}^{\text{мгн}} = (0{,}042 \cdot R)^3.$$

А максимальная масса заряда в группе при короткозамедленном взрывании по формуле:

$$Q_{\text{К.З.В}}^{I} = (0{,}035 \cdot R)^3,$$

где R — расстояние до охраняемого объекта, м.

В случае короткозамедленного взрывания суммарная масса заряда не ограничивается, т. е. не ограничивается число групп. При этом количество групп будет зависеть от наличия средств замедления. Интервал замедления между грунтами при этом должен быть не менее 25 мс.

Таким образом, были исследованы сейсмическое действие подземных короткозамедленных взрывов, определены коэффициенты эмпирических формул, для данного типа грунта.

1. *Садовский М. А.* Геофизика и физика взрыва. — М.: Недра, 1997. — 334 с.
2. *Родионов В. Н.*, *Адушкин В. В.*, *Костюченко В. Н.*, *Николаевский В. Н.*, *Ромашов А. Н.*, *Цветков В. М.* Механический эффект подземного взрыва. — М.: Недра, 1971. — 224 с.
3. *Кутузов Б. Н.* Безопасность взрывных работ в горном деле и промышленности. — М.: Горная книга, 2009. — 670 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ АДГЕЗИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕТАЛЛА И ПОЛЯРНОГО ДИЭЛЕКТРИКА

С. Н. Ромашин, М. В. Хорошилова, В. С. Шоркин, Л. Ю. Фроленкова

ОГУ им. И. С. Тургенева, Орел, Россия

Основная идея теории адгезии заключается при этом в том, что взаимодействие между телами рассматривается как осуществляющееся посредством флуктуационного электромагнитного поля. Благодаря термодинамическим флуктуациям такое поле всегда присутствует внутри всякой материальной среды и выходит также

за ее пределы [1]. Эти флуктуации являются источником сил Ван-дер-Ваальса, превуалирующих на расстояниях $l \geq 10^{-8}m$, и сил, которые возникают из-за взаимодействия систем электронов на меньших расстояниях.

Реальные конструкционные материалы, используемые современной промышленностью, обладают сложными химическими составами, а следовательно и атомными и электронными структурами. Это усложняет расчеты проявлений флуктуаций электромагнитного поля, а также уточняющие их эксперименты. Кроме того, в рамках модели, представленной в работах [2, 3], нельзя учесть влияние на адгезию механических воздействий. Поэтому в работах [4, 5] предложено описание явления адгезии твердых упругих тел B_1 и B_2 в рамках механики деформируемого твердого тела (континуальное приближение). Оно рассматривает нелокальное взаимодействие электрически нейтральных частиц континуума, которое (по предположению) моделирует ван-дер-ваальсово взаимодействие частиц реального материала. В данной работе предлагается обобщение модели явления адгезии, предложенной в работах [4, 5], на случай учета не только сил Ван-дер-Ваальса, но и тех сил, которые порождаются электрическими полями зарядов электронов и ионов атомов и молекул, образующих структуру материала. При этом предполагается, что первым из контактирующих тел является металл, а вторым — поляризуемый диэлектрик.

Считается, что дополнительное к ванн-дер-ваальсову взаимодействие между двумя полубесконечными материалами осуществляется посредством неоднородного электромагнитного поля $\vec{E}_0$, которое существует в прилегающем к границе металла пространстве. Оно образуется двойным электрическим слоем у его поверхности Π_1. Под действием поля $\vec{E}_0$ в диэлектрике происходит поляризация, в результате которой появляются силы притяжения тел B_1 и B_2.

Материалы взаимодействующих полубесконечных твердых тел B_1 и B_2 считаются выделенными из бесконечно протяженных однородных упругих сред Ω_1 и Ω_2. Так что после выделения тела B_1 и B_2 оказываются ограниченными параллельными плоскостями Π_1 и Π_2. Свойства материалов Ω_1 и Ω_2 описываются классической линейной теорией упругости изотропных материалов.

После выделения тел B_1 и B_2 из бесконечных сред, но до начала их взаимодействия, однородность свойств материалов нарушается, так как вблизи плоскостей Π_1 и Π_2 они изменяются, образуя поверхностный слой, в котором есть напряженно-деформированное состояние в отсутствии внешних воздействий. Потенциальная энергия поверхностного слоя под каждой единицей площади границ Π_1 и Π_2 равна поверхностной энергией тел B_1 и B_2.

При взаимодействии с телом B_2 материал тела B_1 проявляет те же свойства, что и в отсутствии этого взаимодействия. В то же время материал тела B_2 под влиянием поля $\vec{E}_0$ свои свойства меняет.

Модель, которая описывает эти изменения, является обобщение модели [4, 5] на случай приобретенных из-за электрического воздействия микрополярных свойств, возможности расчета характеристик микрополярных свойств материала на основе специально построенной нелокальной модели микрополярных сред с нелокальными вращательными потенциальными взаимодействиями, аналогичными дипольдипольным, характерным для взаимодействий молекул полярных диэлектриков.

Степень адгезии количественно оценивается энергией адгезии F_a, численно равной приведенному к единице площади поверхности Π_1 или Π_2 изменению свободной энергии вступивших в контакт тел.

При построении выражений, определяющих энергию адгезии тела B_2 с телом B_1, считалось, что энергия каждой частицы $dB_2 \subset B_2$ равна сумме энергий ее взаимодействий с частицами тела B_1, а также с парами частиц, составленными

из частиц тел B_2 и B_1, и энергии ее взаимодействия с дипольными моментами всех элементов $d\Pi_1 \subset \Pi_1$.

На основании нелокальной модели строится локальная модель, в рамках которой для описания напряженного состояния материала в поверхностном слое необходимо использовать не один, а два тензора напряжений. При этом каждый из этих тензоров является линейной функцией нескольких градиентов перемещений и характеристик микрополярности — собственных поворотов частиц среды, их градиентов, а также поворотов этих частиц относительно континуума. Модель учитывает появляющиеся в поверхностном слое начальное напряженное состояние материала и перекрестные эффекты, связанные с одновременным влиянием на тензоры напряжений градиентов перемещений разных порядков, характеристик микрополярности. Появившиеся при этом дополнительные к классическим параметрам Ламе материальные константы выражаются через параметры потенциалов парных и тройных нелокальных взаимодействий частиц континуума. В свою очередь эти параметры определяются через характеристики двойного электрического слоя металла — тела B_1, диэлектрические свойства тела B_2, найденные экспериментально параметры Ламе обоих материалов и характеристики дисперсионного закона для распространяющихся в них плоских акустических волн высокой частоты.

1. *Дерягин Б. В.*, *Абрикосова И. И.*, *Лифшиц Е. М.* Молекулярное притяжение конденсированных тел // УФН. — 1958. — Т. 64, №3. — С. 493–528.
2. *Бараш Ю. С.*, *Гинзбург В. Л.* Электромагнитные флуктуации в веществе и молекулярные (ван-дер-ваальсовы) силы между телами // УФН. — 1975. — Т. 116, №1. — С. 5–40.
3. *Вакилов А. Н.*, *Мамонова М. В.*, *Прудников В. В.* Адгезия металлов и полупроводников в рамках диэлектрического формализма // Физика твердого тела. — 1997. — Т. 39, №6. — С. 964–967.
4. *Фроленкова Л. Ю.*, *Шоркин В. С.* Метод вычисления поверхностной энергии и энергии адгезии упругих тел // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. — 2013. — №1. — С. 235–259.
5. *Presnetsova V. Yu.*, *Romashin S. N.*, *Frolenkova L. Yu.*, *Shorkin V. S.*, *Yakushina S. I.* A variant of describing adhesion interaction in the probe sample system of an atomic-force microscope // Nanoscience and Technology: An International Journal. — 2018. — V. 9. — Iss. 4. — P. 299–323.

О СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЯХ ДИССИПАТИВНО-НЕОДНОРОДНЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ТЕЛ, НАХОДЯЩИХСЯ В ДЕФОРМИРУЕМОЙ СРЕДЕ

***И. И. Сафаров*[1], *М. Х. Тешаев*[2,3], *И. М. Каримов*[1], *Б. З. Нуриддинов*[1]**

[1]*ТХТИ, Ташкент, Узбекистан;* [2]*БО ИМ АН Р Уз, Бухара, Узбекистан;*
[3]*БухИТИ, Бухара, Узбекистан*

Современное состояние проектирования оптимальных составов диссипативно-неоднородных композитных материалов из дискретных наборов материалов является неудовлетворительным. В частности, разработка прочных оболочечных конструкций, состоящих из дискретных материалов, является актуальной проблемой.

Широкое применение полимерных материалов в технике привело к необходимости изучения задач оптимального проектирования композитных материалов, состоящих из слоистых или дискретных тел [1]. Особенности влияние структурной неоднородности элементов композитных материалов на прочность и диссипативные свойства требует исследований методами математического моделирования.

Предполагаем, что композитный материал состоит из конечного числа сферических частиц. Система дифференциальных уравнений в частных производных, выраженных через перемещения, имеет вид

$$\widetilde{\mu}_k \nabla^2 \vec{u}_k + (\widetilde{\lambda}_k + \widetilde{\mu}_k)\,\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\vec{u}_k = \rho_k \frac{\partial^2 \vec{u}_k}{\partial t^2} \quad (k = 1, 2, 3 \ldots n), \tag{1}$$

где $\vec{u}(u_1, u_2, u_3)$ — вектор перемещений среды, ρ_k — плотность k-го слоя,

$$\widetilde{\lambda}_k f(t) = \lambda_{0k}\Big[f(t) - \int_0^t R_{\lambda k}(t-\tau) f(\tau)\, d\tau\Big]; \quad \widetilde{\mu}_k f(t) = \mu_{0k}\Big[f(t) - \int_0^t R_{\mu k}(t-\tau) f(\tau)\, d\tau\Big], \tag{2}$$

$f(t)$ — произвольная функция времени, $R_{\lambda k}(t-\tau)$ и $R_{\mu k}(t-\tau)$ — ядра релаксации k-го материала, λ_{0k}, μ_{0k} — мгновенные модули упругости k-го материала. Далее заменим соотношение (2) следующими выражениями [2]:

$$\overline{\lambda}_k f(t) = \lambda_{0k}\big[1 - \Gamma^C_{\lambda k}(\omega_R) - i\Gamma^S_{\lambda k}(\omega_R)\big] f(t), \quad \overline{\mu}_k f(t) = \mu_{0k}\big[1 - \Gamma^C_{\mu k}(\omega_R) - i\Gamma^S_{\mu k}(\omega_R)\big] f(t),$$

где

$$\Gamma^c_{\lambda k}(\omega_R) = \int_0^\infty R_{\lambda k}(\tau)\cos\omega_R\tau\, d\tau, \quad \Gamma^c_{\mu k}(\omega_R) = \int_0^\infty R_{\mu k}(\tau)\cos\omega_R\tau\, d\tau,$$

$$\Gamma^s_{\lambda k}(\omega_R) = \int_0^\infty R_{\lambda k}(\tau)\sin\omega_R\tau\, d\tau, \quad \Gamma^s_{\mu k}(\omega_R) = \int_0^\infty R_{\mu k}(\tau)\sin\omega_R\tau\, d\tau,$$

соответственно косинус и синус изображения Фурье ядер релаксаций; ω_R — действительная величина. Вязкоупругие свойства материала описываются с помощью трех параметрического ядра релаксации [2]: $R_{\mu j}(t) = R_{\lambda j} = A_j e^{-\beta_j t}/t^{1-\alpha_j}$ $(j = 1, 2)$. При конкретных расчетах приняты параметры материала в безграничной вязкоупругой среде [2]. Построена теория и методы расчета комплексных собственных частот и форм колебаний вязкоупругой сферической неоднородности в вязкоупругой композиционной среде. Проведена классификация таких колебаний на радиальные, крутильные и сфероидальные. Строится частотное трансцендентное уравнения сферической неоднородности вязкоупругой среды. Использовано общее решение векторного уравнения движения трехмерной теории вязко упругости в потенциалах перемещений в сферической системе координат. С помощью специальных функций математической физики Бесселя, Ханкеля и Лежандра, метода Мюллера и метода Гаусса разработан алгоритм для решения поставленных задачи на ЭВМ.

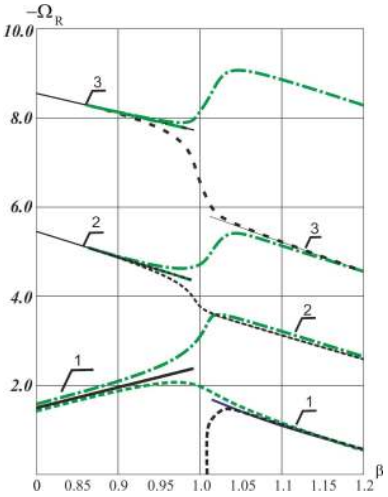


Рис. 1. Изменение собственной частоты крутильных колебаний от отношений скоростей поперечных волн $\beta = c_{s2}/c_{s1}$: 1 — $\rho = 0{,}9$; 2 — $\rho = 0{,}95$; 3 — $\rho = 1{,}02$

На рис. 1 приведены зависимости реальных частей собственных частот и соответствующих коэффициентов демпфирования крутильных колебаний для первых трех номеров n $(n = 1, 2, 3)$. На рис. 1 приведены зависимости реальных частей собственных частот и соответствующих коэффициентов демпфи-

рования крутильных колебаний для первых трех номеров n ($n = 1, 2, 3$). На рисунке сплошной линии соответствует $n = 1$, прерывной линии — $n = 2$, пунктирной линии $n = 3$. Поскольку в этом случае нет зависимости от продольных скоростей, имеет место более сильная чувствительность к изменению плотности безграничной среды по отношению к неоднородности. На основе построенных комплексных частотных уравнений с комплексными выходящими параметрами получены численные результаты. Рассмотренные задачи сводились к нахождению тех комплексных собственных частот, при которых система уравнений движения сферического включения с укороченными условиями излучения имеют ненулевое решение в классе бесконечно дифференцируемых функций. Выполнены детальные численные расчеты комплексных собственных частот трех мод радиального, крутильного и сфероидального колебания сферической неоднородности в бесконечной вязкоупругой среде.

Показано, что задача имеет дискретный комплексный спектр. Найдено, что собственные частоты сфероидальных колебаний слабоконтрастной неоднородности подразделяются на две группы: радиально подобные и крутильно подобные. Выявлено, что при некоторых значениях вязкоупругих плотностных параметров возникают низкочастотные собственные колебания, что являются по существу, некоторым апериодическим движением, поскольку мнимая часть собственной частоты велика. Полученные результаты позволят предсказать рассеяние вязкоупругих (или сейсмических) волн в деформируемых средах при наличии включений.

1. *Бозоров М. Б.*, *Сафаров И. И.*, *Шокин Ю. И.* Численное моделирование колебаний диссипативно-однородных и неоднородных механических систем. — Новосибирск: СО РАН, 1966. — 188 с.
2. *Сафаров И. И.* Колебания и волны в диссипативно-неоднородных средах и конструкциях. — Ташкент: Фан, 1992. — 250 с.

К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ О СИММЕТРИЧНО-АНТИСИММЕТРИЧНОМ ИЗГИБЕ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ЗАЩЕМЛЕННОЙ ПО КОНТУРУ ПЛАСТИНЫ ПОСРЕДСТВОМ МОДИФИКАЦИИ МЕТОДА С.П. ТИМОШЕНКО

С. П. Сейранян

ИМ НАН РА, Ереван, Армения

Приводится модифицированное применение метода С. П. Тимошенко [1] к решению задачи изгиба прямоугольной защемленнной по контуру пластины при симметричном (антисимметричном) относительно оси симметрии x (y) прямоугольника внешнем давлениии $q(x, y)$. Получена бесконечная вполне регулярная система линейных алгебраических уравнений со свободными членами — лишь интегралами, содержащими $q(x, y)$, что позволяет непосредственно получать точные конечные выражения для свободных членов при широком классе внешних нагрузок, т. е. приводит к большей общности метода С. П. Тимошенко. Отмечается с учетом [2, 3], что при выводе автором бесконечной системы предположения типа С. П. Тимошенко [1, с. 227] (об изменении порядка суммирования в повторных рядах при выводе им бесконечной системы при постоянной нагрузке) выполняются. Полученные выражения для свободных членов приводят к выводу об ограниченности свободных членов как в случае ограниченной нагрузки $q(x, y)$, так и при поперечном симметрично — антисимметричном нагружении системой сосредоточенных сил. В итоге гарантируется решение бесконечной системы применением метода последовательных приближений в сочетании с методом редукции [4].

Решение рассматриваемой задачи для прогиба $w(x,y)$ в продолжение работ [1–3] в прямоугольнике пластины $(x,y)\in[-a/2,a/2]\times[-b/2,b/2]$ ищется в виде

$$w(x,y)=\frac{1}{D}\sum_{m=2,4\ldots}^{\infty}\sum_{n=1,3\ldots}^{\infty}\frac{q_{mn}\sin\lambda_m x\cos\mu_n y}{(\lambda_m^2+\mu_n^2)^2}+$$
$$+\frac{1}{2D}\sum_{m=2,4\ldots}^{\infty}E_m\frac{(-1)^{m/2}}{\lambda_m^2\operatorname{ch}\alpha_m}(\alpha_m\operatorname{th}\alpha_m\operatorname{ch}\lambda_m y-\lambda_m y\operatorname{sh}\lambda_m y)\sin\lambda_m x+$$
$$+\frac{1}{2D}\sum_{n=1,3\ldots}^{\infty}F_n\frac{(-1)^{(n-1)/2}}{\mu_n^2\operatorname{sh}\beta_n}(\beta_n\operatorname{cth}\beta_n\operatorname{sh}\mu_n x-\mu_n x\operatorname{ch}\mu_n x)\cos\mu_n y. \quad (1)$$

Здесь $\lambda_m=m\pi/a$, $\mu_n=n\pi/b$, $\alpha_m=m\pi b/(2a)$, $\beta_n=n\pi a/(2b)$,

$$q_{mn}=\frac{4}{ab}\int_{-a/2}^{a/2}\int_{-b/2}^{b/2}q(x,y)\sin\lambda_m x\cos\mu_n y\,dx\,dy.$$

Искомое решение (1) изначально удовлетворяет уравнению Софи Жермен–Лагранжа с нагрузкой $q(x,y)$ и условиям опирания торцов, изгибаемых моментами [1]

$$M_y(x,b/2)=M_y(x,-b/2)=\sum_{m=2,4\ldots}^{\infty}(-1)^{m/2}E_m\sin\lambda_m x,$$
$$M_x(a/2,y)=-M_x(-a/2,y)=\sum_{n=1,3\ldots}^{\infty}(-1)^{(n-1)/2}F_n\cos\mu_n y. \quad (2)$$

Далее $w(x,y)$ на сторонах пластины, параллельных оси x, подчиняется условию отсутствия поворотов краев в направлениях осей y и x. Получаем

$$\frac{\partial}{\partial y}w(x,b/2)=\frac{b^3}{\pi^3 D}\sum_{m=2,4\ldots}^{\infty}\sin\lambda_m x\sum_{n=1,3\ldots}^{\infty}\frac{(-1)^{(n+1)/2}nq_{mn}}{[(mb/a)^2+n^2)]^2}-$$
$$-\frac{1}{2D}\sum_{m=2,4\ldots}^{\infty}E_m\frac{(-1)^{m/2}}{\lambda_m}\left(\operatorname{th}\alpha_m+\frac{\alpha_m}{\operatorname{ch}^2\alpha_m}\right)\sin\lambda_m x+$$
$$+\frac{1}{4D}\sum_{n=1,3\ldots}^{\infty}\frac{F_n}{\operatorname{sh}^2\beta_n}(2x\operatorname{sh}\beta_n\operatorname{ch}\mu_n x-a\operatorname{ch}\beta_n\operatorname{sh}\mu_n x)=0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}w(a/2,y)=\frac{a^3}{\pi^3 D}\sum_{m=2,4\ldots}^{\infty}(-1)^{m/2}m\sum_{n=1,3\ldots}^{\infty}\frac{q_{mn}\cos\mu_n y}{[m^2+(na/b)^2)]^2}+$$
$$+\frac{1}{4D}\sum_{m=2,4\ldots}^{\infty}\frac{E_m}{\operatorname{ch}^2\alpha_m}(b\operatorname{sh}\alpha_m\operatorname{ch}\lambda_m y-2y\operatorname{ch}\alpha_m\operatorname{sh}\lambda_m y)-$$
$$-\frac{1}{2D}\sum_{n=1,3\ldots}^{\infty}F_n\frac{(-1)^{(n-1)/2}}{\mu_n}\left(\operatorname{cth}\beta_n-\frac{\beta_n}{sh^2\beta_n}\right)\cos\mu_n y=0. \quad (4)$$

Но сомножители при F_n и E_m в (3) и (4) заменой $x=x'+a/2$ и $y=y'+b/2$, разложением в ряды Фурье по синусам и косинусам на отрезках значений $x'\in[0,a]$

и $y' \in [0, b]$ с возвратом к переменным x и y представляются в виде

$$\frac{2x \operatorname{sh}\beta_n \operatorname{ch}\mu_n x - a \operatorname{ch}\beta_n \operatorname{sh}\mu_n x}{\operatorname{sh}^2 \beta_n} = \frac{16}{\pi^2}\frac{b^3}{a^2} n \sum_{m=2,4\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{m/2} m}{\left(n^2 + (mb/a)^2\right)^2} \sin \lambda_m x, \tag{5}$$

$$\frac{b \operatorname{sh}\alpha_m \operatorname{ch}\lambda_m y - 2y \operatorname{ch}\alpha_m \operatorname{sh}\lambda_m y}{\operatorname{ch}^2 \alpha_m} = \frac{16}{\pi^2}\frac{a^3}{b^2} m \sum_{n=1,3\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{(n-1)/2} n}{\left(m^2 + (na/b)^2\right)^2} \cos \mu_n y. \tag{6}$$

Положим $\widehat{E}_m = \sqrt{b/a}E_m$, $\widehat{F}_m = \sqrt{a/b}F_m$, $\xi_m = mb/a$, $\chi_n = na/b$, $\psi(\alpha_m) = \operatorname{th}\alpha_m + \alpha_m/\operatorname{ch}^2\alpha_m$, $\phi(\beta_m) = \operatorname{cth}\beta_m - \beta_m/\operatorname{sh}^2\beta_m$. Тогда, подставляя (5) и (6) в (3) и (4), предположительно изменяя порядок суммирования в образованных повторных рядах и в первых рядах в (3) и (4), переходя далее от сумм синусных в (3) и косинусных в (4) рядов к единым синусному и косинусному рядам, и, приравнивая коэффициенты полученных тригонометриических рядов нулю, приходим к бесконечной парной системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных $\widehat{E}_m$, $\widehat{F}_n$

$$\begin{cases} \widehat{E}_m = \dfrac{8\xi_m^2}{\pi\psi(\alpha_m)} \displaystyle\sum_{n=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{n}{\left(\xi_m^2 + n^2\right)^2} \widehat{F}_n + b_m^{(1)}, \quad m = 2, 4, \ldots, \\ \widehat{F}_n = \dfrac{8\chi_n^2}{\pi\varphi(\chi_n)} \displaystyle\sum_{m=2,4,\ldots}^{\infty} \frac{m}{\left(\chi_n^2 + n^2\right)^2} \widehat{E}_m + b_n^{(2)}, \quad n = 1, .3, \ldots, \end{cases} \tag{7}$$

где свободные члены с применением (5), (6), но в обратном порядке, принимают вид

$$b_m^{(1)} = -\frac{8}{\pi^2}(-1)^{m/2}\sqrt{\frac{b}{a}}\frac{\xi_m}{\psi(\alpha_m)} \sum_{n=1,3\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{(n-1)/2} n}{\left(\xi_m^2 + n^2\right)^2} \int_{-a/2}^{a/2}\int_{-b/2}^{b/2} q(x,y) \sin\lambda_m x \cos\mu_n y \, dx\, dy =$$

$$= \sqrt{\frac{b}{a}} \frac{(-1)^{m/2}}{\operatorname{sh}\alpha_m + \alpha_m/\operatorname{ch}\alpha_m} \int_{-a/2}^{a/2}\int_{-b/2}^{b/2} (y/b \operatorname{sh}\lambda_m y - 0{,}5 \operatorname{th}\alpha_m \operatorname{ch}\lambda_m y) q(x,y) \sin\lambda_m x \, dx\, dy, \tag{8}$$

$$b_n^{(2)} = \frac{8}{\pi^2}(-1)^{(n-1)/2}\sqrt{\frac{a}{b}}\frac{\chi_n}{\varphi(\beta_n)} \sum_{m=2,4\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{m/2} m}{\left(\chi_n^2 + m^2\right)^2} \int_{-a/2}^{a/2}\int_{-b/2}^{b/2} q(x,y) \sin\lambda_m x \cos\mu_n y \, dx\, dy =$$

$$= \sqrt{\frac{a}{b}} \frac{(-1)^{(n-1)/2}}{\operatorname{ch}\beta_m - \beta_m/\operatorname{sh}\beta_m} \int_{-a/2}^{a/2}\int_{-b/2}^{b/2} (x/a \operatorname{ch}\mu_n x - 0{,}5 \operatorname{cth}\beta_n \operatorname{sh}\mu_n x) q(x,y) \cos\mu_n y \, dx\, dy. \tag{9}$$

Покажем теперь, что система уравнений (7) вполне регулярна. Действительно, из [5] следует, что при любом отношении сторон прямоугольника a и b, при параметре δ, принятом в определении вполне регулярности бесконечной системы линейных алгебраических уравнений [4], равном 0,171, верхняя подсистема системы (7). удовлетворяет условию вполне регулярности. То же, согласно [6, 7], имеет место

и для нижней подсистемы, но при $\delta = 0{,}129$. Следовательно, при минимальном из значений $\delta = 0{,}129$ система (7) удовлетворяет условию вполне регулярности. Утверждение доказано.

Вполне регулярность системы (7) приводит к допустимости изменения порядка суммирования в упомянутых образованных повторных тригонометрических рядах. К этому утверждению приходим, обращаясь к аналогичному доказательству в [3] ([2]), придавая в нем в коэффициентах $c_{nm}(c_{mi})$ в [3] ([2]) индексу n (m) нечетные (четные) значения (с заменой в c_{mi} символа F на E). Что и приводит к требуемому утверждению.

1. *Тимошенко С. П.*, *Войновский-Кригер С.* Пластинки и оболочки. — М.: Физматгиз, 1963. — 635 с.
2. *Сейранян С. П.* К решению задачи изгиба прямоугольной защемленной по контуру пластины методом С. П. Тимошенко // Материалы XXII Международной конференции по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021), 4–13 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 276–279.
3. *Сейранян С. П.* К решению задачи об антисимметричном изгибе прямоугольной защемленной по контуру пластины модифицированным методом С. П. Тимошенко // Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАІ'2022), 4–13 сентября 2022 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2022. — С. 229–232.
4. *Канторович Л. В.*, *Крылов В. И.* Приближенные методы высшего анализа. — Л.; М.: ГИТТЛ, 1949. — 695 с.
5. *Сейранян С. П.* Об одной бесконечной системе линейных алгебраических уравнений в первой краевой плоской задачи теории упругости для прямоугольника // Проблемы динамики взамодействия деформируемых сред. Труды IX Международной конференции, г. Горис, РА, 1–6 октября, 2018. — С. 283–287.
6. *Сейранян С. П.* К решению первой краевой плоской задачи теории упругости для прямоугольника при антисимметричных относительно осей симметрии граничных условиях // Актуальные проблемы механики сплошной среды. Труды VI Международной конференции, Дилижан, РА, 1–6 октября, 2019. — С. 304–308.
7. *Сейранян С. П.* Об одной бесконечной системе линейных алгебраических уравнений Б. Л. Абрамяна в первой краевой плоской задаче теории упругости для прямоугольника // Материалы XIII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАІ'2020), 6–13 сентября 2020 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2020. — С. 337–340.

АНАЛИЗ ОТКАЗОВ И ПОВРЕЖДЕНИЙ АВИАЦИОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Е. С. Симонова, С. А. Дмитриев

МАИ, Москва, Россия

Надежность силовой установки имеет ключевое значение и главным образом влияет на эксплуатационные качества самолета. В данной работе проанализированы основные причины отказов авиационных двигателей, приведших к авиационному происшествию или катастрофе. Выявлены наиболее часто встречающиеся неисправности и причины их возникновения, проанализированы полученные данные. Материалы для анализа взяты из открытых источников.

В данной работе рассмотрен 14-летний период (с 2007 по 2020 годы) для составления статистики. По данным Межгосударственного авиационного комите-

та (МАК), в гражданской авиации государств-участников межгосударственного Соглашения о гражданской авиации (в том числе России) в период с 2007 по 2020 годы произошло 473 авиационных происшествий, из них 73 из-за отказа или повреждения двигателя, в том числе 28 катастроф с гибелью 257 человек.

По данным NTSB (National Transportation Safety Board — Национальный совет по безопасности транспорта), в США и странах-союзниках за аналогичный период произошло 83 авиационных происшествия, из них 23 из-за отказа или повреждения двигателя, в том числе 9 катастроф с гибелью 216 человек.

По отчетам МАК преобладающей причиной авиационных происшествий в связи с отказом, либо повреждением двигателя, является человеческий фактор — 39%. При этом на прочностные и функциональные отказы и повреждения приходится — 40%. Что касается происшествий, разобранных по данным NTSB, из-за ошибок людей произошло — 17% авиационных происшествий, а из-за отказов и повреждений систем — 59%.

На основе проанализированных данных можно выделить ряд основных или наиболее часто повторяющихся причин отказов двигателей. К таковым относятся: усталостные трещины и разрушения дисков и лопаток компрессоров и турбин, повреждение лопаток компрессора посторонними предметами, трещины и прогары жаровых труб камер сгорания, повреждение и отказы элементов топливной системы, повреждение систем управления.

Сложно назвать конкретные причины отказов, из-за которых происходит большинство происшествий. Чаще всего катастрофа — это следствие наложения друг на друга дефектов и отклонений (производственных, технологических, конструкционных и др.). Вследствие высокой напряженности элементов конструкции газотурбинного двигателя, интенсивности тепловых и газодинамических процессов в нем происходящих, сложности системы автоматического управления двигателем при эксплуатации ГТД разных типов приходится сталкиваться с большим многообразием причин отказов. На практике приходится иметь дело с причинами отказов ГТД, связанными с прочностью (статической и динамической) нагруженных деталей, с рабочим процессом в основных узлах двигателя, с характером процессов его управления, со свойствами элементов, входящих в системы двигателя (системы смазки, регулирования, топливопитания, зажигания и др.), с особенностями его производства, с характером его эксплуатации.

Одно из обязательных требований при сертификации нового газотурбинного двигателя (разработанного или модернизированного) — анализ безопасности конструкции (анализ рисков). В общем случае анализ надежности узлов и агрегатов авиадвигателей основывается на расчетно-экспериментальных методах определения прочности, ресурса, надежности, живучести и безопасности.

Следует отметить, что фирмы-изготовители зачастую не публикуют данных по отказам, в особенности связанным с конструктивно-технологическими несовершенствами. Поэтому приведенный анализ, основанный на опубликованных данных, не должен считаться исчерпывающе полным. Но все-таки работу такого типа необходимо проводить периодически, обновляя уже имеющиеся сведения и использовать полученные материалы при анализе конкретной неисправности в совокупности отказов (зачастую наблюдается цепь взаимосвязанных отказов и повреждений, поэтому важно разделять первопричину и следствие данного отказа), при разработке новых изделий и при составлении программ обеспечения надежности.

1. Отчеты Межгосударственного авиационного комитета (МАК) о происшествиях в период с 2007 по 2020 гг.

2. Отчеты Национального совета по безопасности транспорта (NTSB) о происшествиях в период с 2007 по 2020 гг.
3. *Сарычев С. В.* Методологические основы оценки технических рисков системы управления безопасностью полетов при проектировании, производстве и серийной эксплуатации ГТД: Дисс. ... д.т.н. — Рыбинск, 2017.
4. *Махутов Н. А.*, *Гаденин М. М.*, *Романов А. Н.* Фундаментальные основы определения прочности, ресурса, живучести и безопасности авиадвигателей // Всероссийская научно-техническая конференция «Авиадвигатели XXI века», Москва, ЦИАМ имени П. И. Баранова, 24–27 ноября 2015 г. — С. 467–469.
5. *Махутов Н. А.* Прочность и безопасность: фундаментальные и прикладные исследования. — Новосибирск: Наука, 2008. — 528 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТА ШЕРОХОВАТОСТИ КОНТАКТНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ НА РИСК АСПЕТИЧЕСКОГО РАСШАТЫВАНИЯ ПРИ ЭНДОПРОТЕЗИРОВАНИИ*

А. Ю. Смолин, Г. М. Еремина

ИФПМ СО РАН, Томск, Россия

Широкое распространение при лечении остеоартрита и остеонекроза головки бедренной кости получило поверхностное эндопротезирование, при котором сохраняется шейка бедра. Существуют два способа фиксации импланта: цементный и безцементный. Преимуществом безцементного способа фиксации считается снижение скачка напряжений в околоконтактной области, что минимизирует риск резорбции костных тканей. Однако такой способ крепления зачастую приводит к асептическому расшатыванию штифта импланта [1]. Цементный способ способствует увеличению контактной площади фиксации импланта и позволяет заполнять дефекты костной ткани.

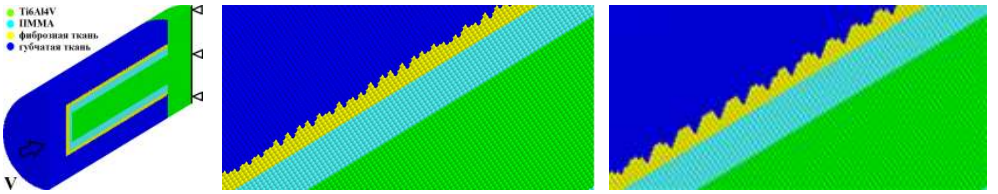
Целью данной работы является определение влияния морфологии контакта костных тканей и материалов импланта на напряженно-деформированное состояние в них методами компьютерного моделирования. На основе получаемых данных можно спрогнозировать зоны резорбции костных тканей.

Моделирование проводилось методом подвижных клеточных автоматов (ПКА) [2, 3]. В ПКА моделируемый материал рассматривается как ансамбль частиц конечного размера (клеточных автоматов), взаимодействующих по определенным правилам, позволяющим в рамках дискретного подхода описывать его деформационное поведение как изотропного упругопластического тела. Для описания механического поведения костной ткани с учетом наличия в ней биологической жидкости применялась модель пороупруго-хрупкой среды [3].

Моделировались трехмерные образцы цилиндрической формы (диаметр 2 см, длина 6 см), имитирующие область вокруг штифта (рис. 1), аналогичные работе [4]. Модель состояла из титанового штифта, цементной прослойки, фиброзной и губчатой ткани (рис. 1, *а*). Диаметр «шляпки» штифта 2 см, высота 1 см, толщина прослойки фиброзной ткани 300 мкм; цементной — 500 мкм. Величина шероховатости костной ткани варьировалась от 200 до 400 мкм. Шероховатость поверхности импланта учитывалась за счет плотной упаковки автоматов, радиус которых 50 мкм.

*Выполнено в рамках государственного задания ИФПМ СО РАН (тема номер FWRW-2021-0006).

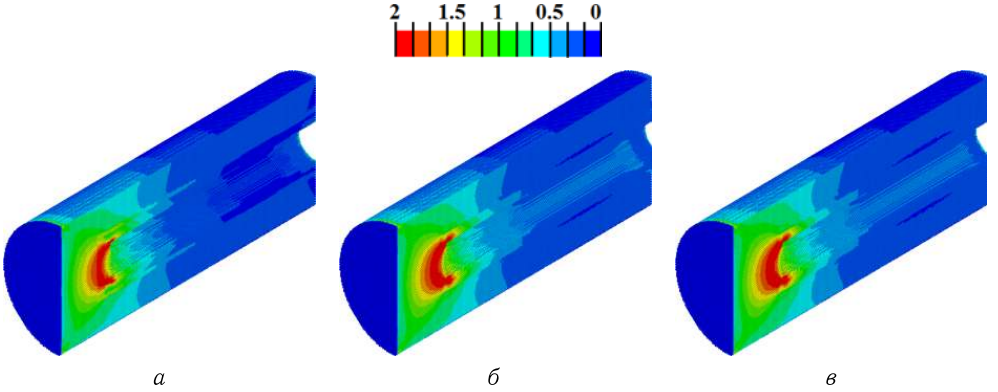
Крайний слой автоматов в области «шляпки» задавался жестко закрепленным, с противоположной стороны прикладывалось сжимающее нагружение с постоянной скоростью $V = -0{,}01$ м/с (рис. 1, *а*) до достижения максимальной силы сопротивления, равной 200 Н. Упругие и пороупругие свойства тканей бедренного сустава брались из литературы [5, 6], жидкость имела свойства физиологического раствора.



а *б* *в*

Рис. 1. Модель системы кость-имплант с учетом шероховатости костной ткани: общий вид и схема нагружения (*а*), увеличенные области с шероховатостью 200 мкм (*б*), 400 мкм (*в*)

Анализ распределения интенсивностей напряжений показал, что в максимум находится в области прослойки цемента и составляет для образца с шероховатости 200 мкм — 4 МПа, для 300 мкм — 5,2 МПа, для 400 мкм — 6,3 МПа (рис. 3, *а–в*). При этом в губчатой ткани наблюдаются величины 3; 4,6 и 5,1 МПа, соответственно.

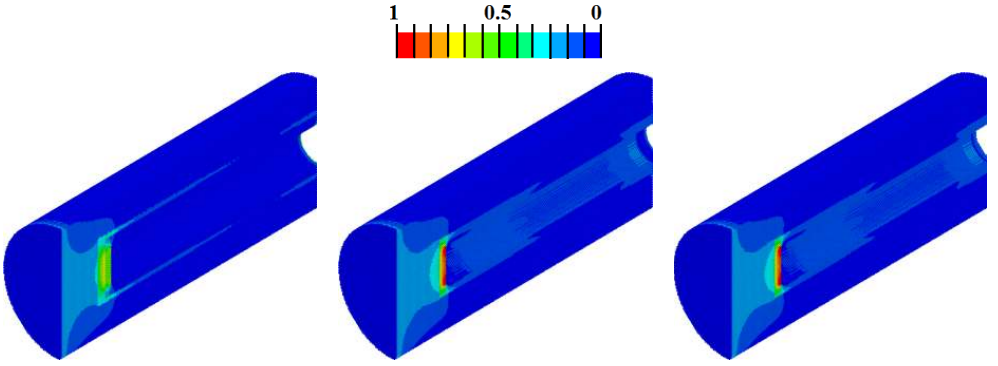


а *б* *в*

Рис. 2. Распределение интенсивности напряжений (МПа) в условиях сжатия при различной шероховатости поверхности костной ткани (мкм): 200 (*а*), 300 (*б*), 400 (*в*)

Анализ полей распределения давления флюида в порах показал, что максимальная амплитуда данного параметра для образца с шероховатостью 200 мкм составляет 0,9 МПа, 300 мкм — 1,4 МПа, 400 мкм — 2,1 МПа (рис. 3). Величины давления флюида в порах для шероховатости 200 и 300 мкм соответствует диапазону величин, благоприятных для регенерации тканей и переносу частиц в поровом пространстве цемента и фиброзной ткани [7]. При шероховатости 300 мкм избыточное давление флюида, скорее всего, будет косвенным фактором для деградации тканей вокруг конца штифта.

Полученные результаты свидетельствую о том, что увеличение шероховатости поверхности костной ткани приводит к увеличению сжимающих напряжений, интенсивности напряжений, а также давления флюида в порах по сравнению с модельным образцом без учета шероховатости. Данный факт при дальнейшем увели-



а *б* *в*

Рис. 3. Распределение давления флюида в порах (МПа) в условиях сжатия при различной шероховатости поверхности костной ткани (мкм): 200 (*а*), 300 (*б*), 400 (*в*)

чении нагрузки может способствовать резорбции тканей вокруг конца штифта. Однако при стандартной физиологической нагрузке для значений шероховатости 200 и 400 мкм данный уровень параметров будет способствовать процессу остеогенеза и переноса биологических клеток.

1. *Smolders J. M.*, *Hol A.*, *Rijnders T.*, *van Susante J. L.* Changes in bone mineral density in the proximal femur after hip resurfacing and uncemented total hip replacement: A prospective randomised controlled study // J. Bone Joint Surg. Br. — 2010. — V. 92, No. 11. — P. 1509–1514.
2. *Shilko E. V.*, *Psakhie S. G.*, *Schmauder S. et al.* Overcoming the limitations of distinct element method for multiscale modeling of materials with multimodal internal structure // Comp. Mater. Sci. — 2015. — V. 102. — P. 267–285.
3. *Shilko E. V.*, *Smolin A. Yu.*, *Dimaki A. V.*, *Eremina G. M.* Particle-based approach for simulation of nonlinear material behavior in contact zone // Multiscale Biomechanics and Tribology of Inorganic and Organic Systems. — Singapore, 2021. — P. 67–89.
4. *Madrala A.*, *Nuc N.* Effect of stem preheating and precooling on residual stress formation at stem/cement interface for cemented hip implants // J. Biomed. Mat. Res. B: Appl. Biomat. — 2010. — V. 93(1). — P. 258–265.
5. *Carter D. R.*, *Hayes W. C.* The compressive behavior of bone as a two-phase porous structure // J. Bone Joint Surg. — 1977. — V. 59, No. 7. — P. 954–962.
6. *Cowin S. C.*, *Doty S. B.* Tissue Mechanics. — N.Y.: Springer, 2007. — 698 p.
7. *Wang M.*, *Yang N.*, *Wang X.* A review of computational models of bone fracture healing // Med. Biolog. Eng. Comp. — 2017. — V. 55, No. 11. — P. 1895–1914.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАНОСТРУКТУРИРУЮЩЕГО ВЫГЛАЖИВАНИЯ КОНСТРУКЦИОННОЙ СТАЛИ*

***И. Ю. Смолин*[1], *А. Ж. Ахметов*[1], *В. П. Кузнецов*[2]**

[1]*ИФПМ СО РАН, Томск, Россия;* [2]*УрФУ, Екатеринбург, Россия*

В работе приведены результаты комплекса численных исследований процесса наноструктурирующего выглаживания закаленной подшипниковой стали ШХ15СГ

*Работа выполнена в рамках государственного задания ИФПМ СО РАН (тема номер FWRW-2022-0003).

инновационным инструментом с плоским цилиндрическим индентором из кубического нитрида бора CBN010, наклоненного под углом к обрабатываемой поверхности.

Выглаживание является методом финишной сглаживающей и упрочняющей обработки деталей машин поверхностной пластической деформацией. Метод реализуется на современных обрабатывающих центрах, где движущийся инструмент вдавливается в поверхность вращающейся обрабатываемой детали. Обычно форма индентора является полусферической. Вариант метода, когда в поверхностных слоях обрабатываемого материала получается нанокристаллическая структура, получил название наноструктурирующего выглаживания.

В работах Р. З. Валиева и др. [1, 2] показано, что формирование нанокристаллической структуры в конструкционных сталях достигается интенсивной пластической деформацией сдвига при гидростатическом сжатии давлением более 2 ГПа и величине накопленной деформации сдвига более двухсот процентов. Аналогичные данные приводятся в серии работ В. П. Кузнецова с соавторами [3, 4].

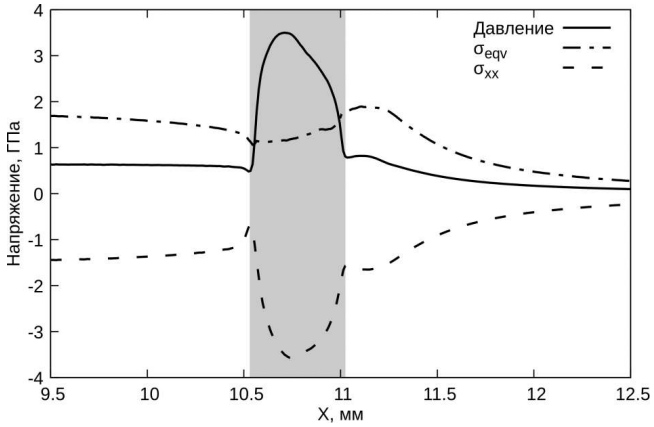


Рис. 1. Распределения параметров напряженного состояния в контактной области

Задачами настоящей работы является разработка математической и физической моделей процесса выглаживания цилиндрическим индентором с регулируемым углом наклона к обрабатываемой поверхности, численное исследование влияния угла наклона цилиндрического индентора и силы выглаживания на контактное давление и деформацию сдвига в контактной зоне, чтобы обеспечить формирование нанокристаллической структуры в поверхностных слоях обрабатываемой стали.

Моделирование выполнено в программном комплексе ABAQUS, который чаще всего используется для моделирования выглаживания [5]. Задача решена в двухмерном приближении в динамической связанной термомеханической постановке, что позволило достаточно подробно исследовать напряженно-деформированное состояние в области контакта и влияние на него повышенных температур, обусловленных образованием тепла при пластическом деформировании и трении. Разработанная конечно-элементная модель является развитием модели, предложенной авторами ранее [6]. Индентор моделировался жестким телом, а сталь — упругопластической средой с моделью Джонсона–Кука. Заметим, что значительные вариации значений параметров этой модели, которые сообщаются в литературе [7–9], обусловлены влиянием предварительной обработки стали на ее прочностные свойства и оказывают большое влияние на получаемые в расчетах значения напряжений и деформаций.

Детальное исследование распределений напряжений в контактной зоне показало, что при силе выглаживания 250 Н и угле наклона индентора 2 градуса давление достигают 3,5 ГПа (рис. 1). При движении наклонного цилиндрического индентора за ним не образуются растягивающие нормальные напряжения, что имело место для полусферического индентора и могло приводить к растрескиванию поверхностных слоев обрабатываемой стали [6].

Конечно-элементное моделирование процесса в пакете ABAQUS позволило установить оптимальные величины силы выглаживания 250 Н и угла наклона индентора 2° для обеспечения контактного гидростатического давления более 3,5 ГПа и накопленной пластической деформации $\varepsilon = 1{,}2$. Такие условия способствуют образованию нанокристаллического состояния в инструментальных сталях. При этом температура в контактной зоне достигает 405 °С.

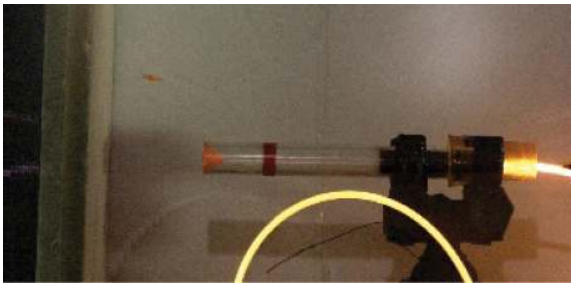
1. *Valiev R. Z.*, *Estrin Y.*, *Horita Z.*, *Langdon T. G.*, *Zechetbauer M. J.*, *Zhu Y. T.* Producing bulk ultrafine-grained materials by severe plastic deformation // JOM. — 2006. — V. 58, Iss. 4. — P. 33–39.
2. *Valiev R. Z.*, *Langdon T. G.*, *Zhilyaev A. P.* Bulk nanostructured materials: Fundamentals and applications. — [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013. — 440 p.
3. *Kuznetsov V. P.*, *Smolin I. Yu.*, *Dmitriev A. I.*, *Tarasov S. Yu.*, *Gorgots V. G.* Toward control of subsurface strain accumulation in nanostructuring burnishing on thermostrengthened steel // Surf. Coat. Technol. — 2016. — V. 285. — P. 171–178.
4. *Kuznetsov V. P.*, *Skorobogatov A. S.*, *Gorgots V. G.* Impact of indentor sliding velocity and loading repetition factor on shear strain and structure dispersion in nanostructuring burnishing // Facta Univ. Ser. Mech. Eng. — 2019. — V. 17. — P. 161–168.
5. *Becerra-Becerra E.*, *Aguilera Ojeda C. O.*, *Saldaca-Robles A.*, *Reveles-Arredondo J. F.*, *Barco-Burgos J.*, *Vidal-Lesso A.* A review of numerical simulation of ball burnishing process // Finite Elem. Anal. Des. — 2023. — V. 218. — P. 103926.
6. *Kuznetsov V. P.*, *Smolin I. Yu.*, *Dmitriev A. I.*, *Konovalov D. A.*, *Makarov A. V.*, *Kiryakov A. E.*, *Yurovskikh A. S.* Finite element simulation of nanostructuring burnishing // Phys. Mesomech. — 2013. — V. 16, Iss. 1. — P. 62–72.
7. *Guo Y. B.*, *Liu C. R.* Mechanical properties of hardened AISI 52100 steel in hard machining processes // J. Manuf. Sci. Eng. — 2001. — V. 124. — P. 1–9.
8. *Guo Y. B.*, *Wen Q.*, *Woodbury K. A.* Dynamic material behavior modeling using internal state variable plasticity and its application in hard machining simulations // J. Manuf. Sci. Eng. — 2006. — V. 128. — P. 749–759.
9. *Shrot A.*, *Bäker M.* Determination of Johnson–Cook parameters from machining simulations // Comp. Mater. Sci. — 2012. — V. 52. — P. 298–304.

РАЗВИТИЕ ТЕХНОЛОГИИ ИЗМЕНЕНИЯ ФОРМЫ СЕГМЕНТОВ ПРИ МЕТАНИИ В ЦЕЛЯХ ВЕРИФИКАЦИИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МЕТОДИК ПРОЦЕССА

М. Ю. Сотский, В. А. Велданов, Д. В. Гелин, В. И. Колпаков, Д. А. Лысов, В. А. Марков

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Известно применение физического моделирования высокоскоростных натурных ударных процессов с целью реализации подобия феноменологической картины модельного процесса натурному. Вариантом является использование при моделировании специально подобранных материалов и скоростного диапазона [1]. Одним из сложнейших в плане технической реализации баллистических процессов является процесс формирования и метания компактного ударного элемента при воз-



0



30 мкс



60 мкс



90 мкс



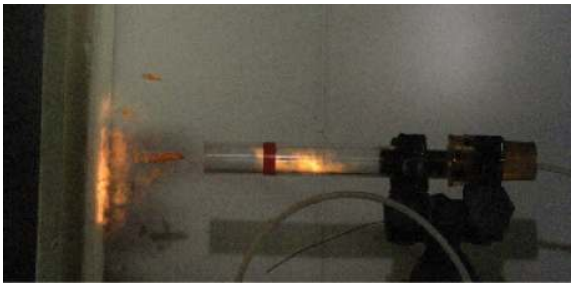
120 мкс



1030 мкс



1500 мкс



2000 мкс



3500 мкс



4000 мкс

Рис. 1. Отдельные кадры видеорегистрации опыта с моделью метаемого сегмента

действии конденсированного высокоэнергетического вещества на метаемый сегмент рассматриваемого устройства [2]. При метании функционирование устройства включает этапы детонационного нагружения сегмента, его ускорение и инерционное пластическое деформирование. Результатом является образование безградиентного сплошного компактного элемента заданной формы. Важным также является вопрос верификации результатов виртуального моделирования таких сложных процессов [3].

На XXI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам нами была представлена исследовательская пусковая установка и способ испытаний по авторским патентам RU 2619501 и RU 2625404. Разработанные установка и технология визуализации баллистических процессов позволяет детально исследовать процесс ускорения зонда в направляющем элементе установки. На базе этих решений разработаны новые технические решения, позволяющие осуществлять метание дискообразных объектов малого удлинения в лабораторных условиях. В том числе и метание сегментов устройств, при функционировании которых сегменты компактируются в результате пластического формоизменения. Диктуемым условием опытов стало исключение применения конденсированных высокоэнергетических веществ для метания сегмента.

Функциональная схема новой пусковой установки может быть представлена описанием содержания кадров высокоскоростной оптической регистрации на рис. 1.

За начальный момент процесса $t = 0$ принят момент подхода детонационной волны из магистрали (светящаяся трубка внизу кадра) к устройству ввода волны в метательный газовый объем. В момент времени 90 мкс фронт детонационной волны подходит к модели метаемого конического сегмента устройства с торцевой облицовкой. В данном опыте эта модель конусообразной формы и изготовлена из пластилина. Диаметр основания конуса 30 мм. Мишень изготовлена из пенополиуретана. В периоде времени 100–3000 мкс отражается процесс формоизменения и компактирования метаемого элемента. В момент времени 2000 мкс, принявший компактную форму метаемый элемент, перемещается к мишени. В периоде времени 3000–4500 мкс фиксируется процесс проникания метаемого элемента в мишень. В частности, нами проведены опыты с пологими полусферическими, в форме мениска, моделями сегментов. Начальные данные опыта воспроизведены в численной двумерной осесимметричной постановке. Подобраны константы уравнений состояния для пластилинового сегмента и газовой водородно-кислородной смеси [4]. В настоящее время проводится углубленная проработка полученных результатов опытов, сопоставление данных физического и виртуального моделирования процесса динамического формирования компактного ударного элемента. Авторы выражают благодарность сотрудникам кафедры «Высокоточные летательные аппараты» МГТУ им. Баумана С. Г. Андрееву, А. А. Васекину, Н. Д. Гелину и выпускнику кафедры Ю. Д. Корягину за активное участие в разработке технических решений, реализации действующих образцов установки и проведении опытов.

1. Баллистические установки и их применение в экспериментальных исследованиях / Под ред. М. А. Златина и Г. И. Мишина. — М.: Наука, 1974. — 344 с.
2. *Thompson L.*, *Fung R.*, *Ng W.*, *Seppelt R.* Segmented EFP Individual Particle Surrogate Development // Proceedings 25th International Symposium on Ballistics. Beijing, China, May 17–21, 2010. V. 2. — Beijing: China Science and Technology Press, 2010. — P. 845–853.
3. *Wu J.*, *Liu J. B.*, *Du Y. X.* Experimental and Numerical Study on the Flight and Penetration Properties of Explosively-formed Projectile // Int. J. Impact Eng. — 2007. — V. 34. — P. 1147–1162.
4. *Колпаков В. И.* Определение констант уравнения состояния продуктов детонации в форме JWL // Известия РАРАН. — 2016. — №4. — С. 87–93.

О НЕЛИНЕЙНЫХ ЯВЛЕНИЯХ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ КОЛЕБАНИЯХ АВИАЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

М. К. Тлеулинов

КНИТУ–КАИ, Казань, Россия

Исследования динамики несущих и управляющих поверхностей летательных аппаратов в геометрически нелинейной постановке позволили обнаружить различные нелинейные явления и эффекты. Часть из них связана с явлением колебаний катастрофического изменения формы составных несущих и управляющих поверхностей [1, 2]. Но есть еще ряд явлений, которые были обнаружены при моделировании динамического деформирования с помощью методов прямого интегрирования по времени.

Исследования колебаний консольного стержня, моделирующего несущую поверхность, показали, что при превышении вертикальными прогибами некоторой величины возникают хаотические крутильные колебания. Это явление можно обнаружить только с помощью геометрически нелинейной модели.

Другой случай возникновения хаотических колебаний связан с динамическим деформированием составных несущих и управляющих поверхностей. Здесь могут возникнуть хаотические колебания как несущей, так и управляющей поверхности. Исследования показывают, что колебания таких конструкций имеют сложный характер, и, в ряде случаев, имеют хаотическую составляющую, о чем свидетельствуют расхождение фазовых траекторий и выход характеристических показателей Ляпунова в положительную область.

Еще один пример нелинейного динамического явления — захват колебаний управляющей поверхности колебаниями несущей поверхности, к которой управляющая поверхность прикреплена статически неопределимым образом. В этом случае управляющая поверхность начинает колебаться с частотой несущей поверхности.

1. *Павлов В. А.* Механика авиаконструкций: Статика, устойчивость, катастрофы. — Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 1999. — 162 с.
2. *Павлов В. А.*, *Хакимуллин Ф. Ш.*, *Гурьянов А. Я.*, *Герштейн М. И.* Экспериментальное исследование колебаний прощелкивания оперения // Изв. вузов. Авиационная техника. — 1980. — №4. — С. 81–84.

ВЛИЯНИЕ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ НА ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ ПЛАСТИНЫ*

А.Г. Хакимов

ИМех УФИЦ РАН, Уфа, Россия

Определение спектра частот пластин и оболочек, контактирующих с жидкостью и газом, имеет большое значение [1–4]. Этой теме посвящена обширная литература. В [4] рассматривается влияние давления окружающей среды на низшую частоту колебаний пластины. Здесь определяются собственные частоты пластинки с учетом взаимодействия среднего избыточного давления на ее поверхности и кривизны срединной поверхности, а также действия присоединенной массы газовой среды с удаленными границами. В отличие от постановки задач в работах [1–3],

*Работа выполнена при поддержке РНФ (проект 22-21-00578).

где задается частота и определяется волновое число, здесь конструктивно задается длина полуволны и определяется частота. Такая постановка характерна для резонаторов.

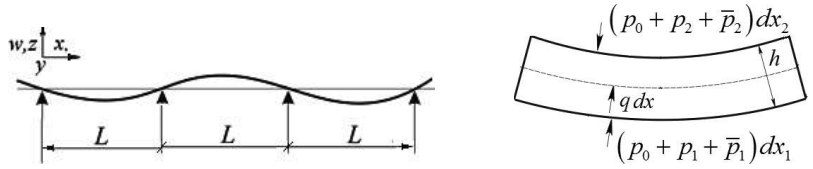
Представляет интерес вопрос о взаимном влиянии эффекта среднего давления и известного из литературы эффекта присоединенной массы жидкости на деформацию пластины. Это проще выяснить в случае несжимаемой жидкости. Далее, с учетом полученного результата рассматривается случай сжимаемой жидкости в более простой постановке (в частности, не производится разложение в ряд Тейлора условий контакта).

В предположении цилиндрического изгиба тонкой пластины рассматривается уравнение

$$D\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q, \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)},$$

где E, ν, ρ — модуль упругости, коэффициент Пуассона, плотность материала; h — толщина пластины; $w(x,t)$ — прогиб; x, t — координата, время; q — поперечная распределенная нагрузка.

На нижнюю и верхнюю поверхность пластины действуют давления $p_0 + p_1$ и $p_0 + p_2$ жидкостей с плотностями ρ_1 и ρ_2 (рис. 1). Здесь p_0 — давление сборки, в частности, атмосферное давление, действующее на все поверхности, p_1, p_2 — избыточные давления. При определении нагрузки q исходим из предположения, что ρ_1, ρ_2 и p_1, p_2 остаются постоянными при изгибе пластины.



а *б*

Рис. 1. Пример крепления пластины (*а*) и элемент dx срединной поверхности изогнутой пластины (*б*)

Предполагается, что области, занятые жидкостями, простираются неограниченно, опоры, расположенные на расстоянии L друг от друга, не препятствуют свободному перетеканию жидкости вдоль пластины в направлении оси x [4], где дается выражение для низшей собственной частоты ω изгибных колебаний пластинки в частном случае $\rho_1 = \rho_2$, $p_1 = p_2$ для несжимаемой среды

$$\omega_n^2 = \omega_{0n}^2 \frac{1+\alpha}{1+\mu}, \quad \omega_0^2 = \frac{D\beta^4}{\rho h}, \quad \alpha = \frac{(p_0+p_1)h}{D\beta^2}, \quad \mu = \frac{2\rho_1}{\rho h \beta}, \quad \beta = \frac{\pi n}{L}, \quad n = 1, 2, \ldots \tag{1}$$

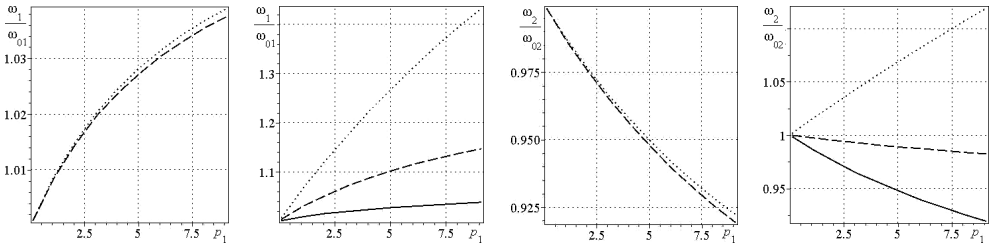
Здесь ω_0 — частота пластины, не контактирующей с жидкостью. Параметры α и μ определяют влияние давления и плотности окружающей среды. Таким образом, давление повышает, плотность понижает собственную частоту пластины. При $\alpha \ll 1$, $\mu \ll 1$ их влияние исчезает.

Для сжимаемой среды частотное уравнение для $p_0 = 0$ имеет вид [4]

$$1 - Z + \alpha_1 - \frac{\mu Z}{\sqrt{1-\eta Z}} = 0, \ \alpha_1 = \frac{p_1\beta^2}{\rho\omega_{0n}^2}, \ \mu = \frac{2\rho_1}{\rho h\beta}, \ \eta = \frac{\omega_0^2}{c_1^2\beta^2}, \ c_1^2 = \kappa_1\frac{p_1}{\rho_1}, \ Z = \frac{\omega^2}{\omega_{0n}^2}. \tag{2}$$

При $E = 76 \cdot 10^3$ МПа, $\nu = 0{,}37$, $\rho = 10500$ кг/м^3, $h = 20$ нм, $L = 2000$ нм, показатели адиабаты $\kappa_1 = 1{,}4$, атмосферном давлении $p_a = 0{,}1$ МПа, $p_1 = 2$ МПа на

рис. 2, *а* и *в* приводятся зависимости отношения первой и второй частоты изгибных колебаний пластинки по формулам для несжимаемой (1) и сжимаемой (2) жидкостей для двуокиси углерода $\rho_1 = 1{,}97$ кг/м^3 (пунктирная, штриховая линии соответственно). Видно, что частота по модели несжимаемой жидкости выше частоты по модели для сжимаемой жидкости, причем с ростом давления разность частот колебаний возрастает. Отношение для второй частоты с ростом давления уменьшается.



а *б* *в* *г*

Рис. 2. Зависимость отношения первой и второй частоты колебаний пластинки к соответствующей частоте колебаний в среде с нулевой плотностью от давления p_1 (МПа)

На рис. 2, *б* и *г* приводятся зависимости отношения первой и второй частоты изгибных колебаний пластинки по формуле для сжимаемой жидкости для разных газов: $\rho_1 = 0{,}17$ (гелий), 1,29 (воздух), 1,97 (двуокись углерода) кг/м^3 (пунктирная, штриховая, сплошная линии соответственно). Видно, что с ростом давления отношение первой собственной частоты колебаний возрастает для рассматриваемых газов, а отношение второй собственной частоты колебаний возрастает для гелия и уменьшается для воздуха и углекислого газа.

Одновременное влияние среднего давления и плотности среды на частоту колебаний в случае несжимаемой жидкости зависит от отношения среднего давления к модулю упругости материала, плотностей материала и жидкости и отношения длины пластины к ее толщине. Для сжимаемой жидкости влияние носит более сложный характер, так как присоединенная масса зависит от скорости звука и от самой частоты колебаний. Кроме того, давление и плотность газовой среды не являются независимыми.

Влияние контактирующей среды на низшую частоту колебаний является значительным для весьма тонких пластин и пленок с низким модулем упругости. Учет его необходим особенно в случае элементов микро- и наноразмерных толщин.

С ростом давления собственная частота колебаний возрастает. В случае легких газов (водород, гелий) влияние давления может превалировать над их плотностью. Эти результаты могут быть использованы при моделировании колебаний пластинок, контактирующих с жидкостью и газом, в том числе микро- и наноразмеров.

1. *Гонткевич В. С.* Собственные колебания оболочек в жидкости. — Киев: Наукова думка, 1964. — 102 с.
2. *Ильгамов М. А.* Колебания упругих оболочек, содержащих жидкость и газ. — М.: Наука, 1969. — 180 с.
3. *Попов А. Л., Чернышев Г. Н.* Механика звукоизлучения пластин и оболочек. — М.: Физматлит, 1994. — 208 с.
4. *Ильгамов М. А., Хакимов А. Г.* Влияние давления окружающей среды на низшую частоту колебаний пластины // Известия РАН. Механика твердого тела. — 2022. — №3. — С. 88–96.

РОЛЬ НАПРЯЖЕНИЙ КОНСОЛИДАЦИИ В ОБРАЗОВАНИИ ДЕФЕКТОВ В ТЕХНОЛОГИИ ПРЯМОГО ЛАЗЕРНОГО АДДИТИВНОГО ПРОЦЕССА*

К. А. Чехонин, Т. А. Трофименко

ВЦ ДВО РАН ХФИЦ, Хабаровск, Россия

Аддитивные технологии позволяют изготавливать изделия за счет послойного синтеза и получать изделия сложной формы. Задача численного моделирования физического процесса изготовления изделий с помощью аддитивных технологий является комплексной и должна учитывать различные термомеханические процессы, что неразрывно связано с широким использованием вычислительных технологий, реализующих математические модели процесса. Процесс изготовления изделия методом аддитивного производства сопровождается сложными термомеханическими явлениями, приводящими к формированию полей технологических остаточных напряжений, возможному короблению изделия, образованию трещин и пор. Причина появления внутренних напряжений в выращиваемом объекте связана с существенным пространственно-временным неоднородным распределением температурно-кристаллизационных полей. Механизм возникновения остаточных напряжений вызван несовместностью неупругих деформаций, в первую очередь деформаций температурной усадки при переохлаждении, структурной усадки вследствие протекания фазовых превращений (кристаллизации расплава), отличающейся деформационной историей различных точек материала из-за неоднородности температур, температурных градиентов, скоростей охлаждения и кристаллизации.

Целью настоящей работы является параметрическое исследование эволюции технологических напряжений возникающих при изготовлении изделий путем лазерной наплавки слоя с использованием коаксиальных сопел для подачи порошков высокопрочных алюминиевых сплавов в ванну расплава металла. Задача разделена на краевую задачу нестационарной теплопроводности, кристаллизации и краевую задачу термомеханики (НДС) в рамках теории консолидации упругопластической среды с упрочнением, которые являются несвязанными. Численное решение задачи производится методом конечных элементов. Показано влияние удельной энергии лазерного источника на эволюцию технологических и остаточных напряжений в формируемом изделии. Исследован механизм ликвационого и кристаллизационного образования микротрещин и пор с образованием магистральной трещины.

СХОДИМОСТЬ ИТЕРАЦИОННОГО АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ СВЯЗАННОЙ ЗАДАЧИ КОНСОЛИДАЦИИ**

С. В. Шешенин, Н. Б. Артамонова

МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

Решение нелинейной связанной задачи, описывающей деформирование грунта при оттоке или притоке жидкости, весьма актуально в различных областях хозяй-

*Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках Государственного задания Вычислительного центра ХФИЦ.

**Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению № 075-15-2022-284.

ственной деятельности человека. Уплотнение водонасыщенных дисперсных грунтов под нагрузкой, как правило, нелинейное и сопровождается большими деформациями. Геомеханическая реакция скелета грунта на изменение давления жидкости играет критическую роль, например, при деформировании дорожного полотна или при неравномерной осадке инженерных сооружений. Поэтому разработка нелинейной связанной модели консолидации, учитывающей упругое или упругопластическое поведение материала, сопровождающееся изменением пористости и проницаемости, является весьма актуальной. Предметом данной работы является сходимость итерационного процесса решения седловой задачи связанной нелинейной консолидации теоретически и численно в линейном и нелинейном вариантах.

Рассмотрим нелинейную систему связанной консолидации в предположении, что градиенты давления и пористости малы. Сделаем замену $p \to p+p_0$, $n \to n + n_0$, где $p_0(\mathbf{x})$ и $n_0(\mathbf{x})$ — начальные значения до процесса консолидации. Следовательно, p и n — это их изменения. Основное допущение касается градиентов p и n, которые предполагаются малыми по сравнению с градиентами p_0 и n_0 соответственно. Для дальнейшего упрощения будем считать, что начальное давление и пористость однородны: $p_0(\mathbf{x}) = \text{const}$, $n_0(\mathbf{x}) = \text{const}$. Отбрасывая малые члены второго порядка, приходим к упрощенной системе уравнений [1, 2]:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \left(\mathbf{C}^d(\mathbf{u}) \colon \nabla \dfrac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) + \nabla \cdot \left(\boldsymbol{\sigma}^{eff}(\mathbf{u}) \cdot \nabla \dfrac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) - \alpha(n) \nabla \dfrac{\partial p}{\partial t} + \rho(p) \dfrac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} = 0, \\ n(\mathbf{u})\ \nabla \cdot \left(\dfrac{k(n)}{n(\mathbf{u})\mu_f} \nabla p \right) = \nabla \cdot \dfrac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + n(\mathbf{u}) \beta_f \dfrac{\partial p}{\partial t}, \\ \dfrac{\partial n}{\partial t} = (1-n) \nabla \cdot \dfrac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}, \end{cases} \tag{1}$$

где $\boldsymbol{\sigma}^{eff}$ — эффективные напряжения, $\mathbf{u}$ — вектор средних перемещений в твердой фазе материала, $\alpha = \alpha(n)$ — коэффициент Био, p — приращение среднего давления в жидкости, ρ — средняя плотность водонасыщенной среды, $\mathbf{f}$ — вектор массовой силы, $n = n(\mathbf{u})$ — изменение пористости, $k = k(n)$ — коэффициент проницаемости, $\mu_f = \text{const}$ — динамическая вязкость жидкости, $\beta_f = \text{const}$ — сжимаемость жидкости.

Согласно идее метода Удзавы [3] записать

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \mathbf{A}^{-1} \left(\mathbf{F} - \alpha \nabla \frac{\partial p}{\partial t} \right), \quad \mathbf{F} = \rho \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t}. \tag{2}$$

Приходим к системе двух уравнений путем подстановки (2) в два оставшихся уравнения в (1). В результате получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial n}{\partial t} = (1-n) \nabla \cdot \mathbf{A}^{-1} \left(\mathbf{F} - \alpha \nabla \dfrac{\partial p}{\partial t} \right), \\ n(\mathbf{u})\ \nabla \cdot \left(\dfrac{k(n)}{n(\mathbf{u})\mu_f} \nabla p \right) = \nabla \cdot \mathbf{A}^{-1} \left(\mathbf{F} - \alpha \nabla \dfrac{\partial p}{\partial t} \right) + n(\mathbf{u}) \beta_f \dfrac{\partial p}{\partial t}. \end{cases} \tag{3}$$

Система (3) включает два связанных квазилинейных нестационарных уравнения. Существование решения системы (3) основано на том, что $\nabla \cdot \mathbf{A}^{-1} \nabla$ — положительно определенный симметричный оператор, спектрально эквивалентный тождественному оператору. Первое уравнение в (3) становится обыкновенным дифференциальным уравнением (ОДУ), если p определить из второго уравнения (3) и подставить в первое уравнение (3). Такой метод решения известен в литературе как разбиение по физическим процессам.

Теперь рассмотрим квазилинейную алгебраическую систему первых двух уравнений (1), так как именно эти два уравнения образуют седловую систему и ее решение требует значительного внимания. С учетом дискретизации запишем эту систему в виде вариационных уравнений:

$$\int_V \left(\nabla \mathbf{w}^N : \mathbf{C}^d(\mathbf{u}^N) : \nabla \Delta \mathbf{u}^N\right) dV + \int_V \boldsymbol{\sigma}^{eff}(\mathbf{u}^N) : \left[(\nabla \mathbf{w}^N)^T \cdot \nabla \Delta \mathbf{u}^N\right] dV -$$

$$- \int_V \alpha \Delta p^N \nabla \cdot \mathbf{w}^N \, dV - \Delta \mathbf{S} \cdot \mathbf{w}^N \, d\Sigma - \int_V \rho \Delta \mathbf{f} \cdot \mathbf{w}^N \, dV = 0,$$

$$\int_V \nabla q^N \cdot \frac{k}{\mu_f} \nabla p^N \, dV + \int_V q^N \nabla n \cdot \frac{k}{n\mu_f} \nabla p^N \, dV + \int_V q^N \nabla \cdot \frac{\Delta \mathbf{u}^N}{\Delta t} \, dV + \int_V q^N n \beta_f \frac{\Delta p^N}{\Delta t} dV. \tag{4}$$

Запишем систему (4) в блочной форме на каждом временном шаге, используя глобальный вектор неизвестных U и P:

$$\begin{bmatrix} A & D \\ B & -\tau C \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U \\ P \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ G \end{Bmatrix}. \tag{5}$$

Имеет место самосопряженность или симметричность блочной матрицы (5), т. е. $D = B^T$, что важно для построения эффективного алгоритма решения системы (5).

Обозначим оператор Шура $\mathbb{S} = (1/\tau)BA^{-1}B^T + C$. Его симметрия позволяет использовать все итерационные методы вплоть до самого быстрого метода сопряженных градиентов. Оказалось, что выбор предобуславливателя $\mathbb{B}$ в виде (6)

$$\mathbb{B} = \frac{1}{\tau} E + C \tag{6}$$

обеспечивает спектральную эквивалентность:

$$\min\{m/c_2, 1\}\mathbb{B} \le \mathbb{S} \le \max\{1/c_1, 1\}\mathbb{B},$$

что означает спектральную эквивалентность $\mathbb{S}$ и $\mathbb{B}$.

Важно подчеркнуть, что скорость сходимости любого итерационного процесса определяется соотношением $\min\{m/c_2, 1\}/\max\{1/c_1, 1\}$. Это означает, что скорость не зависит от шага τ по времени и коэффициента проницаемости k.

Описанная модель была реализована в собственном программном коде и использовалась при проведении вычислительных тестов для оценки предложенного предобуславливателя $\mathbb{B}$ и измерения скорости сходимости итераций в линейном и нелинейном случаях.

1. *Artamonova N. B.*, *Sheshenin S. V.* Finite element implementation of a geometrically and physically non-linear consolidation model // Continuum Mechanics and Thermodynamics. — 2022.
2. *Шешенин С. В.*, *Артамонова Н. Б.* Моделирование нелинейной консолидации пористых сред // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. — 2022. — №1. — С. 167–176.
3. *Быченков Ю. В.*, *Чижонков Е. В.* Итерационные методы решения седловых задач. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. — 349 с.

Секция D **МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ПЛАЗМЫ. АЭРОТЕРМОДИНАМИКА ГИПЕРЗВУКОВЫХ СКОРОСТЕЙ**

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦУНАМИ ОПОЛЗНЕВОГО ТИПА

***М. О. Авдеева*[1], *Ю. Г. Богоутдинова*[1], *К. А. Чехонин*[2]**

[1]*ХО ИПМ ДВО РАН, Хабаровск, Россия;* [2]*ВЦ ДВО РАН ХФИЦ, Хабаровск, Россия*

Обрушение берега водоема или оползень — опасное природное явление, часто приводящее к возникновению цунами в водоеме, человеческим жертвам и техногенным катастрофам. Численное моделирование оползневых явлений в водоеме относится к сложным задачам гидромеханики со свободными границами с отслеживанием четырех последовательных событий: сход оползня по склону берега, его взаимодействие с водоемом, волнообразование и распространение волн по водоему. В работе представлена единая технология расчета всех отмеченных стадий на основе уравнений Навье–Стокса для двухфазной среды (вода — гранулированный материал оползневого источника). Реологические свойства оползневого источника представляем в виде жестко-вязкопластической модели для гранулированных сыпучих материалов с зависимостью предела текучести от гидростатического давления, угла внутреннего трения и уровня когезионных свойств. На границе контакта оползневого источника со склоном задаем нелинейные условия трения-скольжения с предельным напряжением на сдвиг. Численное решение рассматриваемой задачи производим методом конечных элементов с неявной схемой интегрирования по времени. Нелинейные алгебраические уравнения решаем итерационно с использованием метода Ньютона. Численный алгоритм верифицируется на задаче о разрушении столба вязкой и вязкопластической среды имеющей асимптотическое решение. Валидация модели проведена путем сравнения с изветными экспериментальными результатами Фрица (2004 г.). Показана возможность рассмотрения всех стадий цунами оползневого типа — образование, распространение и накат. Представлены результаты параметрических исследований влияния реологических свойств оползневого источника, инерционных и геометрических параметров задачи на возникновение и эволюцию цунами оползневого надводного типа. Путем численного моделирования исследованы основные стадии схода оползневого источника с перекрытием русла реки Бурея (2018 г.) и образованием волны цунами высотой 65 м.

КОЛЛАПС КАВИТАЦИОННЫХ ПУЗЫРЬКОВ В ДЕЙТЕРИРОВАННЫХ ЖИДКОСТЯХ*

А. А. Аганин, Д. Ю. Топорков

ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

Одной из интересных особенностей динамики пузырьков в жидкости является возможность достижения высоких давлений, плотностей и температур в пузырьках

*Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда №21-11-00100.

при их сжатии. Можно выделить два сценария сжатия содержимого пузырьков. В первом сценарии парогазовая среда в пузырьке сжимается однородно (за исключением тонкого теплового слоя около межфазной поверхности). Во втором сценарии сжатие среды в пузырьке осуществляется радиально-сходящимися изоэнтропическими и ударными волнами. Наиболее сильное сжатие достигается тогда, когда в пузырьке возникают радиально-сходящиеся ударные волны. В частности, согласно [1, 2], при образовании таких волн в малой окрестности центра пузырька можно достигнуть температур $\sim 10^7$ К и плотностей ~ 10 г/см^3. В указанных работах изучена зависимость кумуляции энергии в пузырьках аргона и азота в воде [1], в кавитационных (паровых) пузырьках в дейтерированном ацетоне [2].

В настоящей работе рассматривается образование радиально-сходящихся ударных волн и достигаемые степени сжатия пара в центральной области коллапсирующих кавитационных пузырьков в дейтерированных ацетоне и тетрадекане. Используется молекулярное приближение пара. Температура ацетона 273,15 К, тетрадекана 663 К. Давление ацетона варьируется в диапазоне 1–50 бар, тетрадекана в диапазоне 15–100 бар. Отметим, что подобные исследования для дейтерированного ацетона при его давлении 15 бар (с учетом диссоциации и ионизации пара) были выполнены в [2], а для регулярных ацетона и тетрадекана были проведены в [3, 4].

В настоящей работе показано, что сжатие содержимого пузырька радиально-сходящимися ударными волнами реализуется при давлениях жидкости, начиная с величин порядка 1 бар в случае дейтерированного ацетона и начиная с величин порядка 20 бар в случае дейтерированного тетрадекана.

1. *Moss W. C.*, *Clarke D. B.*, *Young D. A.* // Science. — 1997. — V. 276. — P. 1398–1401.
2. *Nigmatulin R. I. et al.* // Phys. Fluids. — 2005. — V. 17. — 107106.
3. *Нигматулин Р. И. и др.* // ТВТ. — 2019. — Т. 57, №2. — С. 253–261.
4. *Нигматулин Р. И. и др.* // ТиА. — 2019. — Т. 26, №6. — С. 931–940.

ВЛИЯНИЕ ПОЛИГАУССОВСКОЙ ШЕРОХОВАТОСТИ НА АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОВЕРХНОСТИ В РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ

О.А. Аксенова[1]***, И.А. Халидов***[2]

[1]*СПб ВМПИ ВУНЦ ВМФ ВМА, Санкт-Петербург, Россия;*
[2]*СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия*

Степень влияния шероховатости поверхности на ее аэродинамические характеристики в потоке разреженного газа в большинстве работ на эту тематику недооценивается, причем нередко не на проценты, а в разы. Причин подобной недооценки много, начиная со сложности моделирования шероховатости, которая накладывается на трудности расчета течений разреженного газа, и заставляет пренебрегать столь сложными явлениями в ряду многих более простых. Но главную роль в недооценке все же играют две причины. Первая — считается, что шероховатость влияет на течение лишь в пограничном слое вблизи поверхности, тогда как на самом деле в разреженном газе толщина этого слоя воздействия δ составляет более длины свободного пробега l атомов газа, т. е. уже при числах Кнудсена l/d порядка единицы влияние распространится на все течение: $\delta > d$, где d — характерный аэродинамический масштаб течения. Вторая — в технике принято полагать стандартным параметром шероховатости ее характерный размер σ, который обычно мал, в то

время, как в задаче рассеяния атомов газа на шероховатой поверхности определяющий параметр — не размер σ, а среднее квадратичное отклонение σ_1 тангенса угла наклона шероховатости к среднему уровню, которое оказывается величиной порядка единицы даже у очень мелких неровностей, включая самые мелкомасштабные, которые не попадают на профилограммы, т. е. не поддаются измерению.

Цель работы — дать алгоритм правильной оценки аэродинамических характеристик шероховатой поверхности в разреженном газе на базе полигауссовской модели [1, 2], служащей обобщением модели шероховатости в виде гауссовского однородного изотропного случайного поля [3]. Аппроксимация шероховатости случайным полем, предполагающая случайный характер неровностей, лежит в основе математического описания шероховатости, причем большинство авторов, опираясь на законы теории вероятностей, предпочитает в этой ситуации гауссовскую статистику. Однако для многих распространенных на практике способов обработки поверхностей (в том числе и для поверхностей, подвергшихся износу и приработке в процессе эксплуатации) моделирование негауссовскими профилями гораздо лучше отвечает реальности [4]. Например, после обработки поверхностей деталей точением, фрезерованием, обкатыванием, электрополированием могут получаться негауссовские профили, как и в результате нескольких последовательных стадий обработки поверхности. Это подтверждается не только экспериментальными измерениями статистических параметров, но и сопоставлением с результатами численных расчетов.

Совместная плотность распределения значений случайного процесса (или поля) в n точках $x_1, \ldots, x_n$, отвечающих моментам времени $t_1, \ldots, t_n$, для полигауссовской модели приобретает вид

$$p_{t_1,t_2,\ldots,t_n}(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{R_n(v)}} \exp\Big(-\frac{1}{2}(x-\sigma(v))R_n^{-1}(v)(x-\sigma(v))^T\Big)\, dF(v),$$

где $\sigma(v)$ и $R_n(v)$ — векторное математическое ожидание и корреляционная матрица значений процесса в заданных точках, $|R_n(v)|$ — определитель корреляционной матрицы, $F(v)$ — неубывающая на $[0; \infty)$ весовая функция, удовлетворяющая требованию сходимости несобственного интеграла на бесконечности. Полигауссовская модель выделяется среди смесей вероятностных распределений тем, что позволяет сколь угодно точно приближать почти любой случайный процесс [3]. В частности, в работе [4], ориентированной на приложения к рассеянию света на шероховатой поверхности, выращиванию тонких пленок в микроэлектронике, диагностике поверхности методами электронной спектроскопии и контактным явлениям (в частности, трению и износу изделий в машиностроении), продемонстрирована возможность достаточно точной аппроксимации реальных микрорельефов, полученных в ряде технологических процессов. Кроме того, полигауссовская модель сохраняет многие существенные преимущества гауссовской модели. В частности, из приведенного вида плотности вытекает дифференцируемость реализаций случайного поля, которая обеспечивает существование во всех точках локальной нормали к элементарной площадке. Этого свойства лишены другие широко применяемые модели, типа набора плоских элементов [5] или же конусообразных углублений. Более того, возможность аналитического представления вероятностных характеристик числа пересечений наклонного уровня (таких, как вероятность отсутствия пересечений и факториальные моменты их числа) с помощью реализаций случайного поля открывает путь к применению аналитических оценок и выражений, формирующих оператор шероховатости [2].

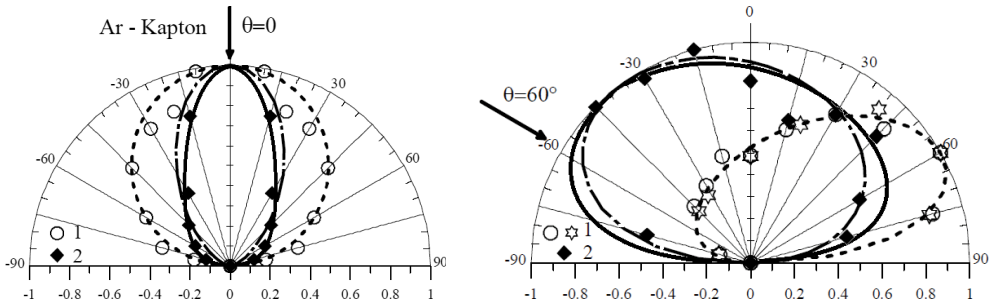


Рис. 1. Сплошной линией обозначена индикатриса рассеяния, отвечающая полигауссовской модели шероховатости с учетом решения обратной задачи [6], штрихпунктирной — результаты расчета в работе авторов из ЦАГИ [5], пунктирной — расчет на гладкой поверхности, темными и светлыми символами — экспериментальные значения [5]

В качестве примера применения полученных аналитических и асимптотических оценок на рис. 1 приведено сопоставление результатов расчетов индикатрисы рассеяния на гладкой и шероховатой поверхностях из применяемого в космической технике пластика каптона, с экспериментальными результатами для разреженного потока аргона при падении атомов на поверхность под углом $\theta = 0°$ и $\theta = 60°$ [8].

График свидетельствует, что предложенная модель шероховатости лучше учитывает эффект «аэродинамического затенения» (в результате которого заметная часть шероховатой поверхности оказывается закрытой от падающих атомов другими неровностями поверхности), оказывающий существенное воздействие на аэродинамические свойства шероховатой поверхности.

1. *Aksenova O. A.*, *Khalidov I. A.* Analytic Model of the Effect of Poly-Gaussian Roughness on Rarefied Gas Flow near the Surface // AIP Conf. Proc. — 2016. — V. 1786. — 100007. — DOI: 10.1063/1.4967618.
2. *Аксенова О. А.*, *Халидов И. А.* Особенности взаимодействия разреженного газа с шероховатой поверхностью с позиций полигауссовской математической модели // Научно-технические ведомости СПбГПУ. — 2014. — №4. — С. 129–138.
3. *Аксенова О. А.*, *Халидов И. А.* Шероховатость поверхности в аэродинамике разреженного газа: фрактальные и статистические модели. — СПб.: Изд-во ВВМ С.-Петербургского ун-та, 2004. — 120 с.
4. *Литвак М. Я.*, *Малюгин М. И.* Полигауссовские модели негауссовской случайно-шероховатой поверхности // Журнал технической физики. — 2012. — Т. 82, №4. — С. 99–107.
5. *Erofeev A. I.*, *Friedlander O. G. et al.* The Influence of Roughness of the Surface on the Interchange of Momentum between Gas Flow and Solid Surface // Rarefied Gas Dynamics. AIP Conference Proceedings. — 2012. — V. 1501. — P. 1168–1174.
6. *Aksenova O. A.*, *Khalidov I. A.* Determining roughness parameters of the surface interacting with rarefied gas flow // J. Phys.: Conf. Ser. — 2019. — V. 1236(1). — 012060.

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ТЕНЗОРНЫХ РАЗЛОЖЕНИЙ ПРИ ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ АЭРОГАЗОДИНАМИКИ

А. К. Алексеев, А. Е. Бондарев

ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия

Численные решения параметрических задач аэрогазодинамики имеют структуру $f_i(t, x, y, z, \vartheta_1 \dots \vartheta_q)$, где $i = 1, \dots, p$ нумерует переменные течения (плотность, энер-

гия...), а $(\vartheta_1 \dots \vartheta_q) \subset \Omega_q \subset R^q$ соответствует параметрам задачи (числа Маха, Рейнольдса, угол атаки и т. д.). В частности, переменные, соответствующие трехмерному нестационарному полю течения в пространстве параметров$(\vartheta_1 \dots \vartheta_q) \subset \Omega_q \subset R^q$ (n — номер шага по времени, p — номер, присвоенный газодинамической переменной, q — число параметров) можно рассматривать как тензор порядка $q+5$ $\theta^n_{p;ijk;m_{\vartheta_1}\dots m_{\vartheta_q}} = \left(\rho^n_{ijk;m_{\vartheta_1}\dots m_{\vartheta_q}}, u^n_{ijk;m_{\vartheta_1}\dots m_{\vartheta_q}}, v^n_{ijk;m_{\vartheta_1}\dots m_{\vartheta_q}}, w^n_{ijk;m_{\vartheta_1}\dots m_{\vartheta_q}}, e^n_{ijk;m_{\vartheta_1}\dots m_{\vartheta_q}}\right)$.

Оператор эволюции решения по времени (пропагатор) также является тензором, действующим на газодинамические переменные

$$\theta^{n+1}_{p;ijk;m_{\vartheta_1}\dots m_{\vartheta_q}} = \sum_{s,l,m,z,\psi_1,\dots,\psi_q} A_{ps;ijklmz;m_{\vartheta_1}\dots m_{\vartheta_q};m_{\psi_1}\dots m_{\psi_q}} \theta^n_{s;l,m,z;m_{\psi_1}\dots m_{\psi_q}}.$$

В простейшем случае (стационарное течение без вариации параметров) тензор поля течения имеет порядок четыре, пропагатор — восемь. Как правило, тензор, воспринимается как некоторый физический объект, инвариантный относительно преобразований координат [1]. Однако, в работах по тензорной алгебре [2] тензор рассматривается как многомерный массив без ограничений, связанных с преобразованиями координат и соответствует функции, определенной на регулярной сетке в многомерном пространстве. При этом используется широкий набор операций либо не имеющих привычного физического смысла, либо заимствованных из квантовой механики и имеющих необычные для классической физики свойства.

Достаточно часто тензор для удобства разворачивают в векторную или матричную формы. Неожиданно то, что использование векторизованной и матризованной форм позволяет находить нетривиальные внутренние структуры, как в решении, так и в пропагаторе. В результате векторизации и матризации появляются собственные вектора и собственные числа, которые, строго говоря, не определены в тензорной форме, но отражают внутреннюю структуру решения и имеют нетривиальный физический смысл. Например, в работе [3] такие собственные вектора соответствуют возмущениям течения, максимально растущим на данном временном интервале («сингулярным векторам»). Их можно связать с собственными векторами оператора, получаемого из произведения прямого и сопряженного пропагаторов. Для этого газодинамические переменные векторизуются в виде $u \in R^M$ и эволюция течения описывается пропагатором $u(t) = Au_0$ а норма решения имеет вид $\|u(t)\| = (Au_0, Au_0) = (u_0, A^*Au_0)$. Поиск максимально (в данной норме) растущих линейных возмущений $\|u(t)\|/\|u_0\|$ на временном интервале Δt сводится к поиску собственных векторов задачи $A^*A\eta_{\max} = \sigma^2_{\max}\eta_{\max}$ с максимальным собственным числом $\sigma^2_{\max}$.

В качестве другого примера использования векторизации решения можно привести разложение по динамическим модам (DMD) [4], в котором численное решение задачи аэрогазодинамики на временном шаге n также векторизуется и записывается в виде $\vec{u}^n \in R^M$ (срез). При этом предполагается, что существует линейный оператор эволюции по времени $A(\Delta t) \in R^{M\times M}$, такой, что $\vec{u}^{n+1} = A\vec{u}^n$ (матризованная форма оператора эволюции (пропагатора)). DMD позволяет построить аппроксимацию пропагатора $A = \Omega^A_R \Lambda \Omega^A_L$ в виде произведения прямоугольных матриц, принадлежащих $R^{M\times N}$, $N \ll M$. Эта форма позволяет более чем на порядок сократить необходимую для хранения оператора A память, что позволяет использовать пропагатор для решения ряда интересных задач, таких как задачи восприимчивости к внешним возмущениям, задачи поиска сингулярных векторов, аппроксимации операторов Купмана и Перрона–Фробениуса.

Несмотря на естественность тензорных формулировок задач вычислительной аэрогазодинамики, их применимость крайне ограничена «проклятием размерности» — экспоненциальным ростом требуемой оперативной памяти при увеличении размерности задачи. Даже хранение тензора порядка (числа индексов) больше трех, как правило, требует нереалистичных объемов оперативной памяти. Векторизация и матризация не приводят к сжатию данных, DMD приводит, но этот метод работоспособен, пока срезы имеют умеренный размер, размещаемый в оперативной памяти. Одним из перспективных средств борьбы с «проклятием размерности» является использование тензорных разложений. В настоящее время в этой области наблюдается заметный прогресс, связанный с использованием тензорных разложений [5–7].

В данной работе мы рассматриваем возможности аппроксимации тензоров с помощью простейшего тензорного разложения (каноническое разложение) и возможность объединения тензорного разложения и DMD в одном алгоритме. Рассмотрены тензора порядка пять, соответствующие стационарному двумерному полю течения при пересечении двух скачков уплотнения в зависимости от числа Маха и угла отклонения потока (M, α). Рассмотрена возможность построения оператора эволюции поля течения по одному из параметров, альтернативная методу гомотопии [8].

1. *Коренев Г. В.* Тензорное исчисление. — М.: МФТИ, 1995.
2. *Hackbusch W.* Tensor Spaces and Numerical Tensor Calculus. — Springer, 2012.
3. *Farrell B. F.*, *Moore A. M.* An adjoint method for obtaining the most rapidly growing perturbation to oceanic flows // J. Phys. Oceanogr. — 1992. — V. 22. — P. 338–349.
4. *Алексеев А. К.*, *Бондарев А. Е.* О применении разложения по динамическим модам в задачах вычислительной газовой динамики // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. — 2018. — №154. — С. 30.
5. *Boelens A.M.P.*, *Venturi D.*, *Tartakovsky D. M.* Parallel tensor methods for high-dimensional linear PDEs // J. Computat. Phys. — 2018. — V. 375. — P. 519–539.
6. *Oseledets I. V.* Tensor–train decomposition // SIAM J. Sci. Comput. — 2011. — V. 33. — P. 2295–2317.
7. *Алексеев А. К.*, *Бондарев А. Е.*, *Пятакова Ю. С.* О визуализации функций в многомерном пространстве с помощью канонического разложения // Научная визуализация. — 2022. — Т. 14, №3. — С. 73–91.
8. *Wenrui Hao et al.* A homotopy method based on WENO schemes for solving steady state problems of hyperbolic conservation laws // JCP. — 2013. — V. 250. — P. 332–346.

ПАФФИНГ/МИКРОВЗРЫВ КАПЕЛЬ РАПСОВОГО МАСЛА С МИКРОЧАСТИЦАМИ УГЛЯ И ВОДОЙ*

Д. В. Антонов, Г. В. Кузнецов, С. С. Сажин, О. В. Высокоморная, П. А. Стрижак

ТПУ, Томск, Россия

Известно, что один из наиболее эффективных способов достижения условий оптимального сгорания топлива при распылении является использование эффектов вспучивания и микровзрыва капель. В данной работе обобщены результаты

*Работа выполнена при поддержке программы «Приоритет-2030» Национального исследовательского Томского политехнического университета (Приоритет-2030-НИП/ЭБ-038-375-2022).

экспериментального исследования и моделирования влияния микрочастиц угля с высокой массовой долей (до 60%) в рапсовом масле.

Описание экспериментальных стенда и методики представлены в [1]. Высокотемпературная (до 1120 K) зона создавалась пламенем этанола. Видеорегистрация осуществлялась при параметрах 512×512 пикс, 1000–5000 кадров/с. Исследовались капли с различной объемной долей рапсового масла и воды. В рапсовое масло добавляли микрочастицы каменного угля (типа Д). Типичные размеры угольных частиц находились в диапазоне 80–100 мкм.

В большинстве случаев добавление угольных частиц вызывает образование группы мелких пузырьков, что отличается от случая образования одиночного пузыря. Увеличение количества угольных частиц приводит к увеличению числа образовавшихся пузырьков. Это свидетельствует о преобладании гетерогенной нуклеации при кипении двухжидкотсных капель с частицами угля. Как следует из изображений, представленных на рис. 1, отрыв фрагментов капли наблюдался не только в относительно тонкой топливной оболочке, окружающей водяное ядро, но и на поверхности угольных частиц, распределенных по всему объему капли. Однако количественный анализ гетерогенной нуклеации в этом случае непрост, так как эти процессы протекают очень быстро.

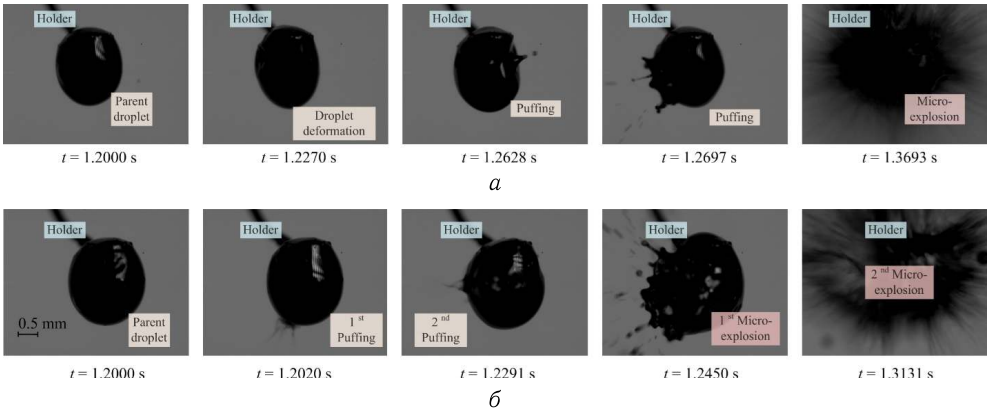


Рис. 1. Деформация, паффинг и микровзрыв капель с начальным радиусом 0,9 мм, температура окружающего газа 850 ± 15 K, объемная доля воды 10% и массовые доли угля в нефти: 20% угля, 80% топлива (*а*); 30% угля, 70% топлива (*б*)

Анализ экспериментальных результатов был основан на модели разработанной в [2]. Основное допущение этой модели состоит в том, что сферическая капля воды радиуса R_w находится в центре капли рапсового масла радиусом R_d, большим, чем R_w. Эволюция температуры T в этой капле во времени описывалась с помощью одномерного уравнения нестационарной теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa\left(\frac{\partial^2 T}{\partial R^2} + \frac{2}{R}\frac{\partial T}{\partial R}\right) + P(t,R), \tag{1}$$

где $\kappa = \begin{cases} \kappa_w = k_w/(c_w\rho_w) & \text{при} \quad R \le R_w, \\ \kappa_f = k_f/(c_f\rho_f) & \text{при} \quad R_w < R \le R_d, \end{cases}$ $k_{w(f)}$, $c_{w(f)}$ и $\rho_{w(f)}$ — теплопроводность, теплоемкость и плотность воды (топлива), соответственно; R — расстояние от центра капли, t — время. $P(R;t)$ — дополнительный источник (радиационный нагрев, тепло от химических реакций и т. д.).

Считалось, что излучение мгновенно и однородно поглощается внутри капли

$$P(R) \equiv P_r = \sigma \overline{Q}_a \theta_R^4 / (R_d c_1 \rho_1),$$

где θ_R — радиационная температура, принимаемая равной температуре газа; σ — постоянная Стефана–Больцмана; индекс l относится к жидкости; Q_a — коэффициент эффективности поглощения, принимаемый равным 1.

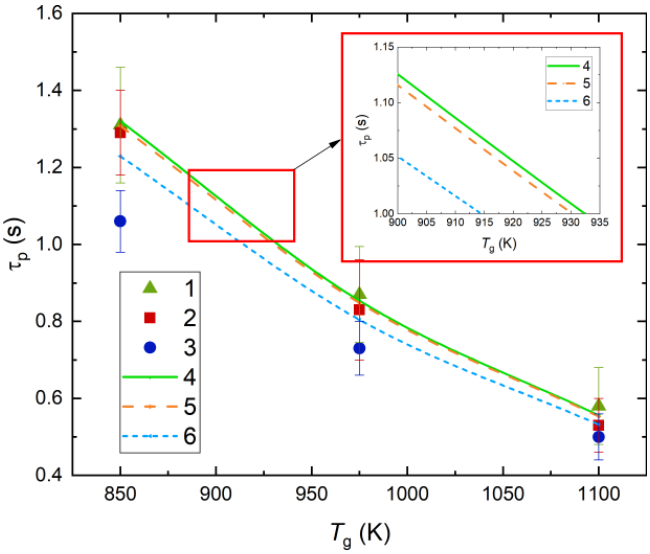


Рис. 2. Зависимости времени до паффинга/микровзрыва τ_p в зависимости от температуры окружающего газа T_g для трех случаев: 1, 4 — массовая доля угольных частиц в топливе (Y_p) равна 0%; 2, 5 — $Y_p = 10\%$; 3, 6 — $Y_p = 60\%$

Модель основана на аналитическом решении уравнения (1) с следующими начальными и граничными условиями:

$$T(t=0) = \begin{cases} T_{w0}(R) & \text{при} \quad R \le R_w, \\ T_{f0}(R) & \text{при} \quad R_w < R \le R_d, \end{cases}$$

$$T|_{R=R_w^-} = T|_{R=R_w^+}, \quad k_w \frac{\partial T}{\partial R}\Big|_{R=R_w^-} = k_f \frac{\partial T}{\partial R}\Big|_{R=R_w^+}, \quad h(T_{eff} - T(R_d)) = k_f \frac{\partial T}{\partial R}\Big|_{R=R_d-0},$$

где h — коэффициент теплоотдачи, $T_{w0}(R_w) = T_{f0}(R_w)$, $T_{eff} = T_g + (\rho_f L \cdot R_{d(e)})/h$.

Максимальные расхождения между результатами эксперимента и моделирования наблюдались при $T_g = 850$ K и $Y_p = 60\%$. При больших массовых долях угля и низких температурах окружающего газа инициация пузырьков может происходить не только на границе вода/топливо, но и там, где находятся микрочастицы угля. Этот эффект не учитывался при численном моделировании.

1. *Antonov D. V.*, *Kuznetsov G. V.*, *Sazhin S. S.*, *Strizhak P. A.* Puffing/micro-explosion in droplets of rapeseed oil with coal micro-particles and water // Fuel. — 2022. — V. 316. — 123009.
2. *Sazhin S. S.*, *Bar-Kohany T.*, *Nissar Z.*, *Antonov D. V.*, *Strizhak P. A.*, *Rybdylova O. D.* A new approach to modelling micro-explosions in composite droplets // Int. J. Heat Mass. Transf. — 2020. — V. 161. — 120238.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ОБЛАКА КАПЕЛЬ ПРИ СВОБОДНОМ ПАДЕНИИ В ПОЛЕ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ*

В. А. Архипов, С. А. Басалаев, Н. Н. Золоторёв, О. В. Матвиенко, К. Г. Перфильева, А. С. Усанина

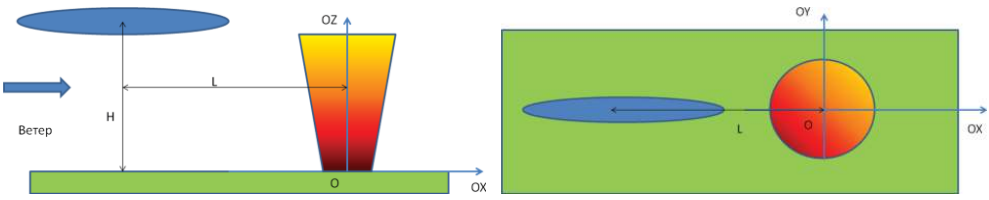
ТГУ, Томск, Россия

В природе и в различных технических приложениях многие процессы включают генерацию и эволюцию облака жидко-капельного аэрозоля при его гравитационном осаждении. В качестве примеров можно привести образование атмосферных осадков из грозовых облаков, распространение токсичных компонентов при отделении отработанных ступеней жидкостных ракет-носителей [1], аварийный сброс авиационного топлива [2], процессы при реализации авиационных технологий тушения пожаров [3].

При осаждении жидко-капельного аэрозольного облака в поле силы тяжести происходит его эволюция, в процессе которой изменяются форма облака, скорость движения центра масс, концентрация, форма, размеры капель и другие параметры. Изменение характеристик аэрозольного облака происходит за счет процессов динамического взаимодействия капель с несущей средой, коагуляции и дробления капель при взаимных столкновениях, а также вследствие испарения капель в высокотемпературной среде.

Исследованию закономерностей распыливания жидкостей, процессам массообмена, гидродинамики и испарения в газокапельных потоках посвящено большое количество работ, обзор которых приведен в монографии [4]. Однако до настоящего времени не разработано общей теории формирования и эволюции жидко-капельного аэрозольного облака в высокотемпературной среде. В частности, данная модель позволит повысить эффективность технологии авиационного пожаротушения, за счет возможности определения оптимальных параметров сброса хладагента с борта летательного аппарата в очаг пожара с учетом реальных условий.

В настоящей работе представлены математическая модель и результаты параметрических расчетов процесса эволюции облака жидко-капельного аэрозоля в атмосфере. Определена плотность орошения поверхности при сбросе хладагента в очаг пожара с учетом скорости и направления ветра, восходящего потока воздуха над очагом пожара.



а *б*

Рис. 1. Система координат рассматриваемой задачи: *а* — вертикальная проекция; *б* — горизонтальная проекция

Для моделирования данного процесса введена декартовая система координат (оси *OX*, *OY* направлены горизонтально, ось *OZ* направлена вертикально вверх).

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №22-19-00307, https://rscf.ru/project/22-19-00307/.

Направление оси OX совпадает с направлением движения летательного аппарата. Центр очага пожара находится в начале координат (рис. 1).

Математическая модель включает уравнения движения капель каждой фракции, их теплообмена с окружающей средой и изменения размера капель вследствие испарения. Для расчета траекторий движения капли, система уравнений дополняется кинематическими соотношениями. Для учета процесса дробления капель в потоке рассматривалось неустойчивость Рэлея–Тейлора (при значениях числа Бонда $\mathrm{Bo} > \mathrm{Bo}_* = 90$) и неустойчивость Кельвина–Гельмгольца (при значениях числа Вебера $\mathrm{We} = \mathrm{We}_* = 17$). Учитывалось, что при достижении Bo_* и We_* капля дробилась на две равные по массе сферические капли. Для моделирования испарения применялись модель приведенной пленки [5] и диффузионная модель [2]. Численное моделирование проводилось с использованием метода PARCEL [6].

Результаты параметрических расчетов позволяют сделать следующие выводы.

• Подвижность капель в потоке определяется их размером. Малые турбулентные пульсации приводят в движение лишь мелкие капли, но с увеличением турбулентного числа Рейнольдса в движение приходят все более крупные капли.

• На длину смоченной поверхности наибольшее влияние оказывает размер первичного облака капель, а наименьшее — начальная скорость капель и распределение скорости ветра в атмосфере. С увеличением размеров капель их осаждение происходит на большем удалении от места формирования первичного облака. Капли первоначально крупных фракций осаждаются примерно в одной и той же области, так как в результате серии дроблений происходит выравнивание их размеров.

• Увеличение начальной скорости кластера капель позволяет быстрее преодолевать область восходящего потока, и способствует неполному испарению капель крупных фракций. За очагом горения, плотность орошения увеличивается за счет осаждения крупных капель из верхней части первичного облака.

• Увеличение скорости ветра приводит к повышению дальности полета капель мелких и средних фракций, и, следовательно, к увеличению плотности орошения поверхности за счет попадания в зону горения капель крупных и средних фракций.

• Длина полосы орошения не зависит от параметров гранулометрического распределения, поскольку в первичном облаке присутствуют капли всех размеров. Однако плотность орошения существенно зависит от размера капель в первичном облаке. С уменьшением медианного диаметра капель наблюдается уменьшение плотности орошения.

1. *Архипов В. А.*, *Жарова И. К.*, *Козлов Е. А.*, *Ткаченко А. С.* Прогнозирование экологических последствий распространения облака токсичных аэрозолей в районах падения отработанных ступеней ракет-носителей // Оптика атмосферы и океана. — 2015. — Т. 28, №1. — С. 89–93.
2. *Arkhipov V. A.*, *Kozlov E. A.*, *Titov S. S.*, *Tkachenko A. S.*, *Usanina A. S. Zharova I. K.* Evolution of a liquid-drop aerosol cloud in the atmosphere // Arabian Journal of Geosciences. — 2016. — V. 9, No. 2. — Paper 114.
3. *Асовский В. П.* Особенности тушения лесных пожаров вертолетами с использованием подвесных водосливных устройств // Научный вестник МГТУ ГА: Аэромеханика и прочность. — 2009. — №138. — С. 142–149.
4. *Высокоморная О. В.*, *Кузнецов Г. В.*, *Стрижак П. А.* Испарение и трансформация капель и больших массивов жидкости при движении через высокотемпературные. — Новосибирск: СО РАН, 2016. — 301 с.
5. *Архипов В. А.*, *Матвиенко О. В.*, *Трофимов В. Ф.* Горение распыленного жидкого топлива в закрученном потоке // Физика горения и взрыва. — 2005. — Т. 41, №2. — С. 26–37.
6. *Crowe C. T.*, *Sommerfeld M.*, *Tsuji Y.* Multiphase flows with droplets and particles. — Boca Raton: CRC Press, 1998. — 471 p.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБТЕКАНИЯ ТВЕРДОЙ СФЕРЫ ПРИ ВДУВЕ ГАЗА С ЕЕ ПОВЕРХНОСТИ*

В. А. Архипов, С. А. Басалаев, К. В. Костюшин, К. Г. Перфильева, А. С. Усанина

ТГУ, Томск, Россия

Исследование коэффициента сопротивления твердых или жидких частиц является одной из актуальных задач механики двухфазных потоков. При движении испаряющихся или горящих частиц происходит отток газообразных продуктов с поверхности частицы, что может изменить коэффициент сопротивления. Движение частицы при вдуве газа с ее поверхности необходимо учитывать при моделировании различных природных и технологических процессов процесса [1] и др.

На характер движения частиц в двухфазных потоках влияет большое количество параметров, например, такие как концентрация и размер частиц, процесс взаимодействия частиц между собой и с окружающей средой и др. Одним из основных определяющих параметров является коэффициент сопротивления, входящий в уравнение движения частиц в потоке несущей среде.

При расчете движения частиц в большинстве случаев применяется стандартная кривая сопротивления [2], либо экспериментальные или теоретические зависимости [3, 4], полученные без учета более сложных процессов. Но в ряде практических задач движение частиц сопровождается истечение потока массы с ее поверхности, например, при испарении и/или горении. В данных условиях применение стандартной кривой сопротивления приводит к значительным погрешностям при расчете скорости движения частиц.

В настоящей работе представлены результаты численного моделирования обтекания твердой сферы в условиях истечения потока массы с ее поверхности.

Для моделирования данного процесса использовалась система уравнений Навье–Стокса осредненная по Фавру [5, 6] в декартовой системе координат. Для замыкания системы уравнений вязкого газа использовалась модель турбулентности SST [6]. Численное моделирование проводилось для сферы с двумя вариантами подачи газового потока с их поверхности: истечение газа через перфорированные отверстия на поверхности частицы (рис. 1, *а*), равномерное истечение газа со всей поверхности (рис. 1, *б*). При истечении газового потока через перфорации на поверхности частицы реализуется струйная картина течения, которая приводит к сильному возмущению течения в окрестности сферы. При равномерном истечении газа со всей поверхности сферы наблюдается небольшое отклонение линий тока набегающего потока.

В качестве начальных условий, во всей области течения задавались параметры набегающего потока. Рабочий газ — воздух. Численные расчеты проводились методом установления. Для повышения порядка точности по пространству использовался метод кусочно-линейной реконструкции решения, с ограничителями Venkatakrishnan [7]. Для определения параметров на гранях расчетных ячеек использовался метод Roe с энтропийной коррекцией [8].

В расчетах варьировалась скорость обтекающего частицу потока и газоприход с поверхности частицы. Расчеты проведены в трехмерной постановке на неструктурированной расчетной сетке с числом ячеек ≈ 950 тыс.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания №FSWM-2020-0036.

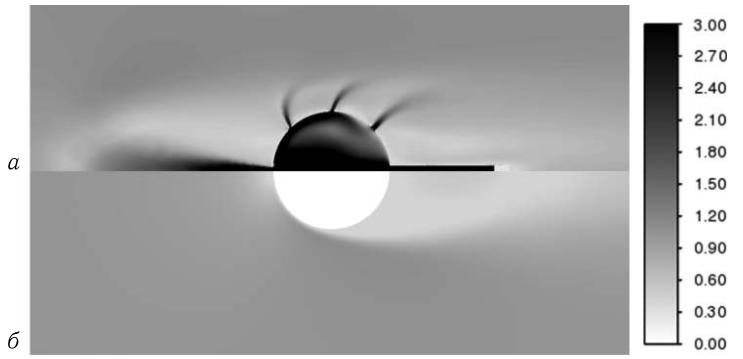


Рис. 1. Поле модуля вектора скорости в окрестности твердой сферической частицы диаметром 20 мм при Re = 1120 м/с: *а* — расчет с истечением газа через перфорированные отверстия на поверхности частицы; *б* — расчет с равномерным истечением газа со всей поверхности

Результаты численных расчетов позволяют сделать следующие выводы:

• При повышении скорости газа равномерно истекающего с поверхности сферы происходит увеличение области торможения набегающего потока и существенно расширяется зона рециркуляционного следа.

• При повышении скорости обтекающего частиц потока газа происходит увеличение уровня давления на поверхности сферы, но область повышенного давления остается неизменной.

• При равномерном истечении газа с поверхности частицы увеличение газоприхода приводит к изначальному снижению коэффициента аэродинамического сопротивления C_D, а при достижении скорости вдува $u_s \geq 1{,}3$ м/с происходит монотонное увеличение C_D.

• При истечении газа через перфорации на поверхности сферы увеличение газоприхода приводит к значительному снижению коэффициента аэродинамического сопротивления C_D.

• Сравнение полученных результатов с экспериментальными данными [9] показало их удовлетворительное соответствие.

1. *Архипов В. А.*, *Жарова И. К.*, *Козлов Е. А.*, *Ткаченко А. С.* Прогнозирование экологических последствий распространения облака токсичных аэрозолей в районах падения отработанных ступеней ракет-носителей // Оптика атмосферы и океана. — 2015. — Т. 28, №1. — С. 89–93.
2. *Нигматулин Р. И.* Динамика многофазных сред. Ч. 1. — М.: Наука, 1987. — 464 с.
3. *Келбалиев Г. И.* Коэффициенты сопротивления твердых частиц, капель и пузырей различной формы // Теоретические основы химической технологии. — 2011. — Т. 45, №3. — С. 264–283.
4. *Шрайбер А. А.* Многофазные полидисперсные течения с переменным фракционным составом дискретных включений // Итоги науки и техники: Комплексные и специальные разделы механики. — М.: ВИНИТИ, 1988. — С. 3–80.
5. *Wilcox D. C.* Turbulence modeling for CFD. — California: DCW Industries, Inc., 1993.
6. *Menter F. R.*, *Kuntz M.*, *Langtry R.* Ten years of industrial experience with the SST turbulence model // Turbulence, Heat and Mass Transfer. — 2003. — V. 4, No. 1. — P. 625–632.
7. *Venkatakrishnan V.* On the accuracy of limiters and convergence to steady-state solutions // 31st Aerospace Sciences Meeting. — 1993. — Paper 0880.
8. *Toro E. F.* Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics. — 3rd ed. — London, New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009. — 738 p.

9. *Архипов В. А.*, *Басалаев С. А.*, *Гольдин В. Д.*, *Перфильева К. Г.*, *Усанина А. С.* Метод исследования влияния вдува газа с поверхности твердой сферы на коэффициент сопротивления // Оптика атмосферы и океана. — 2022. — Т. 35, №6. — С. 510–514. — DOI: 10.15372/AOO20220613.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ДЕТОНАЦИИ В СМЕСЯХ ВОДОРОД–ВОЗДУХ С ЧАСТИЦАМИ АЛЮМИНИЯ*

А. А. Афанасенков, Т. А. Хмель

ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия

Введение. Широкие перспективы водород-кислородных и водородо-воздушных смесей в энергетических и двигательных установках требуют поиска способов управления процессами. Интерес представляют детонационные режимы сгорания. Одним из возможных способов является добавка мелкодисперсных частиц алюминия. В настоящей работе на основе физико-математической модели приведенной кинетики исследуются течения гибридной детонации в водородо-воздушных смесях с частицами алюминия.

Физико-математическая модель. Основные уравнения Эйлера вытекают из законов сохранения массы, импульса и энергии газовой и дискретной фаз с учетом баланса всех рассматриваемых компонент газовой фазы (1), (2). Реакции взаимодействия водорода и кислорода с образованием воды описываются моделью одностадийной приведенной кинетики [1], апробированной в [2]. Воспламенение и горение мелкодисперсного алюминия описывается в рамках модели А. В. Федорова [3, 4]. Используется температурный критерий воспламенения частиц: $T_{ign} = 933$ K (температура плавления алюминиевого ядра, при которой происходит разрыв оксидной пленки). В качестве продуктов горения алюминия рассматриваются жидкие наночастицы оксида алюминия и смесь газообразных субокислов (AlO, O, Al_2O, AlO_2, Al_2O_2), которые представлены как некоторый единый газовый компонент. Теплофизические свойства смеси субокислов и энерговыделение приведенной реакции горения алюминия определялись с привлечением эмпирических данных и данных термодинамических расчетов. Взаимодействием алюминия с водородом и водой пренебрегается [5]

$$\frac{\partial W_i}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x} + \frac{\partial G_i}{\partial y} = \Gamma_i, \quad i = 1, 2, 3, 4; \tag{1}$$

$$W_i = \begin{pmatrix} \rho_i \\ \rho_i u_i \\ \rho_i v_i \\ \rho_i E_i \end{pmatrix}, \quad F_i = \begin{pmatrix} \rho_i u_i \\ \rho_i u_i^2 \\ \rho_i u_i v_i \\ \rho_i u_i E_i \end{pmatrix}, \quad G_i = \begin{pmatrix} \rho_i v_i \\ \rho_i u_i v_i \\ \rho_i v_i^2 \\ \rho_i v_i E_i \end{pmatrix}, \quad \Gamma_i = \begin{pmatrix} -J_i \\ f_{ix} - J_i u_i \\ f_{iy} - J_i v_i \\ q_i + f_{ix} u_i + f_{iy} v_i - J_i E_i \end{pmatrix}. \tag{2}$$

Система дополняется соотношениями для процессов массообмена между фазами и газовыми компонентами (3).

$$J_H = \nu_H \mu_H k_f \left(\frac{\rho_H}{\mu_H \cdot 10^3} \right)^m \left(\frac{\rho_O}{\mu_O \cdot 10^3} \right)^n, \quad J_{Hox} = (J_H + \mu_O J_H / 2\mu_H). \tag{3}$$

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РНФ в рамках научного проекта №21-79-10083, https://rscf.ru/project/21-79-10083/.

Здесь $k_f = 40000 T_1^w \exp(-E_A/R_{un}T_1)$ с$^{-1}$ коэффициент скорости химической реакции; E_A — энергия активации реакции окисления водорода; m, n — степени при молярных концентрациях; w — степень при температуре.

Замыкающие соотношения (4) выражают силы межфазного взаимодействия и теплообмен между газом и двумя дискретными фракциями.

Численная технология. Численный метод основан на схеме TVD Хартена-Лакса и Джентри–Мартина–Дэйли. Код программы был распараллелен с использованием библиотеки OpenMP. Время расчетов сократилось с 26 часов на 1 м потоке до 4,5 часов на 8 потоках, т. е. в 5,7 раз.

Структуры детонационных течений. На рис. 1 показаны результаты расчетов газовой и гибридной детонации в смеси $0{,}72H_2 + O_2 + N_2$ при давлении 1 атм с частицами алюминия размером 1 мкм в канале шириной 3 см (в единой теневой шкале).

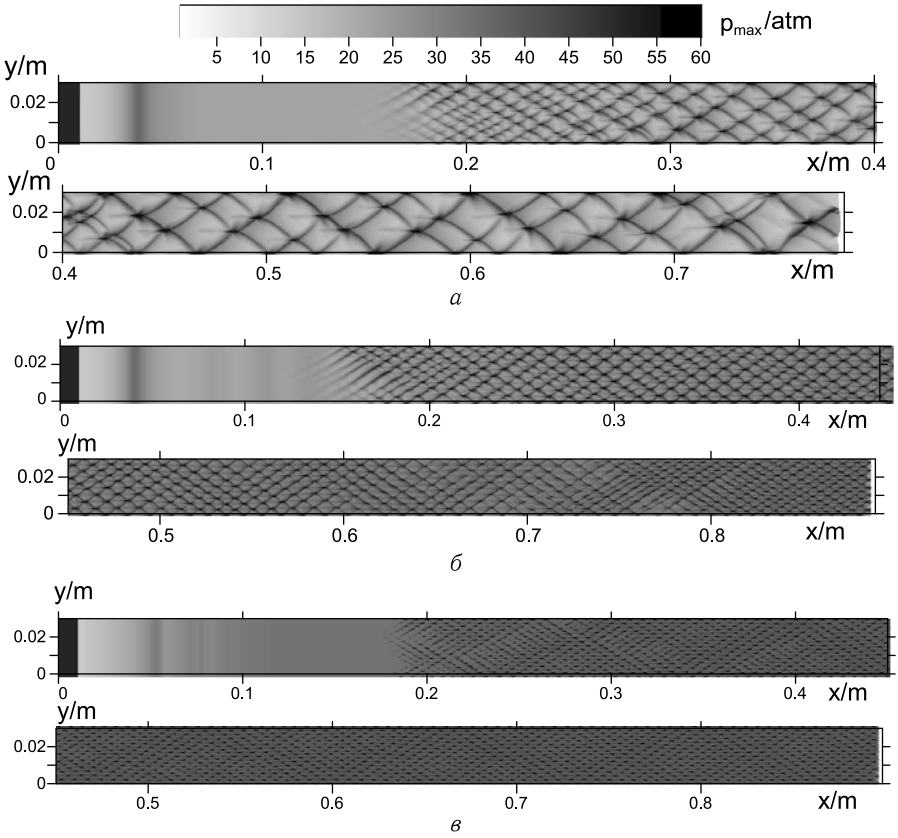


Рис. 1. Ячеистая детонация в канале (картины истории максимального давления): газовая смесь (*а*); гибридная $\rho_{20} = 50$ г/м^3 (*б*); гибридная $\rho_{20} = 300$ г/м^3 (*в*)

Скорость детонации составляет 1,5 км/с в газовой смеси, 1,8 км/с в обоих случаев гибридной (при этом максимальные давления меньше, 101 атм в газовой смеси, 80 атм в гибридной, но средние выше). Размер ячейки в газовой детонации варьируется между 2 см и 3 см, в гибридной при $\rho_{20} = 50$ г/см^3 — 0,43 см, при $\rho_{20} = 300$ г/см^3 — 0,375 см. В газе формируется слаборегулярная структура, в ги-

бридной смеси структуры регулярны. Таким образом, при добавлении частиц алюминия течение более устойчиво, скорость детонации выше, размер ячейки меньше.

1. *Bedarev I. A.*, *Rylova K. V.*, *Fedorov A. V.* Application of detailed and reduced kinetic schemes for the description of detonation of diluted hydrogen–air mixtures // Combust. Explos. Shock Waves. — 2015. — V. 51, No. 5. — P. 528–539.
2. *Bedarev I.*, *Temerbekov V.* Estimation of the energy of detonation initiation in a hydrogen-oxygen mixture by a high velocity projectile // Thermal Science. — 2021. — V. 25, No. 5B. — P. 3889–3897.
3. *Хмель Т. А.*, *Федоров А. В.* Численное моделирование формирования ячеистой гетерогенной детонации частиц алюминия в кислороде // ФГВ. — 2005. — Т. 41. №4. — С. 84–98.
4. *Хмель Т. А.*, *Лаврук С. А.* Моделирование ячеистой детонации в газовзвесях субмикронных частиц алюминия с различными распределениями концентрации // Физика горения и взрыва. — 2022. — Т. 58, №3. — С. 3–18.
5. *Старик А. М.*, *Савельев А. М.*, *Титова Н. С.* Особенности воспламенения и горения композитных топлив, содержащих наночастицы алюминия (обзор) // ФГВ. — 2015. — Т. 51. №2. — С. 64–91.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ПОТОКА ОКОЛО СПУСКАЕМОГО АППАРАТА И КУПОЛОВ ПАРАШЮТНОЙ СИСТЕМЫ ПРИ СВЕРХЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ*

А. В. Бабаков

ИАП РАН, Москва, Россия

При торможении в атмосфере спускаемых аппаратов на одном из этапов используются, в частности, парашютные системы, вводимые в действие как при дозвуковых, так и при сверхзвуковых скоростях. Возникающая структура потока в областях ближнего следа спускаемого аппарата и куполов парашютной системы имеет пространственный, нестационарный и существенно вихревой характер.

Ниже рассматривается численное моделирование течения около спускаемого в атмосфере аппарата и расположенной в его ближнем следе парашютной системы, состоящей из одного или нескольких куполов. Численное исследование осуществляется на базе комплекса программ «FLUX» [1], основанного на параллельных алгоритмах, реализованных на современных суперкомпьютерных системах. В основе комплекса лежат консервативные численные методики, основанные на конечно-разностной аппроксимации интегральной формы законов сохранения аддитивных характеристик для каждого конечного объема вычислительной сетки. Используемые методики основаны как на методе потоков [2], так и на методах решения задачи о распаде разрыва годуновского типа с ограничением потоков [3]. Моделирование осуществляется в трехмерной нестационарной постановке на основе модели невязкого нетеплопроводного совершенного газа (модель Эйлера).

Лобовая поверхность спускаемого аппарата имеет форму 140-градусного конуса с затупленной по сфере вершиной. Боковая поверхность представляет собой усеченный обратный конус, сопряженный с лобовой частью [4]. Купола парашютов моделируются как недеформируемые, не меняющие своей формы и положения относительно спускаемого аппарата объекты. В расчетах используются вычислительные

*Представленные результаты получены на вычислительных ресурсах Межведомственного суперкомпьютерного центра РАН.

сетки, имеющие экспоненциальное сгущение к поверхностям аппарата и куполов. При этом число конечных объемов в области интегрирования составляет до 70 млн.

Численные расчеты проведены для сверхзвукового обтекания при значениях числа Маха набегающего потока $M_\infty = 1{,}5, 1{,}8$ при различных расстояниях между спускаемым аппаратом и куполами парашютов, при их различных ориентациях и при различных углах атаки спускаемого аппарата. Отношение удельных теплоемкостей γ принималось равным 1,335, что соответствует параметрам атмосферы Марса.

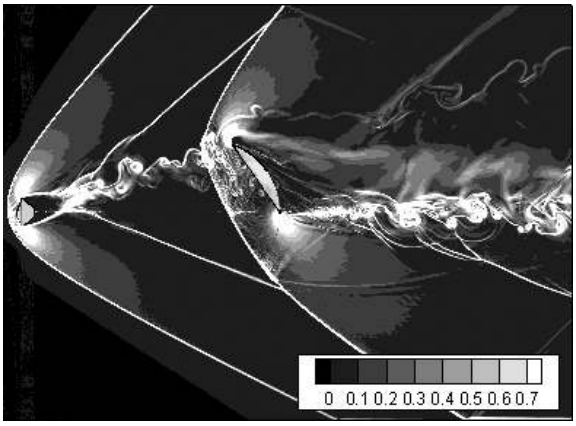


Рис. 1. Структура потока около находящегося под углом атаки спускаемого аппарата и расположенного в его следе купола парашюта при их несоосном расположении

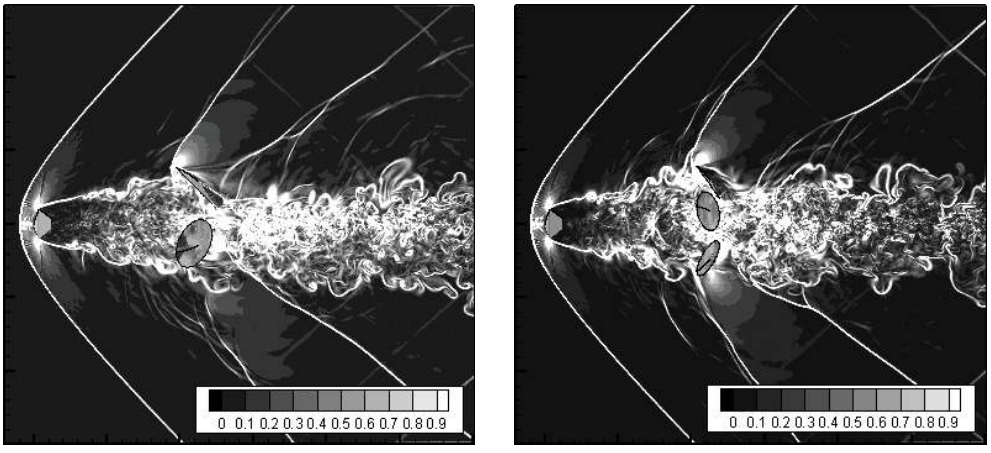


Рис. 2. Структура потока около спускаемого аппарата и тормозной парашютной системы из 3 и 5 куполов

В качестве примера расчетов на рис. 1 представлена вихревая структура потока при сверхзвуковом ($M_\infty = 1{,}8$) движении спускаемого аппарата, находящегося под углом атаки $\alpha = 20^\circ$. В данном расчете купол парашюта представляет собой 70-градусный сферический сегмент, радиус миделева сечения которого составляет 3 радиуса миделева сечения R_0 спускаемого аппарата. При этом угол между осями спускаемого аппарата и купола парашюта $\beta = 35°$. Расстояние между спускаемым аппаратом и куполом парашюта составляет $18R_0$.

На рисунке структура течения показана в виде поля модуля градиента плотности, выявляющая положение и форму ударных волн и скачков уплотнения.

На рис. 2 приведена пространственно-нестационарная вихревая структура течения, возникающего при использовании в тормозной парашютной системе трех и пяти куполов, расположенных на расстоянии $12R_0$ от спускаемого аппарата при сверхзвуковом движении, соответствующем $M_\infty = 1{,}5$.

Отмечается, что присутствие куполов парашютной системы в следе спускаемого аппарата оказывает влияние на силовое воздействие потока на спускаемый аппарат и его устойчивость.

1. *Бабаков А. В.* Программный комплекс «FLUX» для моделирования фундаментальных и прикладных задач аэрогидродинамики // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 2016. — Т. 56, №6. — С. 1174–1184.
2. *Белоцерковский О. М., Северинов Л. И.* Консервативный метод потоков и расчет обтекания тела конечных размеров вязким теплопроводным газом // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 1973. — Т. 13, №2. — С. 385–397.
3. *Blazek J.* Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications. — Amsterdam, London: Elsevier Science Ltd., 2001. — 440 p.
4. *Хартов В. В., Мартынов М. Б., Лукьянчиков А. В., Алексашкин С. Н.* Проектная концепция десантного модуля «ЭкзоМарс-2018», создаваемого НПО им. С. А. Лавочкина // Вестник НПО им. С. А. Лавочкина. — 2014. — №2. — С. 5–12.

УСТОЙЧИВОСТЬ КОМПОЗИЦИОННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ГАЗА*

***Г. Е. Багдасарян*[1], *А. В. Пантелеев*[2], *М. А. Микилян*[1], *А. Г. Амбарцумян*[1]**

[1]*ИМ НАН РА, Ереван, Армения;* [2]*МАИ, Москва, Россия*

Рассмотрена задача устойчивости однослойной композиционной замкнутой цилиндрической оболочки (постоянной толщины h и радиуса срединной поверхности R) в сверхзвуковом потоке газа. Оболочка отнесена к ортогональной системе координат α_1, α_2, α_3, причем α_1 — вдоль образующей, $\alpha_2 = R\theta$ — вдоль поперечного сечения и α_3 — изменяющийся в пределах $(-h/2, h/2)$. Пусть оболочка изготовлена путем симметричной укладки $2n$ элементарных слоев ортотропного композиционного материала, уложенных поочередно под углом $\pm\varphi$ (угол армирования) к оси α_1. Используя гипотезу недеформируемых нормалей [1], закона плоских сечений [2] и результаты работ [3, 4], получено следующее уравнение:

$$PL\Phi + \frac{1}{R^2}\frac{\partial^4\Phi}{\partial\alpha_1^4} + L\left[\rho h\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \left(\rho h\varepsilon + \frac{\varkappa p_0}{a_0}\right)\frac{\partial}{\partial t} + \varkappa p_0 M\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\right]\Phi = 0, \qquad (1)$$

характеризующее устойчивость рассматриваемой оболочки под действием избыточного давления газа, появляющегося вследствие малых возмущений обтекаемой поверхности. В уравнении (1) ε — коэффициент линейного затухания, ρ — плотность материала оболочки, $a_0 = \varkappa p_0/\rho_0$ — величина скорости звука для невозмущенного газа, $\varkappa$ — показатель политропы, $M = U/a_0$ — число Маха, p_0 — давление, ρ_0 — плотность, U — величина скорости обтекающего оболочку сверхзвукового потока,

*Исследование выполнено при финансовой поддержке Комитета по науке РА в рамках научного проекта №21T-2C257.

функция Φ — потенциальная функция, через которую выражаются перемещения срединной поверхности оболочки известными соотношениями [5], а линейные дифференциальные операторы P и L имеют вид

$$P = D_{11}\frac{\partial^4}{\partial\alpha_1^4} + 2(D_{12}+2D_{66})\frac{\partial^4}{\partial\alpha_1^2\partial\alpha_2^2} + D_{22}\frac{\partial^4}{\partial\alpha_2^4},$$
$$L = a_{11}\frac{\partial^4}{\partial\alpha_1^4} + (a_{66}-2a_{12})\frac{1}{R^2}\frac{\partial^4}{\partial\alpha_1^2\partial\alpha_2^2} + a_{22}\frac{1}{R^4}\frac{\partial^4}{\partial\alpha_2^4},$$

где коэффициенты a_{ik} и D_{ik} $(i=1,2,3)$ определяются формулами

$$a_{ik} = \frac{c_{ik}}{c_{11}c_{22}-c_{12}^2}, \quad a_{66} = \frac{1}{c_{66}}, \quad c_{ik} = B_{ik}h, \quad D_{ik} = \frac{B_{ik}h^3}{12} \quad (i=1,2,\ k=1,2). \tag{2}$$

Коэффициенты упругостей B_{ij} в главных геометрических направлениях α_1, α_2 выражаются через упругие постоянные B_{ij}^0 элементарного слоя по формулам поворота [6]:

$$\begin{aligned}
B_{11} &= B_{11}^0\cos^4\varphi + 2B_0\sin^2\varphi\cos^2\varphi + 2B_{22}^0\sin^4\varphi,\\
B_{22} &= B_{11}^0\sin^4\varphi + 2B_0\sin^2\varphi\cos^2\varphi + B_{22}^0\cos^4\varphi,\\
B_{12} &= B_{12}^0 + [B_{11}^0 + B_{22}^0 - 2B_0]\sin^2\varphi\cos^2\varphi,\\
B_{66} &= B_{66}^0 + [B_{11}^0 + B_{22}^0 - 2B_0]\sin^2\varphi\cos^2\varphi, \quad B_0 = B_{12}^0 + 2B_{66}^0.
\end{aligned} \tag{3}$$

Таким образом, задача устойчивости рассматриваемой цилиндрической оболочки в сверхзвуковом потоке газа сведена к решению уравнения (1) при обычных условиях закрепления краев оболочки. Сформулированная задача решена в случае удлиненной оболочки, представляя решение в виде волн распространяющихся вдоль оболочки

$$\Phi = \Phi_0 e^{i(\omega t - k\alpha_1)}\cos n\theta. \tag{4}$$

Подстановка (4) в (1) приводит к характеристическому уравнению, из которого можно найти частоту ω для любых заданных значений k и n. Если действительные части корней характеристического уравнения отрицательны, то невозмущенное движение устойчиво по отношению к малым возмущениям. Следуя [5], из условий Гурвица для минимальной по k и n критической скорости флаттера получим формулу

$$\min_{(n,k)} U_{cr} = U_{cr}^{\min} = \left[\frac{1}{\rho_0 h}\left(\frac{1}{a_{22}} + \frac{D_{22}}{R^2}\right)\right]^{1/2}\left(1+\frac{\varepsilon}{\gamma}\right). \tag{5}$$

Рассматривая формулу (5), легко заметить, что минимальные значения критической скорости существенно зависят от угла армирования материала оболочки. Для иллюстрации указанной зависимости на основе (5) приведены числовые расчеты при $h = 0{,}01R$. Рассматриваются оболочки, изготовленные из композиционных материалов со следующими безразмерными упругими характеристиками $\overline{B}_{ik}^0 = B_{ik}^0/B_{11}^0$ в главных направлениях упругости [7, 8]:

1) стеклопластик СВАМ 5:1 — $\overline{B}_{11}^0 = 1$, $\overline{B}_{22}^0 = 0{,}62$, $\overline{B}_{12}^0 = 0{,}12$, $\overline{B}_{66}^0 = 0{,}16$;

2) стеклопластик СВАМ 1:1 — $\overline{B}_{11}^0 = \overline{B}_{22}^0 = 1$, $\overline{B}_{12}^0 = 0{,}08$, $\overline{B}_{66}^0 = 0{,}1$;

3) Стеклопластик КАСТ-В — $\overline{B}_{11}^0 = 1$, $\overline{B}_{22}^0 = 0{,}572$, $\overline{B}_{12}^0 = 0{,}11$, $\overline{B}_{66}^0 = 0{,}0956$.

При этих исходных данных результаты вычислений приведены на рис. 1. Кривые на этом рисунке представляют собой зависимости минимальной безразмерной критической скорости $\widetilde{U} = c_t^{-1}U_{cr}^{\min}$, где $c_t = (B_{11}^0/\rho_0)^{1/2}$, от угла армирования φ.

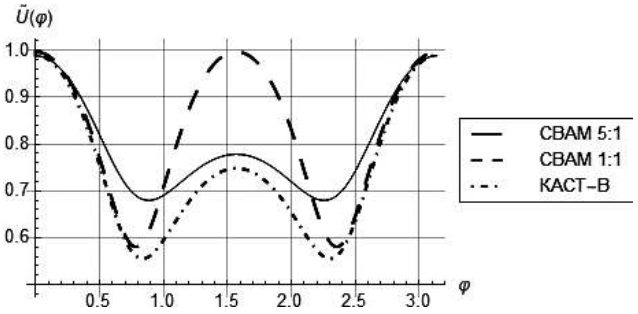


Рис. 1. График минимальной критической скорости флаттера $\widetilde{U}(\varphi)$

Рисунок 1 показывают, что а) максимальные значения минимальной критической скорости получаются при $\varphi = 0$ или $\varphi = \pi/2$, т. е. когда одно из главных направлений упругости материала монослоев, образующих оболочку, совпадает с направлением потока газа (указанное максимальное значение получается также при $\varphi = \pi/2$, если $\overline{B}^0_{11} = \overline{B}^0_{22}$); б) минимальные значения минимальной (по волновым числам) критической скорости достигаются в точках внутри интервала $(0, \pi)$, расположение которых существенно зависит от отношений типа B^0_{ik}/B^0_{11}. Таким образом, варьируя физико-механические параметры композиционной аэроупругой системы, особенно угол армирования материала оболочки, можно оптимально регулировать величину критической скорости флаттера.

1. *Власов В. З.* Общая теория оболочек. — М.: Наука, 1974. — 448 с.
2. *Ashley H., Zartarian G.* Piston Theory — New Aerodynamic Tool for Aeroelastician // Journal of the Aeronautical Sciences. — 1956. — No. 23. — P. 1109–1118.
3. *Болотин В. В.* Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 1961. — 339 с.
4. *Baghdasaryan G., Mikilyan M.* Effects of Magnetoelastic Interactions in Conductive Plates and Shells. — Cham: Springer, 2016. — 289 p.
5. *Багдасарян Г. Е.* Устойчивость анизотропной цилиндрической оболочки в сверхзвуковым потоком газа // Изв. АН Арм. ССР. Сер. Физ. мат. н. — 1962. — Т. 15, №6. — С. 3–10.
6. *Амбарцумян С. А.* Общая теория анизотропных оболочек. — М.: Наука, 1974. — 446 с.
7. *Васильев В. В.* Механика конструкций из композиционных материаловю — М.: Машиностроение, 1988. — 269 p.
8. *Richards R. B., Teters G. A.* Stability of shells from composite materials. — Riga: Zinatis, 1974. — 240 p.

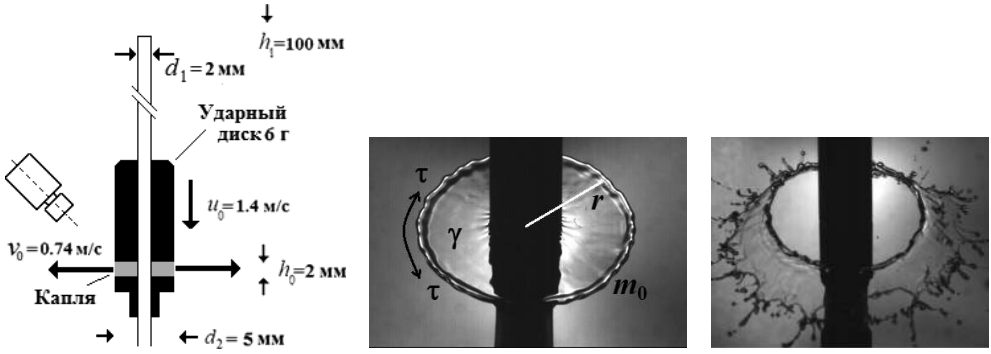
ВСПЛЕСКИ ВЯЗКИХ ЖИДКОСТЕЙ*

А. В. Базилевский, А. Н. Рожков

ИПМех РАН, Москва, Россия

Предыдущие исследования авторов продемонстрировали, что при вытеснении жидкости из кольцевого зазора ударным грузом (диском) формируется осесимметричный всплеск жидкости (рис. 1 [1, 2]). В экспериментах всплеск состоял из тонкой пленки (жидкой ламели) [3], первоначально ограниченной жидким тором

*Работа выполнена при поддержке гранта РНФ №23-19-00451.



а *б* *в*

Рис. 1. Схема эксперимента (вариант падения ударного диска с высоты $h_1 = 100$ мм) (*а*); всплеск раствора полиэтиленоксида (ПЭО) молекулярной массы $4 \cdot 10^6$ и массовой доли $c = 1\%$ (*б*); всплеск воды (*в*). На фотографиях диаметр ударного диска $d_2 = 5$ мм

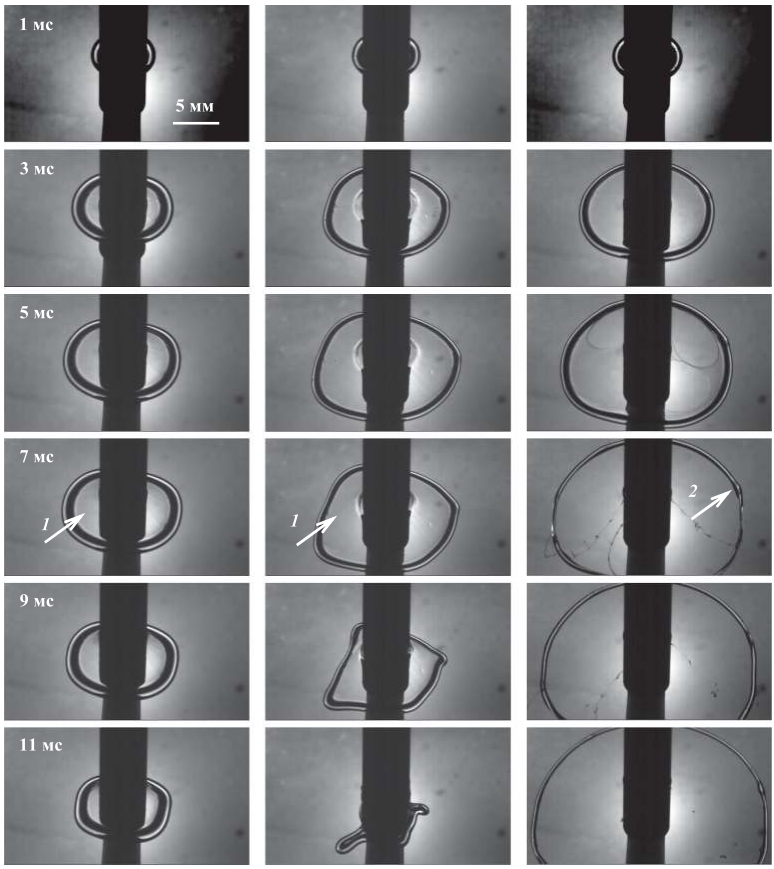


Рис. 2. Формирование всплеска глицерина при падении ударного диска с высоты $h_1 = 100$ мм (*а*) и высоты $h_1 = 225$ мм (*б*) и (*в*). В случаях *а* и *б* ламели сохраняли сплошность, а в случае *в* ламель спонтанно разорвалась спустя приблизительно 5 мс после начала истечения. Стрелка *1* показывает жидкую ламель, стрелка *2* — возмущение, растущее на краевой струе и ведущее к разрушению всплеска

(краевой струей). Всплеск сначала по инерции расширялся, а затем мог (а иногда нет) схлопываться под действием поверхностных и внутренних сил. При этом в зависимости от свойств жидкости всплеск оказывался 1) плоским или коническим; 2) с сохранением сплошности, либо с разрушением на вторичные капли.

В данной работе эксперименты проведены с глицерином вязкостью μ=1,35 Па·с, плотностью $\rho = 1260$ кг/м^3 и поверхностным натяжением $\gamma = 0{,}0594$ Н/м. Основные параметры метания представлены на рис. 1. Скорость ударного диска u_0 при падении с высоты h_1 оценивается как $u_0 = (2gh_1)^{1/2}$, где $g = 9{,}81$ м/с^2 — ускорение свободного падения. В работе $h_1 = 100$ и 225 мм, что дает скорость удара $u_0 = 1{,}40$ и 2,10 м/с. Этим значениям соответствует начальная радиальная скорость истечения из зазора $v_0 = u_0(d_2 - d_1)/(4d_2h_0) = 0{,}74$ и 1,103 м/с. Ударные числа Вебера $\mathrm{We} = d_2\rho u_0^2/\gamma$ и Рейнольдса $\mathrm{Re} = d_2\rho u_0/\mu$ составляли 208–468 и 6,5–9,8, соответственно. Объем жидкого образца (капли) равен $w_0 = \pi(d_2^2 - d_1^2)h_0/4 = 32{,}98$ мм^3, а его масса $m_0 = \rho w_0 = 41{,}5$ мг. Результаты наблюдений представлены на рис. 2.

При истечении глицерина формируются всплески, похожие на всплески при радиальном вытеснении раствора полиэтиленоксида (рис. 1) [1] и на всплески при столкновении падающей капли раствора полиакриламида с небольшим диском (вариант «колесо») [4]. Эксперименты с падением ударного диска с высот $h_1 = 100$ и 225 мм выявили два режима истечения — с сохранением сплошности ламели (*а*) и (*б*) и со спонтанным разрушением ламели (*в*). Разрушение ламели ведет к заметному увеличению диаметра краевой струи на поздних стадиях течения (рис. 3).

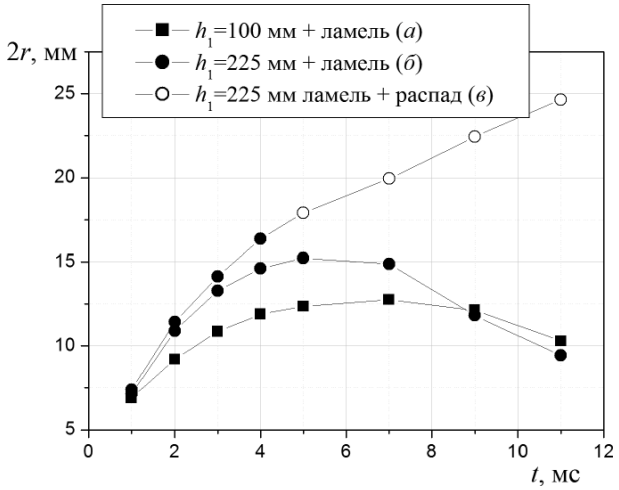


Рис. 3. Диаметр всплеска как функция времени для всплесков на рис. 2. Переход от зачерненных символов к незачерненным соответствует началу разрушения ламели в момент времени $t = 5$ мс на рис. 2, *в*

Траектория движения краевой струи описывается уравнением [1]

$$\frac{d^2r}{dt^2} = -\frac{3\mu E_1 + \gamma(2\pi^2 r\rho/m_0)^{1/2}}{\rho r} - \frac{4\pi\gamma r}{m_0}, \qquad (1)$$

где $E_1 = r^{-1}dr/dt$ — осевая компонента тензора скорости деформации, а слагаемое $-4\pi\gamma r/m_0$ отвечает за поверхностное натяжение ламели. При разрушении ламели данное слагаемое исчезает и согласно уравнению (1) это ведет к дополнительному расширению всплеска, что наблюдается в эксперименте.

1. *Базилевский А. В.*, *Рожков А. Н.* Всплеск упругой жидкости — реологический тест полимерных растворов // Высокомолекулярные соединения. Серия А. — 2018. — Т. 60, №3. — С. 235–248.
2. *Bazilevsky A. V.*, *Rozhkov A. N.* Impact of a small disk on a sessile water drop // Physics of Fluids. — 2020. — V. 32. — P. 087101.
3. *Bazilevsky A. V.*, *Rozhkov A. N.* Motion of a foam lamella in a circular channel under a relaxing small pressure jump // Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects. — 2012. — V. 414. — P. 457–465.
4. *Rozhkov A.*, *Prunet-Foch B.*, *Vignes-Adler M.* Dynamics and disintegration of drops of polymeric liquids // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. — 2006. — V. 134, No. 1–3. — P. 44–55.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ПОЛОВОЛОКОННЫХ МЕМБРАННЫХ АППАРАТОВ*

В. Н. Бакулин, Б. В. Бошенятов

ИПриМ РАН, Москва, Россия

В связи с переходом мировой экономики на новый технологический уклад существенно возрос интерес к дальнейшему развитию высокоэффективных и экологических мембранных технологий [1]. Хотя возможны различные геометрии мембранных модулей (аппаратов), наибольшее внимание привлекли модули из полых волокон [2–4]. Это обусловлено тем, что при использовании полых волокон с проницаемыми стенками диаметром 45–200 микрон достижимы рекордно высокие значения рабочей поверхности аппарата (до $3 \cdot 10^4$ м^2/м^3), сравнимые с рабочей поверхностью контакта фаз в микродисперсных газожидкостных средах [5]. Кроме того, проницаемые стенки тонких полых волокон выдерживают большие перепады давления (до десяти и более атмосфер), что не только увеличивает производительность аппаратов, но и упрощает их конструкцию. В данной статье представлен обзор исследований, выполненных при непосредственном участии авторов и направленных на оптимизацию параметров половолоконных мембранных аппаратов и повышение их эффективности. В рамках классических уравнений Навье–Стокса рассмотрено течение газа внутри полого волокна с проницаемыми стенками, где L — длина полого волокна, a — внутренний диаметр волокна. Известно, что стационарное течение вязкой несжимаемой жидкости в трубе кругового сечения с непроницаемой стенкой описывается точным решением, при этом массовый расход жидкости определяется формулой Пуазейля: $Q = \pi a^4/(8\eta) \cdot \Delta p/L$, где η — динамическая вязкость, $p_2 - p_1 = \Delta p$ — перепад давления на трубке. В монографии [1] приведены экспериментальные данные которые свидетельствуют, что в нашем случае ($\Delta p > 1$ атм) вязкий закон Пуазейля применим до размеров капилляров, $a \approx 10$ нм. Однако, при достаточно высоких давлениях Δp изотермическое течение газа в длинной трубке ($L > 10^4 a$) можно считать несжимаемым лишь локально [6], при этом массовый расход газа через трубку вычисляется по формуле Мейера (O. E. Meyer)–Ландау [7]:

$$G = \frac{\pi a^4}{16\eta} \frac{M}{RT} \frac{p_2^2 - p_1^2}{L} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{2} Q = \langle \rho \rangle Q. \qquad (1)$$

В формуле (1) учтено, уравнение состояния совершенного газа $p = \rho RT/M$.

*Работа выполнена в рамках государственного задания Института прикладной механики Российской академии наук (ИПРИМ РАН) (номер гос. регистрации 121112200122-7).

Рассмотрим течение в полых волокнах с проницаемой стенкой двух типов. Первый тип — волокна с пористыми стенками, проницаемость которых обеспечивается наличием в стенке тонких цилиндрических капилляров. Второй тип волокон имеет стенки из сплошного (непористого) материала. Проницаемость стенок таких волокон обусловлена молекулярной диффузией газа. Коэффициент газопроницаемости стенок волокна K, обычно находят экспериментально по формуле:

$$j_0 = 2\pi a\widetilde{\rho}\frac{\Delta p_0}{\delta}K, \tag{2}$$

где j_0 — локальный (на единичную длину) массовый поток газа через стенку волокна; $\widetilde{\rho}$ — некоторая характерная плотность газа, часто используют плотность газа (снаружи волокна) при нормальных условиях; $\Delta p_0 = p(z) - p_0$, $p(z)$ — давление газа внутри трубки в сечении с координатой z; p_0 — давление газа снаружи трубки; δ — толщина стенки волокна.

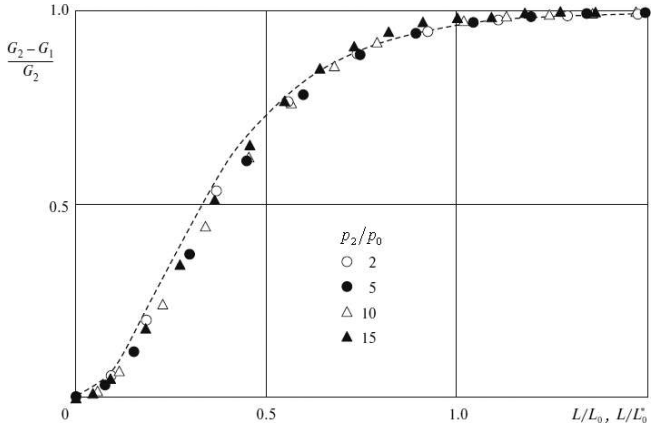


Рис. 1

Рассмотрим одномерную модель течения газа в полом волокне с проницаемой пористой стенкой [8]. Из закона сохранения массы в каждом сечении волокна $-dG(z) = j_0\,dz$ и формулы (2), при $\widetilde{\rho} = (\rho(z) - \rho_0)/2$, получим линейное уравнение для $p^2(z)$ в безразмерном виде $d^2p^2/dz^2 = 16(p^2 - 1)$, где $p = p^*(z)/p_0, z = z^*/L_0$, $L_0 = \sqrt{\delta a^3/\eta K}$ (звездочками обозначены размерные величины), которое имеет аналитическое решение. Замечательным свойством этого уравнения является то, что распределение давления вдоль волокна и массовый расход газа в проницаемую стенку волокна не зависит от давления на входе и описывается универсальной (см. пунктир на рис. 1) зависимостью $(G_2 - G_1)/G_2 = f(L/L_0)$. С увеличением длины волокна L суммарный расход газа сквозь стенку волокна увеличивается от 0 до 1 (при $L \approx L_0$). Увеличение длины волокон $L > L_0$ не приводит к увеличению количества фильтрата, а лишь увеличивает эксплуатационные и капитальные затраты. Для второго типа (непористых) волокон, получается нелинейное уравнение: $d^2p^2/dz^2 = 32(p - 1)$. Численный анализ решений нелинейного уравнения [9] показал, что в этом случае количество фильтрата зависит и от L/L_o и от давления $(G_2 - G_1)/G_2 = f(p_2, L/L_0)$. Однако, если каждому давлению $(p_2 - p_0)/p_0$ поставить в соответствие характерную длину L_0^*, которая находится из линейной зависимости $L_0^*/L_0 = 1 + 0{,}086(p_2 - p_0)/p_0$, тогда течения в полых волокнах с пористой и непористой стенкой будут описываться единой универсальной зависимостью $(G_2 - G_1)/G_2 = f(L/L_0^*)$.

Таким образом, полученные нами аналитические зависимости позволяют рассчитать для конкретных условий и типа волокна оптимальную длину L_0^*, которая обеспечит максимальную производительность аппарата. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании технологических аппаратов различного назначения.

1. Мембраны и мембранные технологии / Под ред. А. Б. Ярославцев. — М.: Научный мир, 2013. — 603 с.
2. *Струминский В. В.*, *Бошенятов Б. В.*, *Попов В. В.* А.с. 1383562 СССР. №4154773/28–12. Заявл. 02.12.86. Регистр. 22.11.87.
3. *Струминский В. В.*, *Бошенятов Б. В.*, *Попов В. В.* А.с. 1381784 СССР. №4155778. Заявл. 02.12.86. Регистр. 15.11.87.
4. *Струминский В. В.*, *Бошенятов Б. В.*, *Зражевский А. М.* Мембранный аппарат с полыми волокнами // А.с. 1519739 СССР. — №4249902/31-26; Заявл. 21.04.87; Опубл. 7.11.89.
5. *Бошенятов Б. В.* Микропузырьковые газожидкостные среды и перспективы их использования. — Saarbrucken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016. — 170 с.
6. *Бакулин В. Н.*, *Бошенятов Б. В.*, *Попов В. В.* Течение газа в длинной трубке с проницаемой пористой стенкой // ДАН. — 2015. — Т. 461, №3. — С. 281–285.
7. *Бакулин В. Н.*, *Бошенятов Б. В.*, *Попов В. В.* Численное моделирование течения воздуха через тонкую сверхдлинную трубку при больших перепадах давления между ее входным и выходным сечениями // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 24–26.
8. *Бакулин В. Н.*, *Бошенятов Б. В.*, *Попов В. В.* Одномерная модель течения газа в полых волокнах с проницаемой стенкой // Материалы XVIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2013), 22–31 мая 2013 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2013. — С. 490–492.
9. *Bakulin V. N.*, *Boshenyatov B. V.*, *Popov V. V.* A model of the gas flow in hollow fibers with permeable walls // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. — 2014. — V. 78, No. 2. — P. 121–125.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ ТРОПИЧЕСКИХ ЦИКЛОНОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ РАЗУМНЫХ ЗАТРАТ ЭНЕРГИИ

***С. П. Баутин*[1], *В. Е. Замыслов*[2], *А. Г. Обухов*[3]**

[1]*СФТИ НИЯУ МИФИ, Челябинская обл., Снежинск, Россия;*
[2]*УрГУПС, Екатеринбург, Россия;* [3]*ТИУ, Тюмень, Россия*

В докладе приведены основные результаты созданной в последние годы газодинамической теории восходящих закрученных потоков [1–6], которые в природе встречаются в виде торнадо, тропических циклонов и огненных вихрей. Главный результат этой теории: доказано, что только вращение Земли вокруг своей оси порождает как закрутку газа в указанных потоках, так и кинетическую энергию вращательного движения воздуха в них.

Полученные теоретические и экспериментальные результаты позволяют перейти к практическим применениям созданной газодинамической теории восходящих закрученных потоков.

Одним из важных для практики результатов этой теории являются рекомендации по раннему обнаружению и уничтожению торнадо [4].

Другое приложение теории — создание вихревого энергогенератора, в котором с помощью специально созданного потока воздуха будет производиться электрическая энергия из кинетической энергии вращения Земли вокруг своей оси. В настоящее время ведутся переговоры с Южно-Уральским государственным университетом по созданию соответствующей экспериментальной установки.

Следующее приложение газодинамической теории восходящих закрученных потоков представлено в этом докладе как результат соответствующих трехмерных нестационарных расчетов течений газа. С их помощью моделируется как возникновение и последующий выход тропического циклона на стационарный режим, так и его уничтожение с применением разумных энергетических затрат.

С использованием явной разностной схемы, позволяющей провести распараллеливание вычислений, численно строятся решения полной системы уравнений Навье–Стокса. При этом учитываются сжимаемость газа, эффекты вязкости и теплопроводности, а также действие сил тяжести и Кориолиса.

Результаты расчета одного конкретного циклона, расположенного в Северном полушарии, следующие. Возникновение восходящего вертикального движения в первоначально покоящемся в поле силы тяжести воздухе породило поток с усиливающейся закруткой газа в соответствующем направлении.

Движение воздуха в возникшем циклоне вышло на стационарное состояние за 72 ч 55 мин, т. е. циклон полностью сформировался за трое суток. Диаметр циклона составляет 350–370 км; диаметр глаза циклона 65–70 км; высота вращающейся части циклона примерно 14 км. В процессе счета определялись все газодинамические и энергетические характеристики потока. В частности, максимальная скорость вращательного движения — скорость ветра — равна 83 м/с. Кинетическая энергия различных движущихся потоков в циклоне такова: $5{,}599 \cdot 10^{17}$ Дж у вращающейся части циклона; $2{,}406 \cdot 10^{14}$ Дж у вертикального движения. Следовательно, у тропического циклона, вышедшего на стационарный режим, кинетическая энергия вращательного движения воздуха в нем в тысячу раз больше кинетической энергии вертикального движения воздуха в циклоне.

После применения внешнего воздействия, прервавшего вертикальное движение воздуха, поток примерно за 26 ч 15 мин перешел в неструктурированное движение, т. е. разрушился. Таким образом, вращение Земли вокруг своей оси, а также эффекты вязкости и теплопроводности разрушили циклон чуть более чем за сутки. Это связано с тем, что при отсутствии вертикального потока в циклоне вращение Земли вокруг своей оси закручивает воздух в нем по ходу часовой стрелки. При этом после указанного воздействия затухающий циклон не уходит со своего места на подстилающей горизонтальной плоскости.

1. *Баутин С. П.* Торнадо и сила Кориолиса. — Новосибирск: Наука, 2008.
2. *Баутин С. П.*, *Обухов А. Г.* Математическое моделирование разрушительных атмосферных вихрей. — Новосибирск: Наука, 2012.
3. *Баутин С. П.*, *Крутова И. Ю.*, *Обухов А. Г.*, *Баутин К. В.* Разрушительные атмосферные вихри: теоремы, расчеты, эксперименты. — Новосибирск: Наука, 2013.
4. *Баутин С. П.*, *Крутова И. Ю.*, *Обухов А. Г.* Проблема предсказания и уничтожения смерча // Технологии гражданской безопасности. — 2016. — Т. 13, №1(47). — С. 70–75.
5. *Баутин С. П.*, *Дерябин С. Л.*, *Крутова И. Ю.*, *Обухов А. Г.* Разрушительные атмосферные вихри и вращение Земли вокруг своей оси. — Екатеринбург: УрГУПС, 2017.
6. *Баутин С. П.*, *Крутова И. Ю.*, *Обухов А. Г.* Газодинамическая теория восходящих закрученных потоков. — Екатеринбург: УрГУПС, 2020. — URL: `https://elibrary.ru/download/elibrary_44007063_99503915.pdf`.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ СРАВНЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ И НЕОПТИМАЛЬНЫХ ПРОФИЛЕЙ И ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ НОСОВЫХ ЧАСТЕЙ ПРИ ОДИНАКОВЫХ ГАБАРИТНЫХ ОГРАНИЧЕНИЯХ И ОБЪЕМЕ

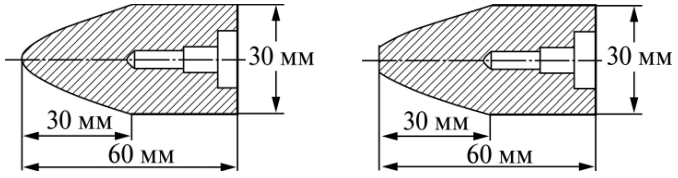
И. П. Большиянов, Н. Н. Захаров

ИПриМ РАН, Москва, Россия

Проведено экспериментальное и численное исследование обтекания сверхзвуковым потоком четырех моделей: двух плоских профилей и двух осесимметричных головных частей оптимальной и неоптимальной формы в каждой номинации. Работа проведена по предложению А. Н. Крайко. Целью работы было экспериментально подтвердить выводы теории, полученные в работе [1].

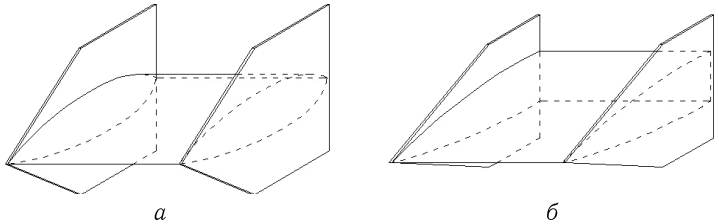
Эксперименты проводились в импульсной гиперзвуковой аэродинамической трубе ИПРИМ РАН [2] при геометрическом числе Маха $M = 4$, начальном давлении воздуха в форкамере $P^* = 60$ атм и температуре торможения $T^* = 300$ К. Давление в форкамере на рабочем режиме изменялось от начального значения до значения, соответствующего режиму срыва сверхзвукового течения. При этом длительность рабочего режима составляла ~ 50 мс, поэтому для измерения давления в процессе экспериментальных исследований использовались малоинерционные датчики Endevco. Для измерения аэродинамических сил применялись малоинерционные трехкомпонентные тензометрические весы. Для записи экспериментальных данных было задействовано высокоскоростное АЦП фирмы National Instruments USB-6363 с частотой оцифровки 1 МГц на все каналы. Для визуализации процесса обтекания моделей применялись прибор Теплера и высокоскоростная видеокамера FASTCAM (10000 к/с). Полученные удовлетворительные результаты методических весовых измерений C_D [3] позволили приступить к экспериментальному сравнению исследуемых моделей.

На рис. 1 и 2 приведены эскизы изготовленных моделей. Для сохранения двухмерности течения при обтекании плоских профилей (рис. 2) использовались боковые пластины, препятствующие растеканию сверхзвукового потока.



а *б*

Рис. 1. Чертежи осесимметричных моделей НЧ: *а* — степенной формы; *б* — оптимальной формы с передним торцем



а *б*

Рис. 2. Эскизы моделей с неоптимальным (*а*) и оптимальным (*б*) профилем

Модели в компоновке с тензовесами устанавливались в рабочую часть аэродинамической трубы. Диаметр миделя моделей выбран из условия недопущения предельных осевых нагрузок на тензовесы и составляет 30 мм для осесимметричных моделей. А размер миделя плоских — 20×40 мм.

Полученные в результате измерений экспериментальные значения коэффициентов сопротивления испытанных плоских моделей представлены на рис. 3.

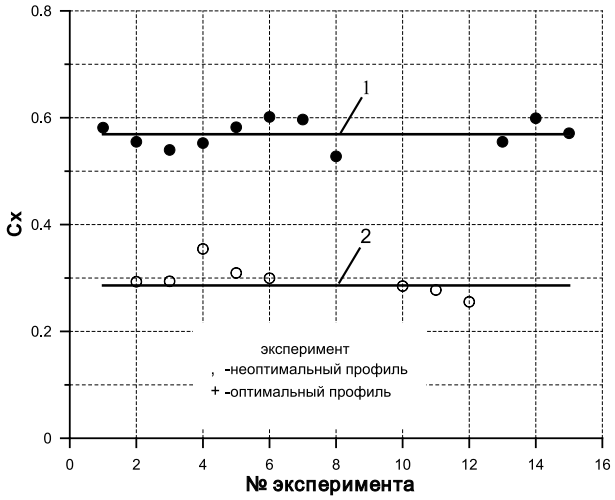


Рис. 3. Экспериментальные значения C_x для исследованных профилей: 1 — неоптимальная форма; 2 — оптимальная

Осредненное значение коэффициента полного аэродинамического сопротивления плоской модели с неоптимальной формой профиля составляет $C_x = 0{,}581$ (1 на рис. 3). Для модели с оптимальной формой профиля $C_x = 0{,}286$ (2 на рис. 3).

Осредненное значение коэффициента полного аэродинамического сопротивления модели степенной формы (при среднеквадратичном отклонении $\pm 5\%$) составляет $C_x = 0{,}35$. Для оптимальной модели с передним торцом $C_x = 0{,}31$, что соответственно на 3,8% и 1,4% процента отличается от аналогичных расчетных значений [4], выполненных для значения числа $\mathrm{Re} = 7{,}7 \cdot 10^6$, которое соответствовало условиям эксперимента.

Таким образом, результаты проведенного экспериментального исследования подтвердили расчетные данные по определению сопротивления тел (не только качественно, но и количественно).

Продемонстрировано значительное преимущество (10,3% — в расчетах и 12,9% — в эксперименте) оптимальной НЧ с передним торцом и изломом контура в точке сопряжения его с пологим участком по сравнению с наилучшим гладким контуром степенной формы. Более существенное преимущество показал плоский оптимальный профиль, преимущество которого по сравнению с неоптимальным профилем составляет 203%.

1. *Крайко А. Н.*, *Пудовиков Д. Е.*, *Якунина Г. Е.* Теория аэродинамических форм, близких к оптимальным. — М.: Янус-К, 2001. — 129 с.
2. *Васильев И. Ю.*, *Захаров Н. Н.*, *Левин В. А. и др.* Численное моделирование течений в импульсной гиперзвуковой аэродинамической трубе // Сб. тр. 4-го Всерос. симпозиума «Механика композиционных материалов и конструкций». — М.: ИПРИМ РАН, 2012. — Т. 2. — С. 88–103.

3. *Bolshiyanov I. P.*, *Zakharov N. N.*, *Levin V. A.* An Integrated Study of Flows in the Aerodynamic Tunnel of IAM RAS by Virtual Experiment Technology // Am. Sci. J. — 2016. — No. 6. — P. 15–27.
4. *Большиянов И. П.*, *Захаров Н. Н.*, *Пьянков К. С.*, *Тилляева Т. И.* Опимальные осесимметричные головные части обтекаемых тел. Расчеты и эксперимент // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2018. — №2. — С. 120–127.

ОЦЕНКА РАВНОМЕРНОСТИ ИЗНОСА ЗАЩИТНОГО ПОКРЫТИЯ ПЕРЕДНЕЙ КРОМКИ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НАТУРНЫХ ИСПЫТАНИЙ И ПРИЛОЖЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

С. А. Борисов, С. В. Добровольский, Ю. И. Глуховская, А. С. Мякочин, И. В. Подпорин

МАИ, Москва, Россия

В работе рассматривается применение газодинамического метода для нанесения защитного покрытия на переднюю кромку аэродинамической поверхности, подвергаемой эрозионному износу из-за воздействия высокоскоростного воздушного потока с примесью твердых частиц. На экспериментальной установке исследуется равномерность уменьшения толщины защитного покрытия при ускоренном износе при воздействии гетерогенного потока. Проводится численное моделирование процесса создания защитного покрытия и равномерности его эрозионного износа.

При механическом воздействии набегающего потока, несущего твердые частицы, аэродинамические поверхности подвергаются эрозионному износу. Например, такому воздействию подвергаются передние кромки лопастей вертолета, особенно при жестких условиях эксплуатации (рис. 1).



Рис. 1. Эрозионный износ лопасти вертолета

Для защиты таких поверхностей от эрозии можно создать защитное покрытие газодинамическим методом [1, 2], предполагающим формирование слоя материала за счет воздействия на исходную поверхность частиц порошкового материала, имеющих высокий уровень кинетической энергии. При этом температура частиц и газа-носителя значительно меньше температуры плавления частиц. Низкая температура гетерогенного потока исключает физико-химические превращения частиц материала порошка, поэтому частица достигает поверхности в своем исходном состоянии, воплощая в покрытии свойства материала частицы. Это позволяет использовать в качестве газа-носителя дешевый сжатый воздух и исключает повреждение исходной поверхности.

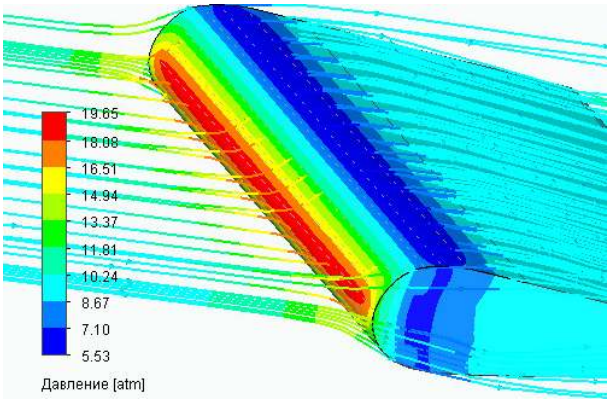


Рис. 2. Расчет областей разного давления

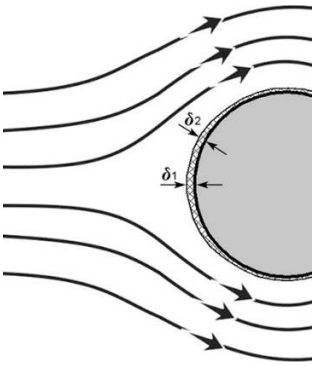


Рис. 3. Переменная толщина защитного слоя

При проведении численного моделирования потока, определяется необходимая толщина защитного покрытия в разных областях криволинейной аэродинамической поверхности [3, 4] в зависимости от величины давления набегающего потока (рис. 2).

Профиль поперечного среза защитного слоя должен иметь переменную толщину, обеспечивающую равномерность износа покрытия (рис. 3).

Существующая экспериментальная установка [5] позволяет создать защитный слой на детали-образце для последующего исследования равномерности эрозионного износа путем обдува сверхзвуковым потоком воздуха с примесью абразивных частиц. Параллельно выполняется численное моделирование равномерности износа такого покрытия, используя одно из доступных CAE-приложений. Для этого рассчитывается обтекание криволинейной аэродинамической поверхности двухфазным потоком (воздух + твердые частицы) и анализируется воздействие получившегося потока на поверхность. Сравнение результатов практических и численных испытаний позволяет скорректировать постановку задачи и исходные данные для дальнейшего уточнения и усовершенствования численной модели данного физического процесса.

1. *Никитин П. В.* Гетерогенные потоки в инновационных технологиях. — М.: Изд-во Янус-К, 2010. — 245 с.
2. *Павленко Д. В.*, *Двирник Я. В.* Закономерности изнашивания рабочих лопаток компрессора вертолетных двигателей, эксплуатирующийся в условиях запыленной атмосферы // Вестник двигателестроения. — 2016. — №1. — С. 42–51.
3. *Борисов С. А.*, *Глуховская Ю. И.*, *Добровольский С. В.*, *Мякочин А. С.*, *Подпорин И.В.* Алгоритм управления движением сверхзвукового ускорителя гетерогенного потока для формирования покрытия на криволинейных поверхностях // Материалы XXX Международной научно-технической конференции «Современные технологии в задачах управления, автоматики и обработки информации», 14–20 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 21–24.
4. *Барышева Е. С.*, *Демин А.Е.*, *Зеленский Р. Л.* Моделирование характеристик многоступенчатого осевого компрессора авиационного двигателя с учетом эрозионного износа лопаток // Авиационно-космическая техника и технология. — 2017. — №6(141). — С. 58–64.
5. *Borisov S. A.*, *Glukhovskaya Y. I.*, *Dobrovolskiy S. V.*, *Nikitin P. V.*, *Podporin I. V.* Concept of an Experimental Setup for Testing the Technology for the Formation of New Anti-Corrosion Coating Materials Using Low-Temperature Supersonic Heterogeneous Flows // TEM J. — 2020. — V. 9, Issue 2. — P. 566–572.

ОЦЕНКА ЭФФЕКТА ФОРМЫ КОЛЬЦЕВЫХ ТУРБУЛИЗАТОРОВ, ФОРМИРУЕМЫХ ВНУТРИ ТРУБ НАГРЕВАТЕЛЕЙ И ТЕПЛООБМЕННИКОВ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

С. А. Борисов, С. В. Добровольский, Ю. И. Глуховская, А. С. Мякочин, И. В. Подпорин

МАИ, Москва, Россия

Рассматриваются кольцевые турбулизаторы как инструмент повышения эффективности поверхностей теплообмена. Это круговые элементы с сечением заданного профиля, располагающиеся внутри трубы, по которой движется поток газа. Такие конструктивные элементы увеличивают площадь контакта внутренней поверхности трубы с потоком газа и создают турбулентность, которая также влияет на эффективность теплообмена между стенками трубы и потоком газа.

Данный принцип используется в таких устройствах, как нагреватель или теплообменник. В первом случае холодный газ протекает через горячую трубу, и температура газа на выходе становится больше, чем на входе. Примером может служить омический нагреватель газа, в котором труба с кольцевыми турбулизаторами подключается к источнику электроэнергии, вследствие чего стенки трубы нагреваются и происходит теплообмен с газом внутри. В результате ускоряется нагрев потока газа по сравнению со случаем, когда поверхность внутри трубы ровная и поток ламинарный. Во втором случае горячий газ подается в холодную трубу, которая нагревается и отдает тепло наружу. Примером может служить радиатор парового отопления.

Кольцевые турбулизаторы могут быть регулярными и нерегулярными. Примеры продольных сечений трубы с регулярными кольцевыми турбулизаторами показаны на рис. 1.

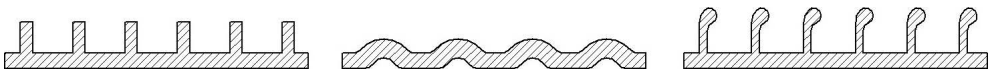


Рис. 1. Примеры продольных сечений трубы с регулярными кольцевыми турбулизаторами

Изготовление труб с такими турбулизаторами традиционными технологическими способами является относительно затратным. Вместе с тем существует более дешевая технология нанесения защитных покрытий низкотемпературным газодинамическим методом [1]. Например, при участии авторов была создана экспериментальная установка, позволяющая наносить защитные покрытия таким методом на внутренние поверхности труб диаметром 200–300 мм. Толщина и форма продольного сечения защитного покрытия обеспечиваются за счет управления приводом по определенному алгоритму перемещения трубы относительно сопла ускорителя гетерогенного потока, состоящего из газа (воздуха) и порошковых частиц материала покрытия (рис. 2) [2, 3].

Когда труба неподвижна относительно сопла ускорителя гетерогенного потока, на ее внутренней поверхности формируется покрытие, имеющее в продольном сечении форму кривой типа распределения Гаусса [4]. Используя определенный алгоритм перемещения трубы относительно сопла можно получить любой нерегулярный профиль сечения кольцевых турбулизаторов (рис. 3).

Геометрические параметры неровностей теплообменной поверхности трубы, обеспечивающие повышение эффективности теплоотдачи, теоретически обоснованы и экспериментально подтверждены [5], и можно рассмотреть нерегулярные кольцевые турбулизаторы как инструмент повышения эффективности теплообмена.

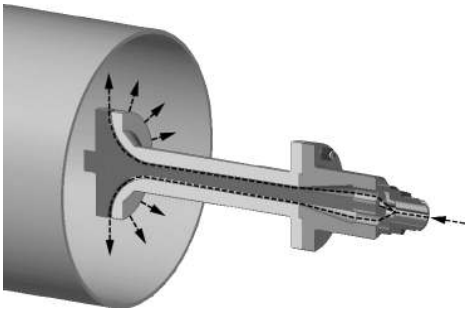


Рис. 2. Схема протекания гетерогенного потока при формировании поверхности турбулизаторов

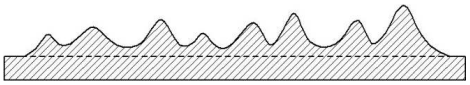


Рис. 3. Пример продольного сечения трубы с нерегулярными кольцевыми турбулизаторами

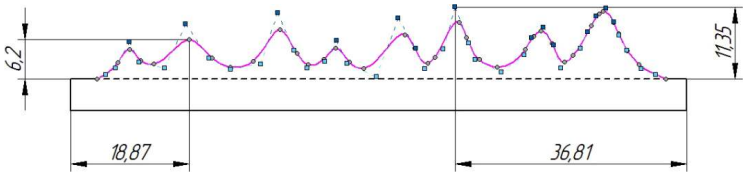


Рис. 4. Пример параметризации профиля нерегулярных кольцевых турбулизаторов

Для исследования влияния формы профиля нерегулярных кольцевых турбулизаторов на эффективность теплообмена предлагается использовать методику, основанную на применении CAD/CAE-систем. Сначала создается параметрическая CAD-модель сегмента трубы с турбулизаторами, затем в CAE-системе выполняется газодинамический расчет. Здесь важным является использование CAD/CAE-систем, поддерживающих ассоциативную связь между CAD- и CAE-моделями. В этом случае при изменении профиля турбулизаторов в CAD-модели происходит автоматическое обновление CAE-модели соответствующим образом, и остается только перезапустить расчет. Примеры CAD/CAE-систем, подходящих для использования: Solid Edge/Simcenter FLOEFD for Solid Edge или SolidWorks/SolidWorks Flow Simulation.

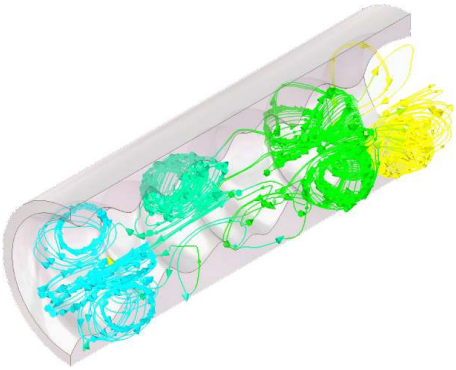


Рис. 5. Пример геометрической модели и результатов расчета турбулентности и температуры газа

Рассмотрим пример геометрической модели сегмента трубы с кольцевыми турбулизаторами, создаваемой как тело вращения. Профиль турбулизаторов можно задать как сплайновую кривую, имеющую определенное число управляющих точек — узлов и полюсов. Для параметризации такого профиля можно использовать размерные параметры, задающие положение управляющих точек кривой (рис. 4).

Для изменения положения управляющих точек кривой можно вручную изменить значения заданных размерных параметров в CAD-модели. Или можно написать программу, используя API CAD-системы для выбора значений параметров в заданном диапазоне с автоматическим обновлением геометрической модели, и то-

гда потребуется только перезапустить расчет в CAE-системе для получения новых результатов.

Таким образом можно автоматизировать ряд расчетов для нескольких вариантов форм профилей турбулизаторов, оценить полученные результаты и выбрать оптимальный вариант.

1. *Никитин П. В.*, *Пайко В. В.*, *Фролов Ю. П.* Способ и устройство для нанесения защитных покрытий холодным газо-динамическим методом. Деп. ВИНИТИ 2258-В96, 1996.
2. *Борисов С. А.*, *Глуховская Ю. И.*, *Добровольский С. В.*, *Мякочин А. С.*, *Подпорин И. В.* Алгоритм управления движением сверхзвукового ускорителя гетерогенного потока для формирования покрытия на криволинейных поверхностях // Материалы XXX Международной научно-технической конференции «Современные технологии в задачах управления, автоматики и обработки информации», 14–20 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021.
3. *Крюков О. В.*, *Мещеряков В. Н.*, *Сычев М. Н.*, *Сычев Н. И.*, *Ипполитов В. А.* Системы интеллектуального электропривода переменного тока с релейными регуляторами и адаптивными корректирующими устройствами. — Вологда: Инфра–Инженерия, 2022.
4. *Борисов С. А.*, *Глуховская Ю. И.*, *Добровольский С. В.*, *Мякочин А. С.*, *Подпорин И. В.* Механизм взаимодействия гетерогенного потока с твердой поверхностью при формировании покрытий большой толщины // Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021), 4–13 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 180–181.
5. *Калинин Э. К.*, *Дрейцер Г. А.*, *Копп И. З.*, *Мякочин А. С.* Эффективные поверхности теплообмена. — М.: Энергоатомиздат, 1998.

ИНФОРМАЦИОННО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ПОДДЕРЖКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ НА УДАРНЫХ ТРУБАХ*

А. А. Боттаева, Н. С. Бражкин, Н. С. Северина

МАИ, Москва, Россия

В настоящей работе описывается комплекс программ и вычислительные методики, развитые в [1], которые могут использоваться для анализа результатов экспериментов, проведенных на ударных трубах. Сложность подобных задач, решаемых методами физико-математического моделирования, увеличение требований к точности их решения приводит к росту объемов обрабатываемых данных в ходе вычислительных экспериментов. Проведение математических расчетов позволяет сэкономить значительные материальные средства и время при выполнении натурных экспериментов в ударных трубах, предваряя и существенно облегчая, а иногда и заменяя их полностью. Основное время расчета в таких задачах приходится на моделирование процессов, связанных с протеканием химических реакций, а потребности в вычислительных ресурсах растут с ростом числа компонентов и числа реакций, описывающих изучаемый процесс. Существенно нелинейная природа рассматриваемых задач приводит к возникновению особенностей решения даже при гладких начальных данных, а тонкая структура нестационарных течений многокомпонентного реагирующего газа требует проведения расчетов на подробных сетках

*Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России (номер темы FSFF-2023-0008).

как по пространству, так и по времени. Все вышесказанное определяет высокие требования к используемым ресурсам и подтверждает актуальность разработки комплекса программ по информационной поддержке задач численного моделирования экспериментов на ударных трубах, объединяющего в себе подготовку начальных данных, хранение результатов расчетов и их отображение.

Особенностью разработанной методики моделирования является то, что расчет ведется на существенно нерегулярной подвижной сетке, в том числе расчетными узлами являются траектории сильных и слабых разрывов, параметры в которых рассчитываются по специальным сеточно-характеристическим алгоритмам, допускающих параллельную вычислительную и многопотоковую информационную декомпозицию. Особенностью программной реализации вычислительно-информационного комплекса является ее мультиязычность, унификация базовых паттернов межмодульного взаимодействия компонентов на этапах подготовки, проведения, сопровождения и анализа результатов вычислительных экспериментов с интеграцией графических средств визуализации и хранения информационного контента в базе данных.

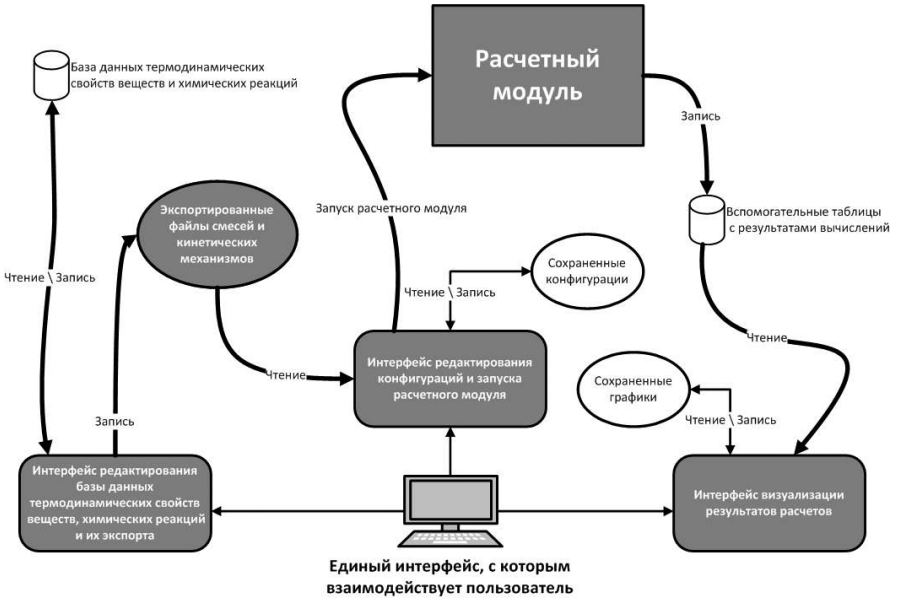


Рис. 1. Архитектура комплекса

Разработка комплекса программ предусматривает создание унифицированных средств обмена и обработки данных, а также единого расчетного ядра, охватывающих все этапы решения большой задачи, с использованием параллельной вычислительной и многопотоковой информационной декомпозиции, а также обработки и визуализации результатов. Комплекс позволяет сократить время полного цикла исследований конкретных прикладных задач за счет автоматизации каждого этапа вычислительного эксперимента и использования многопроцессорных ЭВМ. Для решения поставленной задачи была разработана следующая архитектура программного комплекса (рис. 1). Самой высокоуровневой частью является общий пользовательский интерфейс, с которого будет начинаться любой тип работы с расчетами. Общий интерфейс связывает три других: интерфейс редактирования газовых

смесей и кинетических механизмов, интерфейс редактирования конфигурации для запуска расчетов и интерфейс для построения графиков по имеющимся результатам вычислений. Интерфейс редактирования газовых смесей и кинетических механизмов работает с базой данных термодинамических свойств веществ, а необходимые смеси и механизмы экспортируются в виде файлов на диск вместе с их xml-описанием. Интерфейс редактирования конфигураций для расчетов использует эти файлы для настройки конфигурации расчетного ядра, которое в свою очередь сохраняет результаты расчетов по мере их появления в выделенную для этого базу данных. Интерфейс построения графиков использует эту базу данных для построения графиков на любой стадии выполнения расчетов. В работе обсуждаются комплекс программных средств и вычислительный алгоритм для моделирования экспериментов на ударных трубах.

1. *Бедарев И. А.*, *Федоров А. В.* Сравнительный анализ трех математических моделей воспламенения водорода // Физика горения и взрыва. — 2006. — Т. 42, №1. — С. 26–33.
2. Вычислительные аспекты решения задач охраны окружающей среды: сборник научных трудов / Под ред. У. Г. Пирумова. — М.: МАИ, 1988. — 68 с.
3. *Гурвич Л. В.*, *Вейц И. В.*, *Медведев В. А. и др.* Термодинамические свойства индивидуальных веществ: справочное издание в 4-х т. — М.: Наука, 1982. — 344 с.
4. *Кондратьев В. Н.* Константы скорости газофазных химических реакций (справочник). — М.: Наука, 1970. — 352 с.
5. Химия горения: пер. с англ. / Под ред. У. Гардинера, мл. — М.: Мир, 1988. — 464 с.
6. *Гидаспов В. Ю.*, *Северина Н. С.* Элементарные модели и вычислительные алгоритмы физической газовой динамики. Термодинамика и химическая кинетика. — М.: Факториал, 2014. — 85 с.
7. *Марасанов А. М.*, *Ротанина М. В.* Проектирование информационной поддержки газодинамического пакета с помощью СУБД реляционного типа // Вычислительные технологии. Сб. научных трудов. — 1993. — Т. 2, №6. — С. 38–47.
8. *Гидаспов В. Ю.*, *Пирумов У. Г.*, *Северина Н. С.* Математическое моделирование квазиодномерных нестационарных течений реагирующего газа с произвольным числом взаимодействующих разрывов // Вестник МАИ. — 2008. — Т. 15, №5. — С. 83–94.

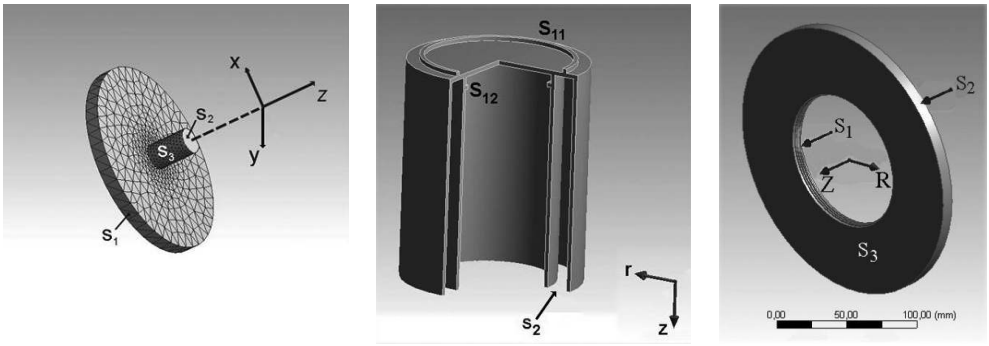
АНАЛИЗ ДЕТОНАЦИОННЫХ ТЕЧЕНИЙ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ КАМЕР ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ

Д.В. Воронин

ИГиЛ СО РАН, Новосибирск, Россия

Одной из самых актуальных технологических проблем является создание двигателя внутреннего сгорания, в основе которого лежит детонационный способ сгорания горючего. Эта сложная задача включает в себя построение математической модели многомерного высокоскоростного течения химически реагирующего потока в ограниченном объеме (камере сгорания). Немаловажным фактором здесь являются форма и геометрические размеры камеры для обеспечивания оптимального и эффективного детонационного режима.

В предлагаемой работе было выполнено численное моделирование химически реагирующего газового потока в проточных камерах с использованием уравнений Навье–Стокса. Модель основана на законах сохранения массы, импульса и энергии для нестационарного двумерного сжимаемого газового потока в случае осевой симметрии с тангенциальной составляющей скорости газа. Процессы вяз-



(1) (2) (3)

Рис. 1. Схемы возможных геометрических типов камер сгорания

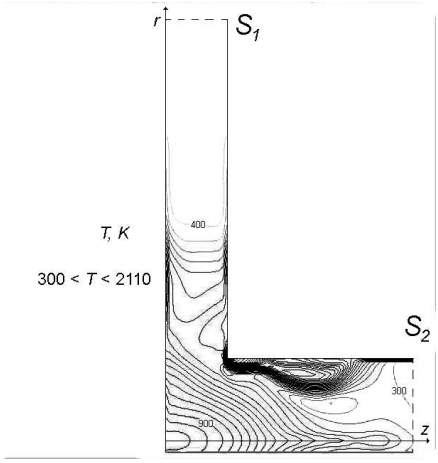
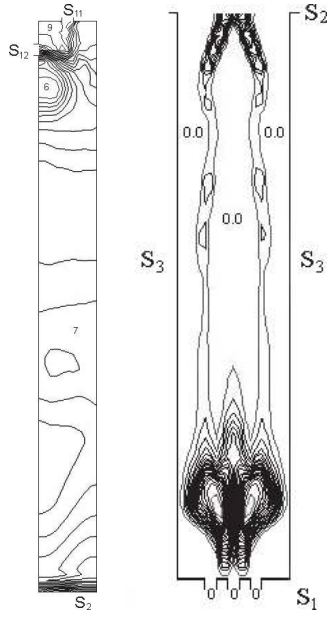


Рис. 2. Распределение температуры газа в камере 1 типа



а *б*

Рис. 3. Характерное распределение давления газа в камере 2 типа (*а*); распределение скорости химической реакции (кг · моль/(м^3 · с)) в камере 3 типа в момент $t = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ с после начала подачи реагентов внутрь камеры (*б*)

кости, теплопроводности, турбулентности и диффузии вещества были приняты во внимание. Для описания химических реакций использована двухстадийная модель химической кинетики. Величина тепловыделения рассчитывалась с помощью приближенного уравнения Ю. А. Николаева для средней молекулярной массы газовой смеси. Горючее и окислитель подавались в камеру раздельно, и тепловыделение в зоне химических реакций во многом определялось скоростью турбулентного перемешивания газовых компонентов.

Был проведен сравнительный анализ эффективности детонационного сгорания топлива в зависимости от геометрических параметров камеры. Рассмотрены три возможных типа камеры (рис. 1). Здесь поверхности S_1 представляют собой область поступления горючего и окислителя внутрь камеры, они подавались в камеры раздельно через форсунки под определенным углом к поверхности. Детонационный процесс во многом определялся интенсивностью турбулентного перемешивания реагентов (водород и кислород). Поверхность S_2 — область выхода продуктов детонации в атмосферу. Как показывают расчеты, для камеры первого типа (рис. 1) характерно образование локальных зон с повышенными значениями термодинамических параметров, что может приводить к самопроизвольному воспламенению топлива и не оптимальному режиму работы двигателя. Здесь подача газа осуществляется сверху, а выход — направо. Видно, что у стенки канала в пограничных слоях образуется область с повышенными значениями температуры (около 2000 K), что превышает температуру самовоспламенения смеси (1200 K). Для камеры второго типа характерно возникновение застойных зон у поверхности S_1, и выхода значительной части непрореагировавшего топлива в атмосферу. Давление газа в камере у поверхностей входа S_{11} и S_{12} достигает значений 12 атм, что превышает давление газа в ресиверах (10 атм). Это приводит к запиранию потока, и временному прекращению поступления водорода и кислорода в проточную камеру. Если поверхность S_2 расположена достаточно близко к поверхностям входа (менее 20 мм) и волна разрежения быстро уменьшит значения давления и температуры реагирующего газа, то наступает срыв детонации, что нарушает оптимальное функционирование камеры. Наиболее оптимальной выглядит камера 3 типа, имеющая наиболее простую форму и позволяющая регулировать процесс перемешивания, меняя угол наклона струй топлива и окислителя по отношению к поверхности. Здесь на поверхности входа расположены три типа форсунок. Через среднюю в камеру поступает струя кислорода перпендикулярно поверхности, через левую и правую — струи водорода под углом 45° к средней струе, что обеспечивает быстрое перемешивание компонентов реагирующего газа.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЛАМЕНИ ПО АЭРОВЗВЕСИ ЧАСТИЦ АЛЮМИНИЯ В СВОБОДНОМ ОБЪЕМЕ

М. Ю. Гаца, К. В. Федотова, Д. А. Ягодников

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Экспериментально-теоретические исследования процессов воспламенения и горения аэровзвесей представляют интерес для обеспечения безопасности при производстве и эксплуатации порошкообразных материалов. Создание обобщенной математической модели распространения сферически-симметричного фронта пламени по аэровзвеси монодисперсных порошков имеет практическое значение. По опубликованным ранее расчетным и экспериментальным данным в работе сформулированы физические модели процессов воспламенения и горения метеллических частиц, в частности алюминия (Al), в свободном объеме. Использовано расширенное уравнение сохранения энергии с учетом механизма диффузии кислорода, оксида алюминия и радиационного теплообмена. Принята двухконтинуальная модель, учитывающая отличие скорости, температур газовой и дисперсной фаз с помощью введения Лагранжевых координат. Реализован алгоритм численного расчета

с использованием системы дифференциальных уравнений на основе эмпирических зависимостей на языке программирования C++.

Использовались следующие начальные условия: массовая концентрация частиц — 0,3 кг/м^3, радиус частицы — 6 мкм, толщина оксидной пленки — 0,02 мкм, давление окружающей среды — 0,1 МПа, температура — 298 К; относительные массовые концентрации кислорода и азота — 0,23 и 0,77, соответственно. В начальный момент времени газовая и дисперсная среды неподвижны и равномерно распылены на участке 0–0,5 м. Воспламенение аэровзвеси осуществляется от расположенного в полюсе зоны горячего воздуха с температурой 3100 К, радиусом 0,1 м в течении времени 0,005 с.

В результате численного моделирования методами Рунге–Кутты и Мак-Кормака получены характерные скорости распространения фронта пламени в зависимости от радиуса частиц и их концентраций. Результаты расчета по представленной модели удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Установлено снижение скорости пламени с ростом начального размера и концентрации частиц Al.

О МОДЕЛИРОВАНИИ СПЕКТРА БАЗОВЫХ ЧАСТОТ ОСЦИЛЛЯЦИЙ В СЛЕДЕ ОТ ДВУХ ЦИЛИНДРОВ*

Г. В. Гембаржевский, К. Ю. Осипенко

ИПМех РАН, Москва, Россия

Ближний след от цилиндрического тела продолжает привлекать внимание исследователей, в том числе, в плане изучения фундаментального явления ламинарно-турбулентного перехода в течениях. Для технических приложений представляет несомненный интерес случай турбулентного обтекания группы цилиндров. Это достаточно сложная задача ввиду большого числа определяющих параметров. Ее имеет смысл решать последовательно, начиная с простейшего случая обтекания пары цилиндров. Уже в этом случае надо учитывать следующие параметры: число Рейнольдса течения, безразмерное расстояние между осями цилиндров L/D (где D — диаметр цилиндров), угол между плоскостью содержащей оси цилиндров и направлением невозмущенного потока, аспектное отношение — относительная высота цилиндров H/D, граничные условия на концах цилиндров и т. д. Ясно, что наряду с подробными численными расчетами граничных задач для уравнений Навье–Стокса, для определенного типа подобных задач были бы полезны прозрачные аналитические модели следов, например, при решении качественных задач, или при выполнении первого приближения в задачах типа оптимизации. В частности, в случае ближнего следа уединенного цилиндра полезна классическая модель двумерной вихревой дорожки Кармана. Известна еще более простая — одномерная модель эволюционирующего следа — дорожки Кармана, называемая моделью Ландау–Стюарта [1, 2], имеющая широкую область применимости по числу Рейнольдса $\mathrm{Re} < 10^5$. Соответственно, имели место попытки обобщить модель Л–С на случай следа от пары цилиндров, расположенных в плоскости перпендикулярной направлению набегающего потока. Однако, вполне удовлетворительного обобщения не было найдено [3].

*Работа выполнена в рамках госзадания №123021700057-0.

Нас в этой задаче интересует перестройка плазменного течения под действием несамостоятельного тлеющего разряда. Под эту задачу продолжаем развивать одномерную осцилляторную модель следа, отличающуюся нелинейным представлением взаимодействия между парциальными дорожками Кармана, составляющими комплексный след от пары цилиндров. В работе [4] нам удалось согласовать расчетные частоты осцилляций по глобальным модам следа с экспериментальными данными по плазменному течению. Это согласие получено только для одной конфигурации пары цилиндров $L/D = 2{,}1$–$2{,}2$. Однако, в широкой области изменения расстояний между цилиндрами $L/D > 1{,}5$ (для которой имеются экспериментальные данные по частотам осцилляций для газовых и жидкостных течений [5, Fig. 31, 32]) согласия с модельными результатами получено не было.

Нижеследующий вариант модели построен с целью устранить этот недостаток предыдущих разработок. Модель следа от пары цилиндров строится с помощью теории возмущений, причем за основу берется осцилляторная модель следа от уединенного цилиндра. В этой исходной модели крупномасштабные осцилляции в ближнем следе — дорожке Кармана предполагаются когерентными в пределах дорожки, в силу медленности ее эволюции в масштабах периода осцилляций. Соответственно, динамика всей дорожки Кармана описывается уравнением одного осциллятора для управляющего параметра дорожки. В эксперименте этот управляющий параметр обычно отождествляется с поперечной составляющей пульсаций скорости течения в характерной точке этой дорожки Кармана (с точностью до мультипликативной константы). Комплексный след от пары не слишком близко расположенных цилиндров рассматриваем как две взаимодействующие дорожки Кармана — два связанных осциллятора. Если исходить из уравнений осциллятора Ван-дер-Поля [6], то предлагаются следующие уравнения модели комплексного следа:

$$\frac{d^2X}{dt^2} + X\left\{1 - \Delta\left[(1-l)\left(X^2 + \left(\frac{dX}{dt}\right)^2\right) - 4\right]\right\} -$$

$$- \varepsilon\left(\frac{dX}{dt}\right)\left\{1 + \lambda - \frac{1}{4}\left[X^2 + \left(\frac{dX}{dt}\right)^2\right] - \frac{\lambda}{16}\left[Y^2 + \left(\frac{dY}{dt}\right)^2\right]^2 - lXY\right\} = St_X, \qquad (1)$$

$$\frac{d^2Y}{dt^2} + Y\left\{1 - \Delta\left[(1-l)\left(Y^2 + \left(\frac{dY}{dt}\right)^2\right) - 4\right]\right\} -$$

$$- \varepsilon\left(\frac{dY}{dt}\right)\left\{1 + \lambda - \frac{1}{4}\left[Y^2 + \left(\frac{dY}{dt}\right)^2\right] - \frac{\lambda}{16}\left[X^2 + \left(\frac{dX}{dt}\right)^2\right]^2 - lXY\right\} = St_Y. \qquad (2)$$

Каждое уравнение описывает эволюцию управляющего параметра соответствующей дорожки Кармана (X или Y) от одного из цилиндров пары. В силу нелинейности фундаментальных уравнений Навье–Стокса члены уравнений (1), (2), выражающие связь осцилляторов, также нелинейны. При решении системы уравнений, ввиду малой скорости эволюции следа, имеет смысл перейти к медленным переменным — амплитудам и фазам осцилляций в двух дорожках Кармана и применить метод Крылова–Боголюбова (осреднение по быстрым осцилляциям). Далее разыскиваются глобальные моды следа как линейно-устойчивые точки покоя или квазипериодические решения полученной системы уравнений.

В рамках модели (1), (2) воспроизводятся три глобальные моды комплексного следа, наблюдаемые в экспериментах с нейтральными течениями жидкостей и газов в широком диапазоне чисел Рейнольдса $\mathrm{Re} < 10^5$, при не слишком тесном расположении цилиндров $L/D > 1{,}5$. Это: мода I следа в форме одинаковых синфазно-синхронизованных дорожек Кармана, мода II в виде одинаковых противо-

фазно-синхронизованных дорожек, и мода III, представляющая собой две дорожки Кармана, различающиеся по всем своим характеристикам [5, 7]. Для турбулентных течений характерно свойство перемежаемости. Так в наблюдениях следа от пары цилиндров при $L/D > 1{,}5$ следует выделить два режима перемежаемости. Первый режим, это — перемежаемость мод II и III, наблюдаемый при достаточном сближении цилиндров $L/D < 2$–$2{,}5$. Этот режим успешно воспроизводится в рамках модели. Второй режим, это перемежаемость мод I и II, он наблюдается в эксперименте для сравнительно далеко разнесенных цилиндров $L/D > 2$–$2{,}5$. Согласно рассматриваемой модели области существования фигурирующих мод I, II лишь граничат между собой (в пространстве параметров модели), но не пересекаются. При этом наблюдаемые частоты осцилляций в комплексном следе хорошо воспроизводятся в рамках модели.

1. *Ландау Л. Д.*, *Лифшиц Е. М.* Гидродинамика. — М.: Наука, 1986. — 733 с. — § 26.
2. *Sipp D.*, *Lebedev A.* Global stability of base and mean flows: a general approach and its applications to cylinder and open cavity flows // J. Fluid Mech. — 2007. — V. 593. — P. 333–358.
3. *Peschard I.*, *Le Gal P.* Coupled wakes of cylinders // Phys. Rev. Lett. — 1996. — V. 77(15). — P. 3122–3125.
4. *Гембаржевский Г. В.*, *Осипенко К. Ю.* Интерпретация и механизм перестройки течения ближнего следа под действием тлеющего разряда // Изв. РАН. МЖГ. — 2022. — №1. — С. 14–31.
5. *Sumner D.* Two circular cylinders in cross flow: A review // J. Fluids Struct. — 2010. — V. 26. — P. 849–899.
6. *Гембаржевский Г. В.*, *Осипенко К. Ю.* Модернизация простой модели комплексного следа в форме нелинейно-связанных осцилляторов // Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАІ'2022), 4–13 сентября 2022 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2022. — С. 124–126.
7. *Alam Md. M.*, *Moriya M.*, *Sakamoto H.* Aerodynamic characteristics of two side-by-side circular cylinders and application of wavelet analysis on the switching phenomenon // J. Fluids Struct. — 2003. — V. 18. — P. 325–346.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ЗА УДАРНОЙ ВОЛНОЙ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОМ ДВИЖЕНИИ ЛА В АТМОСФЕРЕ*

В. Ю. Гидаспов, С. С. Крылов

МАИ, Москва, Россия

Изучению физико-химических процессов, протекающих при высокоскоростном движении тел в атмосфере, посвящено большое количество статей и монографий [1], в которых описаны как экспериментальные, так и расчетно-теоретические методы исследований. В настоящее время для моделирования теплового взаимодействия потоков с обтекаемыми телами в многомерной постановке используются стандартные и авторские компьютерные программы. В настоящей работе описывается простая одномерная модель [2–4], которая позволяет верифицировать модели химических превращений, используемые для описания течения высокотемпературного воздуха между ударной волной (УВ) и обтекаемым телом.

*Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России (номер темы FSFF-2023-0008).

Для описания течения за УВ используются соотношения выражающие законы сохранения массы, импульса и энергии газовой смеси [2]:

$$\rho_0 v_0 = \rho v, \quad p_0 + \rho_0 v_0^2 = p + \rho v^2, \quad h_0 + \frac{v_0^2}{2} = h + \frac{v^2}{2} \qquad (*)$$

система дифференциальных уравнений химической кинетики:

$$\frac{d\gamma_i}{dt} = \frac{1}{\rho v} W_i(\rho, T, \vec{\gamma}), \quad i = 1, \ldots, N,$$

а также термическое и калорическое уравнения состояния:

$$p = \rho R T \sum_{i=1}^{N} \gamma_i, \quad h = \sum_{i=1}^{N} \gamma_i H_i^0(T).$$

Здесь x — продольная координата, ρ — плотность, v — скорость, p — давление, T — температура, h — удельная энтальпия, мольно-массовые концентрации, $H_i^0(T)$ — заданная функция [5] — молярная внутренняя энергия i-го компонента, W_i — изменение числа молей i-го компонента в единице объема в единицу времени [2].

В качестве граничных условий используются параметры набегающего потока, помеченные индексом «0» в системе (*), а также начальный состав воздуха $\vec{\gamma}(0) = \vec{\gamma}_0$.

Считая v_0 параметром, из системы (*) может быть получено множеств начальных состояний (при $\vec{\gamma} = \vec{\gamma}_0$) за УВ — «замороженная» ударная адиабата (УА), а также множество конечных состояний (при $\vec{\gamma}$: $W_i(\rho, T, \vec{\gamma}) = 0$ — «равновесная» УА [2]).

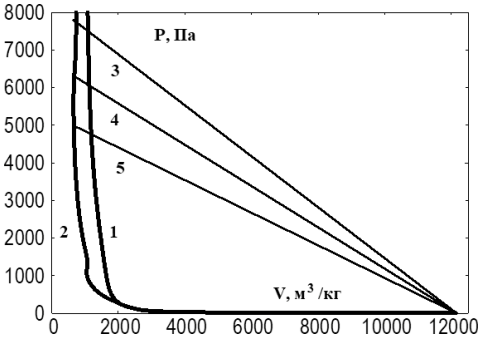


Рис. 1. P–V-диаграмма: 1 — УА; 2 — равновесная УА; 3–5 — прямые Михельсона ($v_0 = 10000$, 9000, 8000 м/с, $P_0 = 5{,}22$ Па, $T_0 = 220$ K, воздух: $0{,}21O_2 + 0{,}79N_2$)

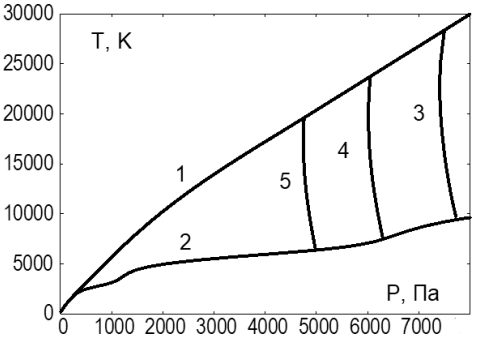


Рис. 2. P–T-диаграмма: 1 — УА; 2 — равновесная УА; 3–5 — фазовые траектории ($v_0 = 10000$, 9000, 8000 м/с, $P_0 = 5{,}22$ Па, $T_0 = 220$ K, воздух: $0{,}21O_2 + 0{,}79N_2$)

Рассмотрим движение высокоскоростного ЛА в атмосфере на высоте 70 км ($p_0 = 5{,}22$ Па, $T_0 = 220$ K, воздух — $0{,}21O_2 + 0{,}79N_2$). При численном моделировании будем считать, что воздух за ударной волной представляет собой смесь 11 компонентов: O_2, N_2, NO, O_2+, N_2+, NO+, O+, N+, O, N, e. На рисунках 1 и 2 приведены P–V- и P–T-диаграммы рассматриваемого процесса [1–4]. Решение системы (*) соответствует точкам пересечения прямых Михельсона и замороженной и равновесной ударных адиабат (УА). Решение уравнений химической кинетики соответствует отрезку прямой Михельсона, проходящему через точки, лежащие на УА и равновесной УА.

Решение системы (*) может быть представлено зависимостями параметров от скорости набегающего потока (рис. 3). В частности, температура потока за УВ при

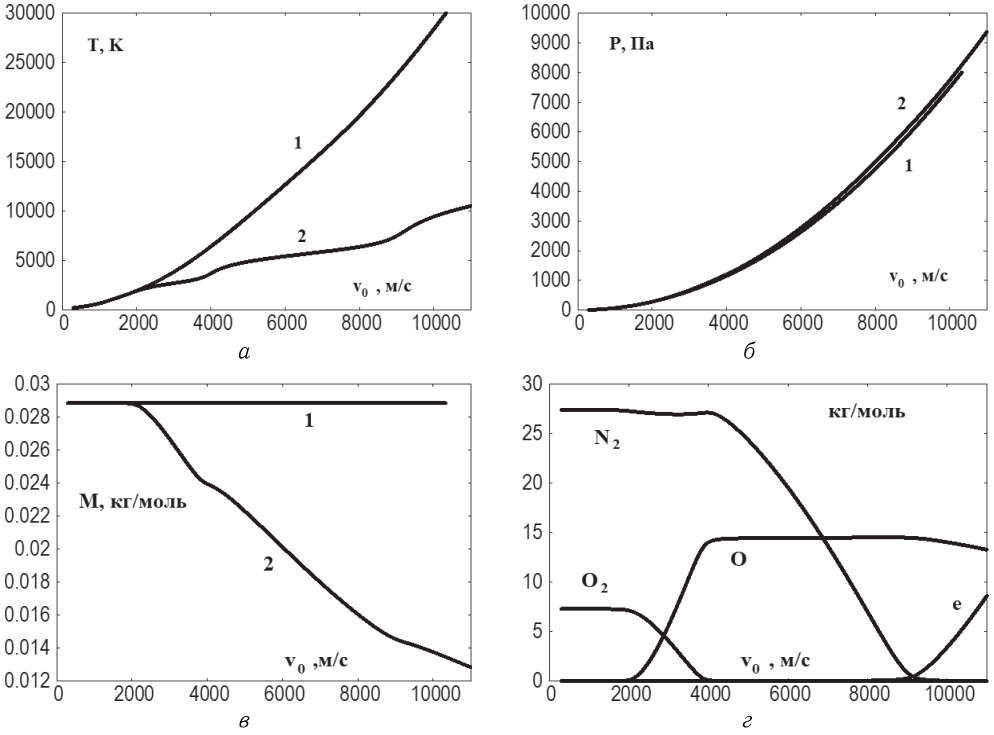


Рис. 3. Зависимости параметров от скорости движения тела (1 — УА, 2 — равновесная УА): *а* — температура; *б* — давление; *в* — молекулярный вес; *г* — концентрации компонентов

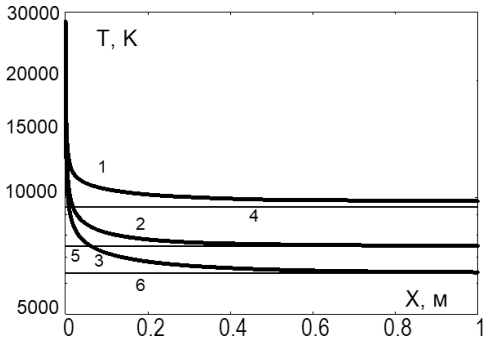


Рис. 4. Зависимость температуры за УВ от пространственной координаты ($T_0 = 220$ K, $P_0 = 5{,}22$ Па): 1–3 — неравновесный расчет; 4–6 — равновесные значения; 1, 4 — $v_0 = 10000$; 2, 5 — 9000; 3, 6 — 8000 м/с

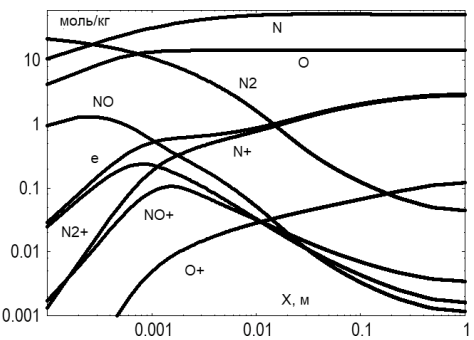


Рис. 5. Зависимость мольно-массовых концентраций компонентов за УВ от пространственной координаты ($T_0 = 220$ K, $P_0 = 5{,}22$ Па, $v_0 = 10000$)

скорости 10000 м/с меняется от ~ 28000 K до ~ 9600 K (рис. 3, *а*), давление меняется не значительно (рис. 3, *б*), молекулярный вес смеси от ~ 29 до ~ 14 г/моль (рис. 3, *в*), в составе продуктов реакций в заметном количестве присутствует электронный газ (рис. 3, *г*).

Были проведены расчеты неравновесного течения за УВ, использовался кинетический механизм [1], состоящий из 15 обратимых реакций, в которых скорости об-

ратных реакций рассчитывались через константу равновесия [2]. Из рисунков 4 и 5 видно, что релаксационная зона за ударной волной составляет несколько десятков сантиметров т. е. обтекаемое тело может находиться в неравновесной области. Этот факт необходимо учитывать при определении тепловых потоков. Из рисунков 2 и 4 видно, что на расстоянии 1 м от УВ состояние термодинамического равновесия (рис. 2) при скорости потока 10000 м/с не достигнуто.

Необходимо отметить, что в кинетическом механизме [1] константы скоростей обратных химических реакций тщательно подобраны, отличие в равновесной температуре с данными настоящей работы составляют ~ 50 К. Произвольное изменение констант скоростей, входящих в [1], а также добавление новых химических реакций может приводить к значительным ошибкам.

1. *Землянский Б. А.*, *Лунев В. В.*, *Власов В. И.*, *Горшков А. Б.*, *Залогин Г. Н.* Конвективный теплообмен летательных аппаратов. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. — 377 с.
2. *Гидаспов В. Ю.*, *Северина Н. С.* Некоторые задачи физической газовой динамики. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — 196 с.
3. *Гидаспов В. Ю.*, *Северина Н. С.* Моделирование детонации металлогазовых горючих смесей в высокоскоростном потоке за ударной волной // ТВТ. — 2019. — Т. 57, №4. — С. 560–571.
4. *Гидаспов В. Ю.*, *Зыонг М. Д.*, *Северина Н. С.* Численное исследование влияния неидеальности газа на фокусировку ударной волны в канале с полусферическим торцом // ТВТ. — 2021. — Т. 59, №5. — С. 730–736.
5. Термодинамические свойства индивидуальных веществ: Справочное издание в 4-х т. / Л. В. Гурвич, И. В. Вейц, В. А. Медведев и др. — М.: Наука, 1982.

ОДНОМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ПОТОКА В СВЕРХЗВУКОВОМ ВОЗДУХОЗАБОРНИКЕ*

В. Ю. Гидаспов, Д. С. Мосеев, Н. С. Северина

МАИ, Москва, Россия

Входное устройство (ВУ), еще используется термин «воздухозаборник», на высокоскоростных летательных аппаратах предназначено для предварительного сжатия потока воздуха перед его поступлением в камеру сгорания. Кроме сжатия потока воздуха ВУ может создавать дополнительную подъемную силу; при этом появляется возможность уменьшить площадь основных несущих поверхностей аппарата и таким образом снизить массу и размеры аппарата. ВУ для высокоскоростного летательного аппарата должно удовлетворять следующим основным требованиям: устойчиво работать во всем диапазоне полета аппарата, включая режимы запуска и крейсерский режим; обеспечивать приемлемые расходные характеристики; обеспечивать режим течения на входе в камеру сгорания, при котором реализуются процесс эффективного сгорания топлива и заданные тяговые характеристики; размеры ВУ и форма внешних поверхностей должны быть интегрированы с обликом аппарата.

Рассмотрим рабочую струю воздуха, входящую в двигатель на участке F_0 (площадь начального сечения) — $F_г$ (площадь минимального сечения) в одномерном приближении (рис. 1).

*Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России (номер темы FSFF-2023-0008).

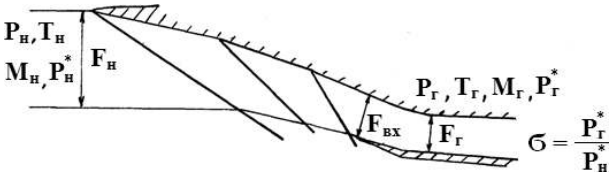


Рис. 1. Схема течения в воздухозаборнике

Система уравнений для расчета одномерного стационарного течения многокомпонентного совершенного газа в канале переменного сечения при отсутствии потерь имеет вид [1, 2]:

$$\rho u F = \rho_н u_н F_н = Q_0, \tag{1}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \gamma_i H_i^0(T) + \frac{u^2}{2} = \sum_{i=1}^{N} \gamma_i H_i^0(T_н) + \frac{u_н^2}{2} = h_0, \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \gamma_i \left(-R \ln\left(\frac{\rho R T \gamma_i}{p_0} \right) + S_i^0(T) \right) = \sum_{i=1}^{N} \gamma_i \left(-R \ln\left(\frac{\rho_н R T_н \gamma_i}{p_0} \right) + S_i^0(T_н) \right) = S_0, \tag{3}$$

$$p = \rho R \sum_{i=1}^{N} \gamma_i T. \tag{4}$$

Здесь ρ, u, p, T — плотность, скорость, давление, температура; γ_i — мольно-массовые концентрации; $H_i^0(T)$, $S_i^0(T)$ (известные функции) — молярная энтальпия и энтропия компонентов; R — универсальная газовая постоянная; p_0 — стандартное давление; F — площадь канала, индексом «н» отмечены параметры в начальном сечении.

Соотношения (1)–(4) позволяют рассчитать параметры течения в произвольном сечении канала F, если известны параметры течения в $F_н$. Соотношения (1), (2) выполняются не только в областях непрерывности течения, но и на ударных волнах (УВ), которые реализуются в воздухозаборнике. При определении параметров в горле воздухозаборника $F = F_г$, вместо (3) может задаваться число Маха $M = M_г$ или величина потерь полного давления $\sigma = p^*_г / p^*_н$. Для расчета полного давления в начале из (2) находится температура при $u = 0$ — температура торможения, затем из (3)–(4) полное давление. Для расчета полного давления в горле необходимо найти энтропию в горле $S_{0г}$. Для этого скорость потока представляется как функция температуры $u = M_г \alpha(T, \vec{\gamma})$, далее из (2) находим температуру в горле, а из (1)–(3) соответствующую энтропию $S_{0г}$. Необходимо отметить, что в рассматриваемой постановке $1 < M_г < M_{ит}$ ($M_{ит}$ — число Маха при изоэнтропическом торможении).

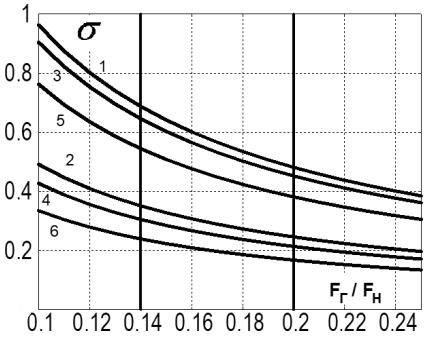


Рис. 2. Зависимость потерь полного давления от относительной площади горла канала ($M_г = 3{,}2$, $P_н = 1450$ Па, $T_н = 225$ K): 1, 3, 5 — $M_н = 6$; 2, 4, 6 — $M_н = 7$; 1, 2 — идеальный газ; 3, 4 — летный вариант; 5, 6 — стендовый вариант

Были проведены исследования течения в воздухозаборнике с использованием двух моделей. Согласно первой — считаем, что воздух — идеальный газ с показателем адиабаты $\varkappa = 1{,}4$ и молекулярным весом $\mu = 29$ г/моль. Согласно вто-

рой — воздух — смесь совершенных газов N_2, O_2, Ar, CO_2, H_2O, термодинамические свойства которых заимствованы из [3]. Рассматривались стендовый (массовые доли компонентов: 0,5331, 0,2320, 0,009, 0,1243, 0,1016) и летный (0,7552, 0,2316, 0,0127, 0,0005, 0,0) варианты. Были рассчитаны режимы $6 \le M_н \le 7$ и $2{,}8 \le M_г \le 3{,}5$. В частности на рис. 2 приводятся графики для $M_г = 3{,}2$.

На рис. 2 выделена область $0{,}14 < F_{отн} < 0{,}2$, так как справа величина σ принимает неприемлемо низкие значения, а слева проблематично обеспечить запуск входного устройства. Из рис. 2 следует, что результаты расчетов по идеальной модели дают завышенные значения σ, а результаты расчетов в стендовых условиях заниженные значения σ по сравнению с летными условиями. В приведенной методике моделирования не учитываются потери, связанные с теплообменом и с излучением, поэтому верхняя граница области на рис. 2 вероятнее всего завышена. Тем не менее, рассчитанные значения характерных величин подтверждаются трехмерными расчетами и экспериментальными результатами. Их также можно использовать в качестве начального приближения для более точных расчетов характеристик конкретных ВУ.

1. *Абрамович Г. Н.* Прикладная газовая динамика. Т. 1. — М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит, 1991. — 600 с.
2. *Гидаспов В. Ю.*, *Северина Н. С.* Некоторые задачи физической газовой динамики. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — 196 с.
3. Термодинамические свойства индивидуальных веществ: Справочное издание в 4-х т. // Л. В. Гурвич, И. В. Вейц, В. А. Медведев и др. — М.: Наука, 1982.

ВЛИЯНИЕ СОСТАВА ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ НА ПАРАМЕТРЫ ДЕТОНАЦИИ ЧЕПМЕНА–ЖУГЕ В УГЛЕРОДО-КИСЛОРОДНЫХ ГОРЮЧИХ СМЕСЯХ*

В. Ю. Гидаспов, О. А. Москаленко, Ф. Т. Кули-заде

МАИ, Москва, Россия

Интерес к детонации угольной пыли [1, 2] связан с проблемами взрывобезопасности в шахтах и при производстве углеродных нанопорошков. В работе приводится физико-математическая и вычислительные модели, позволяющие рассчитать параметры детонации смеси угольной пыли с газообразным окислителем. Получены зависимости параметров, характеризующих детонацию Чепмена–Жуге, при различных массовых концентрациях углерода в смеси с кислородом и давления и температуры среды. Исследовано влияние компонентов, входящих в состав продуктов сгорания, на рассчитываемые характеристики.

Для нахождения параметров детонации Чепмена–Жуге используется физико-математическая модель, включающая соотношения типа Ренкина–Гюгонио:

$$\rho_д(D - u_д) = \rho(D - u),$$

$$p_д + \rho_д(D - u_д)^2 = p + \rho(D - u)^2,$$

$$\sum_{i=1}^{N} \gamma_{дi} H_i^0(T_д) + \frac{(D - u_д)^2}{2} = \sum_{i=1}^{N} \gamma_i H_i^0(T) + \frac{(D - u)^2}{2}.$$

*Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России (номер темы FSFF-2023-0008).

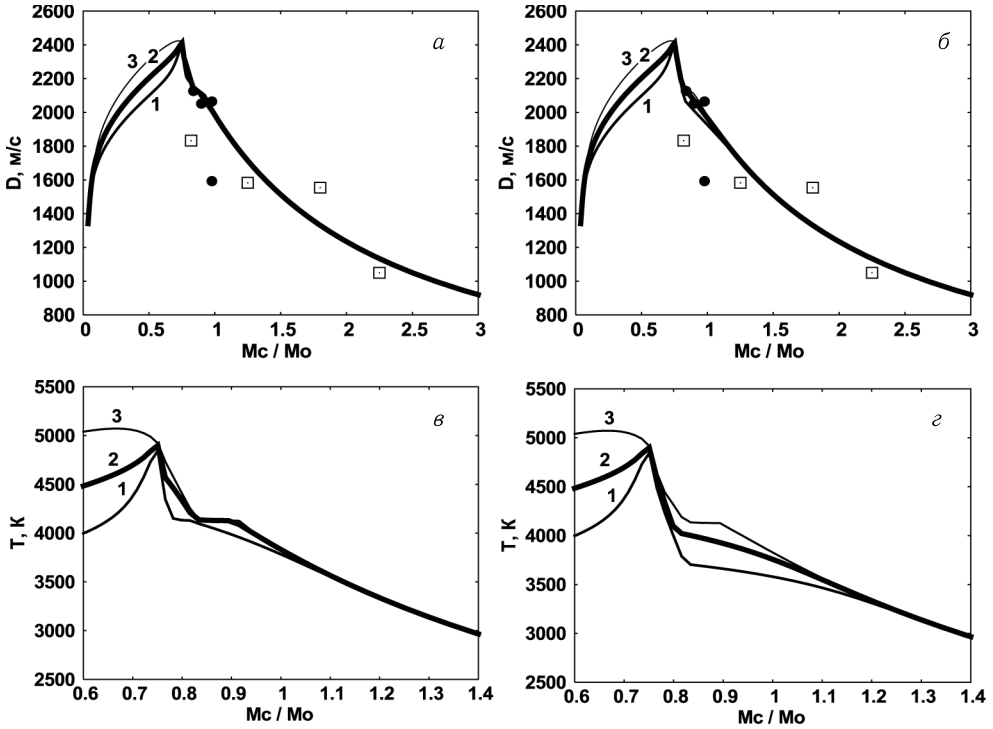


Рис. 1. Зависимость скорости детонации Чепмена–Жуге (*а*, *б*) и температуры (*в*, *г*) от отношения массы углерода и кислорода при различных начальных давлениях (10132,5, 101325, 1013250 Па): *а*, *в* — модель 1; *б*, *г* — модель 2. Экспериментальные данные: • — [8]; □ — [9]

Условия термодинамического равновесия:

$$\ln(\rho RT\gamma_i/p_0) + \frac{G_i^0(T)}{RT} = \sum_{K=1}^{N_e} A_K^i Z_K, \quad i = 1, \ldots, N,$$

$$\sum_{i=1}^{N} A_K^i \gamma_i = \gamma_K^0 = \sum_{i=1}^{N} A_K^i \gamma_{\text{д}i}, \quad K = 1, \ldots, N_e.$$

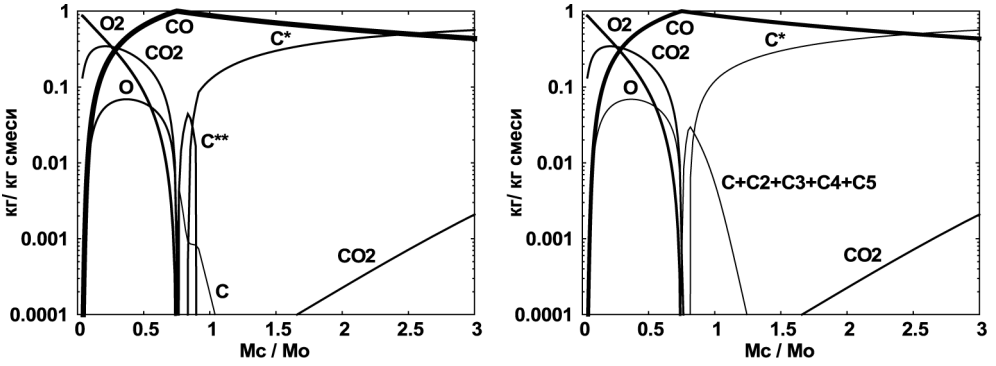
Условие Чепмена–Жуге:

$$D = u + a,$$

где

$$a = \sqrt{\frac{h_T}{\rho_P h_T - \rho_T(h_P - 1/\rho)}}, \ \rho = \frac{p}{RT\sum\limits_{i=1}^{N}\gamma_i}; \ h_T = \sum_{i=1}^{N}\left(\gamma_i \frac{dH_i^0}{dT} + H_i^0 \frac{\partial \gamma_i}{\partial T}\right); \ h_P = \sum_{i=1}^{N} H_i^0 \frac{\partial \gamma_i}{\partial p};$$

$$\rho_P = \frac{\rho}{p\sum\limits_{i=1}^{N}\gamma_i}\left(\sum_{i=1}^{N}\gamma_i - p\frac{\partial \sum\limits_{i=1}^{N}\gamma_i}{\partial p}\right); \quad \rho_T = -\frac{\rho}{T\sum\limits_{i=1}^{N}\gamma_i}\left(\sum_{i=1}^{N}\gamma_i + T\frac{\partial \sum\limits_{i=1}^{N}\gamma_i}{\partial T}\right).$$



а *б*

Рис. 2. Зависимость массовых долей компонентов от отношения массы углерода и кислорода при различных начальном давлении 101325 Па: *а* — модель 1; *б* — модель 2

Здесь ρ, u, p, T, a — плотность, скорость, давление, температура, равновесная скорость звука; γ_i — мольно-массовые концентрации; $H_i^0(T)$, $G_i^0(T)$ (известные функции) — молярная энтальпия и температурная часть потенциала Гиббса компонентов, R — универсальная газовая постоянная; p_0 — стандартное давление; N — число компонентов в смеси; N_e — число элементов в смеси площадь канала; A_K^i — матрица состава, Z_K — неизвестные величины, индексом «д» отмечены параметры перед ударной волной.

Рассматривалась горючая смесь твердого углерода (C^*) с кислородом (O_2) [1, 2]. Для описания продуктов сгорания использовалось две модели. Первая — включала 7 компонентов: O_2, CO, CO_2, C^*, C^{**} (жидкий углерод), C, O. Вторая — 11 компонентов: O_2, CO, CO_2, C^*, C^{**}, C_2, C_3, C_4, C_5, C, O. Термодинамические свойства веществ заимствовались из [3]. Состояние термодинамического равновесия рассчитывалось с помощью авторского кода [4–6]. Для описания C^* использовался метод больших молекул [7], число молекул углерода в C^* и C^{**} бралось равным 1000. Термодинамические свойства C^* и C^{**} при выходе температуры за диапазон применимости рассчитывались при предположении о постоянстве теплоемкости. Варьировались соотношение масс углерода и кислорода ($\lambda = M_C/M_O$) и начальное давление в горючей смеси.

Начальное давление оказывает заметное влияние на скорость детонации Чепмена–Жуге (рис. 1, *а* и *б*) и температуру (рис. 1, *в* и *г*) при $\lambda < 0{,}8$. На графике температуры при давлении 101325 Па присутствует полочка, соответствующая плавлению углерода (модель 1, рис. 2, *а*), при расчете по модели 2 полочка отсутствует. При расчете по модели 2 жидкий углерод C^{**} не образуется (рис. 2, *б*), из-за заметного роста суммарной концентрации газообразного углерода, за счет образования C_2–C_5.

1. *Васильев А. А.* Характеристики горения и детонации метаноугольных смесей // Физика горения и взрыва. — 2013. — Т. 49, №4. — С. 48–59.
2. *Прохоров Е. С.* Анализ химического равновесия продуктов сгорания углерода при недостатке кислорода // Инженерно-физический журнал. — 2019. — Т. 92, №6. — С. 2489–2496.
3. Термодинамические свойства индивидуальных веществ: Справочное издание в 4-х т. // Л. В. Гурвич, И. В. Вейц, В. А. Медведев и др. — М.: Наука, 1982.
4. *Гидаспов В. Ю.* Распад разрыва в детонирующем газе // Вестник МАИ. — 2010. — Т. 17, №6. — С. 72–79.
5. *Гидаспов В. Ю.* Численное моделирование стационарных волн горения и детонации в смеси частиц магния с воздухом // Труды МАИ. — 2013. — №66.

6. *Гидаспов В. Ю.*, *Северина Н. С.* Некоторые задачи физической газовой динамики. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — 196 с.
7. *Дрегалин А. Ф.*, *Зенуков И. А.*, *Крюков В. Г.*, *Наумов В. И.* Математическое моделирование высокотемпературных процессов в энергоустановках / Под ред. В. Е. Алемасова. — Казань: Изд-во Казанского университета, 1985. — 263 с.
8. *Fangrat J.*, *Glinka W.*, *Wolanski P.*, *Wolinski M.* Detonation structure in organic dust-oxygen mixtures // Archivum Combustionis. — 1987 — V. 7, No. 3/4. — P. 321–332.
9. *Nettleton M. A.*, *Stirling R.* Detonations in suspension of coal dust in oxygen // Combustion and Flame. — 1973. — V. 21. — P. 307–314.

СИНЕРГЕТИКА НАИЛУЧШЕ ОБТЕКАЕМЫХ ТЕЛ

С. О. Гладков, Н. С. Нагибин

МАИ, Москва, Россия

В процессе изучения литературы, посвященной решению задач, связанных с обтеканием (см., например, [1–6]), мы не обнаружили решение той задачи, суть которой подробно излагается в настоящем сообщении. Речь идет об аналитическом обосновании формы контура тел (например, у рыб, которая появилась у них в результате процесса многолетнего эволюционного развития), для которого сопротивление минимально. Интуитивно это вполне понятно, как и тот факт, что, например, каплевидная форма жидкости, оканчивающаяся суженным хвостовым концом, также будет испытывать наименьшее сопротивление благодаря отсутствию турбулентности в своей хвостовой части.

При этом остается открытым вопрос сугубо аналитического свойства, а именно, как доказать, что форма контура должна быть именно такой, чтобы обтекание было наилучшим.

Чтобы ответить на поставленный вопрос строгого математически, обратимся вначале к его физической стороне.

В силу сравнительно небольшой скорости движения должен иметь место эффект так называемого «залипания» потока, точно также, как и в классической задаче Стокса [1]. Это означает, что в пограничной области мы не имеем права полагать динамическую вязкость η, равной нулю, поскольку учет межмолекулярного взаимодействия будет играть существенную роль (см., к примеру, работы [7–9]) не только в случае материальных тел, но и для биологических индивидов.

Когда речь идет о сечении тела, то в области за пределами пограничного слоя (даже в условиях ламинарности течения) число Рейнольдса $R = uL/\nu$, где u — скорость потока, L — средний геометрический линейный размер профиля сечения, ν — кинематическая вязкость, может быть велико.

Задачу будем рассматривать как двухмерную, проведя мысленный разрез в произвольном сечении трехмерного тела по направлению его движения в потоке вязкого континуума. При этом тело будем предполагать обладающим малой, но конечной шириной h в направлении оси y, перпендикулярной плоскости тела.

Как было показано Прандтлем (подробности вычислений, и физическая интерпретация тонкостей этого подхода подробно изложена, например, в [1]), в непосредственной близости к поверхности обтекания уравнение Навье–Стокса сводится к довольно специфическому уравнению, которое в двухмерных координатах x, z

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2}\right), \tag{1}$$

где ν — кинематическая вязкость, P — давление, ρ — плотность жидкости.

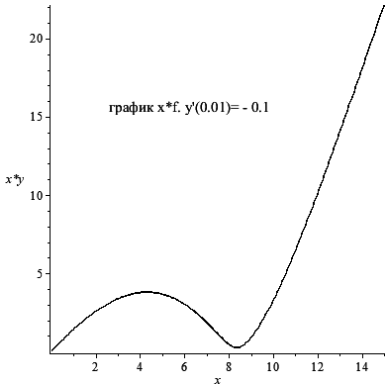


Рис. 1

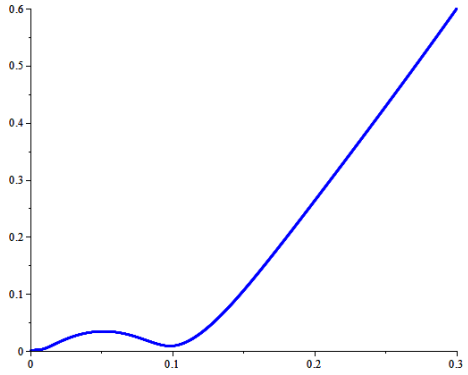


Рис. 2

Подчеркнем, что уравнение (1) имеет такой вид в предположении $v_x, v_z \gg v_y$.

Если теперь воспользоваться уравнением Бернулли $P + \rho v_x^2/2 = \rho U^2/2$, и считать скорость U постоянной, уравнение (1) при этом сильно упростится, и вместе с уравнением непрерывности мы приходим к следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} v_z \dfrac{\partial v_x}{\partial z} = \nu\left(\dfrac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 v_x}{\partial z^2}\right), \\ \dfrac{\partial v_x}{\partial x} + \dfrac{\partial v_z}{\partial z} = 0. \end{cases} \tag{2}$$

Решения системы (3) должны удовлетворять двум следующим требованиям. Если $x, z \to \infty$, то

$$v_x \to u, \tag{3}$$

$$v_z \to 0. \tag{4}$$

В случае малых чисел Рейнольдса система уравнений (2) сводится к виду

$$\eta'' - \frac{\eta'}{x}\frac{3x^2 - \eta^2}{x^2 + \eta^2} + \frac{3\eta}{x^2} - \frac{1}{\eta}\frac{x^2 - 3\eta^2}{x^2 + \eta^2}\left(1 - \frac{2\eta^2}{x^2}\right) = 0. \tag{5}$$

Благодаря подстановке $f = \eta/x$ имеем

$$f'' x^2(1 + f^2) + f' x(3f^2 - 1) + \frac{5f^2 - 2f^4 - 1}{f} = 0. \tag{6}$$

Стационарное решение этого уравнения ($f' = f'' = 0$) дает четыре «неподвижные точки» $f^2 = (5 \pm \sqrt{17})/4$, которые можно принять за начальные условия. Результат численного решения уравнения (8) показан на рис. 1 и 2.

1. *Ландау Л. Д.*, *Лифшиц Е. М.* Гидродинамика. Т. 6. — М.: Наука, 1988. — 733 с.
2. *Ламб Г.* Гидродинамика. — М.: ГИТТЛ, 1947.
3. *Христианович С. А.*, *Гальперин В. Г.*, *Миллионщиков М. Д.*, *Симонов Л. А.* Прикладная газовая динамика. — М.: ЦАГИ, 1948.
4. *Слёзкин Н. А.* Динамика вязкой несжимаемой жидкости. — М.: ГИТТЛ, 1955.
5. *Кочин Н. Е.*, *Кибель И. А.*, *Розе Н. В.* Теоретическая гидромеханика. В 2-х ч. — М.: Физматлит, 1963.
6. *Монин А. С.*, *Яглом А. М.* Статистическая гидромеханика. В 2-х ч. — М.: Наука, 1965–1967.

7. *Гладков С. О.* О доказательстве единственности гидродинамического решения Стокса // Известия вузов. Физика. — 2018. — Т. 61. — В. 6. — С. 103–105.
8. *Гладков С. О.* К вопросу о вычислении времени остановки вращающегося в вязком континууме цилиндрического тела и времени увлечения соосного с ним внешнего цилиндра // ЖТФ. — 2018. — Т. 59. — В. 3. — С. 377–341.
9. *Гладков С. О.* К вопросу о выводе формулы Магнуса // Доклады РАН. — 2022. — Т. 507. — В. 2. — С. 20–23. — DOI: 10.31857/S2686740022060086.

ОСЛАБЛЕНИЕ УДАРНОЙ ВОЛНЫ МАЛОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ПЕРФОРИРОВАННЫМИ ПЛАСТИНАМИ*

***В. В. Голуб*[1], *С. В. Головастов*[1,2], *Ю. В. Жилин*[1], *А. А. Микушкина*[1], *А. Ю. Микушкин*[1]**

[1]*ОИВТ РАН, Москва, Россия;* [2]*МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия*

Задача ослабления воздействия ударных и взрывных волн является актуальной, в первую очередь, для защиты элементов конструкций от разрушительных импульсных воздействий. Кроме того, распространение ударной волны во взрывоопасной среде может привести к ее воспламенению, взрыву и детонации. Взаимодействие ударной волны с проницаемым препятствием сопровождается не только ее дифракцией и отражением, но также диссипативными процессами, такими как рост энтропии в ударной адиабате и теплообмен газа со стенками. Поэтому до настоящего времени нет как полного аналитического описания этого процесса, так и приемлемых численных моделей. Частично такая задача была решена в работах [1, 2], где предложена макроскопическая модель квазистационарного натекания полости за проницаемым препятствием при мгновенном ступенчатом изменении давления перед этим препятствием. При этом использовалось предположение об экспоненциальном характере изменения давления в полости. Начальная нестационарная фаза процесса проникновения ослабленной первичной ударной волны через проницаемое препятствие практически не рассматривалась.

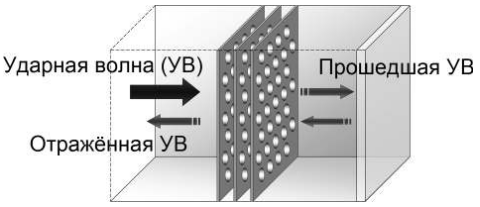
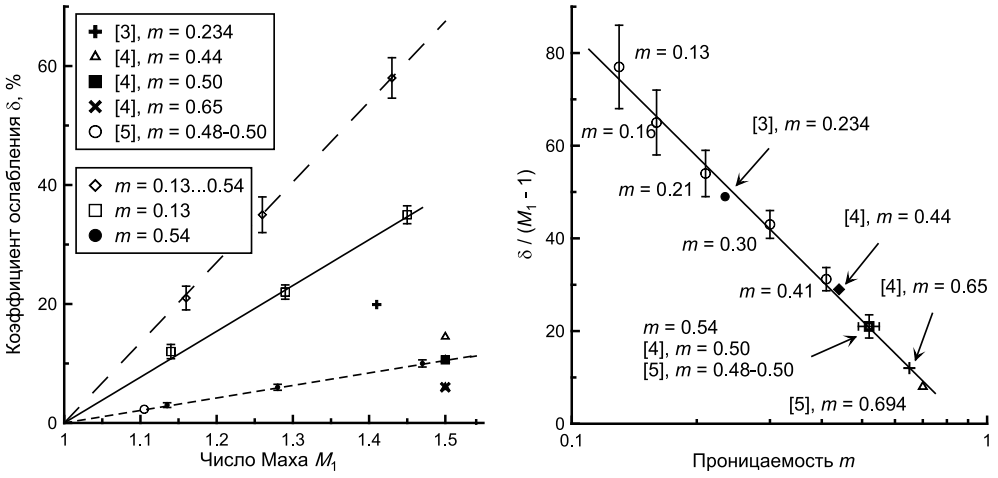


Рис. 1. Схема взаимодействия ударной волны с пакетом перфорированных пластин

В настоящей работе экспериментально исследовалась начальная фаза взаимодействия ударной волны с разным количеством перфорированных пластин различной проницаемости и конфигурации в ударной трубе, как это показано на рис. 1. Числа Маха падающей ударной волны в воздухе варьировались в пределах 1,1–1,5. Распространение ударных волн фиксировали с помощью высокоскоростной камеры Phantom 710, прибора ИАБ-451 и пьезоэлектрических датчиков давления.

Были получены траектории и показания давления падающих ударных волн и ударных волн, отраженных от перфорированных пластин, а также прошедших через пластины и отраженных от торца ударной трубы. Определены закономерности взаимодействия ударных волн слабой интенсивности с перфорированной металлической пластиной или с пакетом перфорированных пластин.

*Работа выполнена по программе Госзадания 075-01056-22-00.



а *б*

Рис. 2. Коэффициент ослабления ударной волны в зависимости от числа Маха M_1 (*а*) и проницаемости пластины m (*б*)

Определены параметрические соотношения между числами Маха падающей M_1, прошедшей M_T, отраженной M_R ударных волн, теоретическим значением M_R^* и степенью проницаемости m пластины или пакета пластин:

$$\frac{M_T - 1}{M_1 - 1} = 1 - 0{,}055\frac{(1-m)^{0,4}}{m^{1,1}}(M_1 - 1)^{0,2},$$

$$\frac{M_R - 1}{M_R^* - 1} = 0{,}44\frac{(1-m)^{0,4}}{m^{0,4}}(M_R^* - 1)^{0,15}.$$

Для прошедших ударных волн определен коэффициент ослабления δ в зависимости от степени проницаемости, проведено сравнение в ранее полученными результатами (рис. 2, *а*):

$$\delta = 1 - \frac{P_T}{P_2},$$

где P_T — давление на фронте прошедшей ударной волны, P_2 — давление падающей ударной волны. Впервые предложен универсальный нормированный коэффициент ослабления прошедшей ударной волны, зависящий по логарифмическому закону только от степени проницаемости пластины (рис. 2, *б*):

$$\frac{\delta}{M_1 - 1} = -4{,}6 - 39\ln m.$$

Результаты экспериментов и аналитических оценок позволяют оценить эффективность перфорированной пластины и пакетов перфорированных пластин для ослабления ударно-волнового воздействия в инертных средах и в горючих газовых смесях.

1. *Britan A. et al.* // J. Fluids Eng. — 2004. — V. 126(3).
2. *Ram O., Ben-Dor G., Sadot O.* // Exp. Therm. Fluid Sc. — 2018. — V. 92.
3. *Zhang L. et al.* // Entropy. — 2021. — V. 23, No. 8. — P. 1051.
4. *Pramod B. V. N. et al.* // AIP conference proceedings. — 2019. — V. 2080, No. 1. — P. 030015.
5. *Schunck T., Eckenfels D.* // SN Applied Sciences. — 2021. — V. 3. — P. 1–15.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА ПРИ ПРОМЫВКЕ НЕФТЯНОЙ СКВАЖИНЫ ЧЕРЕЗ ПОЛЫЕ ШТАНГИ

Е. С. Гольцов, Н. М. Труфанова

ПНИПУ, Пермь, Россия

Эксплуатация нефтяных скважин с повышенными асфальто-смоло-парафиновыми (АСПО) отложениями распространены в большинстве районах страны. Основные методы борьбы с АСПО: тепловые [1], механические, химические. К наиболее распространенным тепловым способам относятся способ промывки скважины через затрубное пространство и через полые штанги глубинного насоса (ШГН). В работе рассмотрен тепловой метод, в котором используется промывка нефтяной скважины горячим теплоносителем, через полые штанги глубинного насоса. Важным преимуществом данной технологии в сравнении с технологией промывки скважины через затрубное пространство является снижение тепловых потерь в окружающую среду, при этом повышается плотность теплового потока в зоне удаления АСПО. Однако, при использовании способа прокачки через ШГН возникает проблемы быстрого охлаждения теплонасителя в верхних облатях штанги. Использование теплоизоляционного слоя на внутренней поверхности штанги позволяет снизить интенсивность тепловых потоков в верхних частях штанги и доставить горячий теплоноситель на необходимую глубину. Применение метода математического моделирования дает возможность оценить эффективность промывки теплоносителем с наименьшими затратами.

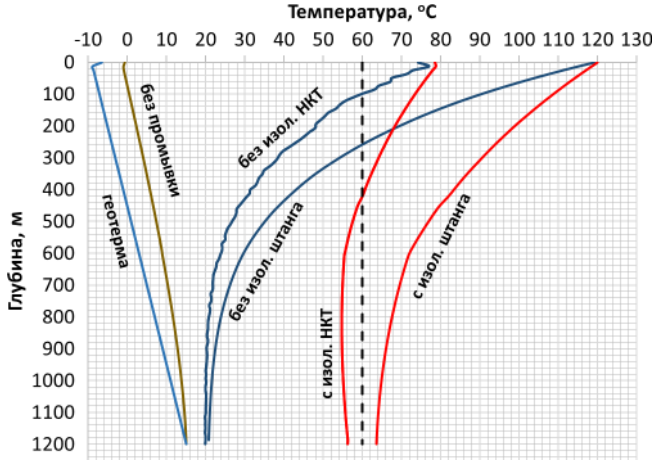


Рис. 1. Распределение температуры на внутренней стенке НКТ и внутри штанг по глубине для случаев с теплоизоляцией штанги и без нее. Используемый теплоноситель нефть, расход 150 м^3/сут и температура 120 °C, подаваемый в течении 5 ч. Температура кристаллизации парафина принята равной 60 °C

Основными задачами в рассматриваемой технологии промывки являются определение температуры и расхода теплоносителя и оценка влияния технологических характеристик работы скважины на эффективность промывки. Поставленные задачи решались с помощью метода математического моделирования.

Рассматривалась осесимметричная, стационарная математическая модель процессов тепломассобмена в каналах полой штанги и канале НКТ в условиях тур-

булентного режима течения [2]. Численная реализация осуществлялась методом конечных элементов в программном продукте ANSYS Fluent.

В работе были получены распределения полей скоростей и температур в скважине и полой штанге при промывке нефтяной скважины горячим теплоносителем. Приведены распределения температуры на внутренней стенке НКТ по глубине скважины при различных параметрах, таких как время промывки, вид теплоносителя (нефть, вода), расход теплоносителя для штанг с и без изляционного слоя (рис. 1).

Наличие теплоизоляционного слоя существенно увеличивает эффективность промывки скважины горячим теплоносителем через полые штанги. Это обусловлено тем, что теплоноситель имеет более высокую температуру при выходе из муфты (рис. 1).

При заданных технологических параметрах наибольшей эффективностью обладает промывка нефтью, нагретой до 120 °C, нежели водой, нагретой до 90 °C. Это обусловлено тем, что нефть обладает лучшими теплофизическими свойствами в отличие от воды и может подаваться с изначально большей температурой.

Для оптимальной оценки теплового эффекта при заданных параметрах промывки, необходимо в качестве теплоносителя использовать нефть, подаваемую с расходом 150 $м^3$/сут и нагретую до 150 °C.

1. *Kostarev N. A.*, *Trufanova N. M.* Control of the Thermal Processes in an Oil Well with a Heating Cable // Russian Electrical Eng. — 2017. — V. 88, No. 11. — P. 755.
[*Костарев Н. А.*, *Труфанова Н. М.* Управление тепловыми процессами в нефтяной скважине с помощью греющего кабеля // Электротехника. — 2017. — №11. — С. 60.]
2. *Мартюшев Д. А.* Моделирование и прогнозирование отложений асфальтеносмолопарафиновых веществ в нефтедобывающих скважинах // Георесурсы. — 2020. — Т. 22, №4. — С. 86–92.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ КСЕНОНОВЫХ ИСТОЧНИКОВ ИЗЛУЧЕНИЯ

В. М. Градов, И. А. Желаев

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

В различных областях современных науки, техники и производства значительная роль принадлежит технологиям, основанным на импульсном радиационном воздействии на конструкции и материалы. Речь идет о разнообразной облучательной технике, включая бактерицидные установки для обеззараживания воздуха, воды, продуктов питания, поверхностей и т. д., оптические печи и панели для натурно-модельных испытаний теплонапряженных элементов конструкций и проверки светостойкости покрытий, имитаторы излучений различной физической природы, светотехническое оборудование, технологии использующие фотохимическое действие излучения и многие другие направления, нуждающиеся в эффективных и надежных источниках излучения с хорошо прогнозируемым спектром [1]. В качестве такого универсального излучателя с полным правом можно считать трубчатые электроразрядные ксеноновые лампы высокого давления с беспрецедентно большим КПД преобразования электрической энергии в энергию излучения разряда (до 90%) и спектром излучения, которым можно управлять, меняя параметры и режимы работы изделия.

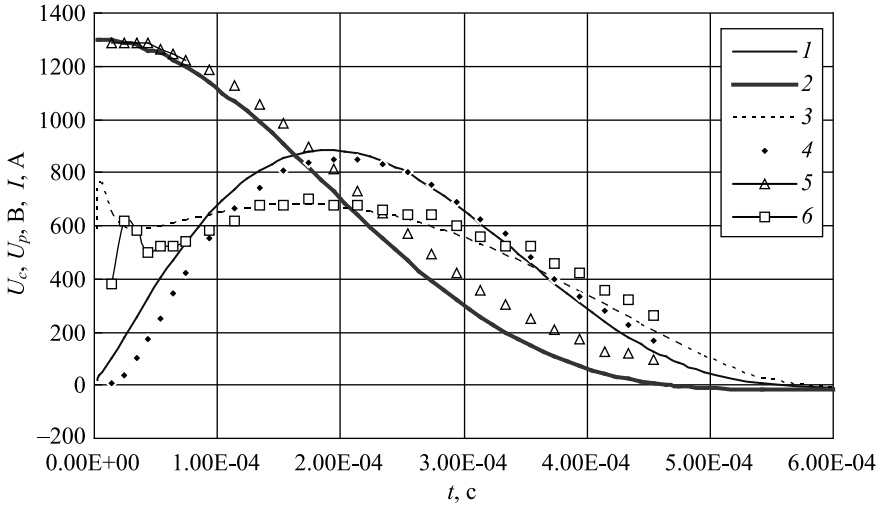


Рис. 1. Зависимость электрического тока I (*1*, *4*), напряжения на конденсаторе U_c (*2*, *5*) и напряжения на разрядном промежутке U_p (*3*, *6*) от времени в течение импульса тока. Начальное напряжение на конденсаторе $U_0 = 1300$ В, емкость $C = 198$ мкФ, индуктивность контура $L_к = 88$ мкГн, внутренний радиус разрядной трубки $R = 0{,}35$ см, межэлектродное расстояние $l = 12$ см, давление наполнения ксенона $p_0 = 0{,}036$ МПа: *1–3* — расчет; *4–6* — эксперимент

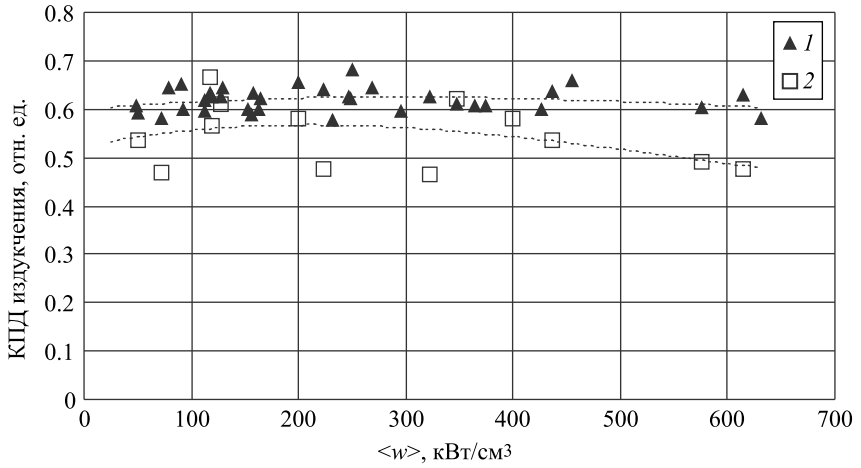


Рис. 2. Обобщенная зависимость КПД излучения от удельной электрической мощности в широкой области спектра 220–1100 нм: *1* — расчет; *2* — эксперимент [1]

В настоящей работе исследуется математическая модель источника излучения, реализованная в программно-алгоритмическом комплексе и обеспеченная базой данных по термодинамическим, теплофизическим и оптическим свойствам плазмы [2, 3]. Отметим, что математическое моделирование позволяет получить данные, которые сложно фиксировать прямыми измерениями, например, спектры излучения разряда за границей пропускания кварца. Результаты численных расчетов сравниваются с экспериментальными данными по электрическим и спектральным характеристикам.

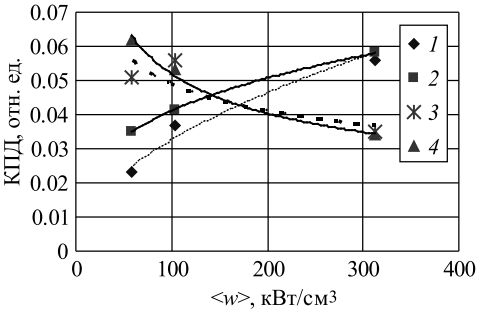


Рис. 3. Зависимость КПД от удельной электрической мощности $\langle w \rangle$ в спектральных интервалах 245–295 нм (*1*, *2*), 935–1065 нм (*3*, *4*): *1*, *3* — эксперимент; *2*, *4* — расчет

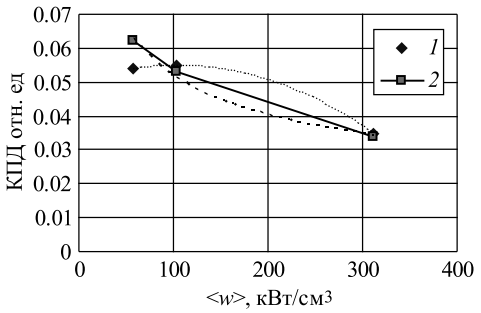


Рис. 4. Зависимость КПД от удельной электрической мощности $\langle w \rangle$ в спектральном интервале 935–1065 нм: *1* — эксперимент; *2* — расчет

Экспериментальная часть работы выполнялась на стенде, оборудование которого позволяло измерять в течение импульса зависимости от времени тока разряда, напряжения на конденсаторе и на разрядном промежутке, спектры излучения в диапазоне 250–1025 нм, временной ход температуры и энергетические потери на стенке.

На рис. 1–4 приведены результаты расчетов и экспериментов. Видно, что модель с точностью 5–20% может быть использована для прогнозирования указанных выше характеристик ламп.

На рис. 2 представлена зависимость широкодиапазонного КПД излучения от $\langle w \rangle$, обобщенная по результатам многих численных и натурных экспериментов. Отметим, что имеется удовлетворительное совпадение данных и в узких интервалах спектра (рис. 3 и 4).

1. *Маршак И. С.*, *Дойников А. С.*, *Жильцов В. П.* Импульсные источники света. — М.: Энергия, 1978. — 472 с.
2. *Градов В. М.*, *Гавриш С. В.*, *Коробков С. С.*, *Пугачев Д. Ю.* Ультрафиолетовое излучение импульсно-периодических разрядов в инертных газах // Прикладная физика. — 2019. — №6. — С. 18–23.
3. *Филиппов М. В.*, *Коробков С. С.*, *Градов В. М.*, *Желаев И. А.* Ультрафиолетовое излучение импульсно-периодических разрядов высокого давления в ксеноне // Математика и математическое моделирование. — 2017. — №6. — С. 54–69.
4. *Гавриш С. В.*, *Градов В. М.*, *Кузнецова А. В.*, *Терентьев Ю. И.* Математическое моделирование и исследование импульсных разрядных ламп инфракрасного излучения // Светотехника. — 2008. — №5. — С. 14–18.

ПРИМЕНЕНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ РАСЧЕТЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ВНУТРЕННИХ ТЕЧЕНИЙ

***Ю. А. Гришин*[1], *В. Н. Бакулин*[2]**

[1]*МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия;* [2]*ИПриМ РАН, Москва, Россия*

Системы газодинамических функций (ГДФ) от аргументов M и λ [1] представляют собой весьма эффективный аппарат для решения большого числа практических задач внутренней газодинамики сжимаемого газа. Так на базе системы

основных уравнений гидродинамики, записанных с помощью ГДФ для решетки осевых турбинных профилей при больших углах атаки получены аналитические выражения для определения коэффициентов отрывных потерь полного давления σ в зависимости от углов входа потока в решетки β_1. При этом впервые учитывает радиус скругления передних кромок профилей r, что позволяет определять зону нечувствительности к углу атаки.

Разработанный метод не содержит эмпирических коэффициентов, расчетные характеристики решеток хорошо согласуются с известными экспериментальными данными в широком диапазоне углов атаки, радиусов скругления передних кромок профилей и скорости потока [2, 3].

Здесь основными расчетными уравнениями являются уравнения импульсов и расхода для участка сужения потока до минимального сечения d_m около зоны отрыва на входе при больших углах атаки δ:

$$\frac{2k}{k+1}\left(\frac{2}{k+1}\right)^{1/(k-1)} q(\lambda_1)\lambda_1 \frac{\sin\beta_1}{\sin\beta_{1p}}\cos\delta+\pi(\lambda_1)=\frac{2k}{k+1}\left(\frac{2}{k+1}\right)^{1/(k-1)} q(\lambda_1)\lambda_m \frac{\sin\beta_1}{\sin\beta_{1p}}+\pi(\lambda_m),$$

$$t\sin\beta_1 q(\lambda_1) = d_m q(\lambda_m)$$

и для условного участка последующего расширения до присоединения к стенкам канала в сечении $t\sin\beta_{1p} - 2r$:

$$z(\lambda_{1p}) = z(\lambda_m) + \left(\frac{k+1}{2}\right)^{1/(k-1)} \frac{1}{y(\lambda_m)}\left(\frac{t\sin\beta_{1p}-2r}{d_m} - 1\right),$$

$$d_m q(\lambda_m) = \sigma(t\sin\beta_{1p} - 2r) q(\lambda_{1p}).$$

Здесь β_{1p} — расчетный (безударный) угол входа; t — шаг решетки; λ_1, λ_m, λ_{1p} — приведенные скорости на входе, в сечении наибольшего сужения около зоны отрыва и после присоединения к стенкам.

На базе представления о сохранении инвариантов Римана при переходе через фронты простых волн сжатия и разрежения получены системы нестационарных газодинамических функций (НГДФ) [4–6] от числа М. Это позволило предложить модификацию численного метода Распада произвольного разрыва (РПР, схема С. К. Годунова) для уточненных 1D-расчетов волновых процессов значительной интенсивности [4–7].

Использование НГДФ в комбинации со «стационарными» ГДФ позволило разработать и системы граничных условий для расчетов взаимодействия волновых процессов с различными местными сопротивлениями, например с клапанами [8, 9]. Здесь функции применяются для записи соотношений распада произвольного разрыва на границе, где соотношения при переходе через фронты прошедших и отраженных волн выражаются с помощью НГДФ, а квазистационарное течение между прошедшей и отраженной волнами — с помощью «стационарных» ГДФ от числа М. Это позволяет значительно упростить и ускорить расчеты.

1. *Абрамович Г. Н.* Прикладная газовая динамика. В 2 ч. Ч. 1. — 5-е изд. — М.: Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. — 600 с.
2. *Гришин Ю. А.*, *Бакулин В. Н.* Отрывные потери в решетках осевых турбин // Материалы XX Юбилейной Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2017), 24–31 мая 2017 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2017. — С. 423–426.
3. *Grishin Yu. A.*, *Bakulin V. N.* Separating loss in axial-flow-turbine cascades // J. Eng. Phys. Thermophy. — 2020. — V. 93, No. 4. — P. 868–877. — DOI: 10.1007/s10891-020-02189-z.

4. *Grishin Yu. A.*, *Semenchukova V. S.*, *Bakulin V. N.* Numerical Simulation of Wave Processes in a Piston Engine Using Nonstationary Gas Dynamic Functions // Aircraft and Rocket Engine Theory. Russ. Aeronaut. — 2021. — No. 64. — P. 305–313. — DOI: 10.3103/S1068799821020197.
5. *Grishin Yu. A.*, *Bakulin V. N.* New Calculation Schemes Based on the Large_Particle Method for Modeling Gas_Dynamic Problems // Doklady Physics. — 2015. — V. 60, No. 12. — P. 555–558. — DOI: 10.1134/S1028335815120058.
6. *Гришин Ю. А.*, *Семенчукова В. С.* Использование нестационарных газодинамических функций для численного моделирования волновых процессов в поршневом двигателе // Двигателестроение. — 2022. — №4. — С. 28–39. — DOI: 10.18698/jec.2022.4.28-39.
7. *Grishin Yu. A.*, *Bakulin V. N.* Application of Non-Stationary Gas Dynamic Functions for Mathematical Modelling of Gas Dynamic Processes // J. Phys.: Conf. Ser. — 2019. — V. 1392. — 012038. — DOI: 10.1088/1742-6596/1392/1/012038.
8. *Grishin Yu. A.*, *Zenkin V. A.*, *Khmelev R. N.* Boundary Conditions for Numerical Calculation of Gas Exchange in Piston Engines // J. Eng. Phys. Thermophy. — 2017. — V. 90, No. 4. — DOI: 10.1007/s10891-017-1644-4.
9. *Grishin Yu. A.*, *Bakulin V. N.* Dynamic engine charge simulation for unmanned aerial vehicles // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. — 2020. — V. 868. — 01207. — DOI: 10.1088/1757-899X/868/1/012007.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЖЕСТКИХ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ НА БАЗЕ СХЕМ РУНГЕ–КУТТЫ

О. Л. Демидова, А. А. Садаков

МАИ, Москва, Россия

Обыкновенные дифференциальные уравнения являются одним их самых востребованных инструментов моделирования разнообразных физических процессов. Они широко используются, например, в механике при расчете различного рода движений, в сплошных средах при прогнозировании распространения частиц с индивидуальными свойствами, а также в химической кинетике при анализе баланса реагентов. Конкретная прикладная задача сводится к решению дифференциального уравнения произвольного порядка с заданными начальными условиями. Для решения любых дифференциальных уравнений можно применять как точные методы, если вид уравнения позволяет, так и приближенные численные методы, к услугам которых прибегают чаще всего. Точные методы, которые изучаются в курсе дифференциальных уравнений, применяются к очень ограниченному кругу уравнений, позволяют выразить решение дифференциальных уравнений либо через элементарные функции, либо с помощью квадратур от элементарных функций. Одним из основных способов численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений является разностный подход, который заключается в том, что непрерывная область изменения аргумента заменяется равномерной или неравномерной сеткой, а вместо функций непрерывного аргумента рассматриваются сеточные функции. Погрешность, допускаемая при замене дифференциального уравнения разностным аналогом, определяется погрешностью аппроксимации производных и граничных условий.

Методы численного решения дифференциальных уравнений характеризуются, с одной стороны, порядком точности: чем выше порядок, тем надежнее схема решения. С другой стороны, количеством вспомогательных узлов: методы могут быть одношаговыми, когда для нахождения решения в некоторой точке используется

информация только в одной предыдущей точке, а также, многошаговыми, когда используется решение в нескольких предыдущих точках. В свою очередь, методы решения дифференциальных уравнений разделяются на явные рекуррентные схемы бегущего счета и на неявные схемы, которые требуют привлечения дополнительных методов, например, решения трансцендентных уравнений.

Целью нашей работы является создание комплекса программ для решения систем дифференциальных уравнений и ее дальнейшая отладка на модельных задачах. Но прежде, чем приступить к работе, стоит рассмотреть уже готовые программные продукты. Наиболее популярным решением считается программа Matlab, дорогая, мощная, лицензионная, имеющая свой встроенный язык программирования, предоставляющая утилиты не только для решения ОДУ. Другие программы и библиотеки как Intel ODE Solvers Library, GNU Scientific Library (GSL), DotNumerics, SMath Studio, WolframAlpha в основном работают по принципу черного ящика, не показывают высоких порядков точности, и мало приспособлены для решения жестких уравнений. Поэтому было принято решение о создании собственной программы для решения ОДУ с применением одношаговых методов Рунге–Кутты разного порядка и многошаговых методов типа Адамса или Куртиса–Хиршфельдера. Безусловно, в этот программный комплекс должны входить различные явные и неявные методы решения ОДУ, графический пользовательский интерфейс, парсер математических выражений и многое другое.

Явные методы Рунге–Кутты относятся к наиболее простым в реализации алгоритмам решения обыкновенных дифференциальных уравнений и систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Расчет организован на базе нижней треугольной матрицы Бутчера [1–3] с нулевыми диагональными коэффициентами. Вспомогательные коэффициенты многоэтапных схем вычисляются последовательно, что позволяет организовать сквозные маршевые вычисления неизвестных функций. В программу было включено 18 явных схем Рунге–Кутты, порядок точности которых варьировался от 1 до 6. Для контроля и оптимизации шага интегрирования в программу были добавлены еще 9 вложенных методов Рунге–Кутты, которые обеспечивают расчеты порядками до четвертого и кроме основного решения содержат выражения для вспомогательного решения более высокого порядка. Заметим, что явные методы являются условно устойчивыми, работа с ними сильно зависит от размера шага интегрирования и для достижения заданной точности требуется или достаточно мелкий шаг интегрирования или процедура повторного вычисления с контролем типа Рунге–Ромберга. В отдельный класс следует выделить жесткие системы уравнений, которые моделируют процессы, для которых характерно описание функциями двух видов: функциями с большими по модулю производными и функциями с малыми по модулю производными, причем функции с большими производными быстро убывают. Такие задачи часто встречаются при исследовании динамических систем в химической кинетике, электротехнике, в механике сплошной среды, при исследовании работы ядерного реактора и т. д. Для решения любых даже жестких ОДУ в программу включены устойчивые относительно шага интегрирования схемы, основанные на плотно заполненных матрицах Бутчера

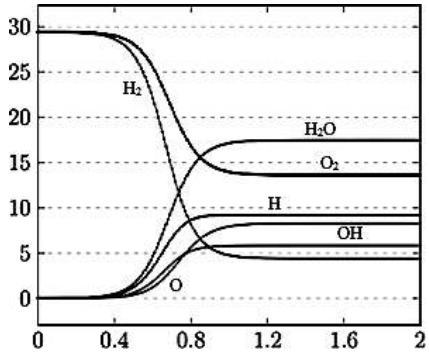


Рис. 1. Распределение мольно-массовых концентраций

(17 схем), гарантирующих расчеты до 6 порядка точности. Кроме того, в программу включены, 5 диагональных схем до 4 порядка, а также неявные многошаговые методы (8 схем), применяемые для сокращения времени расчета на завершающих стадиях расчетов. Неявные методы требуют привлечения итерационных методов для решения систем нелинейных уравнений и уступают в скорости явным методам, но подходят для решения любых задач.

Итак, в программу вошли классические алгоритмы численных методов, такие как методы матричной алгебры, включая методы определения собственных чисел, итерационные методы решения систем нелинейных уравнений, методы решения нелинейных и т. д. [4–7]. Для создания программы использовался язык программирования C++, фрейморк QT и система сборки проектов CMake. Проверка программы выполнена на ряде типовых примеров, включающих как жесткие системы дифференциальных уравнений типа уравнений Ван дер Поля с разными коэффициентами жесткости.

В качестве примера приведем задачу изобарического воспламенения газовой смеси в равновесной постановке. В расчете используем 6 веществ, среди которых протекают пять двухкомпонентных химических реакций [8]:

$$\mathrm{H_2 + O_2 \rightleftarrows 2OH},$$
$$\mathrm{H + O_2 \rightleftarrows OH + O},$$
$$\mathrm{H_2 + OH \rightleftarrows H_2O + H},$$
$$\mathrm{H_2 + O \rightleftarrows OH + H}.$$

Система уравнений, описывающая изменение во времени мольно-массовых концентраций компонентов γ_i, $i = 1, \ldots, 6$ при температуре $T = 2300$ K и давлении $P = 1$ атм имеет вид:

$$\frac{d\gamma_i}{dt} = \frac{1}{\rho}\left(\overrightarrow{W}_j(\rho, T, \gamma_1, \ldots, \gamma_6) - \overleftarrow{W}_j(\rho, T, \gamma_1, \ldots, \gamma_6)\right), \quad j = 1, \ldots, 5.$$

Коэффициент жесткости такой системы при заданной температуре составил $k = 10^6$, поэтому тестирование программы было выполнено для разных неявных схем Рунге–Кутты. Самым быстрым оказался неявный метод Рунге–Кутты 6 порядка [3], который выполнил расчет выхода газовой смеси в состояние равновесия за 92 мс.

Подведем итоги. В программе реализована большая коллекция схем Рунге–Кутты разного порядка, предусмотрена возможность дополнения новыми расчетными схемами, в частности более высокого порядка, выполнено тестирование. В дальнейшем планируется доработка модуля химической кинетики. Представленную программу вполне можно применять для расчета уравнений химической кинетики в учебных лабораториях для освоения курса «Численные методы».

1. *Butcher J. C.* Numerical Methods for Ordinary Differential Equations. — John Wiley & Sons, 2008. — 484 p.
2. *Хайрер Э.*, *Нерсетт С.*, *Ваннер Г.* Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. — М.: Мир, 1990. — 512 с.
3. *Хайрер Э.*, *Нерсетт С.*, *Ваннер Г.* Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. — М.: Мир, 1990. — 685 с.
4. *Гидаспов В. Ю.*, *Иванов И. Э.*, *Ревизников Д. Л. и др.* Численные методы. Сборник задач: Учебное пособие для студ. втузов. — М.: Дрофа, 2001. — 144 с.
5. *Пирумов У. Г.* Численные методы: Учебное пособие для студ. втузов. — 3-е изд. — М.: Дрофа, 2004. — 224 с.
6. *Демидова О. Л.*, *Малинина Н. Л.* Решение систем линейных алгебраических уравнений, алгебраических и трансцендентных уравнений в электронных таблицах. — М.: Изд-во МАИ, 2017. — 48 с.

7. *Демидова О. Л.*, *Малинина Н. Л.* Нелинейные системы. Теория приближения функций. Практика вычислений в электронных таблицах. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — 48 с.
8. *Гидаспов В. Ю.*, *Северина Н. С.* Некоторые задачи физической газовой динамики. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — 196 с.

ЛОКАЛЬНОЕ ЭНЕРГОВЛОЖЕНИЕ В СВЕРХЗВУКОВОЙ ПОТОК ГАЗА ПЕРЕД ДИФФУЗОРОМ*

Ю. В. Добров, В. А. Лашков, М. Е. Ренев, И. Ч. Машек, Р. С. Хоронжук

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

Активное управление сверхзвуковыми потоками при помощи локального энерговложения является важной задачей современной плазменной аэродинамики в связи с поиском перспективных методов управления летательными аппаратами, а также возможностью улучшения аэродинамики и уменьшения тепловых нагрузок на поверхность летательного аппарата. Локальное энерговложение в сверхзвуковой поток газа позволяет воздействовать на характер обтекания различных тел: уменьшать коэффициент лобового сопротивления, увеличивать коэффициент подъемной силы, тем самым увеличивая аэродинамическое качество; проводить интенсификацию перемешивания, смену режима течения в пограничном слое. Вклад энергии при этом осуществляется различными типами разрядов, например, с использованием СВЧ-разряда или лазерно-инициированного оптического пробоя. В зависимости от вида разряда можно получать необходимые геометрические конфигурации возмущенной области газа для изучения различных физических явлений.

В данной работе проделано численное и экспериментальное исследование изменения давления торможения в канале диффузора после лазерного оптического пробоя в набегающем сверхзвуковом потоке газа, проведено сравнение результатов расчета и эксперимента.

1. *Стариковский А. Ю.*, *Александров Н. Л.* Управление газодинамическими потоками с помощью сверхбыстрого локального нагрева в сильнонеравновесной импульсной плазме // Физика плазмы. — 2021. — Т. 47, №2. — С. 126–192.

ЦЕЛОСТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ**

И. В. Егоров[1,2]

[1]*МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия;*
[2]*ЦАГИ, Жуковский, Московская обл., Россия*

При низком уровне внешних возмущений ламинарно-турбулентный переход (ЛТП) в пограничном слое на аэродинамически гладкой поверхности развивается по так называемому модальному сценарию: внешние возмущения возбуждают моды

*Исследование выполнено при поддержке Российского Научного Фонда (проект №23-19-00241). При расчетах использовались компьютерные ресурсы, предоставленные РЦ «Вычислительный центр СПбГУ».

**Работа выполнена при поддержке гранта РНФ №21-19-00307.

пограничного слоя с малыми начальными амплитудами (стадия восприимчивости); неустойчивые моды экспоненциально растут вниз по потоку в соответствии с линейной теории устойчивости (линейная стадия развития неустойчивости); когда амплитуда возмущения достигает пороговый уровень, начинается его нелинейный распад, который связывают с началом ламинарно-турбулентного перехода (x_t). В окрестности сечения x_t, как правило, рождаются турбулентные пятна. Развиваясь вниз по потоку, пятна растут и сливаются между собой. Этот процесс заканчивается в сечении $x = x_T$, начиная с которого течение всюду является турбулентным. В инженерной практике участок $x_t < x < x_T$ называют областью ЛТП.

Большинство теоретико-расчетных методов сосредоточено на предсказании начала ЛТП. Среди них наиболее распространен эмпирический e^N-метод [1], который коррелирует интегральный рост неустойчивых возмущений (N-фактор) с точкой начала перехода. Чтобы уменьшить эмпиризм e^N-метода, Мэк [2] предложил амплитудный метод, который устраняет эти недостатки. Начало ЛТП предсказывается с помощью амплитудного критерия. Дальнейшее развитие амплитудного метода представлено, например, в работе [3].

Акустические волны, излучаемые турбулентным пограничным слоем на стенках сопла аэродинамической трубы, являются основным источником внешних возмущений, инициирующих ЛТП на испытуемых моделях [4]. Аналогичная ситуация возникает на крыле сверхзвукового самолета, которое облучается акустическими волнами от турбулентного пограничного слоя на передней части фюзеляжа. Поэтому актуальна задача о моделировании ЛТП в сверхзвуковом пограничном слое под действием акустических возмущений набегающего потока. В настоящей работе рассматривается возбуждение и развитие неустойчивых волн первой моды на пластине при числе Маха набегающего потока $M_\infty = 3$ температуре стенки близкой к адиабатической и числе Рейнольдса $Re_\infty = 2 \cdot 10^7$, что типично для натурного сверхзвукового полета. Исследование проводится методом прямого численного моделирования основных стадий ЛТП, включая возбуждение, развитие и нелинейный распад неустойчивости вплоть до рождения турбулентности. Рассматриваются два режима обтекания верхней поверхности пластины: угол атаки $AoA = 0°$, когда акустическая волна взаимодействует со слабым скачком уплотнения, обусловленным вязко-невязким взаимодействием; угол атаки $AoA = 5°$, когда акустическая волна взаимодействует с веером волн разрежения, исходящим от передней кромки пластины. В обоих случаях переход обусловлен возбуждением и развитием конвективно-неустойчивых волн первой моды по классификации Мэка [5].

Основные цели работы: выполнить целостное численное моделирование всех стадий перехода вплоть до рождения турбулентности, оценить возможность практической реализации амплитудного метода для предсказания начала перехода.

1. *Smith A. M. O.*, *Gamberoni A. H.* Transition, Pressure Gradient and Stability Theory. Douglas Aircraft Co., Rept. ES26388, El Segundo, CA, Aug. 1956.
2. *Mack L. M.* Transition and Laminar Instability. NASA-CP-153203, Jet Propulsion Lab., Pasadena, Calif., May 15, 1977.
3. *Fedorov A.* Applications of the Mack Amplitude Method to Transition Predictions in High-Speed Flows // NATO Science and Technology Organization RTO-MP-AVT-200. — 2012. — Paper No. 6. — P. 6-1–6-30.
4. *Pate S. R.* Effects of wind tunnel disturbances on boundary-layer transition with emphasis on radiated noise: A review // AIAA Paper. — 1980. — No. 80-0431.
5. *Mack L. M.* Boundary-layer stability theory. Part B. Doc. 900-277, JPL, Passadena, California, May 1969.

РАСШИРЕНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ГЕНЕРАЦИИ ДВУМЕРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ДЛЯ ОТКРЫТОГО ПАКЕТА GMSH*

М. К. Ермаков

ИПМех РАН, Москва, Россия

Пакет генерации пространственных сеток Gmsh является одним из наиболее функционально продвинутых и активно развиваемых открытых пакетов [1–3]. Преимуществами его для академического круга являются его общедоступность и возможность индивидуального и совместного общественного развития. Пакет Gmsh позволяет строить в автоматическом режиме неструктурированные сетки для сложных геометрий [4, 5], в том числе, объемом до 1 млрд тетраэдров для суперкомпьютерных вычислений [6, 7].

Построение более привлекательных для вычислительной гидродинамики структурированных сеток на основе треугольных призм и гексаэдров требует определенного объема ручной работы по разбиению областей на структурные элементы для построения сетки с использованием трансфинитного преобразования. Упрощение разбиения областей на структурные элементы возможно с использованием операции выталкивания (экструзии) вдоль вектора, по углу, вдоль траектории или выталкивания пограничного слоя. Gmsh позволяет создавать пограничные слоя либо двумерные на основе граничных геометрических кривых, либо двумерные и трехмерные пограничные слои на основе одномерных сеток на кривых или поверхностных сеток, соответственно. Естественно, сетки первого типа позволяют создавать пограничные слои более высокого качества.

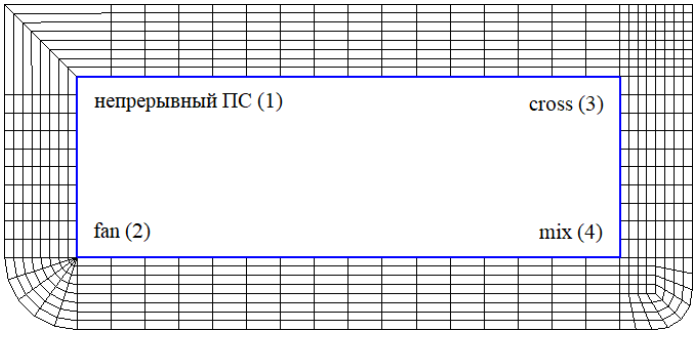


Рис. 1. Исходные элементы пограничного слоя (слева) и новые (справа)

В данной работе были расширены возможности создания переходных элементов в вершинах кривых пограничного слоя. В существующей версии пакета пограничный слой (рис. 1) либо предполагается непрерывным в вершине (1), либо строится переходной веер (2). Модификация алгоритмов позволила дополнить переходные участки прямолинейным пересечением (3) и закругленным пересечением (4). Для остроугольных элементов геометрии объектов (рис. 2) были дополнительно разработаны продолжение сетки пограничного слоя (5) или пропуск переходного элемента (6). На рис. 3 показаны элементы пограничных слоев для реалистичных крыла с закрылком с использованием элементов 3 и 4 на острых концах объектов.

*Работа выполнена по теме государственного задания (номер госрегистрации АААА-А20-1200116900135-5).

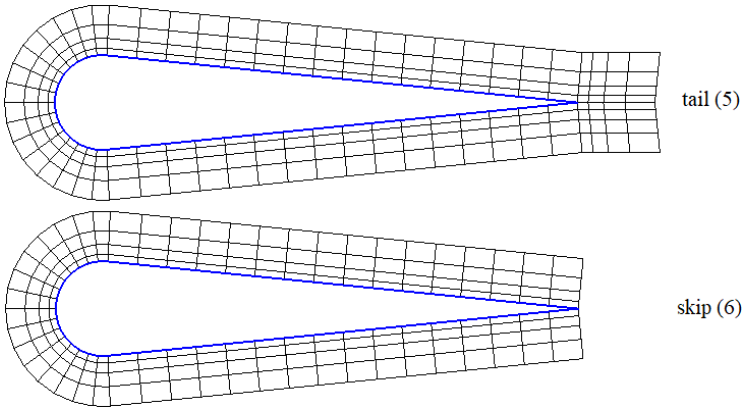


Рис. 2. Новые элементы пограничного слоя для острых концов геометрии объектов

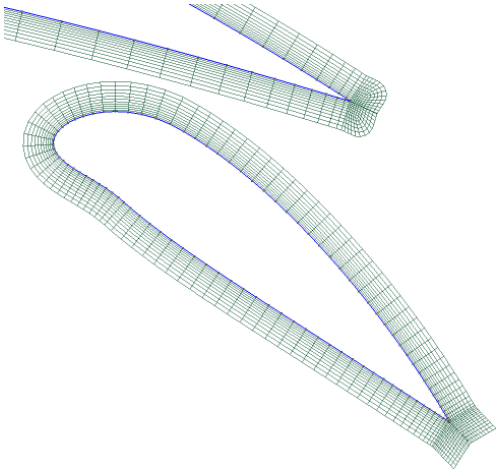


Рис. 3. Элементы подробных пограничных слоев для крыла с закрылком

Предложенные и реализованные алгоритмы на базе открытого пакета Gmsh позволят создавать существенно более качественные пограничные слои для двумерных геометрий, в том числе для задач обтекания в механике жидкости и газа.

1. *Geuzaine G.*, *Remacle J. F.* Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities // Int. J. Numer. Methods Engineering. — 2009. — V. 79(11). — P. 1309–1331.
2. *Marot C.*, *Pellerin J.*, *Remacle J. F.* One machine, one minute, three billion tetrahedral // Int. J. Numer. Methods Engineering. — 2019. — V. 117(9). — P. 967–990.
3. Gmsh. — URL: `http://gmsh.info`.
4. *Ермаков М. К.*, *Крючкова А. С.* Генерация неструктурированных тетраэдральных сеток для обтекания летательных аппаратов на основе открытых пакетов // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2020. — 21(2). — URL: `http://chemphys.edu.ru/issues/2020-21-2/articles/897/`.
5. *Ермаков М. К.*, *Крюков И. А.* Верификация и валидация аэродинамических расчетных комплексов на примере задачи обтекания острых и затупленных конусов // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2021. — Т. 22(4). — URL: `http://chemphys.edu.ru/issues/2021-22-4/articles/944/`.

6. *Ермаков М. К.* Генерация тетраэдральных сеток для суперкомпьютерного моделирования обтекания аэрокосмических объектов // Вычислительные методы и программирование. — 2020. — Т. 21. — С. 341–349.
7. *Ermakov M. K., Kryukov I. A.* Supercomputer modeling of flow past hypersonic flight vehicles / J. Phys.: Conf. Ser. — 2017. — V. 815. — 012016.

ОРГАНИЗАЦИЯ ГОРЕНИЯ УГЛЕВОДОРОДНОГО ТОПЛИВА В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ В ДВУХ СМЕЖНЫХ СЕКЦИЯХ ПОСТОЯННОГО СЕЧЕНИЯ КАНАЛА ПРИ УПРАВЛЕНИИ ТЕПЛОГАЗОДИНАМИЧЕСКИМИ ИМПУЛЬСАМИ*

В. П. Замураев, А. П. Калинина

ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия

Организация горения углеводородных топлив в сверхзвуковом потоке в канале переменного сечения продолжает привлекать внимание исследователей. Численное исследование является эффективной альтернативой дорогостоящему натурному эксперименту. В [1] экспериментально исследован способ организации горения в канале, состоящем из сверхзвукового сопла, создающего сверхзвуковой поток на входе примыкающей к нему секции постоянного сечения, которая, в свою очередь, переходит в другую секцию постоянного сечения, обладающую большим диаметром. Истечение происходит в атмосферу. В первой секции постоянного сечения (в дальнейшем первой секцией постоянного сечения будем называть секцию, примыкающую к соплу, второй секцией — ту, которая содержит выход из канала) горение организовано с помощью серии газодинамических импульсов, которые воспламеняют газообразное углеводородное топливо, вытекающее из осевого инжектора, отверстие которого находится в плоскости сечения, соединяющего сверхзвуковое сопло и первую секцию. Перед внезапным расширением, или, другими словами, перед входом во вторую секцию постоянного сечения, из боковой стенки также подается газообразное топливо. Это топливо, текущее вдоль стенки, также начинает гореть, воспламеняясь в серии скачков уплотнения, вызванных необходимостью восстановления давления до атмосферного. Выполнено численное моделирование данного процесса для двух видов топлива, подаваемого из боковой стенки вблизи внезапного расширения. Сверхзвуковое сопло на выходе генерирует поток с числом Маха $M = 2{,}2$, первая секция имеет диаметр 50 мм; вторая секция — 90 мм, длина обеих секций приближенно равна 500 мм. В качестве математической модели течения используется система нестационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса с k–ε-моделью турбулентности и уравнений упрощенной химической кинетики с брутто-реакциями (для керосина и водорода) из базы данных ANSYS Fluent. Для производства турбулентной кинетической энергии используется ограничитель со значением константы Production Limiter Clip Factor = 1. В первом случае в качестве газообразного топлива используется мономолекулярный газ с эффективной химической формулой $C_{12}H_{23}$ (оно же в обоих случаях подается из осевого инжектора, при горении его образуется диоксид углерода и углекислый газ), во втором случае — водород. В [3] для этих видов топлив исследовано горение во второй секции постоянного сечения при отсутствии горения в первой секции.

*Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2021–2023 гг. (проект №121030500157-3).

Показано, что если при горении водорода давление на всем протяжении второй секции фактически восстанавливается до атмосферного, то для углеводородного топлива воспламенение и горение происходит значительно ниже по потоку.

При горении во второй секции канала углеводородного топлива, поданного через кольцевую щель, была осуществлена еще его подача через осевой инжектор, расположенный в начале первой секции. В отсутствие дросселирования потока в канале сжатым воздухом углеводородное топливо не воспламенялось. При подаче газодинамических импульсов ($6 \cdot 10^5$ Па) оно воспламеняется, после чего распределение осредненного давления на стенке вдоль канала принимает вид, показанный на рис. 1. Приведено сравнение расчетного распределения относительного давления с экспериментальным распределением (*1* — расчет, *2* — эксперимент). Осреднение расчетных данных выполнено на основе разработанной ранее процедуры [8]. Данные эксперимента (предоставлены В. Л. Крайневым) нанесены на кривую (*2*) черными кружками.

В дальнейшем при подаче газодинамических импульсов горение распространялось вверх по потоку вплоть до топливного инжектора. После этого их подача прекращалась. Давление в газогенераторе дросселирующей струи устанавливалось равным $2{,}5 \cdot 10^5$ Па. В результате интенсивность горения углеводородного топлива в секции постоянного сечения резко снижалась, давление падало. Аналогичное исследование выполнено при боковой подаче водорода перед расширением канала и получена несколько иная картина.

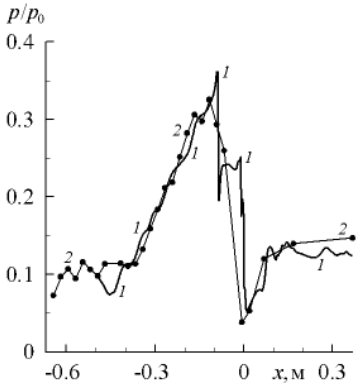


Рис. 1. Сравнение осредненного расчетного распределения давления на стенке канала (кривая *1*) с экспериментальным (кривая *2*)

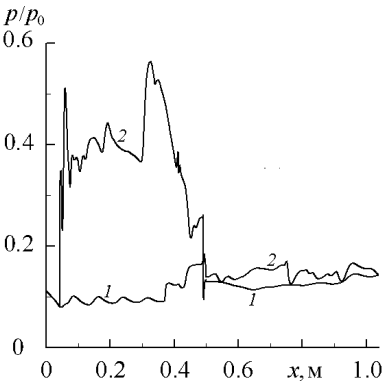


Рис. 2. Мгновенные распределения давления вдоль стенки канала при боковой подаче водорода: *1* — без подачи газодинамических импульсов; *2* — при подаче газодинамических импульсов

Давление торможения подаваемого водорода равно $2 \cdot 10^5$ Па. Мгновенные распределения давления вдоль стенки канала при боковой подаче водорода показаны на рис. 2. Кривая *1* соответствует случаю, когда нет подачи газодинамических импульсов и нет воспламенения углеводородного топлива, подаваемого вдоль оси, кривая *2* соответствует случаю подачи газодинамических импульсов и горению углеводородного топлива. Видно, что давление после внезапного расширения приближенно равно атмосферному давлению, что не наблюдается при боковой подаче углеводородного топлива. Рассмотрена также боковая подача водорода под давлением $6 \cdot 10^5$ Па. Она вводилась после трех газодинамических импульсов длительностью 0,34 мс (интенсивность импульса $6 \cdot 10^5$ Па, скважность 2).

Мгновенные распределения давления вдоль стенки канала при боковой подаче водорода на рис. 2: *1*, *2* — без и с подачей газодинамических импульсов соответственно. На рис. 3 для режима после подачи водорода под давлением $6 \cdot 10^5$ Па показано распределение числа Маха. Видно, что псевдоскачковый режим сохраняется вплоть до подхода фронта горения к инжектору ($x = 0$).

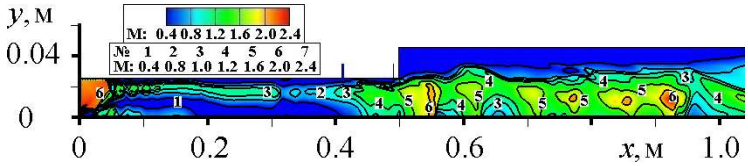


Рис. 3. Мгновенное распределение числа Маха при боковой подаче водорода при давлении торможения $6 \cdot 10^5$ Па при отключенной подаче газодинамических импульсов

Таким образом, показано, что при боковой подаче углеводородного топлива его горение происходит на некотором расстоянии от внезапного расширения канала, а при боковой подаче водорода горение последнего начинается непосредственно за внезапным расширением, независимо от того, есть ли горение в первой секции постоянного сечения или нет. При отключении подачи теплогазодинамических импульсов режим, близкий к псевдоскачковому, сохраняется только в случае боковой подачи водорода.

1. *Третьяков П. К.* Организация эффективного горения керосина в канале при больших числах Маха // Физика горения и взрыва. — 2020. — Т. 56, №3. — С. 42–47.

О НЕОБХОДИМОСТИ УЧЕТА СТОЛКНОВЕНИЙ КАПЕЛЬ ПРИ РАСЧЕТЕ ПАРАМЕТРОВ ГАЗОЖИДКОСТНЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ СТРУЙ

Ю. В. Зуев

МАИ, Москва, Россия

В различных областях техники широко используются двухфазные турбулентные струйные течения, непрерывной фазой которых является газ, а дискретной фазой — жидкие частицы (капли). Газокапельные струи находят применение, например, при распыливании топлива в камерах сгорания тепловых двигателей, в проточных химических реакторах, установках пожаротушения, поливальных сельскохозяйственных установках.

В газожидкостных турбулентных струях при определенных условиях возможны коагуляция и дробление капель. Несмотря на большое количество публикаций, посвященных столкновениям частиц, влияние коагуляции и дробления капель на параметры газокапельных струй изучено недостаточно полно — отсутствуют количественные данные о влиянии этих явлений на скорости фаз, объемную концентрацию капель и дальность струи. Результаты проведенного исследования позволяют определить значения суммарной объемной концентрации капель в начальном сечении газокапельной струи, при которых необходимо использовать математические модели двухфазной струи с учетом коагуляции и дробления капель. Полученная при этом информация имеет теоретическое и практическое значение.

Методом исследования является математическое моделирование с использованием разработанной математической модели газожидкостной полидисперсной турбулентной струи, уравнения которой записаны с учетом столкновения капель. Эта

модель включает осредненные по пространству и времени уравнения баланса массы и количества движения фаз, уравнение, описывающее изменение диаметра капель в результате их взаимодействия, уравнения состояния фаз и уравнение, связывающее объемные концентрации газа и капель. Описание движения обеих фаз проводится в переменных Эйлера. Пространственное осреднения выполняется по методу Р. И. Нигматулина [1], а временное осреднение — по методу О. Рейнольдса [2]. На заключительном этапе вывода уравнений двухфазной струи проводится оценка порядка членов полученных осредненных уравнений с учетом особенностей струйного пограничного слоя, так же, как это делается при выводе уравнений Рейнольдса однофазных турбулентных течений [2]. В связи с тем, что турбулентные струйные течения являются автомодельными и подобными, для моментов корреляции пульсационных параметров фаз, входящих в осредненные уравнения, используются алгебраические выражения [3]. Пульсационные скорости фаз, необходимые для расчета их моментов корреляции, рассчитываются с помощью модели [4]. Расчет коагуляции и дробления капель проводится методом Лагранжа [5].

Выполненная валидация разработанной математической модели показала, что эта математическая модель двухфазной струи удовлетворительно описывает изменение параметров фаз в реальной струе.

Для того чтобы выявить, как влияет начальная объемная концентрация капель $\alpha_{f\Sigma 0}$ (здесь и далее индексом «0» обозначаются параметры фаз в начальном сечении струи) на изменение параметров газокапельной струи при протекании в ней процессов коагуляции и дробления капель, с использованием разработанной математической модели были проведены расчеты такой струи при условии, что непрерывной фазой является воздух, а дискретной фазой — капли воды, которые объединены в 5 классов с характерными диаметрами $D_f = 10$, 30, 50, 70 и 90 мкм (индексом «f» обозначаются параметры капель, параметры газа индексов не имеют). В начальном сечении струи скорости капель всех классов u_{f0} принимались равными 80 м/с, скорость газа u_0 — 100 м/с, температуры газа T_0 и капель T_{f0} — 300 К. Считалось, что струя истекает из сопла диаметром $50 \cdot 10^{-3}$ м в неподвижный воздух с температурой $T_e = 300$ К и давлением $p = 10^5$ Па. Расчеты проводились для четырех значений суммарной объемной концентрации капель в начальном сечении струи: 10^{-4}, $5 \cdot 10^{-4}$, 10^{-3} и $5 \cdot 10^{-3}$. При этом соотношение между начальными объемными концентрациями капель α_{f0} выделенных пяти классов сохранялось неизменным: 1:2:4:2:1. Поперечные поля в начальном сечении струи принимались равномерными.

Анализ результатов расчетов, проведенных с учетом взаимодействия капель и без их учета, позволил выделить три диапазона изменения концентрации $\alpha_{f\Sigma 0}$, в которых соударения капель различным образом влияют на параметры газокапельной струи.

При величине этой концентрации, не превышающей 10^{-4}, взаимодействие капель не влияет на параметры двухфазной струи.

В диапазоне концентрации капель $\alpha_{f\Sigma 0}$ от $5 \cdot 10^{-4}$ до 10^{-3} в струе протекает коагуляция капель, приводящая к увеличению размеров капель всех выделенных классов (за исключением первого) и увеличению концентрации крупных капель при уменьшении концентрации мелких капель. Интенсивность коагуляции капель увеличивается при увеличении начального значения их суммарной объемной концентрации. При этом коагуляция капель не оказывает влияния на изменение скорости газа в струе $\overline{u}_m$ и приводит к незначительному изменению (до 6%) скоростей капель выделенных классов $\overline{u}_{fm}$. Индексом «m» обознаются параметры фаз на оси струи, чертой сверху — безразмерные скорости (по отношению к скорости газа).

Результаты расчета газокапельных струй при $\alpha_{f\Sigma 0} = 5 \cdot 10^{-3}$ существенного отличаются от результатов расчетов при меньших значениях начальной концентрации капель. В этом случае столкновение капель размером 10–50 мкм заканчивается их коагуляцией, а при взаимодействии капель размером 70–90 мкм с более мелкими каплями возможна как коагуляция, так и дробление этих капель. При этом столкновения капель оказывают существенное влияние на все параметры струи: при учете взаимодействия капель увеличиваются размер капель (на 200%) и их коэффициенты скольжения (на 10%), уменьшается дальность струи, определенная по половине скорости газа на оси струи (на 39%).

С учетом изложенного можно дать следующие рекомендации при разработке математических моделей газокапельных струй. При суммарной объемной концентрации капель в начальном сечении струи, меньшей 10^{-4}, соударение капель учитывать не нужно. В диапазоне изменения этой концентрации от $5 \cdot 10^{-4}$ до 10^{-3} можно пренебречь соударениями капель, если в решаемой задаче важны динамические характеристики струи, а изменение размера и концентрации капель является второстепенным. В случае $\alpha_{f\Sigma 0} \geq 5 \cdot 10^{-3}$ математическая модель газокапельной струи должна составляться с учетом коагуляции и дробления капель. Полученные результаты уточняют приведенные в работе [6] рекомендации по выбору математических моделей двухфазных течений, адекватных реальным течениям.

1. *Нигматулин Р. И.* Динамика многофазных сред: в 2 ч. — М.: Наука, 1987. Ч. 1. — 464 с.
2. *Хинце И. О.* Турбулентность, ее механизм и теория. — М.: Физматгиз, 1963. — 680 с.
3. *Зуев Ю. В.* Об использовании критерия Стокса при математическом моделировании двухфазных струйных течений // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. — 2019. — Т. 161, кн. 3. — С. 341–354. — DOI: 10.26907/2541-7746.2019.3.341-354.
4. *Зуев Ю. В.*, *Лепешинский И. А.*, *Решетников В. А.*, *Истомин Е. А.* Выбор критериев и определение их значений для оценки характера взаимодействия фаз в двухфазных турбулентных струях // Вестн. МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. Машиностроение. — 2012. — №1. — С. 42–54.
5. *Стернин Л. Е.* Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. — М.: Машиностроение, 1974. — 212 с.
6. *Elghobashi S.* Particle-laden turbulent flows: direct simulation and closure models // Appl. Sci. Res. — 1991. — V. 48, No. 3–4. — P. 301–314. — DOI: 10.1007/BF02008202.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОФАЗНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ОБЛАСТЯХ СО СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМОЙ

И. Э. Иванов[1,2]***, И. А. Крюков***[3]

[1]*МАИ, Москва, Россия;* [2]*МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия;*
[3]*ИПМех РАН, Москва, Россия*

Необходимость в проведении численного моделирования течений многофазной среды возникает во многих технических приложениях, а также при изучении природных явлений. Очень часто в расчетах необходимо учитывать скоростную неравновесность фаз, т. е. разные скорости движения компонент разных фаз. Еще одним существенным фактором, который необходимо учитывать в разных приложениях, является наличие областей течения двухфазных сред с большими объемными долями каждой фазы. Все это приводит к необходимости использования при численном моделировании двухжидкостной модели, описывающей динамику многофазной

среды (часто с возможностью определения траекторий крупных капель и их взаимодействия с «сухими» стенками канала или жидкими пленками на стенках).

В настоящее время в рамках общего подхода к описанию динамики многофазных сред, основанного на взаимопроникающих многоскоростных континуумах, предложено несколько работоспособных математических моделей [1, 2]. В работах [3–5] математическая модель из [2] применялась для расчетов двухфазных (газ, жидкость) течений с большим объемным содержанием фаз и течений, в которых необходимо учитывать границы раздела фаз.

Современный этап развития моделирования многофазных течений связан с разработкой подхода, при котором описание движения многофазной среды в полной мере реализуется подход многоскоростных, многотемпературных взаимопроникающих континуумов [1–4], где каждая фаза описывается набором уравнений, выражающих законы сохранения массы, импульса и энергии для парциальных величин и в областях сложной геометрической формы.

В настоящей работе описывается разработанный численный алгоритм моделирования двухфазных (жидкость–газ, твердая фаза—газ) течений в соплах и каналах на основе вышеописанного комплексного подхода. Используется система уравнений (1), предложенная Drew и доработанная Bayer и Nunziato [2], а так же Saurel и Abgrall [3].

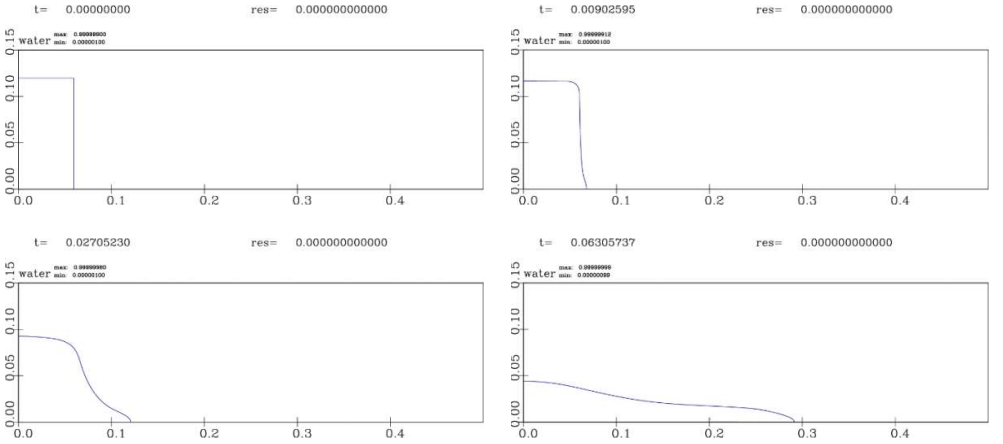


Рис. 1. Растекание водного столба под действием силы тяжести

Система, описывающая двумерное плоское или осесимметричное нестационарное течение двухфазной среды, приведена в [4, 5], там же эта система аппроксимируется с использованием метода Годунова повышенного порядка точности на декартовых расчетных сетках, в котором задача Римана решается методом HLL (HLLC [6]). Для расчета многофазных течений в областях сложной геометрической формы разработан новый расчетный комплекс, позволяющий проводить расчеты на криволинейных регулярных сетках с «вырезами». Для иллюстрации возможностей разработанного расчетного комплекса приведено решение следующих задач:

— растекание водного столба под действием силы тяжести рис. 1;

— дифракция ударной волны в канале на прямоугольной области более плотного газа рис. 2.

На рис. 1 представлено поле плотности в различные моменты времени при растекании водяного столба расположенного в левом нижнем углу рисунка, остальное пространство занято воздухом. Вектор силы тяжести направлен вертикально вниз.

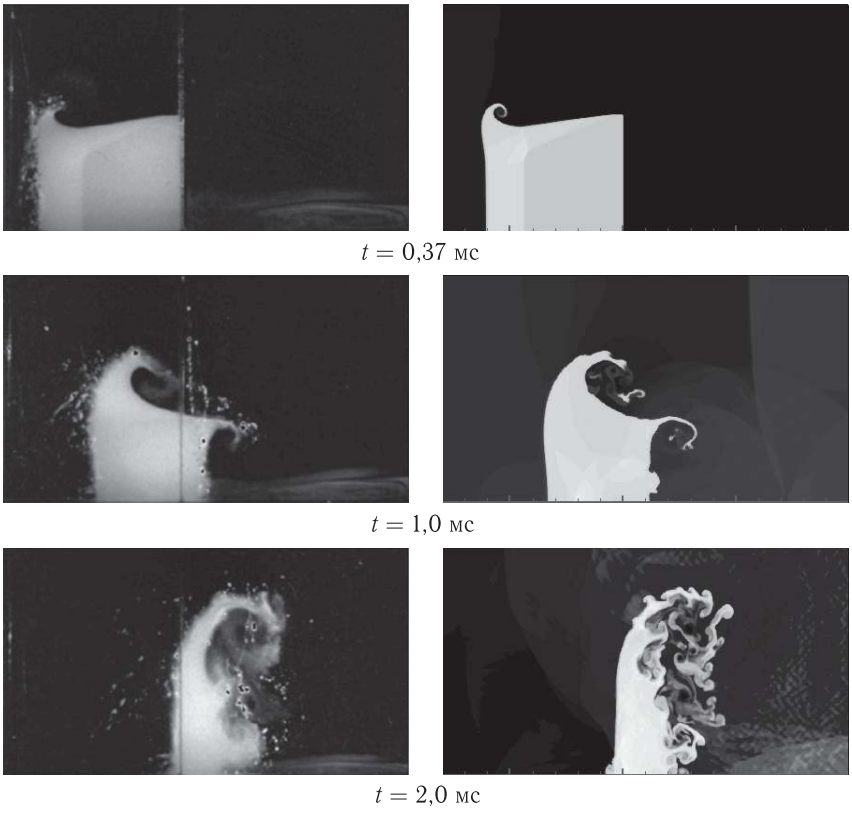


Рис. 2. Левый рисунок — Эксперимент [7], правый — расчет

На рис. 2 представлены результаты решения задачи о взаимодействии ударной волны $M = 1{,}26$ в воздухе ($P = 1$ атм) с прямоугольным препятствием из плотного газа SF_6 ($P = 1$ атм). Экспериментальные результаты приведены в работе [7].

1. *Нигматулин Р. И.* Динамика многофазных сред. Ч. 1. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. — 464 с.
2. *Baer M. R.*, *Nunziato J. W.* A two-phase mixture theory for the deflagration-to-detonation transition (DDT) in reactive granular materials // Int. J. Multiphase Flow. — 1986. — V. 12, No. 6. — P. 861–889.
3. *Abgrall R.*, *Saurel R.* Discrete equations for physical and numerical compressible multiphase mixtures // J. Comput. Phys. — 2003. — V. 186. — P. 361–396.
4. *Иванов И. Э.* Численное моделирование многофазных течений с большим содержанием дисперсной фазы // Вестник МАИ. — 2009. — Т. 16, №2. — С. 62–70.
5. *Иванов И. Э.*, *Крюков И. А.* Численный алгоритм моделирования двухфазных течений, содержащих границы раздела фаз // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2012. — Т. 13, вып. 4. — URL: `http://chemphys.edu.ru/issues/2012-13-4/articles/369/`.
6. *Schwendeman D. W.*, *Wahle C. W.*, *Kapila A. K.* The Riemann problem and a high-resolution Godunov method for a model of compressible two-phase flow // Journal of Computational Physics. — 2006. — V. 212. — P. 490–526.
7. *Thornber B.*, *Drikakis D.*, *Youngs D.* Large-eddy simulation of multi-component compressible turbulent flows using high resolution methods // Computers & Fluids. — 2008. — V. 37, Issue 7. — P. 867–876.

МОДЕЛИ РЕГРЕССИИ ДЛЯ РАСЧЕТА ПОУРОВНЕВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ СКОРОСТИ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ЭНЕРГООБМЕНОВ*

А. А. Исаков, М. Ю. Мельник, В. И. Гориховский

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

Для описания колебательно-неравновесных течений существует ряд подходов, среди которых одним из наиболее детальных и перспективных является поуровневый подход [1]. Он применяется, когда характерные времена релаксации удовлетворяют соотношению

$$\tau_{\text{el}} \leq \tau_{\text{rot}} \ll \tau_{\text{vibr}} < \tau_{\text{react}} \sim \theta.$$

Здесь τ_{el}, τ_{rot}, τ_{vibr}, τ_{react} — времена релаксации поступательных, вращательных, колебательных степеней свободы и характерное время химических реакций, θ — характерное время изменения макропараметров течения. Главная особенность и основное преимущество данного подхода заключается в рассмотрении каждого колебательного состояния молекулы как отдельного сорта частиц, что позволяет с высокой точностью описывать процессы колебательных энергообменов в течениях.

Система уравнений поуровневого приближения, используемая для описания реагирующих газов, содержит уравнения для заселенностей колебательных уровней, количества движения и полной энергии:

$$\frac{dn_{ci}}{dt} + n_{ci}\nabla \cdot \mathbf{v} = R_{ci}, \tag{1}$$

$$\rho\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \nabla p = 0, \tag{2}$$

$$\frac{dE}{dt} + (p - E)\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \tag{3}$$

где n_{ci} — заселенность i-го колебательного уровня молекулы сорта c, $\mathbf{v}$ — скорость потока, ρ — плотность газа, p — давление, E — полная энергия. Потоковые члены R_{ci} можно представить как сумму таковых для каждого из учтенных процессов. Например, $R_{ci} = R_{ci}^{\text{VT}} + R_{ci}^{\text{VV}} + R_{ci}^{\text{react}}$, где R_{ci}^{VT} и R_{ci}^{VV} описывают изменение колебательных уровней молекул в ходе VT- и VV-обменов, а R_{ci}^{react} описывает химические реакции. При VT-обменах поступательная энергия частиц переходит в колебательную, а при VV-обменах происходит обмен колебательной энергией двух сталкивающихся молекул:

$$A_c(i) + M \rightleftharpoons A_c(i') + M,$$
$$A_c(i) + A_d(j) \rightleftharpoons A_c(i') + A_d(j').$$

Потоковые члены R_{ci}^{VT} и R_{ci}^{VV} выражаются через концентрации компонентов рассматриваемой смеси и коэффициенты скорости переходов колебательной энергии $k_{ii'}^{kk'}$, $k_{ii'}^{M}$, вычисляемые для каждого колебательного уровня:

$$R_{ci}^{\text{VT}} = \sum_{M} n_M \sum_{i \neq i'} \left(k_{i'i}^{M} n_{i'} - k_{ii'}^{M} n_i\right), \tag{4}$$

$$R_{ci}^{\text{VV}} = \sum_{k} \sum_{k' \neq k} \sum_{i' \neq i} \left(k_{i'i}^{k'k} n_{i'} n_{k'} - k_{ii'}^{kk'} n_i n_k\right). \tag{5}$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке СПбГУ (id проекта 94034084).

Для вычисления коэффициентов скорости энергообменов существуют различные теоретические модели [2], такие как вычислительно простая теория Шварца–Славского–Герцфельда (SSH) [3] или более сложная и вычислительно затратная модель нагруженного гармонического осциллятора (FHO) [4]. Однако, при валидации SSH и FHO моделей ранее была получена противоречивая информация о том, какая из моделей корректнее описывает процессы колебательных энергообменов [2, 5]. Поэтому интерес представляет анализ более точной модификации модели FHO-FR [6, 7]. Она учитывает трехмерный характер столкновения молекул и возможность свободного вращения для них. К сожалению, формулы для вычисления коэффициентов скорости переходов по этой модели оказываются слишком ресурсоемкими.

Для оптимизации расчетов коэффициентов скорости энергообменов использовались аппроксимационные формулы, полученные нелинейной регрессией точных значений. Подобный подход был ранее применен для ускорения вычисления коэффициентов скорости энергообменов в моделировании кинетики углекислого газа [8]. В силу зависимости коэффициентов скорости энергообменов от температуры использование классических моделей линейной и полиномиальной регрессии дает крайне низкую точность аппроксимации. Поэтому в работе рассматриваются нелинейные модели, аналогичные аппроксимациям экспериментальных данных для некоторых газов:

$$\log\left(A(T_j)e^{B(T_j)} + C(T_j)\right) + \epsilon_j = k_{ii'}^{kk'}(T_j). \tag{6}$$

Здесь A, B и C — некоторые полиномы от температуры газа, ϵ_j — регрессионный остаток, $k_{ii'}^{kk'}(T_j)$ — значение коэффициента скорости перехода энергии, вычисленного с помощью модели FHO-FR. При применении подобных моделей использование таких абсолютных метрик, как среднеквадратичная (MSE) или средняя абсолютная (MAE) ошибки, дает слишком большую погрешность для малых значений температуры. Поэтому в работе использованы относительные метрики: средняя абсолютная процентная ошибка (MAPE) и взвешенная среднеквадратическая логарифмическая ошибка (RMSLE).

При выполнении регрессионного анализа для каждого из коэффициентов была сгенерирована выборка, состоящая из значений коэффициентов скорости переходов колебательной энергии в интервале температур от 300 до 15000 K. В работе рассматриваются модели (6) для полиномов различной размерности. Проведено сравнение точности получаемых значений коэффициентов, и с помощью численного эксперимента оценена вычислительная сложность для каждой из моделей. Наиболее эффективные формулы были использованы для валидации представленного подхода путем решения задачи о моделировании колебательно-химической релаксации сильнонеравновесного газа за ударными волнами [2].

1. *Нагнибеда Е. А.*, *Кустова Е. В.* Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих газов. — СПб.: Изд-во С.-Петербургского университета, 2003.
2. *Campoli L.*, *Kunova O.*, *Kustova E.*, *Melnik M.* Models validation and code profiling in state-to-state simulations of shock heated air flows // Acta Astronaut. — 2020. — V. 175 — P. 493–509.
3. *Schwartz R. N.*, *Slawsky Z. I.*, *Herzfeld K. F.* Calculation of Vibrational Relaxation Times in Gases // J. Chem. Phys. — 1952. — V. 20. — P. 1591.
4. *Adamovich I.*, *Macheret S.*, *Rich J.*, *Treanor C.* Vibrational energy transfer rates using a forced harmonic oscillator model // J. Thermophys. Heat Trans. — 1998. — V. 12, No. 1. — P. 57–65.

5. *Кравченко Д. С.*, *Кустова Е. В.*, *Мельник М. Ю.* Моделирование поуровневой кинетики кислорода за отраженными ударными волнами // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. — 2022. — Т. 9(67). — Вып. 3. — С. 426–439.
6. *Adamovich I.*, *Rich J.* Three-dimensional nonperturbative analytic model of vibrational energy transfer in atom-molecule collisions // J. Chem. Phys. — 1998. — V. 109(18). — P. 7711–7724.
7. *Adamovich I.* Three-dimensional analytic model of vibrational energy transfer in molecule–molecule collisions // AIAA Journal. — 2001. — V. 39(10). — P. 1916–1925.
8. *Гориховский В. И.*, *Кунова О. В.*, *Нагнибеда Е. А.* Алгоритмы вычисления коэффициентов скорости энергообменов при столкновениях молекул углекислого газа // Материалы XXI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2019), 24–31 мая 2019 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2019. — С. 442–444.

ВТОРИЧНОЕ ИЗМЕЛЬЧЕНИЕ КАПЕЛЬ СУСПЕНЗИЙ ПРИ ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С УГОЛЬНЫМИ ЧАСТИЦАМИ*

А. Г. Исламова, С. С. Кропотова, Н. Е. Шлегель, П. А. Стрижак

ТПУ, Томск, Россия

Столкновения капель с твердыми поверхностями (стенками, подложками, кольцами, частицами и др.) реализуются в различных технологических приложениях [1–4]: впрыск топлива в объем двигателя внутреннего сгорания и камеры энергетических установок, охлаждение распылением, металлургия, распылительная сушка в пищевой и фармацевтической промышленности, пожаротушение, пылеулавливание и др. Во всех этих технологиях ключевыми являются процессы соударения капель жидкостей, как механизм их вторичного измельчения [5–7]. Пока результатов исследований, посвященных изучению столкновения капель с твердыми частицами, недостаточно для проведения достоверного прогностического моделирования процессов, происходящих в технологических блоках, узлах и агрегатах. Целью настоящей работы являлось установление основных характеристик процесса столкновения капель суспензии с частицами угля при варьировании вязкости, поверхностного и межфазного натяжения жидкости в диапазонах, соответствующих теплотехническим технологиям.

При проведении экспериментальных исследований взаимодействия капель суспензии с частицами угля в качестве базовой жидкости использовалась вода в связи с ее широким применением в составе композиционных топлив. В качестве коллоидных элементов дисперсной фазы выбраны частицы каменного тощего угля в связи с его широким применением в энергетике. На рис. 1 представлено схематичное изображение экспериментального стенда по изучению взаимодействия капель суспензии с угольными частицами. При исследовании столкновения капель суспензии с частицей для удержания последней использовалось сопло *1*, соединенное с вакуумным насосом каналом *2*. Это позволяло закрепить частицу на держателе и предотвратить ее смещение при соударении с каплей. Для перемещения частицы в область регистрации использовался координатный механизм *3*. Подача жидкости осуществлялась при помощи инфузионного насоса. Последний присоединялся

*Исследования выполнены за счет средств гранта Российского научного фонда (проект 18-71-10002-П, https://rscf.ru/en/project/21-71-03001/).

к соплу *4* при помощи канала *5*. Для изменения скорости столкновения капель с частицами изменялась высота расположения сопла *4*. Процессы столкновения капли с частицей и подложкой регистрировались высокоскоростной видеокамерой *6* (разрешение 1280 × 1024 pixels, скорость съемки 5000 кадров в секунду, межкадровая задержка 1/25000) и источника света *7*. С помощью программного обеспечения Photron Fastcam Viewer (Photron USA) определены: скорость столкновения, размеры начальной капли и вторичных фрагментов, а также их количество. По результатам экспериментов рассчитывались числа Вебера и Онезорге.

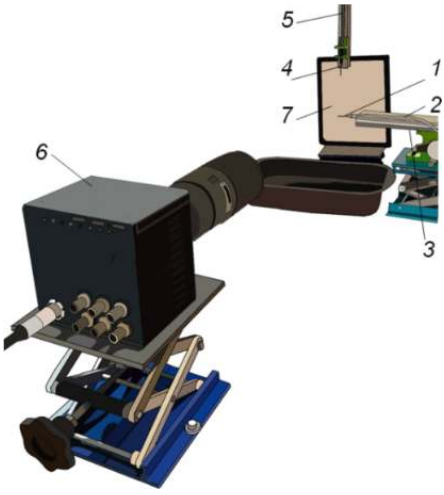


Рис. 1. Схема экспериментального стенда: *1* и *4* — сопла; *2* и *5* — каналы; *3* — координатный механизм; *6* — высокоскоростная видеокамера; *7* — источник света

По результатам экспериментальных исследований влияния реологических характеристик суспензии на исход взаимодействия капли с частицей построены режимные карты в системах координат, учитывающих безразмерный линейный параметр, числа Вебера и Онезорге. Обосновано, что добавление поверхностно-активных веществ способствует понижению значений критической скорости движения капли, достаточной для ее распада. Это способствует устойчивой реализации режима дробления капель. Установлено, что нагрев суспензии до 90 °C приводит к увеличению количества вторичных фрагментов на 30–40 %. Выделены эффекты уменьшения среднего размера капель на 25–35 % за счет снижения вязкости и поверхностного натяжения суспензии. Такой эффект представляет большую актуальность для использования в установках термической очистки воды и различного теплообменного оборудования. Представлены аппроксимационные выражения для описания установленных зависимостей. Показано перспективное технологическое решение по распылению суспензий с учетом установленных эффектов.

Результаты исследований имеют высокую практическую значимость. С их использованием можно повысить эффективность работы форсуночного устройства. Для этого необходимо воздушный поток разогревать до температур около 200 °C, что позволит разогреть суспензию до 90 °C. Такой нагрев позволит увеличить количество вторичных фрагментов на 30–40 °C, снизить средний размер распыляемых капель на 25–35 % за счет снижения вязкости и поверхностного натяжения суспензии.

1. *Andreussi P.*, *Tognotti L.*, *Graziadio M.*, *De Michele G.* Atomization of Coal-Water Fuels by a Pneumatic Nozzle: Characteristics of the Spray // Aerosol Sci. Technol. — 1990. — V. 13. — P. 35–46.
2. *Antonini C.*, *Villa F.*, *Bernagozzi I.*, *Amirfazli A.*, *Marengo M.* Drop rebound after impact: The role of the receding contact angle // Langmuir. — 2013. — V. 29. — P. 16045–16050.
3. *Antonov D.*, *Vysokomornaya O.*, *Piskunov M.*, *Shlegel N.* Analysis of statistical data on drop collisions in an aerosol flow during experiments // EPJ Web Conf. — 2019. — V. 196, 13.
4. *Banitabaei S. A.*, *Amirfazli A.* Droplet impact onto a solid sphere in mid-air: Effect of viscosity, gas density, and diameter ratio on impact outcomes // Phys. Fluids. — 2020. — V. 32. — P. 037102.

5. *Bordbar A.*, *Taassob A.*, *Khojasteh D.*, *Marengo M.*, *Kamali R.* Maximum Spreading and Rebound of a Droplet Impacting onto a Spherical Surface at Low Weber Numbers // Langmuir. — 2018. — V. 34. — P. 5149–5158.
6. *Deng Q.*, *Wang H.*, *Xie Z.*, *Zhou X.*, *Tian Y.*, *Zhang Q.*, *Zhu X.*, *Chen R.*, *Liao Q.* Behaviors of the water droplet impacting on subcooled superhydrophobic surfaces in the electrostatic field. — 2023.
7. *Ge Y.*, *Fan L. S.* Droplet–Particle collision mechanics with film-boiling evaporation // J. Fluid Mech. — 2007. — V. 573. — P. 311–337.

ЗАТУХАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ЦИЛИНДРА С СООСНЫМ ДИСКОМ И СТАБИЛИЗАТОРОМ В ПОТОКЕ ВОЗДУХА

Д. В. Кауфман, А. Н. Рябинин

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

В работе [1] изучались вращательные затухающие колебания цилиндра, в головной части которого на тонкой ножке находится коаксиально закрепленный диск. При переноске груза под вертолетом установка такого диска обеспечивает значительное снижение лобового сопротивления [2, 3]. Для ориентации груза в направлении, обеспечивающем минимальное лобовое сопротивление, используется стабизизатор, расположенный в хвостовой части груза. В настоящей работе экспериментально исследуется затухание вращательных колебаний цилиндра, имеющего в передней части коаксиальный диск, а в задней — стабилизатор. Отношение длины цилиндра L к его диаметру D равно 9. Стабилизатор состоял их двух трапеций, прикрепленных к двум сторонам цилиндра с двух противоположных сторон. Площадь стабилизатора в два раза больше площади поперечного сечения цилиндра.

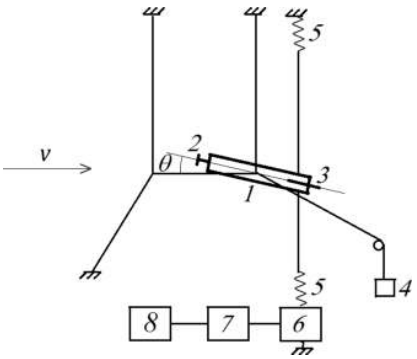


Рис. 1. Схема эксперимента: *1* — цилиндр; *2* — диск; *3* — стабилизатор; *4* — контргруз; *5* — пружины; *6* — полупроводниковый тензопреобразователь; *7* — PC-осциллограф; *8* — компьютер

Эксперименты проводились на аэродинамической трубе малых скоростей АТ-12 Санкт-Петербургского университета. Труба имеет открытую рабочую часть с круглым соплом, выходной диаметр которого равен 1,5 м. Цилиндр подвешивался в рабочей части аэродинамической трубы на проволочной подвеске, содержащей две пружины (рис. 1). В состоянии равновесия цилиндр располагался горизонтально. Его ось параллельна вектору средней скорости набегающего потока. Подвеска позволяла цилиндру вращаться вокруг горизонтальной оси, перепендикулярной вектору скорости набегающего потока. Упругие силы подвески при этом стремились возвратить цилиндр в исходное состояние равновесия.

К нижней пружине подвески крепился полупроводниковый тензопреобразователь С-50, измеряющий натяжение пружины. PC-осциллограф Velleman-PCS500A преобразовывал аналоговый сигнал тензопреобразователя в цифровой и передавал его в компьютер. Во время экспериментов цилиндр отклоняли от положения равновесия на некоторый угол, затем отпускали. Начинались вращательные

колебания, которые затухали. Натяжение пружин считывалось в течение 17 с с частотой 100 Гц. В эксперименте менялся диаметр d соосного диска от $0{,}625D$ до $0{,}875D$ и расстояние g от диска до переднего торца цилиндра от $0{,}5D$ до $0{,}8D$. По методике, изложенной в статье [1], определялась сумма вращательных производных $m_z^\omega + m_z^{\dot\theta}$.

Число Рейнольдса, определенное по диаметру цилиндра, находилось в диапазоне от $0{,}52 \cdot 10^5$ до $1{,}3 \cdot 10^5$. Скорость затухания колебаний тел в воздушном потоке принято характеризовать вращательными производными. Для хорошо обтекаемых тел коэффициент аэродинамического момента действительно можно считать линейной функцией малых углов и их производных. Однако для плохо обтекаемых тел отклонения от линейности могут быть существенными, и затухание можно описывать аналогами вращательных производных, которые, в точном смысле термина, вращательными производными не являются. При этом нужно указывать, в каком диапазоне амплитуд колебаний и угловых скоростей осуществляется затухание колебаний. В наших экспериментах амплитуда затухающих колебаний уменьшалась с 0,1 до 0,03 рад, а амплитуда угловой скорости ω_0 уменьшалась с 16 с^{-1} до 5 с^{-1}. Безразмерная амплитуда угловой скорости $\omega_0 L/(2v)$ менялась в пределах от 0,9 до 0,1.

Результаты определения вращательных производных $m_z^\omega + m_z^{\dot\theta}$ представлены в табл. 1.

Таблица 1

Вращательные производные $m_z^\omega + m_z^{\dot\theta}$ цилиндра с диском и со стабилизатором

d/D	g/D		
	0,50	0,65	0,80
0,625	$-2{,}50 \pm 0{,}06$	$-2{,}36 \pm 0{,}06$	$-2{,}30 \pm 0{,}06$
0,75	$-2{,}27 \pm 0{,}06$	$-2{,}43 \pm 0{,}06$	$-2{,}38 \pm 0{,}06$
0,875	$-1{,}93 \pm 0{,}06$	$-2{,}06 \pm 0{,}06$	$-2{,}27 \pm 0{,}06$

Вращательная производная цилиндра со стабилизатором, но без соосного диска, равна $-2{,}1$. Соосный диск, диаметр которого меньше диаметра цилиндра, ускоряет затухание вращательных колебаний [1], но стабилизатор ускоряет затухание колебаний гораздо успешнее. Сравнивая величины вращательных производных из табл. 1 и вращательных производных цилиндра с коаксиальным диском без стабилизатора из работы [1], приходим к выводу, что стабилизатор увеличивает вращательные производные по абсолютной величине приблизительно на постоянную величину, равную 1,5. Простая математическая модель позволяет объяснить влияние стабилизатора на затухание колебаний. Модель предполагает, что вращательное движение цилиндра с угловой скоростью ω приводит к изменению угла атаки стабилизатора на малую величину $\Delta\alpha = -\omega L/(2v)$. Изменению угла атаки соответствует изменение аэродинамического момента, которое для стабилизатора, являющегося плоской пластиной, пропорционально $\Delta\alpha$. Колебания дополнительного аэродинамического момента по фазе сдвинуты на $\pi/2$ от колебаний угла наклона цилиндра θ. Работа, совершаемая дополнительным аэродинамическим моментом за время одного периода колебаний, тратится на уменьшение энергии колебательного движения, т. е. на затухание колебаний.

1. *Рябинин А. Н., Кауфман Д. В.* Определение вращательных производных цилиндра с соосно установленным диском в воздушном потоке // Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. — 2021. — Т. 8(66). — Вып. 1. — С. 158–166.

2. *Koenig K.*, *Roshko A.* An experimental study of geometrical effects on the drag and flow field of two bodies separated by a gap // J. Fluid Mech. — 1985. — V. 156. — P. 167–204.
3. Устройство для перевозки крупногабаритных грузов на внешней подвеске вертолета. Пат. Рос. Федерации 2002676; заявка 90 4907895 10.12.1990; опубл. 15.11.1993. Бюл. 41–42. 4 с.
4. *Ковалев М. А.* О расчете и исследовании аэродинамических труб // Уч. зап. Ленингр. ун-та. — 1939. — Вып. 7. — С. 61–86.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧИ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА ПРИ ПЕРОКСИДНОМ СШИВАНИИ ПОЛИЭТИЛЕНОВОЙ ИЗОЛЯЦИИ

А. А. Корелин, Н. М. Труфанова

ПНИПУ, Пермь, Россия

На сегодняшний день, в качестве изоляционного материала широко используется сшитый полиэтилен. В условиях импортозамещения на производстве кабелей среднего и высокого напряжения при использовании отечественных материалов возникает ряд задач: определение кинетических и теплофизических характеристик изоляционных материалов; описание процессов тепломассопереноса и кинетики в вулканизционной трубе; выбор рациональных технологических режимов, обеспечивающих получение изделия с заданными свойствами (степенью сшивки). Пероксидная сшивка изоляционного полиэтилена происходит при движении изолированной заготовки в трубе вулканизации в среде азота при температуре 400 °С. Исследование протекающих при вулканизации кинетических процессов и процессов тепломассообмена позволяет оценить влияние кинетических и теплофизических свойств материала, технологических параметров на качество получаемой изоляции. Для определения кинетичских и теплофизических свойств изоляционных марок полиэтилена были проведены экспериментальные исследования с использованием современного лабораторного оборудования. Получены зависимости степени сшивки полиэтилена от температуры и времени выдержки. Для описания процессов, протекающих в вулканизационной трубе рассмотрена осесимметричная математическая модель процесса тепломассообмена с учетом кинетики сшивки, параметры которой были определены экспериментально.

Предложенная математическая модель процесса тепломассопереноса реализована методом конечных элементов в математическом пакете ANSYS Fluent. В работе представлены экспериментальные зависимости теплофизических параметров изоляционного материала разных марок от температуры. Построены поля скоростей, температур и степени сшивки. Степень сшивки рассчитывалась с помощью регрессионных выражений, полученных из экспериментальных данных [1, 2]. В работе также определены значимые и малозначимые факторы, влияющие на окончательную степень сшивки.

1. *Корелин А. А.*, *Дятлов И. Я.*, *Труфанова Н. М.* Численное исследование процесса сшивки полиэтилена в вулканизационной трубе в среде азота // Научно-технический вестник Поволжья. — 2019. — №7. — С. 111–114.
2. *Чесноков Е. А.*, *Труфанова Н. М.*, *Дятлов И. Я.* Экспериментальные исследования вулканизационных процессов // Автоматизированные системы управления и информационные технологии: Материалы всероссийской науч.-техн. конф. (Пермь, 9–11 июня 2020 г.). — Пермь: Пермский национальный исследовательский политехнический университет, 2020.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ИОННОГО И ЭЛЕКТРОННОГО ТОКОВ В РАСЧЕТЕ ПЛАВАЮЩЕГО ПОТЕНЦИАЛА СПУТНИКА

М. В. Котельников, С. С. Крылов

МАИ, Москва, Россия

Спутник, контактирующий с ионосферной плазмой, приобретает потенциал плавающего тела, при котором токи ионов и электронов на поверхность спутника уравниваются. Методом компьютерного моделирования проводился расчет плавающего потенциала спутника в зависимости от высоты полета. При этом были исследованы особенности переходного процесса, начиная от невозмущенной фоновой плазмы в расчетной области, и заканчивая установлением ионного и электронного токов на поверхность спутника, которые при этом имеют практическое совпадение.

Математическая модель задачи — уравнение Власова для ионов и электронов, уравнение Пуассона для самосогласованного электрического поля и формула связи напряженности и потенциала, а также формула связи между концентрациями и функциями распределения компонент плазмы [1–3]. В начальный момент времени в расчетной области предполагается невозмущенная фоновая плазма, для которой функция распределения имеет следующий вид:

$$f_\alpha = \frac{n_0}{\pi}\left(\frac{m_\infty}{2kT_\infty}\right)^{3/2} \exp\left[-m_\infty\{(v_x - v_н)^2 + v_y^2\}/(2kT_\infty)\right], \quad \alpha = i, e. \qquad (1)$$

Индекс «i» относится к ионам, индекс «e» — к электронам, n_0 — концентрация в невозмущенной плазме, $v_н$ — направленная скорость плазмы. Поверхность спутника предполагалась проводящей.

Задача решалась методом последовательных итераций по времени, при этом моделировался переходный процесс от начального к конечному стационарному состоянию. Уравнения Власова решались с использованием алгоритма метода характеристик, а уравнение Пуассона — с использованием спектральных методов [1–3].

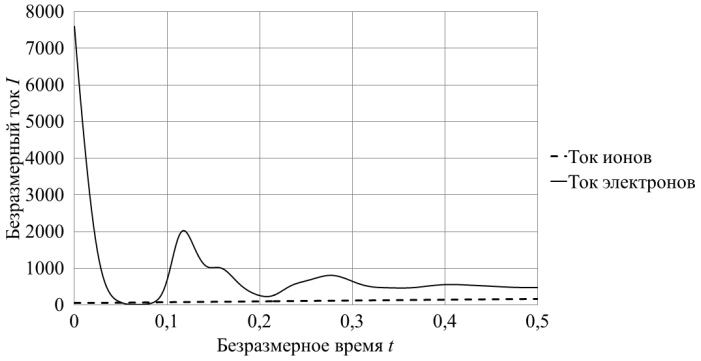


Рис. 1. Начальная эволюция тока ионов и электронов, $H = 1000$ км

Обнаружены значительные колебания электронного тока на поверхность спутника на начальном этапе переходного процесса (для высоты 1000 км примерно до 6,7 мкс), при этом ионный ток не успевает значительно измениться. Данный эффект представлен на рис. 1.

Далее вплоть до установления (для высоты 1000 км примерно до 0,2 мс) ионный и электронный токи на поверхность спутника изменяются относительно синхронно, зависимость представлена на рис. 2.

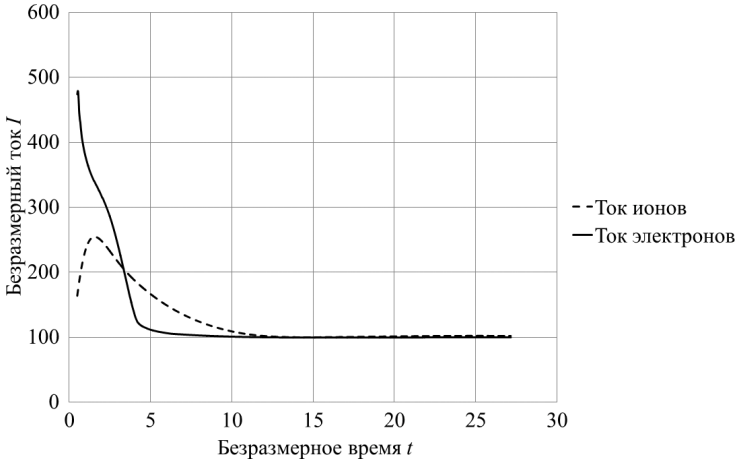


Рис. 2. Эволюция тока ионов и электронов, $t > 0{,}5$, $H = 1000$ км

Полученные результаты могут представлять интерес для специалистов по зондовой диагностике плазмы, использующих методики обработки зондового эксперимента по электронной ветви ВАХ.

1. *Альперт Я. Л.*, *Гуревич А. В.*, *Питаевский Л. П.* Исскуственные спутники в разреженной плазме. — М.: Наука, 1964. — 385 с.
2. *Котельников М. В.*, *Гидаспов В. Ю.*, *Котельников В. А.* Математическое моделирование обтекания тел потоками бесстолкновительной и столкновительной плазмы. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. — 288 с.
3. *Котельников М. В.*, *Котельников В. А.*, *Ульданов С. Б.* Процессы переноса в пристеночных слоях плазмы. — М.: Наука, 2004. — 475 с.

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПЛАВАЮЩЕГО ПОТЕНЦИАЛА СПУТНИКА МЕТОДОМ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

М. В. Котельников, С. С. Крылов

МАИ, Москва, Россия

Спутник, контактирующий с ионосферной плазмой, приобретает потенциал плавающего тела, при котором токи ионов и электронов на поверхность спутника уравниваются. Методом компьютерного моделирования проводился расчет плавающего потенциала спутника в зависимости от высоты полета.

Расчетная область имела прямоугольную форму и вплотную примыкала к боковой стенке спутника. При этом была выбрана геометрия элемента поверхности спутника в виде ленты, длинная сторона которой перпендикулярна направленной скорости плазмы. Это позволило существенно снизить размерность задачи. При этом ширина ленты была относительно велика (несколько метров), что позволило пренебречь краевыми эффектами и влиянием направленной скорости плазмы.

Математическая модель задачи — уравнение Власова для ионов и электронов, уравнение Пуассона для самосогласованного электрического поля и формула связи напряженности и потенциала, а также формула связи между концентрациями и функциями распределения компонент плазмы [1–3]. В начальный момент времени

в расчетной области предполагается невозмущенная фоновая плазма, для которой функция распределения имеет следующий вид:

$$f_\alpha = \frac{n_0}{\pi}\left(\frac{m_\infty}{2kT_\infty}\right)^{3/2} \exp\left[-m_\infty\left\{(v_x - v_н)^2 + v_y^2\right\}/(2kT_\infty)\right], \quad \alpha = i, e. \qquad (1)$$

Индекс «*i*» относится к ионам, индекс «*e*» — к электронам, n_0 — концентрация в невозмущенной плазме, $v_н$ — направленная скорость плазмы.

Проводилась серия расчетов с разными потенциалами спутника, при этом плавающий потенциал подбирался методом половинного деления до практического совпадения установившегося ионного тока с электронным.

При каждом расчете задача решалась методом последовательных итераций по времени, при этом моделировался переходный процесс от начального к конечному стационарному состоянию. Уравнения Власова решались с использованием алгоритма метода характеристик, а уравнение Пуассона — с использованием спектральных методов [1–3].

В результате были выявлены и проанализированы плавающие потенциалы спутника на различных высотах в диапазоне от 250 до 1000 км над уровнем моря. Разработанная методика расчета плавающего потенциала спутника может представлять интерес для специалистов, работающих в космических областях.

1. *Альперт Я. Л.*, *Гуревич А. В.*, *Питаевский Л. П.* Исскуственные спутники в разреженной плазме. — М.: Наука, 1964. — 385 с.
2. *Котельников М. В.*, *Гидаспов В. Ю.*, *Котельников В. А.* Математическое моделирование обтекания тел потоками бесстолкновительной и столкновительной плазмы. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. — 288 с.
3. *Котельников М. В.*, *Котельников В. А.*, *Ульданов С. Б.* Процессы переноса в пристеночных слоях плазмы. — М.: Наука, 2004. — 475 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ТРЕХЭЛЕМЕНТНОГО АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ ГАЗОКАПЕЛЬНЫМ ПОТОКОМ*

К. Б. Кошелев, А. В. Осипов, С. В. Стрижак

ИСП РАН, Москва, Россия

Изучение процесса обледенения элементов самолета, вертолета, лопастей ветроэлектрической установки является актуальным направлением в связи с выполнением транспортных перевозок, обеспечением энергией людей на большой территории России и изменчивостью климата. Образовавшийся лед может влиять на аэродинамические характеристики крыла самолета и приводить к авариям транспортных средств. Особенностью конструкции крыла самолета является наличие предкрылка и закрылка, работающих при разных углах обтекания и на разных режимах полета.

В ИСП РАН был разработан решатель iceFoam на базе открытой библиотеки OpenFOAM, в основе которой используется метод контрольного объема, для моделирования движения мелких капель с диаметром до 40 микрон. В основе решателя используется Эйлер–Лагранжев подход описания движения сжимаемого газа и жидких капель в форме облака частиц, термодинамическая модель тонкой жидкой

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №19-29-13016.

пленки, динамическая модель сетки и модель перестроения геометрии исходного тела [1].

С помощью решателя iceFoam были решены задачи обледенения различных профилей (NACA0012, GLC-305, Business Jet), модельного прямоугольного крыла и стреловидного крыла сверхзвукового самолета-демонстратора. Особенностью формы стреловидного крыла являлась затупленная передняя кромка. Вблизи крыла происходило дополнительное измельчение ячеек расчетной сетки. Расчеты были выполнены на неструктурированных сетках с углом атаки от 0 до 6 градусов.

Исходные данные для расчетного примера для прямоугольного крыла соответствовали типу льда «rime ice». Значение скорости потока было равно $V = 90$ м/с, диаметр капель $\mathrm{MVD} = 14{,}5$ микрон, водность $\mathrm{LWC} = 0{,}51$ г/м^3, время обледенения $\mathrm{tau} = 5$ мин. Результаты расчета сравнивались с результатами эксперимента в аэродинамической климатической трубе. В эксперименте значение толщины льда на кромке крыла составило 6,2 мм, в расчетах с использованием решателя толщина льда составила 6,8 мм. Лед нарастал неравномерно по длине передней кромки крыла.

Для случая обтекания трехэлементного аэродинамического профиля, что соответствует реальной конструкции крыла самолета, нам приходится иметь дело с телами различной формы для которых характерно наличие изогнутых поверхностей и наличие больших зазоров между исследуемыми телами.

Для проверки работоспособности решателя для случая моделирования процесса обледенения нескольких тел была рассмотрена задача с тремя прямоугольными телами.

Вся расчетная область имела размеры $20 \times 20 \times 10$, все размеры заданы в метрах, в центре были расположены 2 параллелепипеда с размерами $1 \times 0{,}5 \times 0{,}5$ и один параллелепипед с $1 \times 1 \times 0{,}5$ с заданным расстоянием между ними в 0,5 м. Количество расчетных ячеек составило 3,5 млн. Скорость потока задавалась $V = 50$ м/с, количество жидких капелек в расчетной области через 1 с составляло более 3 млн. При обтекании тел наблюдалось образование жидкой пленки на поверхности каждого тела, рециркуляционных зон и формировался нестационарный режим обтекания (рис. 1).

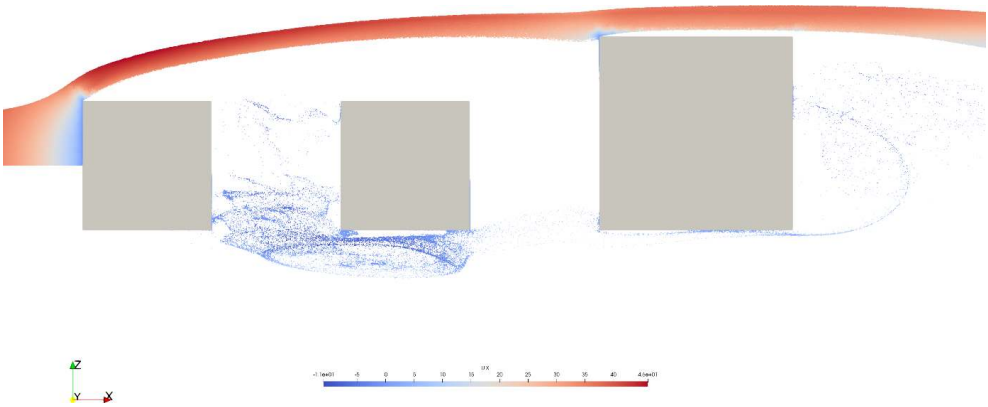


Рис. 1. Траектория движения капелек вокруг трех модельных тел

В данной работе в качестве исследуемого тела была взята модель трехэлементного аэродинамического профиля, которая была предложена в рамках научного семинара [2]. Размеры расчетной области для исследуемого тела имели следующие

линейные размеры: $8 \times 4 \times 0{,}05$ м. Число элементов сгенерированной сетки составило $1{,}5 \cdot 10^6$ четырехугольных элементов (рис. 2). Сетка имела 5 уровней разбиения, что обеспечивало плавный переход от основной сетки к объекту исследования и тем самым обеспечивало относительную устойчивость численного решения. Размер ячейки основной (фоновой) сетки имел $(0{,}05; 0{,}05; 0{,}05)$ м, вблизи крыла и его дополнительных элементов размер ячейки был равен $(8 \cdot 10^{-4}; 8 \cdot 10^{-4}; 8 \cdot 10^{-4})$ м.

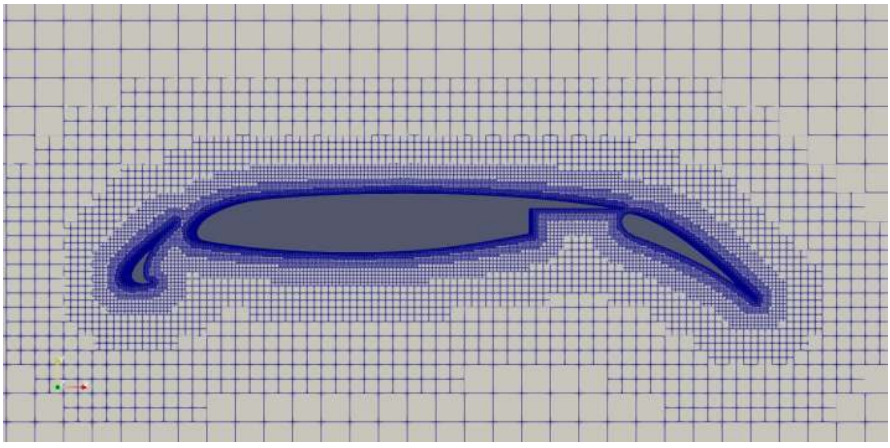


Рис. 2. Расчетная область и сетка для трехэлементного аэродинамического профиля

Расчеты обтекания профиля проведены для случая газокапельного потока при заданных параметрах угол атаки 4 градуса, $V = 78{,}2$ м/с, $M = 0{,}23$, $\mathrm{Re} = 4{,}9 \cdot 10^6$, $\mathrm{MVD} = 21$ микрон, $\mathrm{chord} = 0{,}91$ м, статическая температура 278 K, давление 95630 Па.

Была определена зависимость для коэффициента улавливания капель в зависимости от положения на верхней и нижней поверхностях профиля. Проводилось сравнение с результатами эксперимента в аэроклиматической трубе [2].

Расчеты были проведены для одного расчетного примера в параллельном режиме на 12, 24, 96 вычислительных ядрах с использованием ресурсов вычислительного кластера ИСП РАН UniHUB.

1. *Кошелев К. Б.*, *Мельникова В. Г.*, *Стрижак С. В.* Разработка решателя iceFoam для моделирования процесса обледенения // Труды ИСП РАН. — 2019. — Т. 1, вып. 2. — С. 15–19. — DOI: 10.15514/ISPRAS–2019–1(2)–1.

2. Ice Prediction Workshop. — URL: `https://icepredictionworkshop.wordpress.com`.

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНО-ХИМИЧЕСКОЙ РЕЛАКСАЦИИ O_2 И NO ЗА ОТРАЖЕННЫМИ УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ*

Д. С. Кравченко[1,2]***, Е. В. Кустова***[1,2]***, М. Ю. Мельник***[1,2]

[1]*СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия;* [2]*ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия*

В случае, когда условия течения далеки от равновесных, описание газа требует детальных моделей кинетики. Одним из примеров задач, где возникает сильная неравновесность, является задача моделирования течения за ударной волной (УВ).

*Исследование выполнено при поддержке РНФ (проект 22-11-00078).

Подобные условия возникают за фронтом головной УВ, вблизи поверхности спускаемых аппаратов или объектов, движущихся с большой скоростью в атмосфере Земли. Качественное моделирование физико-химической релаксации является актуальной задачей для современных аэрокосмических приложений. Для подобных задач удобно использовать континуальные подходы, одним из наиболее подробных континуальных подходов является поуровневый подход [1], основанный на совместном решении уравнений газовой динамики и уравнений баланса заселенностей каждого колебательного состояния.

Недавние эксперименты с исследованием релаксации кислорода O_2 [2] и оксида азота NO [3] за отраженными ударными волнами предоставляют возможность для проверки различных кинетических моделей в широком диапазоне температур. Эта возможность уже использовалась нами в работе [4], где были представлены данные по моделированию течения кислорода за отраженной УВ и проведено сравнение с экспериментом [2]. Наиболее полные данные для кислорода, а также сравнение с другим численным экспериментом [5], основанным на методе квазиклассического траекторного моделирования QCT, были представлены в статье [6]. В продолжение исследований необходимо провести аналогичное моделирование течения NO в смеси NO–Ar и сравнить с экспериментальными данными [3].

Особенностью экспериментов [2, 3] является исследование течения за отраженной УВ. В экспериментах с отраженной УВ газ нагревается значительно сильнее, что позволяет проводить валидацию при более высоких температурах, однако теоретическое описание таких течений вызывает некоторые сложности. Так, отраженная волна проходит через уже нагретый падающей УВ неравновесный газ, в котором не завершились процессы релаксации. Следовательно, требуется предварительное моделирование частичной, т. е. незавершенной релаксации за падающей УВ в течение промежутка времени t_r между прохождениями падающей и отраженной УВ. В то же время, при интерпретации эксперимента [2] полагалось, что время t_r и температура за падающей УВ недостаточны для значительной колебательно-химической релаксации, и авторы эксперимента использовали предположение о замороженной релаксации за падающей УВ. Поэтому в [4, 6] задача моделировалась и в такой упрощенной постановке. В эксперименте [3], вследствие чрезвычайно быстрой колебательной релаксации NO, частичной релаксацией между УВ не пренебрегали.

Целью настоящей работы являлось моделирование процессов связанной колебательной-химической релаксации, происходящих в кислороде и в смеси NO/Ar за отраженной УВ в условиях экспериментов [2, 3], сравнение с экспериментальными данными и выбор моделей, дающих лучшее согласие с экспериментом.

Релаксация моделировалась на основе нулевого приближения метода Чепмена–Энскога в точной поуровневой постановке [1], позволяющей детально описать сильнонеравновесную физико-химическую кинетику. Колебательные энергообмены описывались с использованием обобщенной теории Шварца–Славского–Герцфельда (SSH-теория) и модели нагруженного гармонического осциллятора (FHO) с учетом только одноквантовых переходов. Процессы диссоциации описывались с использованием модели Маррона–Тринора с наиболее распространенными в литературе значениями параметра U. Более подробно кинетическая схема и используемые модели реакций описаны в [7].

Анализ результатов показал, что учет колебательной релаксации важен для моделирования течения кислорода за отраженной УВ, и без учета частичной колебательной релаксации такие макропараметры газа как давление и концентрация довольно сильно отличаются от экспериментальных данных. В то же время

химическими реакциями между падающей и отраженной волнами вполне можно пренебрегать, вследствие низких температур.

В новом эксперименте с NO [3] при интерпретации измерений колебательной релаксацией между УВ не пренебрегали из-за высокой скорости колебательных энергообменов. Поэтому представляет интерес провести моделирование колебательно-химической релаксации NO за отраженной УВ и сравнить результаты с новыми экспериментальными данными [3], чтобы оценить влияние колебательной релаксации между падающей и отраженной УВ на газодинамические параметры и определить наиболее точные теоретические модели для описания кинетики оксида азота.

1. *Нагнибеда Е. А.*, *Кустова Е. В.* Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих газов. — СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2003.
2. *Streicher J. W.*, *Krish A.*, *Hanson R. K.* Coupled vibration-dissociation time-histories and rate measurements in shock-heated, nondilute O_2 and O_2–Ar mixtures from 6000 to 14000 K // Phys. Fluids. — 2021. — V. 33. — 056107.
3. *Streicher J. W.*, *Krish A.*, *Hanson R. K.* High-temperature vibrational relaxation and decomposition of shock-heated nitric oxide. I. Argon dilution from 2200 to 8700 K // Phys. Fluids. — 2022. — V. 34. — 116122.
4. *Кравченко Д. С.*, *Кустова Е. В.*, *Мельник М. Ю.* Моделирование поуровневой кинетики кислорода за отраженными ударными волнами // Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. — 2022. — Т. 9(3). — С. 426–439.
5. *Baluckram V. T.*, *Fangman A. J.*, *Andrienko D. A.* Simulation of Oxygen Chemical Kinetics Behind Incident and Reflected Shocks via Master Equation // J. Thermophys. Heat Transf. — 2022. — V. 37. — P. 198–212.
6. *Kravchenko D. S.*, *Kunova O. V.*, *Kunova E. V.*, *Melnik M. Yu.* State-to-State Oxygen Kinetics behind Reflected Shock Waves: Assessment of Different Approaches // Rarefield Gas Dynamics 32th, accepted in AIP Conference Proceedings (2023).
7. *Campoli L.*, *Kunova O.*, *Kustova E.*, *Melnik M.* Models validation and code profiling in state-to-state simulations of shock heated air flows // Acta Astronautica. — 2020. — V. 75. — P. 493–509.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ СТРУЙ НА ОСНОВЕ LES-ПОДХОДА

***И. А. Крюков*[1], *И. Э. Иванов*[2,3]**

[1]*ИПМех РАН, Москва, Россия;* [2]*МАИ, Москва, Россия;*
[3]*МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия*

Программный комплекс hySol [8, 9] предназначен для расчета вязких высокоскоростных течений. В hySol реализованы несколько вариантов LES-модели турбулентности. В данной работе рассматриваются результаты численного моделирования сверхзвуковой турбулентной струи из сопла круглого сечения с использованием различных LES-моделей, полученные hySol.

В настоящей работе сравниваются следующие варианты LES-моделей (подсеточной вязкости):

1) ILES-модель — подсеточная вязкость равна нулю;
2) модель Смагоринского [2];
3) модель WALE (Wall-Adapted Eddy-viscosity model) [3];
4) модель CSM (Coherent Structure Model) [4];
5) модификация CSM-модели (Li, Yu, Wang, Li, Hou 2017).

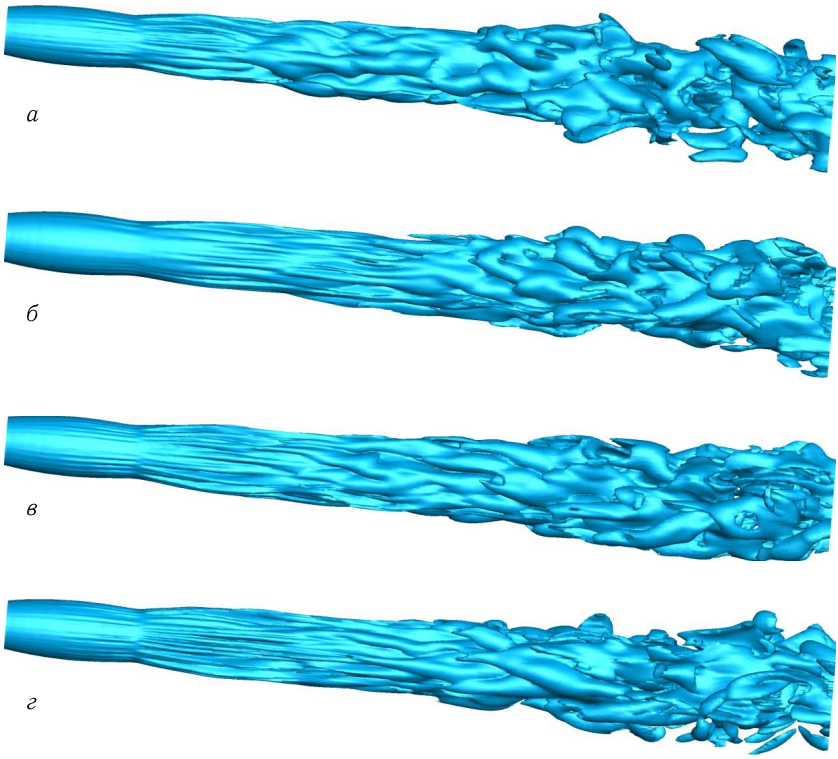


Рис. 1. Мгновенные распределения завихренности в турбулентной струе: *а* — ILES; *б* — модель Смагоринского; *в* — модель WALE; *г* — модель CSM

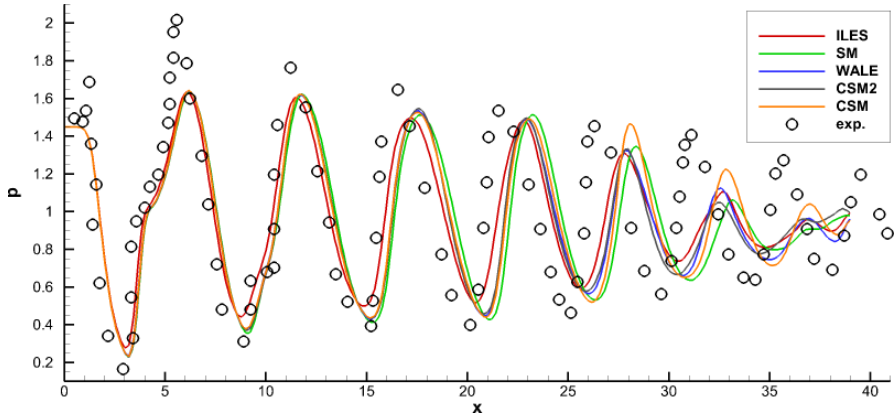


Рис. 2. Сравнение распределений осредненного давления вдоль оси струи с экспериментальными данными

Сравнение проводилась на примере расчета сверхзвуковой недорасширенной турбулентной струи, которая экспериментально изучалась в [5, 6]. Нерасчетность струи n равна 1,45 и число Маха на срезе сопла $M = 2$. Температура струи равна 163 K. Струя вытекает в покоящийся воздух при атмосферных условиях. Эта струя имеет довольно сложную ударно-волновую структуру с большим количе-

ством различных разрывов, что существенно осложняет расчет этого течения в рамках RANS моделей [7].

Расчет проводился со вторым порядком по времени и по пространству. Невязкие потоки на гранях ячеек рассчитывались по AUSM методу, а вязкие — с использованием аналога центрально-разностной аппроксимации [8, 9]. На рис. 1 показаны изоповерхности мгновенной завихренности, полученные с использованием различных моделей подсеточной вязкости. Из рис. 1 видно, что все рассмотренные модели подсеточной вязкости позволяют получить крупномасштабное вихревое течение. Есть определенная разница в структуре полученных вихрей.

На рис. 2 приводится сравнение полученных распределение осредненного давления (цветные линии) с экспериментальными данными (маркеры) [5, 6]. Видно вполне удовлетворительное соответствие полученных распределений с экспериментальными данными и между собой. По амплитуде пиков давления несколько лучше выглядят результаты, полученные с CSM-моделью. Отметим, что все рассмотренные модели подсеточной вязкости дают заметно лучшее совпадение распределений осредненного давления, чем «стандартная» k–ε-модель, результаты для которой приведены в [7].

1. *Moin P.*, *Squires K.*, *Cabot W. H. et al.* A dynamic subgrid-scale model for compressible turbulence and scalar transport // Phys. Fluids. — 1991. — V. 3, No. 11. — P. 2746–2757.
2. *Smagorinsky J.* General circulation experiments with the primitive equations // Mon. Weather Review. — 1963. — V. 93. — P. 99–165.
3. *Nicoud F.*, *Ducros F.* Subgrid-scale stress modeling based on the square of the velocity gradient tensor // Flow, Turbulence and Combustion. — 1999. — V. 62. — P. 183–200.
4. *Kobayashi H.* The subgrid-scale models based on coherent structures for rotating homogeneous turbulence and turbulent channel flow // Phys. Fluids. — 2005. — V. 17. — 045104.
5. *Seiner J. M.*, *Norum T. D.* Experiments of shock associated noise on supersonic jets // AIAA Pap. — 1979. — No. 79-1526.
6. *Seiner J. M.*, *Norum T. D.* Aerodynamic aspects of shock containing jet plumes // AIAA Pap. — 1980. — No. 80-0965.
7. *Глушко Г. С.*, *Иванов И. Э.*, *Крюков И. А.* Моделирование турбулентности в сверхзвуковых струйных течениях // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2010. — Т. 9. — URL: `http://chemphys.edu.ru/issues/2010-9/articles/142/`.
8. *Крюков И. А.*, *Иванов И. Э.*, *Ларина Е. В.* Программный комплекс расчета высокоскоростных течений hySol // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2021. — Т. 22, №1. — С. 1–28.
9. *Kryukov I. A.*, *Ivanov I. E.*, *Larina E. V.* Using the CFD Code HySol to Calculate High-Speed Flows // Smart Innovation, Systems and Technologies. — 2022. — V. 274. — P. 63–76.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОЕМКОСТИ И ГАЗОВОЙ ПОСТОЯННОЙ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ УГЛЕВОДОРОДНЫХ ТОПЛИВ ВО ВЛАЖНОМ ВОЗДУХЕ

И. И. Кутыш

ООО «ЭКОГИБЕНТ», Москва, Россия

При определении теплоемкости или газовой постоянной воспользуемся свойством аддитивности компонентов, входящих в эти искомые переменные [1].

При сгорании углеводородного топлива во влажном воздухе в продуктах сгорания будут присутствовать пары воды. Тогда следует записать

$$G_T c_{pT} + G_{\text{В.сух.}} c_{p\text{В.сух.}} + G_{H_2O} c_{pH_2O} = (G_T + G_{\text{В.сух.}} + G_{H_2O}) c_{p\text{Г.вл.}}, \qquad (1)$$

где c_{pT}, $c_{p\text{В.сух.}}$, $c_{p\text{Г.вл.}}$ и $c_{p\text{H}_2\text{O}}$ — теплоемкости при постоянном давлении соответственно углеводородного топлива, сухого воздуха, продуктов сгорания углеводородного топлива во влажном воздухе и воды; G_T, $G_{\text{В.сух.}}$ и $G_{\text{H}_2\text{O}}$ — соответственно расходы углеводородного топлива, сухого воздуха и воды.

Разделив все члены уравнения (1) на расход сухого воздуха $G_{\text{В.сух.}}$, получим

$$c_{p\text{Г.вл.}} = \frac{c_{pT}q_{T.сух.} + c_{p\text{В.сух.}} + dc_{p\text{H}_2\text{O}}}{1 + q_{T.сух.} + d} = \frac{(1+d)c_{pT}q_{T.\text{вл.}} + (1+d)c_{p\text{В.вл.}}}{(1+d)(1+q_{T.\text{вл.}})}. \tag{2}$$

Здесь учтено, что

$$c_{p\text{В.сух.}} + dc_{p\text{H}_2\text{O}} = (1+d)c_{p\text{В.вл.}}; \quad q_{T.\text{сух.}} = (1+d)q_{T.\text{вл.}}.$$

Разделив все члены уравнения (2) на общий множитель $(1+d)$ получим

$$c_{p\text{Г.вл.}} = \frac{c_{pT}q_{T.\text{вл.}} + c_{p\text{В.вл.}}}{1 + q_{T.\text{вл.}}}. \tag{3}$$

Причем c_{pT} определяется по формуле:

$$c_{pT} = g_C\frac{44{,}011c_{p\text{CO}_2} - 32{,}0c_{p\text{O}_2}}{12{,}011} + g_H\frac{9{,}008c_{p\text{H}_2\text{O}} - 8{,}0c_{p\text{O}_2}}{1{,}008} + g_{\text{O}}c_{p\text{O}_2}. \tag{4}$$

Влагосодержание в продуктах сгорания оценивается величиной $d = G_{\text{H}_2\text{O}}/G_{\text{В.сух.}}$, которая обозначает количество водяного пара, приходящегося на 1 кг сухого воздуха.

Влагосодержание можно оценивать также величиной δ, которая численно равна количеству водяного пара в 1 кг влажного воздуха, тогда уравнение (1) после деления всех его членов на расход влажного воздуха, т. е. на $G_{\text{В.сух.}} + G_{\text{H}_2\text{O}}$, принимает такой же вид как и уравнение (3)

$$c_{p\text{Г.вл.}} = \frac{c_{pT}q_{T.\text{вл.}} + c_{p\text{В.сух.}}(1-\delta) + c_{p\text{H}_2\text{O}}\delta}{1 + q_{T.\text{вл.}}} = \frac{c_{pT}q_{T.\text{вл.}} + c_{p\text{В.вл.}}}{1 + q_{T.\text{вл.}}}, \tag{5}$$

где $q_{T.\text{вл.}} = (1-\delta)q_{T.сух.}$; $q_{T.сух.} = 1/(\alpha L_0)$.

$q_{T.\text{вл.}}$ характеризует количество углеводородного топлива, приходящееся на 1 кг влажного воздуха.

В выражении (5) теплоемкость углеводородного топлива c_{pT} определяется также по формуле (4).

Между величинами d и δ существует простая взаимосвязь $d = \delta/(1-\delta)$.

По аналогии с теплоемкостью для газовой постоянной продуктов сгорания углеводородного топлива во влажном воздухе можно записать

$$G_TR_T + G_{\text{В.сух.}}R_{\text{В.сух.}} + G_{\text{H}_2\text{O}}R_{\text{H}_2\text{O}} = (G_{\text{В.сух.}} + G_T + G_{\text{H}_2\text{O}})R_{\text{Г.вл.}}. \tag{6}$$

Если разделить все члены уравнения (6) на сумму $G_{\text{В.сух.}} + G_{\text{H}_2\text{O}}$, то получим

$$R_{\text{Г.вл.}} = \frac{R_Tq_{T.\text{вл.}} + R_{\text{В.сух.}}(1-\delta) + R_{\text{H}_2\text{O}}\delta}{1 + q_{T.\text{вл.}}} = \frac{R_Tq_{T.\text{вл.}} + R_{\text{В.вл.}}}{1 + q_{T.\text{вл.}}}, \tag{7}$$

где $q_{T.\text{вл.}} = \dfrac{G_T}{G_{\text{В.сух.}} + G_{\text{H}_2\text{O}}}$; $\delta = \dfrac{G_{\text{H}_2\text{O}}}{G_{\text{В.сух.}} + G_{\text{H}_2\text{O}}}$.

Преобразуем уравнение (7). Для этого заменим $R_{\text{В.вл.}}$ его выражением

$$R_{\text{В.вл.}} = R_{\text{В.сух.}}(1 + 0{,}60785\delta). \tag{8}$$

Далее произведем замену $R_T/R_{\text{В.сух.}}$ на μ_B/μ_T и $R_{\text{H}_2\text{O}}/R_{\text{В.сух.}}$ на $\mu_B/\mu_{\text{H}_2\text{O}}$ с учетом значений μ_B и $\mu_{\text{H}_2\text{O}}$. После таких преобразований окончательно получим

$$R_{\text{Г.вл.}} = R_{\text{В.сух.}} \frac{1 + 28{,}967\dfrac{q_{T.\text{вл.}}}{\mu_T} + \delta\left(\dfrac{28{,}967}{18{,}016} - 1\right)}{1 + q_{T.\text{вл.}}} = R_{\text{В.сух.}} \frac{1 + 28{,}967\dfrac{q_{T.\text{вл.}}}{\mu_T} + 0{,}60785\delta}{1 + q_{T.\text{вл.}}}. \tag{9}$$

Из формулы (9) при $\delta = 0$ легко получить формулу для определения газовой постоянной продуктов сгорания любого углеводородного топлива в сухом воздухе

$$R_{\text{Г.вл.}} = R_{\text{В.сух.}} \frac{1 + 28{,}967\dfrac{q_{T.\text{сух.}}}{\mu_T}}{1 + q_{T.\text{сух.}}}. \tag{10}$$

Если в формуле (9) заменить μ_T на $m\mu_H/g_H$, то мы получим формулу для определения газовой постоянной продуктов сгорания любого углеводородного топлива во влажном воздухе, в том числе — жидкого топлива и топлива, заданного химической формулой

$$R_{\text{Г.вл.}} = R_{\text{В.сух.}} \frac{28{,}967\dfrac{g_H}{m\mu_H} q_{T.\text{вл.}} + 1 + 0{,}60785\delta}{1 + q_{T.\text{вл.}}}. \tag{11}$$

Из формулы (11) легко получить формулу для определения газовой постоянной продуктов сгорания чистого водорода во влажном воздухе при $m = 2$ и $g_H = 1$

$$R_{\text{Г.вл.}} = R_{\text{В.сух.}} \frac{14{,}3685 q_{T.\text{вл.}} + 1 + 0{,}60785\delta}{1 + q_{T.\text{вл.}}}. \tag{12}$$

1. ТС ООО «ЭКОГИБЕНТ» «Термодинамика ГТД АЛ-31 СТ», 2019.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОЕМКОСТИ И ГАЗОВОЙ ПОСТОЯННОЙ СУХОГО И ВЛАЖНОГО ВОЗДУХА

И. И. Кутыш

ООО «ЭКОГИБЕНТ», Москва, Россия

При выводе уравнения для определения температуры продуктов сгорания в камере сгорания ГТД будем всегда рассматривать, что процесс сгорания топлива происходит во влажном воздухе [1]. Поэтому нам потребуются соотношения для определения теплоемкости и газовой постоянной влажного воздуха, а также теплоемкости и газовой постоянной продуктов сгорания во влажном воздухе.

Установлено экспериментально [2], что до давления 50 атм взаимодействия между молекулами идеального газа чрезвычайно малы. Это обстоятельство обуславливает независимость свойств отдельных газов, составляющих смесь, по отношению к свойствам других газов смеси и приводит к строгой аддитивности всех термодинамических величин (давления, внутренней энергии, энтальпии и т. д.). То есть, каждый из идеальных газов ведет себя в смеси так, как будто других газов рядом нет. Поэтому, в частности, давление каждого из входящих в состав смеси газов будет равно тому давлению, которое имел бы этот газ, находясь в том же количестве, в том же объеме и имея ту же температуру, что и в смеси. Это давление называется парциальным давлением данного газа. Общее давление

смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений составляющих смесь газов (закон Дальтона).

При определении теплоемкости или газовой постоянной смеси использовалось свойство аддитивности входящих в нее компонентов.

Влажный воздух будем рассматривать как смесь идеальных газов. При этом предполагается, что вода также находится в газообразном состоянии

$$G_{\text{В.сух.}} c_{p\text{В.сух.}} + G_{\text{H}_2\text{O}} c_{p\text{H}_2\text{O}} = (G_{\text{В.сух.}} + G_{\text{H}_2\text{o}}) c_{p\text{В.вл.}}. \tag{1}$$

где $c_{p\text{В.сух.}}$, $c_{p\text{В.вл.}}$ и $c_{p\text{H}_2\text{O}}$ — теплоемкости при постоянном давлении соответственно сухого и влажного воздуха и воды; $G_{\text{В.сух.}}$ и $G_{\text{H}_2\text{O}}$ — соответственно расходы сухого воздуха и воды.

Разделим каждое слагаемое уравнение (1) на расход влажного воздуха ($G_{\text{В.сух.}} + G_{\text{H}_2\text{O}}$) и для теплоемкости влажного воздуха получим

$$c_{p\text{В.вл.}} = (1 - \delta) c_{p\text{В.сух.}} + \delta c_{p\text{H}_2\text{O}}, \tag{2}$$

или

$$(1 + d) c_{p\text{В.вл.}} = c_{p\text{В.сух.}} + d c_{p\text{H}_2\text{O}}, \tag{3}$$

где $\delta = \dfrac{G_{\text{H}_2\text{O}}}{G_{\text{В.сух.}} + G_{\text{H}_2\text{O}}} = \dfrac{d}{1 + d}$, $0 \le \delta \le 1$.

По аналогии с уравнением (2) для газовой постоянной влажного воздуха находим

$$R_{\text{В.вл.}} = (1 - \delta) R_{\text{В.сух.}} + \delta R_{\text{H}_2\text{O}}. \tag{4}$$

Преобразуем уравнение (4) и заменим отношение газовых постоянных отношением их молекулярных весов. После этого получим

$$R_{\text{В.вл.}} = R_{\text{В.сух.}} \left(1 - \delta + \frac{R_{\text{H}_2\text{O}}}{R_{\text{В.сух.}}} \delta\right) = R_{B.\text{сух.}} \left[1 + \left(\frac{\mu_{\text{В.сух.}}}{\mu_{\text{H}_2\text{O}}} - 1\right)\delta\right] = R_{\text{В.сух.}} (1 + 0{,}60785\delta). \tag{5}$$

При $\delta = 0$ из уравнений (2) и (5) получим соответственно теплоемкость и газовую постоянную сухого воздуха.

Полагаем далее, что в состав топлива входят такие элементы как углерод C, водород H_2 и кислород O_2. Тогда можно записать:

$$G_T c_{pT} = G_C c_{p\text{C}} + G_{\text{H}_2} c_{p\text{H}_2} + G_{\text{O}_2} c_{p\text{O}_2}. \tag{6}$$

Разделив все члены уравнения (6) на расход топлива G_T, получим для теплоемкости углеводородного топлива

$$c_{pT} = g_{\text{C}} c_{p\text{C}} + g_H c_{p\text{H}_2} + g_{\text{O}} c_{p\text{O}_2}, \tag{7}$$

где $g_{\text{C}} = G_{\text{C}}/G_T$, $g_{\text{H}} = G_{\text{H}_2}/G_T$, $g_{\text{O}} = G_{\text{O}_2}/G_T$, g_{C}, g_{H} и g_{O} — соответственно весовые доли углерода, молекулярного водорода и молекулярного кислорода в топливе.

Новые неизвестные теплоемкости $c_{p\text{C}}$ и $c_{p\text{H}_2}$ определим через известные теплоемкости газов CO_2 и H_2O, в состав которых входят углерод и водород.

Для 1-го моля CO_2 можно записать, учитывая, что $G_i = M_i \mu_i$ и $M_{\text{C}} = M_{\text{O}_2} = M_{\text{CO}_2}$

$$\mu_{\text{C}} c_{p\text{C}} + \mu_{\text{O}_2} c_{p\text{O}_2} = \mu_{\text{CO}_2} c_{p\text{CO}_2}, \tag{8}$$

где μ_{C}, μ_{O_2}, μ_{CO_2} — соответственно молекулярные веса углерода, кислорода и углекислого газа; M_{C}, M_{O_2} и M_{CO_2} — соответственно числа молей C, O_2 и CO_2.

Разделим каждый член уравнения (8) на μ_{C} и получим

$$c_{p\text{C}} = \frac{44{,}011 c_{p\text{CO}_2} - 32{,}0 c_{p\text{O}_2}}{12{,}011}. \tag{9}$$

Для 1-го моля H_2O также можно записать

$$\mu_{H_2} c_{pH_2} + 0{,}5\mu_{O_2} c_{pO_2} = \mu_{H_2O} c_{pH_2O}. \quad (10)$$

По аналогии с (8) разделим каждый член уравнения (10) на μ_{H_2} и получим

$$c_{pH_2} = \frac{18{,}016 c_{pH_2O} - 16{,}0 c_{pO_2}}{2{,}016} = \frac{9{,}008 c_{pH_2O} - 8{,}0 c_{pO_2}}{1{,}008}. \quad (11)$$

Используя уравнение (7) с учетом выражений (9) и (11), можно выписать соотношение для определения неизвестной теплоемкости углеводородного топлива

$$c_{pT} = g_C \frac{44{,}011 c_{pCO_2} - 32{,}0 c_{pO_2}}{12{,}011} + g_H \frac{9{,}008 c_{pH_2O} - 8{,}0 c_{pO_2}}{1{,}008} + g_O c_{pO_2}. \quad (12)$$

Таким образом, теплоемкость любого углеводородного топлива (жидкого или газообразного) можно определить по выражению (12), если весовые доли g_C, g_H и g_O соответствующих элементов C, H и O в составе топлива либо заданы, либо их можно определить на основании известной химической формулы топлива.

1. ТС ООО «ЭКОГИБЕНТ» «Термодинамика ГТД АЛ-31 СТ», 2019.
2. ТС ООО «ЭКОГИБЕНТ» «Метод и программа расчета термодинамических параметров воздуха и продуктов сгорания углеводородных топлив», 2016.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАТЕКАНИЯ СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУИ НА ПЛОСКУЮ ПОДВИЖНУЮ ПРЕГРАДУ*

Д. О. Ларкин, А. М. Кагенов, К. В. Костюшин

ТГУ, Томск, Россия

В работе проведено математическое моделирование натекания одиночной сверхзвуковой струи на плоскую подвижную преграду. Задача рассматривалась в осесимметричной постановке. Для математического моделирования использовались уравнения Навье–Стокса, осредненные по Фавру совместно с моделью турбулентности k–ω–SST [1, 2].

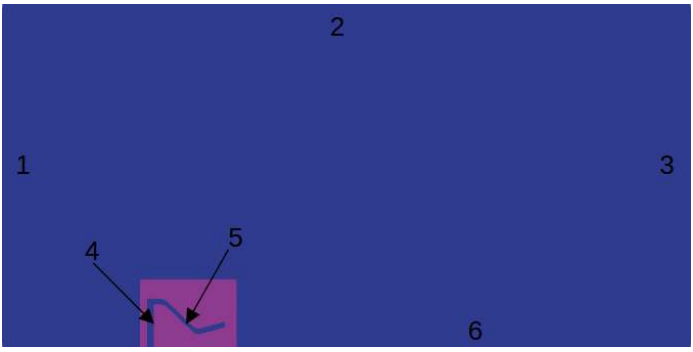


Рис. 1. Схема расчетной области

*Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации МК-761.2022.1.1.

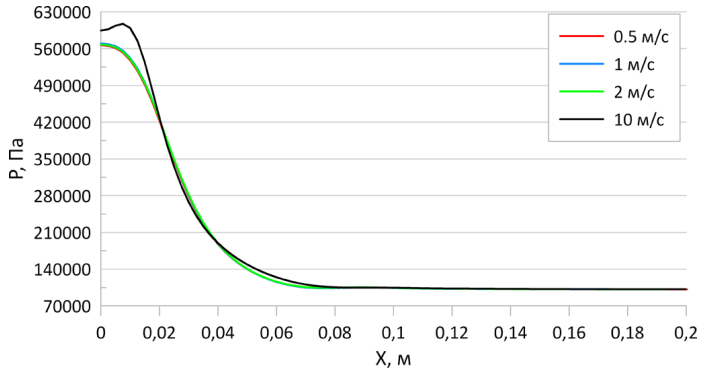


Рис. 2. Распределение давления вдоль преграды для различных скоростей сближения на расстоянии 0,33 м

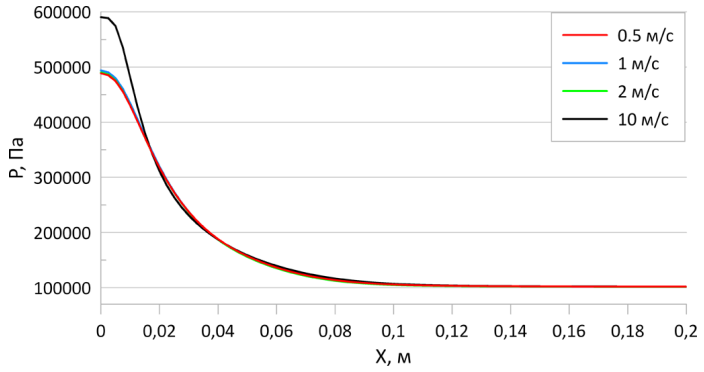


Рис. 3. Распределение давления вдоль преграды для различных скоростей сближения на расстоянии 0,4 м

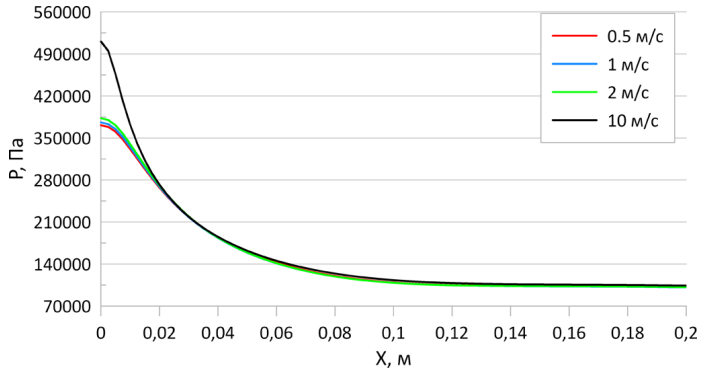


Рис. 4. Распределение давления вдоль преграды для различных скоростей сближения на расстоянии 0,5 м

Схема расчетной области представлена на рис. 1. В начальный момент времени во всей расчетной области задаются параметры покоящейся среды: $P = 101325$ Па, $T = 300$ K, $U_x = 0$, $U_y = 0$, $U_z = 0$. На границе 1 задавалось давление $P = 101325$, температура $T = 300$, для скорости — мягкие граничные условия; на границе 2 мягкие граничные условия; на границах 3 и 5: условие прилипания; на границе 4

задаются параметры торможения $P = P_{total}$, $T = T_{toral}$; на границе 6 — условие симметрии.

Для реализации поставленной задачи использовалось программное обеспечение с открытым исходным кодом OpenFOAM. Интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных выполнялось методом контрольных объемов. Дискретизация конвективных членов уравнения производилась с использованием противопоточной схемы первого порядка, а для нестационарных слагаемых применялся метод Эйлера. Решения СЛАУ производилось методом Гаусса–Зейделя. Для согласования поля скорости и давления использовался алгоритм PIMPLE который является комбинацией алгоритмов PISO и SIMPLE. Моделирование подвижной преграды выполнялось с использованием сеток типа «Химера» [3].

В качестве рабочего тела использовался воздух. Число Маха на срезе сопла составляло $M = 2{,}3$, степень нерасчетности $n = 0{,}8$. Расстояние от среза сопла до преграды составляло 0,7 м. Расчетная сетка обеспечила 15 ячеек на радиус среза сопла. На рисунках 2–4 представлены графики сравнение распределения давления вдоль преграды для разных скоростей сближения преграды на расстояниях 0,33, 0,4 и 0,5 м от среза сопла.

Получено что для скоростей сближения с преградой 0,5, 1, 2 м/с распределение уровня давления по преграде во всем диапазоне рассматриваемых высот отличается незначительно, а при скорости сближения 10 м/с наблюдается значительное увеличение максимального давления.

1. *Wilcox D. C.* Turbulence Modeling for CFD. — California: DCW Industries, Inc., 1993. — 460 p.
2. *Menter F. R.*, *Kuntz M.*, *Langtry R.* Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model // Proceedings of the 4th International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer, Begell House Inc., West Redding. — 2003. — P. 625–632.
3. *Benek J. A.*, *Buning P. G.*, *Steger J. L.* A 3-D Chimera Grid Embedding Technique // AIAA Paper. — 1985. — No. 85-1523.

МЕТОДИКА РАСЧЕТА СТРУЙНЫХ ФОРСУНОК С ПУЗЫРЬКОВЫМ ДВУХФАЗНЫМ ПОТОКОМ

И. А. Лепешинский, Н. А. Кучеров, П. В. Зотикова, В. А. Решетников

МАИ, Москва, Россия

Форсунки, реализующие распыл пузырькового потока используются в различных отраслях промышленности (например, в процессах сжигания, окраски, пожаротушения и кондиционирования воздуха). Для проектирования подобных форсунок необходима математическая модель, позволяющая рассчитывать диаметр форсунки, обеспечивая необходимое качество распыла. Запишем данную систему уравнений:

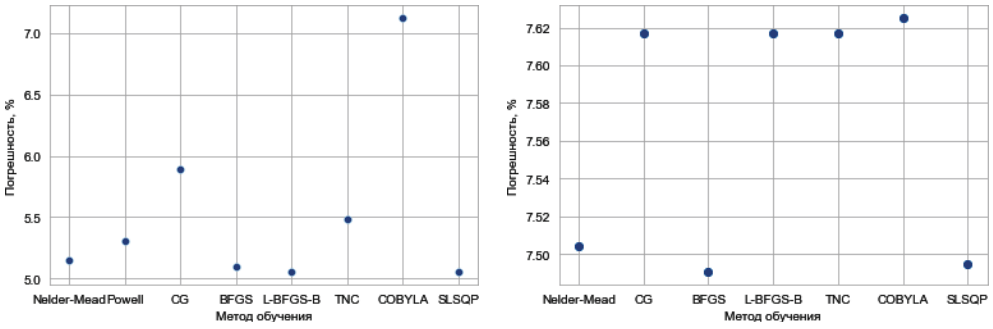
$$G_{\text{ж}} = \psi \cdot \rho_{\text{ж}} \cdot w^t_{\text{ж}} \cdot F, \tag{1}$$

$$w^t_{\text{ж}} = \sqrt{2\Delta P/\rho_{\text{ж}}}, \tag{2}$$

$$GLR = G_{\text{г}}/G_{\text{ж}}, \tag{3}$$

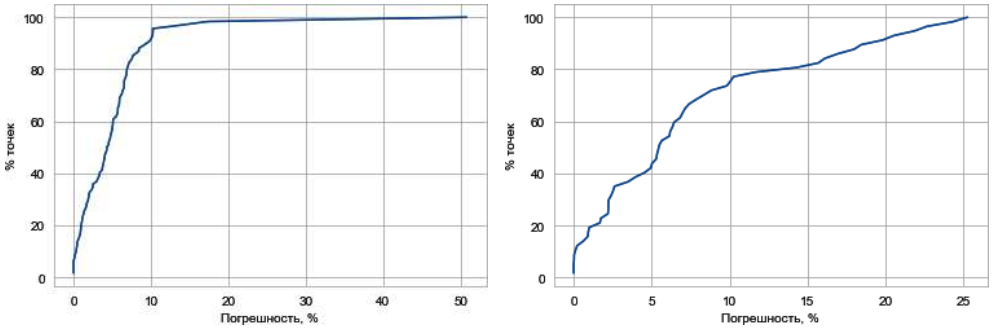
$$\psi = \psi(\Delta P, GLR, d), \tag{4}$$

$$d_{32} = d_{32}(\Delta P, GLR, d), \tag{5}$$



а *б*

Рис. 1. Зависимость погрешности от метода обучения: *а* — уравнение (6); *б* — уравнение (7)



а *б*

Рис. 2. Интегральное распределение погрешности переобученных моделей: *а* — уравнение (6); *б* — уравнение (7)

где $G_{\text{ж}}$ — расход жидкости, ψ — коэффициент расхода, $w^t_{\text{ж}}$ — теоретическая скорость истечения жидкости, F — площадь поперечного сечения форсунки, ΔP — перепад давления на форсунке, $\rho_{\text{ж}}$ — плотность жидкости, $G_{\text{г}}$ — расход газа, GLR — массовая концентрация газа, d — диаметр форсунки, d_{32} — средний диаметр Заутера. Сущность задачи сводится к тому, чтобы обеспечить требуемое значение d_{32}. Сложность данной задачи заключается в определении функций для расчета диаметра Заутера и коэффициента расхода. Существует значительное количество работ посвященных решению этой проблемы. Обзор существующих моделей достаточно полно изложен в работе [1]. На основании, которой были выбраны модели для прогнозирования коэффициента расхода [2]:

$$\psi = 814 \cdot e^{(-0{,}086\frac{l}{d})} \cdot \left[e^{\left(-2{,}89\frac{\Delta P}{P_0}\right)} + 0{,}496\left(\frac{\Delta P}{P_0}\right)^{0{,}161} \right] \left(\frac{\mu_{\text{ж}}}{\mu_{\text{г}}} + 11505\right)^{-1} \cdot e^{\left(\frac{0{,}51}{GLR+0{,}179}\right)}, \quad (6)$$

где l — длина канала, P_0 — давление среды в которую истекает струя, $\mu_{\text{ж}}$ и $\mu_{\text{г}}$ — вязкости жидкости и газа. И диаметра Заутера [3]:

$$d_{32} = 0{,}000505\left(\frac{GLR}{0{,}12}\right)^{-0{,}4686}\left(\frac{\Delta P}{5\cdot 10^6}\right)^{-0{,}1805}\left(\frac{d}{0{,}2}\right)^{0{,}6675}\cdot\left(\frac{\mu_{\text{ж}}}{0{,}2}\right)^{0{,}1714}\left(\frac{\sigma}{46}\right)^{0{,}1382}. \quad (7)$$

Далее были проведены эксперименты по исследованию дробления пузырькового потока с варьированием всех определяющих параметров в следующих диапазонах:

$d \in [1{,}5, 3]$ мм, $GLR \in [0, 0{,}004]$, $\Delta P \in [1{,}5, 12]$ атм. Размеры капель определялись теневым методом [4]. Расчет погрешности моделей по более, чем ста экспериментальным точкам составил для уравнений (6) и (7) 14% и 44% соответственно. Далее модели были переобучены на экспериментальных данных, погрешность прогнозирования модели в зависимости от метода обучения представлены на рис. 1.

Как видно из графиков рис. 1 наименьшую погрешность имеют модели обученные методом BFGS [5] их интегральные распределения ошибок представлены на рис. 2.

Как видно из графиков рис. 2, обе модели показали приемлемое для работы качество прогнозирования. Переобученные уравнения представлены ниже

$$\psi = 814e^{\left(-0{,}49\frac{l}{d}\right)} \cdot \left[e^{\left(-3\frac{\Delta P}{P_0}\right)} + 2 \cdot \left(\frac{\Delta P}{P_0}\right)^{-0{,}07}\right] \cdot \left(\frac{\mu_{\text{ж}}}{\mu_{\text{г}}} + 11505\right)^{-1} \cdot e^{\left(\frac{1{,}49}{GLR+0{,}695}\right)}, \quad (6^*)$$

$$d_{32} = 505 \cdot \left(\frac{GLR}{0{,}165}\right)^{-0{,}061} \left(\frac{\Delta P}{5 \cdot 10^5}\right)^{-0{,}227} \left(\frac{d}{0{,}225}\right)^{1{,}26} \left(\frac{\mu_{\text{ж}}}{1{,}1528}\right)^{-0{,}23} \left(\frac{\sigma}{46000}\right)^{-0{,}069}. \quad (7^*)$$

Таким образом, уравнения (6*) и (7*) позволяют замкнуть систему (1)–(4) и решить обозначенную задачу.

1. *Czernek K.*, *Hyrycz M.*, *Krupinska A.*, *Matuszak M.*, *Ochowiak M.*, *Witczak S.*, *Wlodarczak S.* State-of-the-Art Review of Effervescent-Swirl Atomizers // Energies. — 2021. — V. 14. — P. 2876. — DOI: 10.3390/en14102876.
2. *Hammad F. A.*, *Sun K.*, *Jedelsky J.*, *Wang T.* The Effect of Geometrical, Operational, Mixing Methods, and Rheological Parameters on Discharge Coefficients of Internal-Mixing Twin-Fluid Atomizers // Processes. — 2020. — V. 8(5). — P. 563.
3. *Lin J. Z.*, *Qian L. J.*, *Xiong H. B.* Relationship between deposition properties and operating parameters for droplet onto surface in the atomization impinging spray. Powder Technology // Powder Technology. — 2009. — V. 191(3). — P. 340–348. — DOI: 10.1016/j.powtec.2008.11.009.
4. Lavision company website [Electronic source]. — URL: `http://lavision.de/en/`.
5. *Nocedal J.*, *Wright S. J.* Numerical Optimization. — 2nd ed. — New York: Springer, 2006. — 634 p.

ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ СКОРОСТИ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ С ПОМОЩЬЮ АЛГОРИТМОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ*

З. М. Максудова, А. С. Савельев, Е. В. Кустова

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

При расчете гидродинамических параметров неравновесных газовых потоков в поуровневом приближении существенной задачей является вычисление коэффициентов скорости химических реакций, зависящих от температуры и всех возможных колебательных состояний реагентов. Для получения наиболее точных значений требуемых коэффициентов применяют методы квантовой химии и молекулярной динамики [1, 2], которые сопровождаются чрезвычайно трудоемкими вычислительными процессами.

*Работа выполнена при финансовой поддержке СПбГУ (НИР «Машинное обучение в задачах неравновесной аэромеханики», id проекта 94034084).

В предшествующей работе [3] была получена обобщенная формула для вычисления коэффициента скорости реакций диссоциации и обмена с учетом колебательного и электронного возбуждения всех участников реакции:

$$k^{\text{ex,diss}}_{V_r \to V_p} = B \exp\left(-\frac{\Delta E_{V_r \to V_p} \Theta(\Delta E_{V_r \to V_p})}{k}\left(\frac{1}{T} + \frac{1}{U}\right)\right), \quad \Delta E_{V_r \to V_p} = E_a + E_p - E_r, \quad (1)$$

где $k = 1{,}3806 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана; V_r — колебательно-электронное состояние реагентов; V_r, V_p — внутренние состояния реагентов и продуктов реакции; E_r, E_p — соответствующие энергии; $\Theta(x)$ — функция Хевисайда; E_a — энергия активации реакции; T — температура в Кельвинах; U — параметр модели, имеющий размерность температуры; B — нормирующий множитель:

$$B(T) = \frac{k^{\text{eq}}(T)}{\sum\limits_{V_r^*, V_p^*} \left[\exp\left(-\frac{\Delta E_{V_r^* \to V_p^*} \Theta\left(\Delta E_{V_r^* \to V_p^*}\right)}{k}\left(\frac{1}{T} + \frac{1}{U}\right)\right) \prod\limits_{l=1}^{M_r} n^{\text{eq}}_{V^*_{r,l}}\right]}, \quad (2)$$

M_r — число реагентов, $n^{\text{eq}}_{V^*_{r,l}}$ — приведенное равновесное распределение Больцмана l-го реагента по электронной и колебательной энергии при температуре T, $k^{\text{eq}}(T)$ — равновесный коэффициент скорости реакции, определяемый по закону Аррениуса

$$k^d_{\text{diss, eq}} = AT^n \exp\left(-\frac{D}{kT}\right), \quad (3)$$

A, n — эмпирические параметры [3], D — энергия диссоциации.

Расчет нормирующего множителя B является наиболее ресурсоемкой частью вычислений, которую хотелось бы ускорить с помощью методов машинного обучения (ML). Первым логичным шагом решения этой задачи является исследование более простого случая представленной формулы на примере реакции диссоциации с учетом колебательного возбуждения только распадающейся молекулы. В работе [3] показано, что формула (1) в таком случае сводится к хорошо известной формуле Тринора–Маррона [4]:

$$k^d_{i,\text{diss}} = Z^d_i(T) k^d_{\text{diss, eq}}(T). \quad (4)$$

Неравновесный фактор $Z^d_i(T)$, согласно модели Тринора–Маррона, вычисляется с использованием выражения:

$$Z^d_i(T) = Z_i(T, U) = \frac{Z^{\text{vibr}}(T)}{Z_{\text{vibr}}(-U)} \exp\left(\frac{\varepsilon_i}{k}\left(\frac{1}{T} + \frac{1}{U}\right)\right), \quad (5)$$

где ε_i — энергия i-го колебательного уровня, U — параметр модели Тринора–Маррона, а Z^{vibr} — равновесная колебательная статистическая сумма:

$$Z^{\text{vibr}} = Z^{\text{vibr}}(T) = \sum_i \exp\left(-\frac{\varepsilon_i}{kT}\right). \quad (6)$$

Таким образом, в упрощенной модели Тринора–Маррона роль нормирующего множителя B выполняет произведение равновесного коэффициента Аррениуса на отношение колебательных статистических сумм.

Для использования алгоритмов ML был подготовлен скрипт на языке Python, осуществляющий генерацию набора поуровневых коэффициентов скорости диссоциации в зависимости от заданных параметров: температура газа, тип реакции по совокупности входящих в нее реагентов, а также спектр колебательной энергии

для молекул O_2, NO, N_2 (точный теоретический расчет). Температуры рассматривались в диапазоне от 1000 до 16000 K, всего было получено около $100^{(n-1)}$ векторов с последующим разделением этой совокупности на обучающие и тестовые выборки, где $n = 3$ — количество параметров.

Исходя из сложной и нелинейной зависимости входного и исходного векторов, было решено опробовать глубокие нейронные сети и нелинейные регрессионные модели [5, 6]. Для оценки качества аппроксимации была выбрана средняя абсолютная процентная ошибка:

$$MAPE = \frac{100\%}{n} \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{y_i - \widetilde{y}_i}{y_i} \right|, \tag{7}$$

где y_i — классически полученное значение, $\widetilde{y}_i$ — приближенное моделью ML значение.

Физические значения коэффициентов скоростей диссоциации меняются в диапазоне 10^{-70}–10^{-14} м^3/с. Работа моделей ML с настолько малыми величинами может быть подвержена проблеме переобучения из-за неправильной настройки весов алгоритмом, что приводит к высоким значениям ошибки. Для повышения точности использовались такие методы преобразования данных, как нормирование и логарифмирование.

В результате исследования были определены наиболее корректные и эффективные по времени и точности модели и подходы, обеспечивающие минимизацию ошибки предсказания от точных данных, получаемых на основе модели Тринора–Маррона, для реакций диссоциации в воздухе для широкого диапазона температур.

1. *Armenise I.*, *Esposito F.* Dissociation–recombination models in hypersonic boundary layer O_2/O flows // Chemical Physics. — 2012. — V. 398. — P. 104–110.
2. *Armenise I.*, *Esposito F.*, *Capitta G.*, *Capitelli M.* O–O_2 state-to-state vibrational relaxation and dissociation rates based on quasiclassical calculations // Chemical Physics. — 2008. — V. 351. — P. 91–98.
3. *Kustova E.*, *Savelev A.* Generalized model for state-resolved chemical reaction rate coefficients in high-temperature air // J. Phys.: Conf. Ser. — 2021. — V. 1959. — 012033.
4. *Marrone P. V.*, *Treanor C. E.* Chemical relaxation with preferential dissociation from excited vibrational levels // Phys. Fluids. — 1963. — V. 6, No. 9. — P. 1215–1221.
5. *Бушмакова М. А.*, *Кустова Е. В.* Моделирование скорости колебательной релаксации с помощью методов машинного обучения // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. — 2022. — Т. 9(67), вып. 1. — С. 113–125.
6. *Hemmat Esfe M.*, *Afrand M.*, *Yan Wei-Mon*, *Akbari M.* Applicability of artificial neural network and nonlinear regression to predict thermal conductivity modeling of Al_2O_3-water nanofluids using experimental data // International Communications in Heat and Mass Transfer. — 2015. — V. 66. — P. 246–249.

МОДЕЛЬ СИНТЕЗА МИКРОННЫХ ЧАСТИЦ ФРАКЦИИ НИТРИДА ЦИРКОНИЯ*

А. А. Марков

ИПМех РАН, Москва, Россия

Благодаря высокой твердости температуре плавления нитрид циркония находит применение в современных атомных электростанциях, в получении керамики и

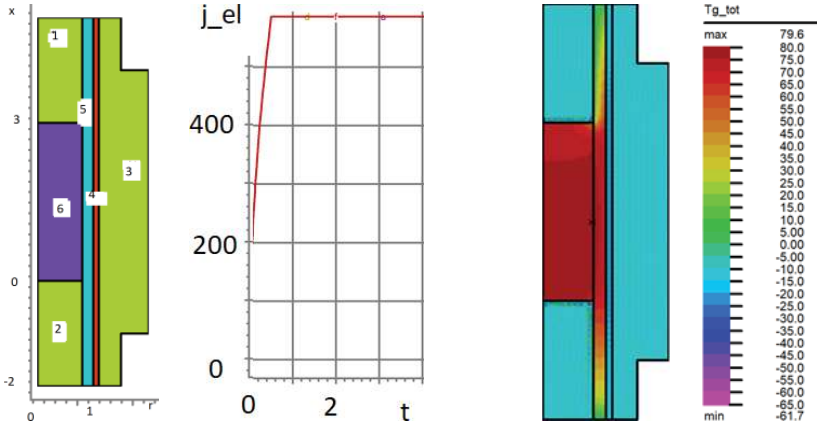
*Работа выполнена по теме государственного задания (№ госрегистрации 123021700057-0).

других материалов для использования в экстремальных условиях. Исследования механизма азотирования ZrN с использованием в качестве реагента оксида ZrO_2 излагаются в [1–3], обсуждаются механизмы зарождение фракций нитрида и карбида циркония и диффузии углерода в реакционный слой, что приводит к удалению углерода до появления ядра из ZrN. Атомы углерода и азота занимают вакансии, оставшиеся после удаления кислорода в процессе синтеза нитрида циркония с использованием оксида ZrO_2. Актуальной проблемой теоретических моделей является возможность предсказывать формирование структур синтезируемого материала в зависимости от управляемого нагрева, анализировать степень уплотнения и эффективность способов уменьшения нежелательных примесей в ZrC, ZrN. В данной работе предлагается модель реактора с графитовой оболочкой малой пористости, с подачей азота через канал, специально расположенный в реакторе вблизи границы зоны синтеза. Рассмотрен процесс получения нитрида циркония горением оксида циркония $ZrO_2(s)$ при параллельно протекающем процессе образования компонента $ZrO_{2-2x_\nu}N_{4x_\nu/3}$, где $0 \le x_\nu \le 1$ стехиометрический коэффициент. В исследовании применяются модели спекания и синтеза порошковых смесей твердой фазы с учетом взаимного влияния объемных изменений в процессе спекания. Азотирование ZrN проводится потоком N_2. Синтез и спекание ZrN сопровождается многостадийной подачей азота [1, 2, 4] на основе кинетики

$$2ZrO_2(s) + N_2(g) + 4C(s) \to 2ZrN(s) + 4CO(g), \tag{1}$$

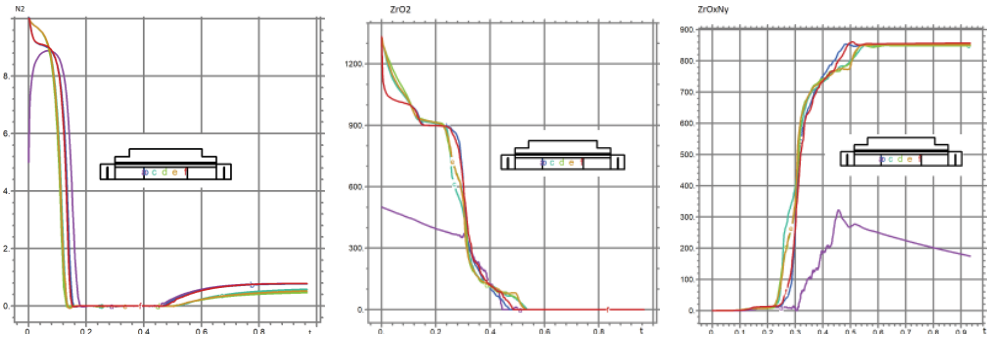
$$ZrO_2(s) + (2x_\nu/3)N_2(g) \to ZrO_{2-2x_\nu}N_{4x_\nu/3}(s) + x_\nu O_2(g). \tag{2}$$

Реакции (1) и (2) моделируют параллельно протекающие процессы синтеза нитрида циркония и оксинитрида циркония $ZrO_{2-2x_\nu}N_{4x_\nu/3}$. Экспериментальные данные [2] о влиянии молярного соотношения углерода и циркония на фазовый состав, температуру и длительность синтеза нитрида циркония мотивировали исследования роста фракции $ZrO_{2-2x_\nu}N_{4x_\nu/3}$. Эта фракция может служить индикатором малого молярного отношении углерода и циркония.



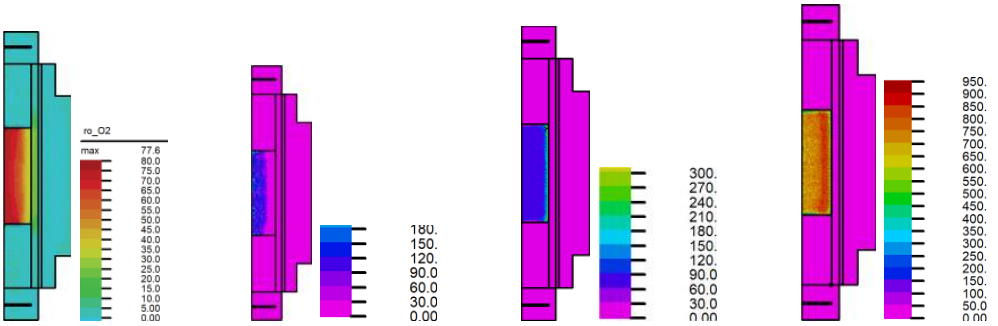
а *б* *в* *в1*

Рис. 1. Схема реактора СПС (*а*). Показана область моделирования, состоящая из зон 1–6. Зона 1–3 — графитовый корпус реактора. Зона 4 — вольфрамовый слой. Зона 5 — канал подачи воздуха. Зона 6 — пористая зона смеси реагентов и продуктов синтеза. На рис. *б* приводится зависимость от времени силы тока, пропускаемого через вольфрамовый слой (зона 4, рис. *а*). На рис. *в* приводится распределение тдаемпературы газовой фазы $\widetilde{T}_g$ в момент времени $t = 100$ при нарастании элекутрического тока (рис. 2, *а*)



а *б* *в*

Рис. 2. Моделирование синтеза для кинетики (1), (2) в случае изменяющейся во времени интенсивности потока азота (*а*) на интервале времени $(0, 1)$. Представлена динамика ZrO_2 (*б*) и фракции ZrN_xO_y (*в*). Линии показывают зависимость от времени плотности N_2, ZrO_2, ZrN_xO_y в точках с координатами $(0, 0{,}5)$, $(0{,}14, 0{,}5)$, $(0{,}9, 0{,}5)$, $(1{,}42, 0{,}5)$, $(2{,}14, 0{,}5)$, $(2{,}86, 0{,}5)$



а *б* *в* *г*

Рис. 3. Распределение в момент времени $t = 0{,}5$ в зоне синтеза 6 (рис. 1, *а*). Распределения плотности компонент O_2, ZrO_2, ZrN и ZrN_xO_y представлены на рис. *а–г*

Применяются уравнения сохранения массы, движения газовой фазы, притока тепла в безразмерных переменных [4]. Температура газовой и твердой фаз T_g и T_S, графитовой оболочки T_{gr} и вольфрамового канала T_{el} находятся по формулам: $T_g = T_0(1 + \beta\widetilde{T}_g)$, $T_S = T_0(1 + \beta\widetilde{T}_S)$, $T_{gr} = T_0(1 + \beta\widetilde{T}_{gr})$, $T_{el} = T_0(1 + \beta\widetilde{T}_{el})$, где ильда относится к бзразмрным перменным. Величина $\beta = RT_0/E_{comb}$ — безразмерный параметр, характеризующий энергию активации горения. Результаты расчетов представлены на рисунках 1–3. Иллюстрируется динамика плотности компонент реакций (1), (2) (рис. 2), распределение температуры газа (рис. 1, *в*) и плотности компонент O_2, ZrO_2, ZrN и ZrN_xO_y в зоне синтеза (рис. 3).

Заключение. В работе проведено моделирование синтеза нитрида циркония и фракции нитрида циркония на основе сопряженного теплообмена, включающего температуру смеси компонент ZrO_2, C, ZrO_xN_y, ZrN, температуру газовой фазы, и температуру пористого графитового корпуса реактора при заданном изменении во времени плотности электрического тока. Управляемый нагрев электрическим током в проводящем слое позволяет оценить распределение компонент твердой фазы при синтезе и уплотнении в зависимости от исходного фазового состава и режима нагрева. Рассмотрен эффект нагрева на распределение фракции ZrO_xN_y в образце. Распределение фракции ZrO_xN_y представляет интерес при оценке соотношения

циркония и углерода в процессе синтеза нитрида циркония. Проведенное моделирование синтеза и уплотнения ZrN, ZrO_xN_y свидетельствует о неравномерном распределении термоупругих, термопластических свойств и пористости продукта синтеза (1), (2) в реакторе. В проведенных расчетах получено значительное влияние переменной пористости на синтез частиц ZrN, ZrO_xN_y.

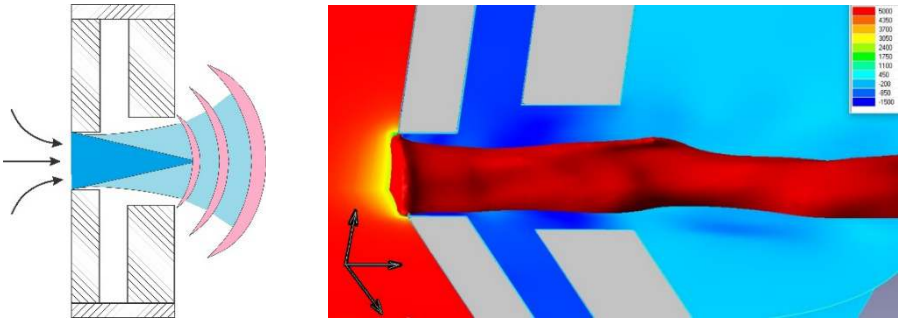
1. *Harrison R. W., Lee W. E.* Processing and properties of ZrC, ZrN and ZrCN ceramics // Advances in Applied Ceramics. — 2016. — V. 115, No. 5. — P. 294–307. — DOI: 10.1179/1743676115Y.0000000061.
2. *Shijiao Zhao et al.* Synthesis and Characterization of Zirconium Nitride Nanopowders by Internal Gelation and Carbothermic Nitridation // Scientific Reports. — 2019. — V. 9. — P. 19199. — DOI: 10.1038/s41598-019-55450-x.
3. *Olevsky E. A.* Theory of sintering: from discrete to continuum // Mater. Sci. & Eng. R: Reports. — 1998. — V. 23, No. 2. — P. 41–100.
4. *Markov A. A.* Multitemperature model of a sps reactor for the synthesis and densification of zirconium nitride // Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics. — 2021. — V. 22(6). — URL: `http://chemphys.edu.ru/issues/2021-22-6/articles/962/`.

ОСОБЕННОСТИ ГАЗОДИНАМИКИ ПОТОКА В СТРУЙНОМ ОСЦИЛЛЯТОРЕ ГЕЛЬМГОЛЬЦА С ЩЕЛЕВОЙ КАМЕРОЙ*

Е. А. Марфин, А. А. Абдрашитов

ИЭПТ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

Струйный осциллятор Гельмгольца [1, 2] это проточный излучатель колебаний давления, состоящий из цилиндрической камеры, которая закрыта с двух сторон крышками (рис. 1, *а*) с входным соплом в одной и выходным отверстием в другой. Процесс генерации колебаний в состоит в следующем. При создании перепада давления рабочий агент протекает через входное сопло, на выходе которого формируется струя, которая проходит через камеру и выходное отверстие наружу. При определенных скоростях струи происходит генерации тона отверстия, который резонансно усиливается на частоте собственных колебаний резонатора Гельмголь-



а *б*

Рис. 1. Схема струйного осциллятора (*а*) и визуализация результатов численного моделирования (*б*)

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №22-29-01174, https://rscf.ru/project/22-29-01174/.

ца. Физика явления генерации колебаний состоит в формировании и развитии в слое смешения вокруг струи вихревых структур и взаимодействии их с выходным отверстием [3, 4]. Подобные устройства могут применяться для интенсификации различных процессов. Одним из перспективных направлений является использование его в нефтяной отрасли для увеличения добычи нефти. Опыт промысловых испытаний скважинного излучателя на основе струйного осциллятора Гельмгольца представлен в работах [5, 6]. В настоящей работе численным моделированием исследован процесс генерации колебаний в подобном устройстве с усовершенствованной конструкцией.

Исследуемый струйный осциллятор имеет цилиндрическую камеру диаметром $D_c = 78$ мм и длиной $L_c = 6$ мм. Во входной крышке в центре выполнено сопло в виде цилиндрического отверстия диаметром $d_1 = 12$ мм, толщина крышки $l_1 = 6$ мм. В выходной крышке толщиной $l_2 = 10$ мм также в центре выполнено выходное отверстие диаметром $d_2 = 18$ мм. Рабочим агентом являлся воздух. Численные расчеты проводились с использованием модели течения жидкости, включающие уравнения Навье–Стокса, неразрывности и сохранения энергии. Расчетная область, включающая проточный канал осциллятора, была построена в системе CAD-моделирования. Численное моделирование осуществлялось с помощью пакета FlowVision, основанном на конечно-объемном методе решения, на вычислительном сервере SuperMicro SYS-7049-TR (512 Гб оперативной памяти). В результате расчета при стационарных граничных условиях (давление на входе и выходе) были получены картины распределения давления и скорости течения в сечении расчетной области (рис. 1, *б*).

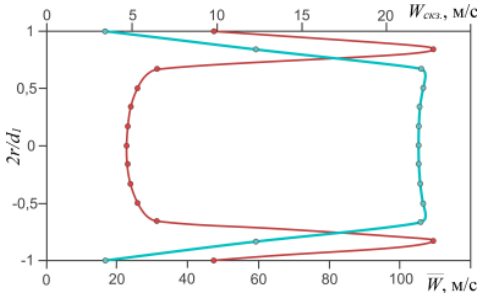


Рис. 2. Профили средней скорости (голубая линия) и среднеквадратичного значения амплитуды колебаний скорости (красная линия) струи

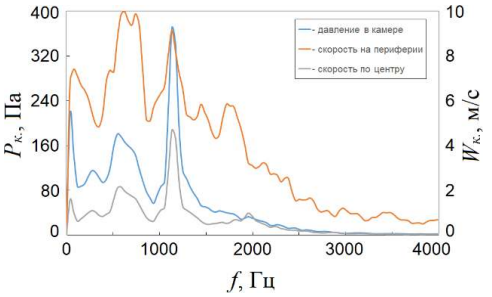


Рис. 3. Спектры колебаний давления в камере и скорости струи

Несмотря на то, что на входе было задано постоянное значение давления, процесс был нестационарный. В камере регистрировались интенсивные колебания давления. Скорость струи была также нестационарная. Значение характерной частоты процесса было близким к расчетному значению собственной частоты резонатора Гельмгольца с двумя горлами. На рис. 2 представлены профили средней скорости потока в струе у среза входного сопла (голубая линия) и среднеквадратичного значения амплитуды колебаний скорости потока. Видно, что в цилиндрическом сопле струя не полностью заполняет сечение сопла, ее профиль имеет вид близкий к прямоугольному.

Колебания скорости потока в струе зависят от расстояния до оси струи. Если в центре струи среднеквадратичное значение амплитуды колебаний скорости примерно постоянно и составляет около 4,5% от скорости струи, то на расстоя-

нии $0{,}42d_1$ амплитуда колебаний скорости сильно увеличивается и составляет 38% от средней скорости в данной точке. Полученные данные свидетельствуют о том, что в этой области начинаются процессы формирования вихревых структур.

Анализ спектров колебаний давления и скорости потока в струе свидетельствует о взаимосвязи этих нестационарных процессов. На рис. 3 представлено сравнение спектров, которое свидетельствует об этом. В зоне смешения струи, где фиксируется максимальная амплитуда колебаний скорости, помимо колебаний на резонансной частоте можно наблюдать колебания с частотой в два раза меньшей частотой.

Полученные результаты могут быть использованы при совершенствовании технических средств генерации колебаний для реализации акустического воздействия на пласт.

1. *Morel Th.* Experimental study of a jet-driven Helmholtz oscillator // Journal of Fluids Engineering. — 1979. — V. 101, No. 3. — P. 383–390.
2. Влияние формы сопла на амплитуду генерации в скважинном акустическом излучателе / А. А. Абдрашитов, Е. А. Марфин, Д. В. Чачков, В. М. Чефанов // Акустический журнал. — 2018. — Т. 64, №4. — С. 488-498. — DOI: 10.1134/S0320791918030012. — EDN XWKQEX.
3. *Абдрашитов А. А.*, *Марфин Е. А.* Влияние длины сопла на работу струйного осциллятора Гельмгольца // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2021. — №1. — С. 142–150. — DOI: 10.31857/S0568528121010011. — EDN AUQYZN.
4. *Abdrashitov A. A.*, *Marfin E. A.* Short cylindrical nozzles in a jet-driven Helmholtz oscillator // Physics of Fluids. — 2020. — V. 32, No. 7. — P. 077103. — DOI: 10.1063/5.0006845. — EDN KVUGHE.
5. *Marfin E. A.*, *Gataullin R. N.*, *Abdrashitov A. A.* Acoustic stimulation of oil production by a downhole emitter based on a jet-driven Helmholtz oscillator // Journal of Petroleum Science and Engineering. — 2022. — V. 215. — P. 110705. — DOI: 10.1016/j.petrol.2022.110705. — EDN DNSLEV.

ДВУХЦВЕТНАЯ БЕТА-ПЛЮС-ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР В ТЕЧЕНИЯХ ЖИДКОСТИ И ГАЗА

П. В. Матюшин

ИАП РАН, Москва, Россия

Рассмотрим трехмерное (3D) поле векторов скорости $\mathbf{v}$, привязанное к некоторой 3D-системе координат СК1. Выберем в СК1 произвольную точку M со скоростью $\mathbf{v}_M$ жидкости или газа в ней. Перейдем в систему координат СК2($\mathbf{v}_M$), двигающуюся относительно СК1 со скоростью $\mathbf{v}_M$. Тогда скорость в точке M в СК2($\mathbf{v}_M$) станет равной нулю, а для скоростей в малой окрестности этой точки будет справедливо обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) $\mathbf{v} = d\mathbf{x}/dt \approx \mathbf{G}\mathbf{x}$, где $\mathbf{G}$ — тензор градиента скорости с элементами $v_{i,j} = \partial v_i/\partial x_j$, t — время. Известно, что наличие двух комплексно-сопряженных собственных значений $\sigma = \alpha + i\beta$ и $\overline{\sigma} = \alpha - i\beta$ тензора $\mathbf{G}$ в точке M дает следующее решение этого ОДУ [1]:

$$\mathbf{x} = C\mathbf{h}e^{\sigma t} + \overline{C\mathbf{h}}e^{\overline{\sigma}t} + C_3\mathbf{h}_3e^{\sigma_3 t} = \mathbf{x}_I + \mathbf{x}_3.$$

Здесь C и C_3 — комплексная и действительная константы, соответственно, σ_3 — третье (действительное) собственное значение тензора $\mathbf{G}$, $\mathbf{h}_3$ — третий (действительный) собственный вектор, $\mathbf{h} = \mathbf{h}_1 - i\mathbf{h}_2$ и $\overline{\mathbf{h}}$ — два комплексно-сопряженных

собственных вектора тензора $\mathbf{G}$, $\mathbf{h}_1$ и $\mathbf{h}_2$ — два линейно независимых действительных вектора, которые являются базисом в плоскости P. Пусть комплексное число $\zeta = \xi_1 + i \cdot \xi_2 = C\exp(\sigma t)$, тогда мы имеем: $\mathbf{x}_I = \xi_1 \cdot \mathbf{h}_1 + \xi_2 \cdot \mathbf{h}_2$. Отобразим аффинно плоскость P на вспомогательную плоскость P^* комплексного переменного ζ так, чтобы вектор $\mathbf{h}_1$ перешел в единицу, а вектор $\mathbf{h}_2$ — в i; тогда вектору $\mathbf{x}_I = \xi_1 \cdot \mathbf{h}_1 + \xi_2 \cdot \mathbf{h}_2$ будет соответствовать комплексное число $\zeta = \xi_1 + i \cdot \xi_2$. В силу этого отображения траектория в плоскости P перейдет в траекторию в плоскости P^*, описываемую уравнением $\zeta = C \cdot \exp(\sigma t)$. В полярных координатах $(r, \theta)\zeta = r \cdot \exp(i\theta)$, т. е. $\xi_1 = r \cdot \cos\theta$, $\xi_2 = r \cdot \sin\theta$. Пусть $C = C_{real} \cdot \exp(iD)$, тогда $r = C_{real} \cdot \exp(\alpha t)$, $\theta = \beta \cdot t + D$ [1]. Таким образом, если $\beta \neq 0$, то можно говорить о вихревом характере движения сплошной среды в малой окрестности точки M в СК2($\mathbf{v}_M$): молекулы сплошной среды двигаются по овалам (при $\alpha = 0$) или овальным спиралям (при $\alpha \neq 0$) и β — это усредненная по времени угловая скорость вращения молекул сплошной среды около точки M в СК2($\mathbf{v}_M$). Для удобства построения одноцветной изоповерхности $\beta = \beta_0 > 0$, демонстрирующей вихревую структуру течения сплошной среды, в тех ячейках расчетной сетки, где $\beta = 0$, функция β переопределяется: $\beta = -0{,}01$. Я узнал о β-визуализации из статьи [2].

Рассмотрим задачу о равномерном движении диска с диаметром d и толщиной $h = 0{,}76 \cdot d$ со скоростью U в покоящейся линейно стратифицированной по плотности несжимаемой вязкой жидкости вдоль горизонтальной оси симметрии Z диска справа налево [3] (рис. 1). Пусть центр диска будет началом движущейся СК1 (z, x, y), а точка Q старта центра тыльной стороны диска будет началом покоящейся декартовой системы координат СК3 (Z, X, Y), где ось X — вертикальна. На рис. 1, *в–д* точка Q находится на пересечении черной вертикальной прямой и оси Z, совпадающей с нижней границей рисунков. Эта задача решается при помощи обезразмеренной системы уравнений Навье–Стокса в приближении Буссинеска, записанной в цилиндрической системе координат (Z, R, φ): $Z = Z$, $X = R\cos\varphi$, $Y = R\sin\varphi$ [3]. Основными безразмерными параметрами этой задачи являются внутреннее число Фруда $\mathrm{Fr} = U \cdot T_b/(2\pi \cdot d)$ и число Рейнольдса $\mathrm{Re} = U \cdot d/\nu$, где T_b и ν — период плавучести и коэффициент кинематической вязкости жидкости. Расчеты проводились на вычислительных ресурсах Межведомственного суперкомпьютерного центра Российской академии наук (МСЦ РАН).

Пусть T — обезразмеренное на T_b время, прошедшее с момента старта диска. При $X > 0$ на точку Q периодически падают деформированные вихревые кольца $1, 2, 3, \ldots$. Левые половины $1, 2, 3, \ldots$ этих колец трансформируются в пространственные гравитационные внутренние полуволны, занимающие все пространство между диском и точкой Q [3]. -3 и -1 — это правые половины колец 3 и 1. В [4] была введена двухцветная $\beta+$-визуализация, которая при помощи знака фитой компоненты ω_φ завихренности $\boldsymbol{\omega} = \mathrm{rot}\,\mathbf{v}$ окрашивает полуволны впадин 1, 3 и гребней 2 на рис. 1, *а* и *в* разными цветами, что очень удобно для исследования структуры внутренних волн. Функция $\beta+$ определена при $\beta > 0$: $\beta+ = \mathrm{sign}(\omega_\varphi) \cdot \beta$, где функция $\mathrm{sign}(\omega_\varphi) = 1$ при $\omega_\varphi \geq 0$, $\mathrm{sign}(\omega_\varphi) = -1$ при $\omega_\varphi < 0$. На рис. 1, *а* S и f_S — это головная часть боковой петли и боковые нити. Если на рис. 1, *а* убрать вихревые структуры, для которых $\omega_\varphi \geq 0$, то станут видны вихревые нити f_1 и f_3. Поэтому в [4] была введена одноцветная $(\beta-)$-визуализация течения. Функция $(\beta-)$ определена при $\beta > 0$ и $\omega_\varphi < 0$: $(\beta-) = \beta$ (рис. 1, *б*). При $\mathrm{Fr} = 0{,}8$ нити f_1 связывают рециркуляционную зону R с осевой частью гребня 2. Нити f_3 при $T > 2$ будут связывать осевые части гребней 2 и 4. Изоповерхности $|\boldsymbol{\omega}|$ не визуализируют нити f_1 и f_3. Поэтому β-визуализация дает больше вихревых структур течения, чем $|\boldsymbol{\omega}|$-визуализация.

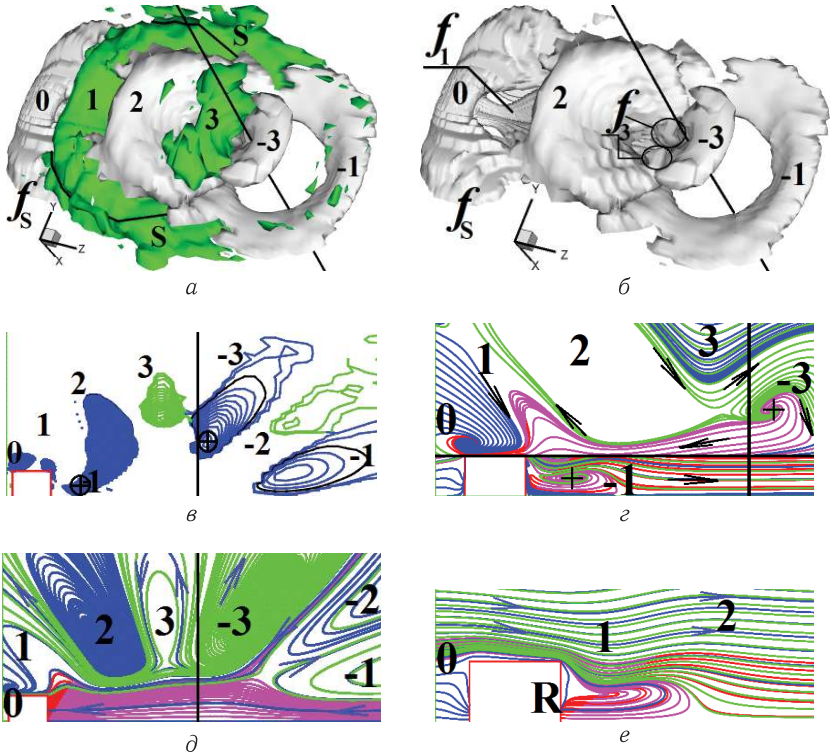


Рис. 1. Течение около диска при $T = 1{,}5$, $\mathrm{Re} = 50$, $T_b = 2\pi c$: *а–б* — вихревая структура течения при $\mathrm{Fr} = 0{,}8$ — изоповерхности $\beta+ = \pm 0{,}002$, $(\beta-) = 0{,}002$; *в–е* — картины течения в вертикальной плоскости X–Z при $\mathrm{Fr} = 0{,}3$ и $X > 0$; *в* — изолинии $\beta+$ с шагом 0,002 (положительные $\beta+$ — зеленые); *г–е* — мгновенные линии тока в СК2$(0, -0{,}01, 0)$ при $0 < X \leq d/2$ и в СК2$(0{,}973, 0{,}005, 0)$ при $X > d/2$, соответственно (*г*), в СК3 (*д*) и в СК1 (*е*)

Рисунок 1, *в–е* демонстрируют физический смысл β для двух точек M_1 и M_2, отмеченных черными крестами на рис. 1, *в–г*. Рисунок 1, *г* разделен черной прямой $X = d/2$ на верхнюю и нижнюю части. Картины линий тока в верхней и нижней частях рис. 1, *г* показаны в СК2$(0{,}973, 0{,}005, 0)$ и СК2$(0, -0{,}01, 0)$, соответственно, и демонстрируют вращение жидкости в окрестностях точек M_1 и M_2. Картины линий тока в верхней и нижней частях рис. 1, *г* похожи на картины линий тока в СК3 (рис. 1, *д*) и СК1 (рис. 1, *е*), соответственно. Так на рис. 1, *г* и *е* при $0 < X \leq d/2$ мы видим зону R. А на рис. 1, *г* и *д* при $X > d/2$ мы видим полуволны впадин и гребней.

1. *Понтрягин Л. С.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. — М.: Наука, 1974. — 331 с.
2. *Jeong J.*, *Hussain F.* On the identification of a vortex // J. Fluid Mech. — 1995. — V. 285. — P. 69–94.
3. *Матюшин П. В.* Процесс формирования внутренних волн, инициированный началом движения тела в стратифицированной вязкой жидкости // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2019. — №3. — С. 83–97.
4. *Матюшин П. В.* Вихревая структура, генерируемая равномерным движением диска в сильно стратифицированной вязкой жидкости // «Волны и вихри в сложных средах»: 12-ая Международная конфер. — школа молодых ученых; 01–03 декабря 2021 г.; Москва: Сборник материалов шк. — М.: ООО «ИСПО-принт», 2021. — С. 160–162.

ДЕТАЛЬНАЯ КИНЕТИКА ПЛАЗМЫ ОДИНОЧНОГО ИМПУЛЬСНОГО РАЗРЯДА И ПОСЛЕРАЗРЯДНОЙ ЗОНЫ*

М. Ю. Мельник, Е. В. Кустова

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

В низкотемпературной плазме [1, 2], лазерах, течениях в соплах и за ударными волнами [3, 4] часто встречаются условия, при которых отсутствует термическое и химическое равновесие. Неравновесность сильно влияет на проходящие в газе процессы и скорость их протекания, а для корректного описания течения требуются более сложные модели и подходы. Для моделирования неравновесных газов представляет интерес детальное поуровневое приближение [5], в котором колебательные и электронные состояния молекул и атомов рассматриваются как отдельные сорта газа. Перед применением вычислительно затратного поуровневого подхода в реальных условиях важно убедиться в корректности используемых моделей. Это достигается путем численного моделирования течений в условиях экспериментальных исследований и сравнением с эмпирически полученными данными. Такая валидация поуровневого подхода проводилась авторами для ударных волн [3, 4]. В условиях разрядов и в послеразрядных зонах температура газа существенно ниже, чем в ударных волнах, но элементарные процессы оказываются очень похожими [6–8]. Поэтому возможно использование аналогичных подходов к моделированию, что, однако, требует их предварительной валидации для низкотемпературной плазмы.

Работа посвящена поуровневому моделированию неравновесной плазмы в условиях одиночного импульсного разряда постоянного тока и в послеразрядной зоне [6], а также описанию релаксации газа в описанной задаче. Проанализирована предложенная ранее кинетическая схема [7] и рассмотрены возможные пути ее усовершенствования. Для решения задачи использована нульмерная постановка [7], что позволяет пренебречь процессами переноса, но сохраняет высокую детальность кинетики при приемлемых вычислительных затратах. Также это позволяет сосредоточиться на электронно-колебательно-химических процессах и их взаимосвязи.

Условия для проведения численного моделирования взяты из эксперимента [6]. Рассматривалась воздушная смесь, включающая N_2, 20% O_2 и 0,8% NO. Начальное давление составляло 1,33 мбар, а температура газа — 300 К. Сила тока в исследованиях составляла от 25 до 150 мА с длительностью импульса 5 мс. Моделирование проведено с использованием авторского программного комплекса STSe-01D [9], разработанного для моделирования физико-химических процессов в неравновесных газах для нульмерных и одномерных задач. Программный продукт позволяет легко изменять начальные условия, состав смеси и используемые модели для максимального удобства анализа и исследований.

Использованная при моделировании кинетическая схема включает процессы обмена колебательной энергией (VT, VV и VE), диссоциацию, рекомбинацию, реакции обмена и ионизации при столкновении с тяжелыми частицами и электронами. Для вычисления был использован широкий набор моделей, предложенный ранее в работах [3, 4, 7, 8]. Внимания стоит тот факт, что в настоящий момент в литературе не предложено универсальной кинетической схемы, позволяющей с удовлетворительной точностью описывать неравновесные течения в широком наборе температур и начальных условий. В данной работе проведен анализ для всевозможных комбинаций моделей с целью нахождения наиболее оптимальной и

*Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант №23-19-00241).

универсальной. При этом особое внимание уделено рассмотрению релаксации в послеразрядной зоне, поскольку в ней влияние свободных электронов падает. Это позволяет качественнее проанализировать процессы, происходящие при столкновениях с тяжелыми частицами. Выработаны рекомендации по оптимальному выбору моделей описания процессов, сочетающих приемлемые вычислительные затраты и удовлетворительную точность.

1. *Lepikhin N. D.*, *Popov N. A.*, *Starikovskaia S. M.* On electric field measurements based on intensity ratio of 1– and 2+ systems of nitrogen in discharges with high specific deposited energy // Plasma Sources Sci. Technol. — 2022. — V. 31. — P. 084002.
2. *Saifutdinov A. I.* Numerical study of various scenarios for the formation of atmospheric pressure DC discharge characteristics in argon: from glow to arc discharge // Plasma Sources Sci. Technol. — 2022. — V. 31. — P. 094008.
3. *Campoli L.*, *Kunova O.*, *Kustova E.*, *Melnik M.* Models validation and code profiling in state-to-state simulations of shock heated air flows // Acta Astronaut. — 2020. — V. 175. — P. 493–509.
4. *Melnik M. Yu.*, *Kustova E. V.* Impact of electronic excitation on the state-to-state vibrational-chemical CO kinetics // J. Phys.: Conf. Ser. — 2022. — V. 2308. — P. 012014.
5. *Нагнибеда Е. А.*, *Кустова Е. В.* Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих газов. — СПб.: Изд-во во С.-Петербургского университета, 2003.
6. *Hubner M.*, *Marinov D.*, *Guaitella O.*, *Rousseau A.*, *Ropcke J.* On time resolved gas temperature measurements in a pulsed dc plasma using quantum cascade laser absorption spectroscopy // Meas. Sci. Technol. — 2012. — V. 23. — P. 115602.
7. *Pintassilgo C. D.*, *Guerra V.*, *Guaitella O.*, *Rousseau A.* Study of gas heating mechanisms in millisecond pulsed discharges and afterglows in air at low pressures // Plasma Sources Sci. Technol. — 2014. — V. 23. — P. 025006.
8. *Annusova A.*, *Marinov D.*, *Booth J. P.*, *Sirse N.*, *da Silva M. L.*, *Lopez B.*, *Guerra V.* Kinetics of highly vibrationally excited O_2(X) molecules in inductively-coupled oxygen plasmas // Plasma Sources Sci. Technol. — 2018. — V. 27. — P. 045006.
9. *Мельник М. Ю.*, *Кунова О. В.*, *Кравченко Д. С.* Программный комплекс для моделирования поуровневой 0D и 1D релаксации газовых смесей с учетом электронной кинетики (STSe-01D-Solver). Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2023610588 от 11.01.2023 г.

ВЛИЯНИЕ ФАКТОРОВ ШЕРОХОВАТОСТИ И ВДУВА В ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ НА РАСЧЕТ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛОВОГО ПОТОКА В ТРЕХМЕРНОЙ ПОСТАНОВКЕ

Д. Н. Минюшкин, И. С. Фролов, А. К. Дубровин

МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Для расчета тепловых потоков на сложных геометриях в трехмерной постановке при движении в атмосфере с высокими скоростями в настоящее время широко используется численное решение уравнений Навье–Стокса. Однако, даже при современном уровне доступности вычислительных мощностей, подобные расчеты, все же, являются ресурсозатратными. Для быстрой оценки конвективных тепловых потоков может использоваться метод эффективной длины [1].

В методе эффективной длины соотношения получены на основе точного решения задачи для гладкой пластины [1]. На практике структура пограничного слоя

зависит от свойств поверхности и различных возмущающих факторов. Например, в случае шероховатой поверхности или при наличии вдува величина теплового потока может существенно отличатся значения, полученного для гладкой поверхности. Таким образом, в метод эффективной длины необходимо добавить модели, которые данные факторы.

В рамках данной работы были реализованы модели для учета шероховатости поверхности и наличия вдува в методе эффективной длины. Разработанные программные модули были интегрированы в программу для расчета тепловых потоков методом эффективной длины. Была проведена валидация на экспериментальных данных из [1].

Влияние шероховатости поверхности на теплообмен можно учитывать с помощью коэффициента F_w, характеризующего усиление теплового потока q_w по сравнению с его значением на гладкой поверхности q_w^0:

$$q_w = F_w q_w^0.$$

В случае ламинарного пограничного слоя коэффициент F_w можно получить на основе корреляционных зависимостей, представленных в работе [2]. В случае турбулентного пограничного слоя можно использовать соотношения из работы [3]. Влияние вдува также описывается экспериментально полученным зависимостям для ламинарного и турбулентного режимов [1].

1. Конвективный теплообмен летательных аппаратов: учеб. пособ. / Под ред. Б. А. Землянского. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. — 380 с.
2. *Pulliam T. H.* Artificial dissipation models for the Euler equations // AIAA J. — 1986. — V. 24, No. 12. — P. 1931.
3. *Powars C. A.* Roughness effects Augment Heating Data correlation and Analysis // Passive Nose tip Technology (PANT) Program. — 1974. — V. XI. SAMSO TR-74-86.

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЖИДКОСТИ В СКВАЖИНЕ, СООБЩАЮЩЕЙСЯ С ПЛАСТОМ СИСТЕМОЙ ТРЕЩИН*

***Д. А. Насырова*[1,2], *Р. А. Башмаков*[1,3]**

[1]*ИМех УФИЦ РАН, Уфа, Россия;* [2]*КФУ, Казань, Россия;* [3]*УУНиТ, Уфа, Россия*

В работе Wang X., Hovem K., Moos D., Quan Y. «Water Hammer Effects on Water Injection Well Performance and Longevity» [1] описаны результаты полевых исследований, при которых изучались скачки давления на различных участках обсаженной нефтяной скважины в результате остановки нагнетательного насоса. Скважинные датчики регистрировали значения давления в зависимости от времени со скоростью 100 показаний в секунду. Анализ приводимых в работе осциллограмм с нашей точки зрения свидетельствует, о том, что основную роль в показаниях приборов играют собственные частоты колебаний столба жидкости.

В работе Ляпидевского В. Ю., Неверова В. В., Кривцова А. М. «Математическая модель гидроудара в вертикальной скважине» [2] предлагается математическая модель, описывающая фазовые и амплитудные характеристики волнового пакета, проведено сравнение численных расчетов, полученных на основе модели с данными работы [1]. Граничные условия на нижнем конце скважины учитывают

*Работа выполнена при поддержке гранта РНФ №21-11-00207.

либо ламинарный, либо турбулентный режим течения, связанный с трением в перфорационных каналах.

Нами были рассмотрены собственные колебания столба жидкости в нефтяной скважине, возникающие при резком закрытии или открытии насосов скважины (гидроударе). Период колебаний, интенсивность затухания колебаний определяются протяженностью столба жидкости, ее реологическими свойствами, а также коллекторскими характеристиками призабойной зоны пласта. На основе математической модели, описывающей движение столба жидкости в скважине, когда ее верхний конец открыт [3] или закрыт [4], и фильтрацию в призабойной зоне, подверженной ГРП, получены решения задачи о собственных затухающих колебаниях столба жидкости в скважине. Изучены зависимости частоты и коэффициента затухания колебаний давления на различных участках скважины от значений проницаемости пласта, параметров ГРП. Показано, что акустическая диагностика основанная на анализе собственных колебаний в скважине может служить действенным инструментом для диагностики призабойной зоны скважины.

Основные уравнения. Пусть обсаженная горизонтальная скважина длиной l сообщается с пластом посредством N радиальных трещин ГРП, расположенных равномерно вдоль скважины. Тогда число трещин ГРП, приходящееся на единицу длины скважины равно $n = N/l$.

Запишем уравнения движения для малых возмущений в скважине. Поскольку скважина обсаженная, приток флюида из пласта в скважину происходит только через трещины ГРП. Тогда уравнения массы и импульсов запишется как:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{2}{a}\rho_0 n d_f u_{f(a)},$$

$$\rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{2\sigma}{a_c} \quad (0 < z < l),$$

$$\sigma = \mu \int\limits_{-\infty}^{t} \frac{\partial w/\partial \tau}{\sqrt{\pi\nu(t-\tau)}} d\tau, \quad \nu = \frac{\mu}{\rho_0}, \quad \rho = \frac{p}{C^2}.$$

Здесь σ — касательное напряжение в жидкости на поверхности стенки скважины [ ], μ и ν — динамическая и кинематическая вязкости жидкости, C — скорость звука в жидкости, a — радиус скважины, $u_{f(a)}$ — скорость фильтрации.

Решая систему уравнений и используя уравнения фильтрации, получим основное характеристическое уравнение для определения комплексной частоты

$$\sin(Kl) = 0, \quad K^2 = \frac{\omega^2}{C^2}\left(1 + \frac{2}{y}\right)\left(1 + \frac{2nd_f k_f x C^2}{a\nu i\omega}\frac{K_1(xa)}{K_0(xa)}\right).$$

1. *Wang X.*, *Hovem K.*, *Moos D.*, *Quan Y.* Water Hammer Effects on Water Injection Well Performance and Longevity // SPE International Symposium and Exhibitionon Formation Damage Control, 2008, SPE 112282.
2. *Ляпидевский В. Ю.*, *Неверов В. В.*, *Кривцов А. М.* Математическая модель гидроудара в вертикальной скважине // Сиб. электрон. матем. изв. — 2018. — №15. — С. 1687–1696.
3. *Башмаков Р. А.*, *Насырова Д. А.*, *Шагапов В. Ш.* Собственные колебания жидкости в скважине, сообщающейся с пластом, при наличии трещины ГРП // Прикладная математика и механика. — 2022. — Т. 86. — Вып. 1. — С. 88–104.
4. *Башмаков Р. А.*, *Насырова Д. А.*, *Шагапов В. Ш.*, *Хакимова З. Р.* Колебания столба жидкости в открытой скважине и сообщающейся с пластом, подверженным ГРП // Вестник Башкирского Университета. — 2022. — Т. 27, №4.

ОЦЕНКА ПРИМЕНИМОСТИ МОДЕЛЕЙ ПЕРВОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ОБТЕКАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ БОЛЬШОЙ КРИВИЗНЫ*

Ю. А. Никитченко, Е. Э. Красавин

МАИ, Москва, Россия

Проблема описания течения в окрестности поверхностей большой кривизны (острых кромок) имеет большое практическое значение и возникает, например, при расчета обтекания кромок воздухозаборников прямоточных двигателей, носовых частей гиперзвуковых аппаратов и пр. Эти поверхности подвержены большому аэродинамическому разогреву при низком теплоотводе от них. Это проблема рассматривалась разными авторами с различных позиций, например [1–3].

В работе [4] задача обтекания острой кромки решена в ее теоретическом пределе, т. е. для абсолютно острой кромки. Показано, что перед острой кромкой параметры газа имеют разрыв первого рода, что делает расчеты с использованием моделей первого приближения (приближение Навье–Стокса) в их традиционной реализации не адекватными описываемым физическим процессам.

В настоящей работе рассматривается обтекание пластины со скругленным носиком. Число Кнудсена определяется по радиусу скругления и рассматривается в интервале $\mathrm{Kn} = 10^{-3}$–10^{-1}. В качестве моделей первого приближения рассматриваются модель Навье–Стокса–Фурье (НСФ) и двухтемпературная модель (М6) с использованием терминологии [5]. В качестве базы для сравнения использованы решения по модельному кинетическому уравнению [6].

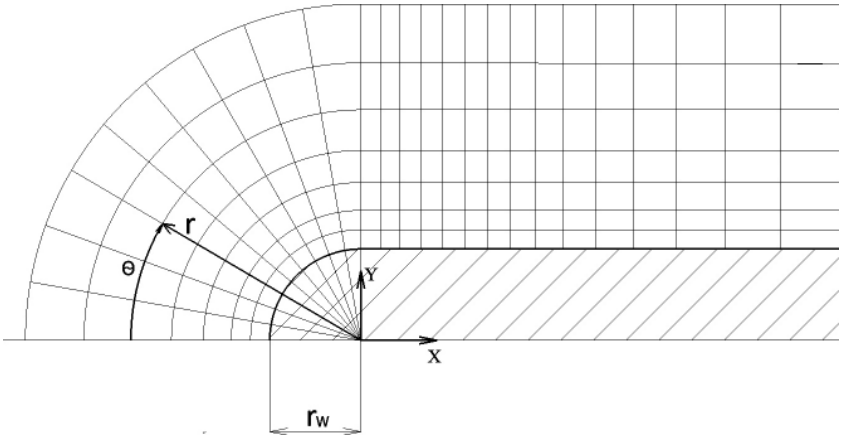


Рис. 1

На рис. 1 схематически представлены обтекаемая пластина и сетка расчетной области. Пластина установлена параллельно набегающему потоку и имеет бесконечный размах. Длина пластины (размер по оси X) много больше радиуса скругления кромки r_w. Полярная (r, θ) и декартова (x, y) системы координат адаптированы к поверхности пластины. Рассматривается плоская задача.

*Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России (номер темы FSFF-2023-0008).

Модели первого приближения в таких сопряженных системах координат получены как моментные уравнения кинетической модели [6] с функцией распределения $f = f(t, r, \theta, z, \xi_x, \xi_y, \xi_z)$. Кинетическое уравнение имеет следующий вид:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (-\xi_x \cos\theta + \xi_y \sin\theta)\frac{\partial f}{\partial r} + (\xi_x \sin\theta + \xi_y \cos\theta)\frac{\partial f}{r\,\partial\theta} + \xi_z \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{f^+ - f}{\tau_p}.$$

Двумерная система уравнений двухтемпературной модели в полярной области

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + u_\theta \frac{\partial \rho}{r\,\partial\theta} + \left[-\cos\theta \frac{\partial u_x}{\partial r} + \sin\theta \frac{\partial u_y}{\partial r} + \sin\theta \frac{\partial u_x}{r\,\partial\theta} + \cos\theta \frac{\partial u_y}{r\,\partial\theta} \right] \rho = 0,$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_i}{\partial r} + u_\theta \frac{\partial u_i}{r\,\partial\theta} + \left[-\cos\theta \frac{\partial P_{ix}}{\partial r} + \sin\theta \frac{\partial P_{iy}}{\partial r} + \sin\theta \frac{\partial P_{ix}}{r\,\partial\theta} + \cos\theta \frac{\partial P_{iy}}{r\,\partial\theta} \right] \rho = 0,\ i = x, y,$$

$$\frac{\partial T_t}{\partial t} + u_r \frac{\partial T_t}{\partial r} + u_\theta \frac{\partial T_t}{r\,\partial\theta} + \frac{2}{3\rho R}\left\{ -\cos\theta \left(P_{xx}\frac{\partial u_x}{\partial r} + P_{xy}\frac{\partial u_y}{\partial r} \right) + \right.$$

$$+ \sin\theta \left(P_{xy}\frac{\partial u_x}{\partial r} + P_{xx}\frac{\partial u_y}{\partial r} \right) + \left[\sin\theta \left(P_{xx}\frac{\partial u_x}{r\,\partial\theta} + P_{xy}\frac{\partial u_y}{r\,\partial\theta} \right) + \cos\theta \left(P_{xy}\frac{\partial u_x}{r\,\partial\theta} + P_{xx}\frac{\partial u_y}{r\,\partial\theta} \right) \right] -$$

$$\left. - \cos\theta \frac{\partial \varphi_x}{\partial r} + \sin\theta \frac{\partial \varphi_y}{\partial r} + \left(\cos\theta \frac{\partial \omega_y}{r\,\partial\theta} + \sin\theta \frac{\partial \omega_x}{r\,\partial\theta} \right) \right\} = -\frac{5 - 3\gamma}{2z} \frac{T_t - T_r}{\tau_p},$$

$$\frac{\partial T_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial T_r}{\partial t} + u_\theta \frac{\partial T_r}{r\,\partial\theta} + \frac{2(\gamma - 1)}{(5 - 3\gamma)\rho R}\left[-\cos\theta \frac{\partial \omega_x}{\partial r} + \sin\theta \frac{\partial \omega_y}{\partial r} + \cos\theta \frac{\partial \omega_y}{r\,\partial\theta} + \sin\theta \frac{\partial \omega_x}{r\,\partial\theta} \right] =$$

$$= \frac{3(\gamma - 1)}{2z} \frac{T_t - T_r}{\tau_p}.$$

Здесь $u_r = -u_x \cos\theta + u_y \sin\theta$, $u_\theta = u_x \sin\theta + u_y \cos\theta$,

$$P_{xx} = p - \mu\left\{ -\cos\theta \frac{4}{3}\frac{\partial u_x}{\partial r} + \sin\theta \left(-\frac{2}{3}\frac{\partial u_y}{\partial r} \right) + \sin\theta \frac{4}{3}\frac{\partial u_x}{r\,\partial\theta} + \cos\theta \left(-\frac{2}{3}\frac{\partial u_y}{r\,\partial\theta} \right) \right\},$$

$$P_{xy} = -\mu\left\{ -\cos\theta \frac{\partial u_y}{\partial r} + \sin\theta \frac{\partial u_x}{\partial r} + \sin\theta \frac{\partial u_y}{r\,\partial\theta} + \cos\theta \frac{\partial u_x}{r\,\partial\theta} \right\},$$

$$P_{yy} = p - \mu\left\{ -\cos\theta \left(-\frac{2}{3}\frac{\partial u_y}{\partial r} \right) + \sin\theta \frac{4}{3}\frac{\partial u_x}{\partial r} + \sin\theta \left(-\frac{2}{3}\frac{\partial u_y}{r\,\partial\theta} \right) + \cos\theta \frac{\partial u_x}{r\,\partial\theta} \right\},$$

$$\varphi_x = -\frac{15}{4} R\mu \left(-\cos\theta \frac{\partial T_t}{\partial r} + \sin\theta \frac{\partial T_t}{r\,\partial\theta} \right), \quad \varphi_y = -\frac{15}{4} R\mu \left(\sin\theta \frac{\partial T_t}{\partial r} + \cos\theta \frac{\partial T_t}{r\,\partial\theta} \right),$$

$$\omega_x = -\frac{5 - 3\gamma}{2(\gamma - 1)} R\mu \left(-\cos\theta \frac{\partial T_r}{\partial r} + \sin\theta \frac{\partial T_r}{r\,\partial\theta} \right),\ \omega_y = -\frac{5 - 3\gamma}{2(\gamma - 1)} R\mu \left(\sin\theta \frac{\partial T_r}{\partial r} + \cos\theta \frac{\partial T_r}{r\,\partial\theta} \right).$$

В декартовой системе координат координата r преобразуется в y, $r\,\partial\theta$ в x, $\sin\theta = 1$, $\cos\theta = 0$. Система уравнений модели НСФ отличается следующим: поступательная температура T_t соответствует термодинамической температуре T, последнее уравнение системы отсутствует, правая часть уравнения энергии обращается в ноль.

Для численного решения использовалась прогонка трехдиагональной матрицы по координате r или y. С учетом граничных условий скольжения погранслоя это позволило свести решение к третьей краевой задаче.

В большинстве задач неравновесной газовой динамики верхняя граница применимости моделей первого приближения по числу Кнудсена принимается $\mathrm{Kn} \approx 10^{-2}$ [7, 8]. Для двухтемпературной модели эта граница может быть расширена до $\mathrm{Kn} \approx 10^{-1}$. Высоко градиентная область течения, возникающая перед острой кромкой, сокращает область применимости моделей первого приближения. Расчеты,

проведенные для чисел Маха $M_\infty = 8$ и 9 показывают, что верхнюю границу этих моделей следует оценивать как $Kn \approx 10^{-3}$.

1. *Кузнецов А. А.*, *Лунев В. В.* Нагрев тонкого острого клина в сверхзвуковом потоке // МЖГ. — 2021. — №1. — С. 115–119.
2. *Кузнецов М. М.*, *Липатов И. И.*, *Никольский В. С.* Асимптотический анализ эффектов поступательной неравновесности в гиперзвуковом течении около плоской поверхности с острой передней кромкой // Письма в ЖТФ. — 2008. — Т. 34, вып. 8. — С. 21–28.
3. *Шершнев А. А.*, *Кудрявцев А. Н.*, *Бондарь Е. А.* Численное моделирование сверхзвукового течения газа около плоской пластины на основе кинетических и континуальных моделей // Вычислительные технологии. — 2011. — Т. 16, №6. — С. 93–104.
4. *Березко М. Э.*, *Никитченко Ю. А.* Численное решение задачи гиперзвукового обтекания тонкой пластины // МЖГ. — 2022. — №2. — С. 87–95.
5. *Никитченко Ю. А.* О целесообразности учета коэффициента объемной вязкости в задачах газовой динамики // МЖГ. — 2018. — №2. — С. 128–138.
6. *Никитченко Ю. А.* Модельное кинетическое уравнение многоатомных газов // ЖВМ и МФ. — 2017. — Т. 57, №11. — С. 1882–1894.
7. *Кошмаров Ю. А.*, *Рыжов Ю. А.* Прикладная динамика разреженного газа. — М.: Машиностроение, 1977. — 184 с.
8. Аэрогидромеханика / Е. Н. Бондарев, В. Т. Дубасов, Ю. А. Рыжов, С. Б. Свирщевский, Н. В. Семенчиков. — М.: Машиностроение, 1993. — 608 с.

МОДЕЛЬНОЕ КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ОПИСАНИЯ СМЕСЕЙ ОДНО- И МНОГОАТОМНЫХ ГАЗОВ*

Ю. А. Никитченко, Н. И. Сергеева

МАИ, Москва, Россия

Разработка методов описания неравновесных течений оказывается в числе наиболее актуальных задач современной аэромеханики и газовой динамики. Весьма актуальной для множества практических задач является необходимость учитывать многокомпонентность газов. Имеется ряд работ по исследованию течения смесей газов в неравновесных течениях, основанные на статистических методах. Так, например, в работе [1] исследуется течение двух-, трех- и четырехкомпонентных газов в ударной волне на основе численного решения уравнения Больцмана для моделей молекул в виде твердых сфер. Однако статистические методы трудоемки и не позволят перейти непосредственно к описанию в гидродинамических переменных. Модельные кинетические уравнения позволяют относительно просто строить системы моментных уравнений в макроскопических параметрах. Построению модельных кинетических уравнений на основе БГК модели посвящены работы [2–4]. Также имеются экспериментальные работы, посвященные разделению профилей плотности скорости и составляющих температуры в ударной волне двух компонентного одноатомного газа [5]. Целью настоящей работы является разработка физико-математической модели многокомпонентной среды в виде модельного кинетического уравнения и соответствующей ему системы моментных уравнений.

В результате получено модельное кинетическое уравнение, описывающее многокомпонентные одно- и многоатомные среды. Модель разработана на основе модели, представленной в работе [6]. Особенностями разработанной модели являются:

— метод определения эффективного сечения столкновений молекул;

*Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России (номер темы FSFF-2023-0008).

— метод определения относительных скоростей молекул различных компонент;
— определение вязкости смеси только в невозмущенном потоке.

Кинетическое уравнение для смеси одноатомных газов записано по аналогии с модельным кинетическим уравнением [6]:

$$\frac{\partial f^K}{\partial t} + \xi_\alpha \frac{\partial f^K}{\partial x_\alpha} = \nu^{KK}\left(f_K^{+K} - f^K\right) + \sum_{N\neq K} \nu_N^K \left(f_N^{+K} - f^K\right).$$

Здесь $f(t,x,y,z,\xi_x,\xi_y,\xi_z)$ — функция распределения молекул по скоростям, ξ_i — молекулярная скорость. Модель построена с допущением, что молекула рассматриваемого компонента K движется относительно молекул другого компонента N со средней скоростью $\overline{g}_N^K$, определяемой эффективной групповой скоростью $\overline{U}_N^K$ и средними тепловыми скоростями $\overline{c}^K$ и $\overline{c}_N$. Скорость $\overline{U}_N^K$ определена как

$$\overline{U}_N^K = \int\limits_0^{\pi/2} |\Delta \mathbf{U}_N^K| \cdot \cos\beta \, d\beta = \frac{2}{\pi} |\Delta \mathbf{U}_N^K|,$$

где $\Delta \mathbf{U}_N^K = \mathbf{U}^K - \mathbf{U}^N$ — относительная скорость движения компонентов, $|\Delta \mathbf{U}_N^K| \cdot \cos\beta$ — проекция $\Delta \mathbf{U}_N^K$ на одно из всевозможных направлений средних тепловых скоростей $\overline{c}^K$ и $\overline{c}_N$.

При сделанных допущениях средняя относительная скорость определяется как

$$\overline{g}_N^K = \frac{1}{2}\Big(\max\big(|\overline{U}_N^K + \overline{c}^K|, \overline{c}_N\big) + \max\big(|\overline{U}_N^K - \overline{c}^K|, \overline{c}_N\big)\Big).$$

Модельное кинетическое уравнение для многоатомных газов принимает следующий вид согласно работе [6]:

$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{vmatrix} f_t^K \\ f_r^K \end{vmatrix} + \xi_x \frac{\partial}{\partial x}\begin{vmatrix} f_t^K \\ f_r^K \end{vmatrix} = \nu^{KK}\begin{vmatrix} f_{tK}^{+K} - f_t^K \\ f_{rK}^{+K} - f_r^K \end{vmatrix} + \nu_N^K \begin{vmatrix} f_{tN}^{+K} - f_t^K \\ f_{rN}^{+K} - f_r^K \end{vmatrix}, \quad f_t = \int f_t \, d\varepsilon, \quad f_r = \int \varepsilon f_r \, d\varepsilon,$$

$$f_{tK}^{+K} = \frac{n^K}{(2\pi R^K T^K)^{3/2}} \exp\left(-\frac{(\mathbf{c}^K)^2}{2R^K T^K}\right)\left[1 + \frac{(\varphi^K)_\alpha (c^K)_\alpha}{3\rho^K (R^K T^K)^2}\left(\frac{(\mathbf{c}^K)^2}{5R^K T^K} - 1\right)\right],$$

$$f_{rK}^{+K} = \frac{5 - 3\gamma^K}{2(\gamma^K - 1)} k T_{rK}^{+K} f_{tK}^{+K},$$

$$T_{rK}^{+K} = T^K - \frac{3}{2}(\gamma^K - 1)\left(1 - \frac{1}{Z}\right)(T_{tK}^K - T_{rK}^K), \quad T_{tK}^{+K} = T^K + \frac{5 - 3\gamma^K}{2}\left(1 - \frac{1}{Z}\right)(T_{tK}^K - T_{rK}^K),$$

$$f_{tN}^{+K} = \frac{n^K}{(2\pi R^K T_N^{+K})^{3/2}} \exp\left(-\frac{(\mathbf{c}_N^{+K})^2}{2R^K T_{tN}^{+K}}\right)\left[1 + \frac{(\varphi^K)_\alpha (c_N^{+K})_\alpha}{3\rho^K (R^K T_N^{+K})^2}\left(\frac{(\mathbf{c}_N^{+K})^2}{5R^K T_N^{+K}} - 1\right)\right],$$

$$f_{rN}^{+K} = \frac{5 - 3\gamma^N}{2(\gamma^N - 1)} k T_{rN}^{+K} f_{tN}^{+K}.$$

В случае одноатомных компонент f_r^+ не существует, $T_t \to T$, $\varphi \to \mathbf{q}$.

На основании полученной системы модельных кинетических уравнений построены покомпонентные системы моментных уравнений первого приближения (приближение Навье–Стокса) [7], что является актуальной задачей при обтекании активных по отношению к определенным компонентам среды поверхностей.

Выполнено тестирование модели на примере задачи плоской ударной волны для газов, содержащих одно- и многоатомные компоненты. Расчет показал удовлетворительную сходимость с расчетами статистическими методами [1]. Сравнение с моделями БГК дает существенное расхождение в определении тепловых потоков.

1. *Raines A. A.* Numerical solution of the Boltzmann equation for the shock wave in a gas mixture // Fluid dynamics. — 2014.
2. *Elizarova T. G.*, , *Graur I. A.*, *Lengrand J.-C.* Macroscopic equations for a binary gas mixture // AIP Conf. Proc. — 2001. — V. 585. — 297.
3. *Pirner M.* Kinetic modelling of gas mixtures // Dissertation, Julius-Maximilians-Universität Würzburg Fakultät für Mathematik und Informatik, 2018.
4. *Oguchi H.* A kinetic model for a binary mixture and its application to a shock structure // In: Rarefied gas dynamics. — Academic Press, 1967. — V. 1. — P. 745–758.
5. *Бочкарев А. А.*, *Ребров А. К.*, *Тимошенко Н. И.* Структура ударной волны в смеси Ar–He // Изв. СО АН СССР. — 1976. — №3. — Вып. 1. — С. 76–80.
6. *Никитченко Ю. А.* Модельное кинетическое уравнение многоатомных газов // ЖВМ и МФ. — 2017. — Т. 57, №11. — С. 1882–1894.
7. *Никитченко Ю. А.* Модели неравновесных течений. — М.: Изд-во МАИ, 2013. — 159 с.

ТЕРМОВИБРАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ ПСЕВДОПЛАСТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ В УСЛОВИЯХ МИКРОГРАВИТАЦИИ

***С. А. Никулина*[1], *А. В. Перминов*[1], *Т. П. Любимова*[2]**

[1]*ПНИПУ, Пермь, Россия;* [2]*ИМСС УрО РАН, Пермь, Россия*

В работе рассмотрена квадратная полость с твердыми идеально теплопроводными границами, которая заполнена псевдопластической жидкостью и находится в условиях микрогравитации. Задача решалась в плоской постановке. На вертикальных границах полости заданы постоянные разные температуры, на горизонтальных границах температура меняется по линейному закону. На всех границах выполняется условие прилипания. Полость совершает линейно-поляризованные высокочастотные малоамплитудные не акустические вибрации в направлении вертикальной оси. Жидкость считается несжимаемой. Для описания поведения псевдопластической жидкости использовалась реологическая модель Уильямсона [1, 2].

Безразмерные осредненные уравнения термовибрационной конвекции для случая линейно-поляризованных вибраций жидкости Уильямсона в терминах функций тока осредненного ψ, пульсационного ϕ и завихренности осредненного Ω течений имеют вид:

$$\frac{\partial\Omega}{\partial t}+\mathrm{Gr}\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}\frac{\partial\Omega}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\Omega}{\partial z}\right)+\frac{1}{2}V^2\mathrm{Gr}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\frac{\partial T}{\partial z}-\frac{\partial\varphi}{\partial x\,\partial z}\frac{\partial T}{\partial x}\right)=$$
$$=\frac{\partial T}{\partial x}+H_u\Delta\Omega-4\frac{\partial^2 H_u}{\partial x\,\partial z}\frac{\partial^2\psi}{\partial x\,\partial z}+2\left(\frac{\partial H_u}{\partial x}\frac{\partial\Omega}{\partial x}+\frac{\partial H_u}{\partial z}\frac{\partial\Omega}{\partial z}\right)-$$
$$-\left(\frac{\partial^2 H_u}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 H_u}{\partial z^2}\right)\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right)+\frac{\partial^2\tau_{wxz}}{\partial x^2}-4\frac{\partial^2\tau_{wxx}}{\partial x\partial z}-\frac{\partial^2\tau_{wxz}}{\partial z^2},\qquad(1)$$
$$\Omega=-\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right),\quad\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}\right)=-\frac{\partial T}{\partial x},$$
$$\frac{\partial T}{\partial t}+\mathrm{Gr}\frac{\partial\psi}{\partial z}\frac{\partial T}{\partial x}-\mathrm{Gr}\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial z}=\frac{1}{\mathrm{Pr}}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right),$$
$$\tau_{wxx}=H_w\frac{\partial\varphi}{\partial x\partial z},\quad\tau_{wxz}=\tau_{wzx}=H_w\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}-\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right),$$
$$H_w=\frac{V}{2\pi}\int_0^{2\pi}H\sin t_-\,dt_-,\quad H_u=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}H\,dt_-,$$

$$H=1+\frac{\nu}{1+\nu Bh\sqrt{4\left(V\frac{\partial\varphi}{\partial x\,\partial z}\sin t_-+\frac{\partial\psi}{\partial x\,\partial z}\right)^2+\left(V\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}-\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right)\sin t_-+\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}-\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\right)\right)^2}}.$$

Система уравнений (1) сформулирована для случая высокочастотных, малоамплитудных, не акустических вибраций: $\omega \gg \{\mu_\infty/\rho h^2, \chi/h^2\}$, $a\beta\theta \ll h$, $\lambda_c = 2\pi c/\omega \gg h$, $h \gg \mu_\infty/(\rho c)$, где λ_c — длина звуковой волны, соответствующая частоте вибрации, c — скорость звука в среде, μ_∞ — динамическая вязкость при бесконечно большом сдвиге; ρ, χ и β — соответственно плотность, температуропроводность и коэффициент объемного расширения жидкости; θ — характерный перепад температуры, $a\omega$ — амплитуда скорости вибраций, h — характерный размер полости.

Задача характеризуется пятью безразмерными параметрами: числом Грасгофа $\mathrm{Gr} = g\beta\theta h^3\rho^2/\mu_\infty^2$, вибрационным параметром $V = \alpha a\omega^2/g$, $(\alpha = \mu_\infty/(\omega\rho h^2) \ll 1)$, числом Прантля $\mathrm{Pr} = \mu_\infty/(\rho\chi)$, числом Бингама $Bh = \rho g\beta\theta h/A$ и параметром неньютоновости $\nu = A/(B\mu_\infty)$, где A и B — реологические параметры модели Уильямсона. Число Бингама Bh, характеризует конкуренцию гравитационного механизма генерации конвекции и диссипативного механизма, связанного с нелинейной вязкостью жидкости. Причем $Bh = \mathrm{Pr}\,\mathrm{Gr}/\sigma$ [3], где $\sigma = h^2A/\mu_\infty\chi$ — безразмерный динамический предел текучести [1]. Вибрационный параметр V характеризует интенсивность вибраций и определяет отношение вибрационного ускорения к ускорению свободного падения и не зависит от перепада температур. Использование параметра V позволяет четко отделить влияние вибрационного механизма генерации конвекции от теплового. В условиях микрогравитации $V \gg 1$.

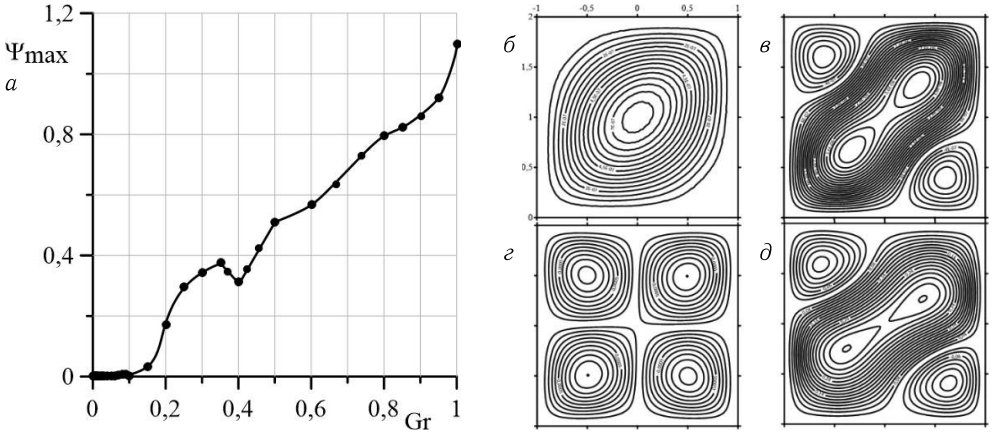


Рис. 1. Зависимость среднего значения максимума функции тока осредненного течения (*а*) и структуры течений для разных значений: Gr = 0,001 (*б*); 0,005 (*в*); 0,1 (*г*); 0,3 (*д*)

Численные расчеты проводились методом конечных разностей. Расчеты выполнялись на равномерной пространственной сетке с шагом 1/40 для значений параметров: $\sigma = 62{,}5$ [1]; $\mathrm{Pr} = 10$; $V = 100$; $\nu = 25$ и 100, ряд расчетов был выполнен для $\nu = 500$.

На рис. 1, *а* приведена зависимость среднего значения максимума функции тока $\psi_{\max}$ от числа Грасгофа Gr, построенная для параметра неньютоновости $\nu = 25$. Расчеты показали, что существует несколько характерных значений чисел Грасгофа, при достижении которых происходит смена режимов течений жидкости. При $\mathrm{Gr} \le 0{,}002$ в полости наблюдается медленное одновихревое стационарное осредненное конвективное течение, которое не приводит к существенному изменению

поля температур (рис. 1, *б*). В области $0{,}002 < \mathrm{Gr} < 0{,}03$ в полости реализуется трехвихревое стационарное течение (рис. 1, *в*). Четырехвихревое течение наблюдается при числах Грасгофа $0{,}03 \leq \mathrm{Gr} \leq 0{,}1$ (рис. 1, *г*). Дальнейшее увеличение Gr приводит снова к трехвихревому стационарному течению (рис. 1, *д*).

При достижении числом Грасгофа порогового значения $\mathrm{Gr} \approx 0{,}37$ осредненное стационарное конвективное течение жидкости теряет устойчивость и в полости возникают осредненные периодические колебательные режимы полей функции тока и температуры. Структура течения при этом качественно не нарушается, т. е. в полости наблюдаются три пульсирующих с малой амплитудой вихря. Переходу от стационарного осредненного конвективного течения к колебательному режиму соответствует локальный минимум на кривой изображенной на рис. 1, *а*. С ростом числа Гразгофа, т. е. при $\mathrm{Gr} > 1$, периодичность и структура колебательных режимов осредненной конвекции нарушается.

1. *Любимова Т. П.* Численное исследование конвекции вязкопластичной жидкости в замкнутой области // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. — 1977. — №1. — С. 1–5. (English version https://doi.org/10.1007/BF01074616.)
2. *Никулина С. А.*, *Перминов А. В.*, *Любимова Т. П.* Термовибрационная конвекция псевдопластической жидкости в прямоугольной полости // Вестник Пермского университета. Физика. — 2020. — Вып. 3. — С. 14–23. — DOI: 10.17072/1994-3598-2020-3-14-23.
3. *Любимова Т. П.*, *Любимов Д. В.* О применении вариационных принципов в задаче о конвекции вязкопластичной жидкости // Конвективные течения. — Пермь, 1979. — Вып. 1. — С. 81–86.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ НЕРАВНОВЕСНЫХ ПРОЦЕССОВ НА ТЕЧЕНИЯ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА НА ПРИМЕРЕ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧИ КУЭТТА*

М. М. Норкин, Е. В. Кустова, Л. А. Шакурова

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

При сильных отклонениях от равновесия использование традиционных уравнений Навье–Стокса при моделировании течений реагирующих смесей газов приводит к существенной потере точности. В связи с этим важно построение и валидация расширенных гидродинамических моделей, учитывающих неравновесные процессы релаксации внутренней энергии и химические реакции. При непосредственном учете детальной колебательно-химической кинетики важно, до перехода к промышленным задачам, иметь возможность оценить влияние имеющихся моделей на динамику газа и, в зависимости от типа течения, выбрать оптимальную модель. Поскольку детальный учет внутренних степеней свободы требует значительных ресурсов, то оценку моделей удобно проводить на примере одномерных задач, одной из которых является модельная задача Куэтта. Рассмотрение этого течения может быть полезно, так как это дает возможность оценить влияние неравновесных эффектов в вязком газе и точность существующих приближений.

Целью данной работы является моделирование течения Куэтта для различных газовых смесей и исследование влияния процессов переноса, химической кинетики и колебательного возбуждения на макропараметры установившегося течения. Учет

*Данная работа выполнена при поддержке СПбГУ (проект №94034084).

этих процессов может быть в рамках приближения Навье–Стокса рассмотрен на базе однотемпературного, многотемпературного и поуровневого подходов [1]. На данном этапе планируется оценка и сравнение результатов с использованием простого однотемпературного и более детального многотемпературного приближений.

Численное моделирование задачи основано на дискретизации методом конечных объемов с рассмотрением различных модельных решателей задачи Римана и выбора оптимального в зависимости от начальных данных. Ключевой особенностью кода является возможность моделирования течения Куэтта для произвольной многокомпонентной смеси в рамках различных приближений. Архитектура программы построена на основе абстрактных интерфейсов, поэтому пользователь может интегрировать произвольные смеси без необходимости изменять реализацию решателя.

Верификация кода основана на сравнении результатов с расчетами в рамках молекулярной динамики и прямого статистического моделирования [2, 3]. Проводится оценка применимости кода в зависимости от выбранной степени разреженности газа, в том числе и с включением граничных условий скольжения.

1. *Nagnibeda E.*, *Kustova E.* Non-equilibrium reacting gas flows: kinetic theory of transport and relaxation processes. — Springer Science & Business Media, 2009.
2. *Kosyanchuk V.* Effect of internal degrees of freedom in rarefied gas problems: Plane Couette flow // Int. J. Heat Mass Transf. — 2022. — V. 190. — Art. 122759.
3. *Tantos C.*, *Ghiroldi G. P.*, *Valougeorgis D.*, *Frezzotti A.* Effect of vibrational degrees of freedom on the heat transfer in polyatomic gases confined between parallel plates // Int. J. Heat Mass Transfer. — 2016. — V. 102. — P. 162–173.

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА КОЛЕБЛЮЩЕЕСЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЕ ТЕЛО С ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМОЙ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ*

А. Н. Нуриев, А. М. Камалутдинов, О. Н. Зайцева

КФУ, Казань, Россия

В последние два десятилетия наблюдался значительный рост исследований задач взаимодействия между колеблющимся удлиненным телом и жидкостью, связанных с развитием целого ряда прикладных областей, как атомная микроскопия, альтернативная энергетика, разработка датчиков и приводов головок на микромеханических генераторах, создание биомиметических движителей, исследование свойств жидкостей и материалов. Ядром большинства современных моделей взаимодействия остается плоская теория обтекания осциллирующих тел с простой формой сечения: круглой, прямоугольной, эллиптической.

В настоящей работе решается задача об определении гидродинамического воздействия на цилиндрическое тело (с произвольной формой поперечного сечения), совершающее периодическое поступательное движение в вязкой несжимаемой жидкости со скоростью:

$$\boldsymbol{u}(t) = (u_x(t), u_y(t)) = U_0\widetilde{u}(t)(\cos\alpha, \sin\alpha), \quad \widetilde{u}(t) = \mathrm{Real}\Big(\sum_{k=1}^{\infty} \widetilde{u}_k e^{ik\omega t}\Big),$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых — кандидатов наук МК-3245.2022.1.1.

где ω, U_0 определяют период $T = 2\pi/\omega$ и характерную амплитуду скорости колебаний, α — угол наклона оси колебаний.

Описание движения жидкости, индуцированного колебаниями тела, проводится в ортогональной криволинейной системе координат, жестко связанной с телом. Переход из декартовой системы координат (x, y) в криволинейную (r, θ) задается с помощью конформного отображения, определяемого аналитической функцией

$$z(\zeta) = x + iy, \quad \zeta = r + i\theta.$$

Оно отображает область $r_0 \le r \le \infty$, $0 \le \theta \le 2\pi$ во внешность сечения цилиндра (в физической плоскости), $r = r_0$ при этом переходит в замкнутую кривую, определяющую профиль сечения, бесконечно удаленная точка переходит в бесконечно удаленную $z(\infty) = \infty$ и $\partial z/\partial\zeta > 0$. Коэффициенты Ламе такого преобразования определяются как

$$\lambda = \lambda_r = \lambda_\theta, \quad \lambda^2 = \frac{\partial z}{\partial\zeta}\frac{\partial\overline{z}}{\partial\overline{\zeta}} = \frac{\partial z}{\partial r}\frac{\partial\overline{z}}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial\theta}\frac{\partial\overline{z}}{\partial\theta}.$$

Система уравнений движения жидкости в безразмерном виде в терминах функции тока ψ записывается как

$$\frac{\partial}{\partial t}\Delta\psi + \frac{\gamma\varepsilon}{\lambda^2}\frac{\partial(\psi, \Delta\psi)}{\partial(r, \theta)} - \varepsilon^2\Delta^2\psi = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial(\psi, \phi)}{\partial(r, \theta)} = \Big[\frac{\partial\psi}{\partial r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta} - \frac{\partial\psi}{\partial\theta}\frac{\partial\phi}{\partial r}\Big], \quad \Delta = \frac{1}{\lambda^2}\Big(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\Big).$$

Безразмерные параметры задачи определяются формулами

$$\varepsilon^2 = \frac{2}{\beta\pi} = \frac{d_{st}^2}{R^2}, \quad \gamma = \frac{U_0 d_{st}}{\nu}, \quad d_{st} = \sqrt{\frac{\nu}{\omega}}, \quad KC = \varepsilon\gamma\pi. \tag{2}$$

Здесь ν — кинематическая вязкость жидкости, R — характерный размер тела. Параметр ε определяет отношение толщины стоксовского нестационарного пограничного слоя d_{st} к характерному размеру цилиндра. Параметр γ определяет число Рейнольдса, вычисленное по толщине пограничного слоя d_{st}. Формулы (2) также показывают взаимосвязь между параметрами ε, γ (удобными для асимптотического анализа) и классическими параметрами: числом Келегана–Карпентера KC и числом Стокса β.

На границе цилиндра в используемой подвижной системе координат задаются условия прилипания, на бесконечности граничные условия соответствуют осцилляционному течению:

$$r = r_0\colon \quad \psi = \frac{\partial\psi}{\partial r} = 0, \tag{3}$$

$$r \to \infty\colon \quad \psi \sim m_\infty e^r \sin(\theta - \alpha)\widetilde{u}, \quad m_\infty = \Big(\frac{\partial z}{\partial\zeta}e^{-\zeta}\Big)_{\zeta=\infty}. \tag{4}$$

Для решения задачи (1)–(4) используется метод последовательных асимптотических разложений [1–4]. Решение строится в виде асимптотического разложения по степеням ε, оно представляется как сумма осцилляционных $(\widetilde{\psi})$ и стационарных $(\overline{\psi})$, внешних (Ψ_j) и внутренних погранслойных (ψ_j) компонент:

$$\psi = \widetilde{\psi} + \overline{\psi},$$

$$\widetilde{\psi} = \widetilde{\Psi}_0(r, \theta, t) + \varepsilon\widetilde{\psi}_0(\eta, \theta, t) + \varepsilon\widetilde{\Psi}_1(r, \theta, t) + \varepsilon^2\widetilde{\psi}_1(\eta, \theta, t) + \varepsilon^2\widetilde{\Psi}_2(r, \theta, t) + \ldots,$$

$$\overline{\psi} = \varepsilon\overline{\Psi}_1(r, \theta) + \varepsilon^2\overline{\psi}_1(\eta, \theta) + \varepsilon^2\overline{\Psi}_2(r, \theta) + \ldots$$

Построенное в работе асимптотическое решение определяет три первых нестационарных члена разложения гидродинамической силы по степеням ε. Найденные нестационарные члены описывают силу присоединенных масс, пропорциональную $d\mathbf{u}/dt$, наследственную силу, пропорциональную $d^{1/2}\mathbf{u}/dt^{1/2}$, и стоксовское сопротивление, пропорциональное $\mathbf{u}$. Выражения для этих составляющих в работе записываются в общей форме и в частных случаях: для эллиптического цилиндра, симметричного профиля Жуковского, скругленных многогранных профилей (образованных гипотрохоидой) и прямоугольного цилиндра.

Для эллиптического цилиндра выполняется исследование границ применимости построенной асимптотической формулы. Асимптотические результаты сравниваются с численными и экспериментальными данными, имеющимися в литературе, а также с новыми данными численного моделирования.

Построенная асимптотическая модель позволяет также описать вторичные стационарные течения, возникающие около цилиндра в члене $O(\varepsilon)$. При этом их гидродинамическое воздействие на тело проявляется только в слагаемом $O(\varepsilon^3)$. Вторичные потоки, в рамках первого приближения, не зависят от структуры закона колебаний и определяются из решения стационарного уравнения Навье–Стокса, где в качестве числа Рейнольдса выступает параметр γ^2. Так что определение вторичных течений для каждой формы тела фактически выделяется в отдельную расчетную задачу.

В работе проводится анализ вторичных течений, возникающих при колебаниях руля Жуковского (в условиях нулевого угла атаки). На базе этого примера рассматривается вопрос о возможности пропульсивного движения тела, совершающего поступательные колебания. Показано, что такое тело действительно может совершать направленное перемещение с крейсерской скоростью $u_{st} = u^*_{st} KC/\pi$.

1. *Wang C. Y.* On high-frequency oscillatory viscous flows // J. Fluid Mech. — 1968. — V. 32. — P. 55–68.
2. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1974. — 712 с.
3. *Nuriev A. N., Egorov A. G.* Asymptotic investigation of hydrodynamic forces acting on an oscillating cylinder at finite streaming Reynolds numbers // Lobachevskii J. Math. — 2019. — V. 40, No. 6. — P. 794–801.
4. *Nuriev A. N., Egorov A. G., Kamalutdinov A. M.* Hydrodynamic forces acting on the elliptic cylinder performing high-frequency low-amplitude multi-harmonic oscillations in a viscous fluid // J. Fluid Mech. — 2021. — V. 913, A40.

ВОСПРИИМЧИВОСТЬ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ К РАЗЛИЧНЫМ ВИДАМ ВОЗМУЩЕНИЙ*

Н. В. Пальчековская[1,2]

[1]*МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия;*
[2]*ЦАГИ, Жуковский, Московская обл., Россия*

Возбуждение неустойчивых нормальных мод с малыми начальными амплитудами способно привести к ламинарно-турбулентному переходу (ЛТП). Эти моды растут экспоненциально до критической амплитуды в соответствии с линейной теорией устойчивости (LST) и вызывают нелинейный распад [1, 2]. Целостное

*Работа выполнена в Московском физико-техническом институте при поддержке гранта Российского научного фонда (проект №21-79-00041).

моделирование этих стадий ЛТП обеспечивается прямым численным моделированием (DNS) [3]. В настоящем исследовании энтропийные волны или волны завихренности распространяются через ударную волну, вызванную телом и/или вязко-невязким взаимодействием. Восприимчивость к таким возмущениям, которые распространяются через веер волн разрежения, исходящий от передней кромки тела, еще не исследовалась. Чтобы восполнить этот пробел, было проведено исследование восприимчивости и роста неустойчивости для пограничного слоя на острой плоской пластине в потоке газа с числом Маха $M_\infty = 6$ при различных углах атаки (AoA). Пограничный слой возмущается энтропийной волной или волной завихренности, проходящую через: ударную волну, вызванную телом при $\mathrm{AoA} = -5°$, слабую ударную волну, вызванную вязко-невязким взаимодействием при $\mathrm{AoA} = 0$, и веер волн разрежения на острой передней кромке при $\mathrm{AoA} = 5°$. В отличие от вышеупомянутых исследований DNS, расчеты проводятся для больших N-факторов ($N \approx 8{,}4$), имеющих отношение к переходу в слабовозмущенной среде. В работе рассматриваются случаи, когда доминирующая неустойчивость связана с плоскими волнами второй моды Мэка.

В данной работе рассматривается сценарий ламинарно-турбулентного перехода (ЛТП), в котором энтропийные или вихревые волны возбуждают моды пограничного слоя F и S. Последние распространяются вниз по потоку и взаимодействуют между собой вблизи нейтральной точки моды S через механизм межмодового обмена. Далее вниз по потоку мода S (или вторая мода в терминологии Мэка) растет экспоненциально и в конечном итоге вызывает нелинейный распад.

Рассматривается двумерное сверхзвуковое нестационарное течение идеального газа на верхней поверхности плоской пластины под различными углами атаки (AoA). Плоская волна энтропии или завихренности с фиксированной угловой частотой ω^* распространяется в свободном потоке с фазовой скоростью $c^* = u^*_\infty$. Предполагается, что амплитуда волны настолько мала, что поле возмущений может быть описано линейной теорией. Взаимодействие возмущений с неоднородным средним течением моделируется с помощью прямого численного моделирования (DNS) на основе уравнений Навье–Стокса.

Прямое численное моделирование выполняется в два этапа. Во-первых, невозмущенное поле ламинарного потока (или среднее течение) рассчитывается с помощью метода установления по времени. После этого на стационарное поле накладывается внешняя двумерная волна с фиксированной угловой частотой $\omega = \omega^* L^*/u^*_\infty$. Для обеспечения справедливости линейной теории во всей расчетной области амплитуды выбираются малыми: $\varepsilon_{ent} = \varepsilon_v = 10^{-5}$ во всех рассмотренных случаях.

Вычисления проводятся при следующих параметрах набегающего потока: $M_\infty = 6$, $\mathrm{Re}_\infty = 3 \cdot 10^7$, $\mathrm{AoA} = -5,\ 0,\ 5°$. Безразмерная температура стенки $T_w = 2{,}46$. Частоты возмущений выбраны так, чтобы интегральные усиления моды S были примерно равны $N \approx 8{,}4$, что соответствует переходу в слабовозмущенной среде. Ранее было проведено численное моделирование акустической восприимчивости на аналогичных режимах [4].

Трудно сравнивать восприимчивость к энтропийным, вихревым и акустическим волнам из-за их различной физической природы. Тем не менее, p'_w распределения DNS были нормированы как: $\underline{p'_w} = p'_w/\varepsilon_{ac}$ для акустических волн [4], $\underline{p'_w} = p'_w/\varepsilon_{ent}$ для волн энтропии и $\underline{p'_w} = p'_w/\varepsilon_v$ для волн завихренности. Их сравнение приведено на рис. 1. Во всех рассмотренных случаях восприимчивость возникает в небольшой (в несколько длин волн) окрестности передней кромки пластины. Нормированные начальные амплитуды $\underline{p'_w}$ ($x_0 \ll 1$), которые можно рассматривать как коэффициенты восприимчивости на передней кромке, уменьшаются примерно на порядок

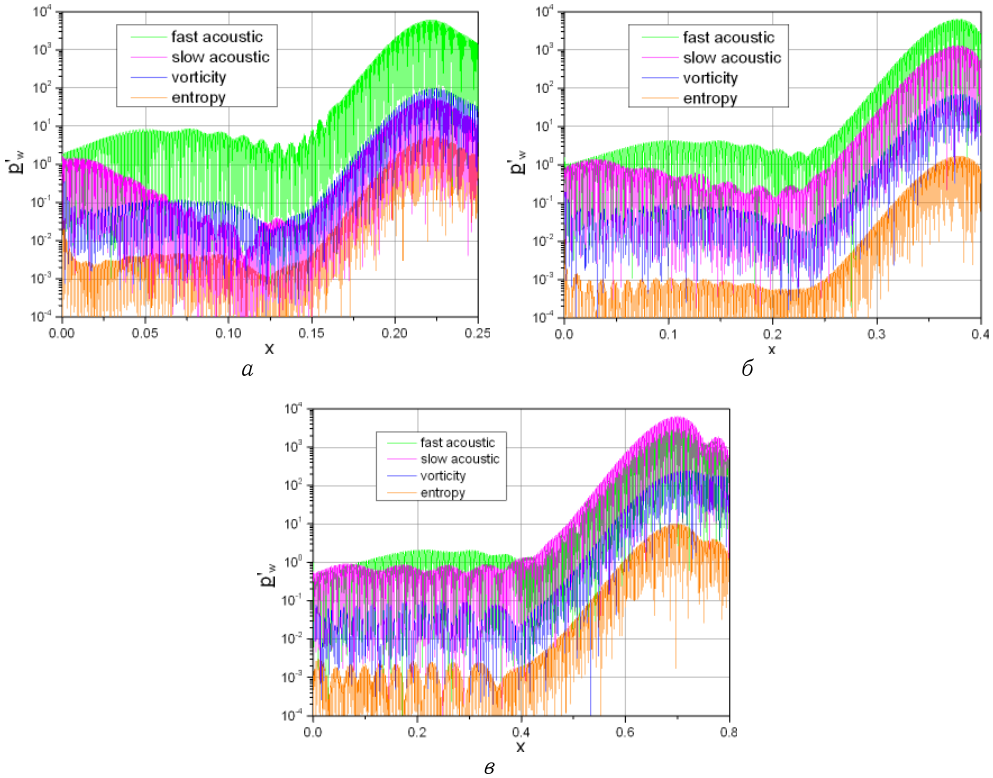


Рис. 1. Сравнение решений DNS при AoA $= -5°$ (*а*), AoA $= 0°$ (*б*) и AoA $= 5°$ (*в*) для быстрых и медленных акустических волн, волны завихренности и волны энтропии

величины при переходе от акустических волн к волнам завихренности и затем к энтропийным волнам. Эта иерархия согласуется с теоретическими предсказаниями.

1. *Morkovin M. V.*, *Reshotko E.*, *Herbert T.* Transition in open flow systems — a reassessment // Bull. Am. Phys. Soc. — 1994. — V. 39, No. 9. — P. 1–31.
2. *Fedorov A.* Transition and stability of high-speed boundary layers // Annual Review of Fluid Mechanics. — 2011. — V. 43. — P. 79–95.
3. *Zhong X.*, *Wang X.* Direct numerical simulation on the receptivity, instability, and transition of hypersonic boundary layers // Annu. Rev. Fluid Mech. — 2012. — V. 44. — P. 527–561.
4. *Fedorov A. V.*, *Palchekovskaya N.* Acoustic receptivity of high-speed boundary layers on a flat plate at angles of attack // Theoret. Comput. Fluid Dynamics. — 2022. — V. 36. — P. 705–722.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАЧАЛЬНОЙ ФАЗЫ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В БЕЗДИАФРАГМЕННОЙ УДАРНОЙ ТРУБЕ

А. В. Панасенко, Л. Б. Рулева

ИПМех РАН, Москва, Россия

Математическое и физическое моделирование кинетики быстропротекающих газовых потоков проводятся на ударной трубе, входящей в состав лаборатор-

ной многорежимной установки «Гиперзвуковая ударная аэродинамическая труба» (ГУАТ) [1, 2]. Процессы, реализуемые в аэродинамической части, зависят от параметров течений в ударной трубе, а последние — от заданных режимов в камерах высокого и низкого давлений. Идеализация быстродействия контактного разрыва между высоким и низким давлением в ударной трубе как мгновенное исчезновение перегородки [3], требует поправок на реальные эффекты образования ударной волны. Контактный разрыв в ГУАТ был реализован с помощью быстродействующих электромагнитных пневматических клапанов [4] с временем раскрытия 6 и 2 мс. Проходное сечение из камеры высокого в камеру низкого давлений закрыто подвижным колпаком, перемещение которого обеспечивается функциями золотников.

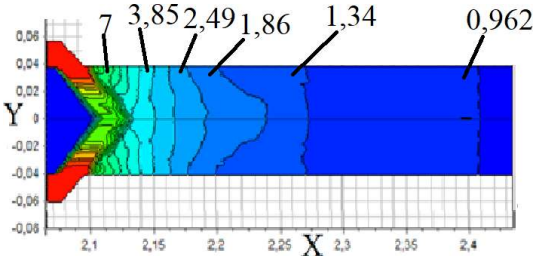
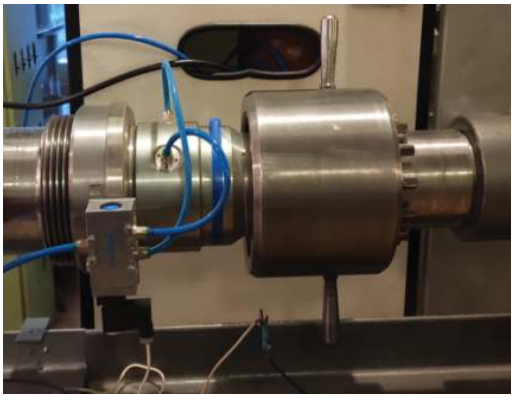


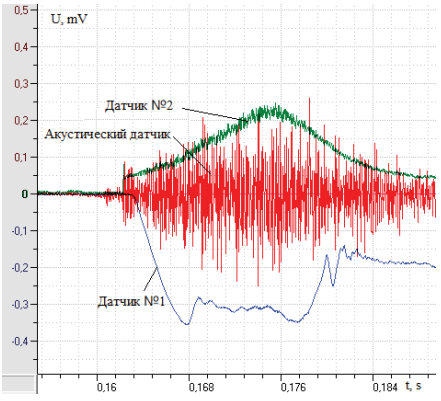
Рис. 1. Начальное истечение газа в камеру низкого давления

Моделирование [5] начального открытия клапана проведено с использованием системы уравнений Эйлера, описывающих нестационарные течения газа, в декартовой прямоугольной системе координат в интегральной форме, с применением разностной схемы типа МакКормака [6] и введением оператора сглаживания. Один из этапов расчета приведен на рис. 1, с указанием давления за бегущей ударной волной. В камере высокого давления $P = 36$ атм, в камере низкого давления $P = 0{,}1$ атм.

Экспериментальные исследования проводились по сигналам датчиков давления, вмонтированных во внутреннюю стенку ударной трубы и акустического датчика, прикрепленного снаружи на области рядом с клапаном [7], как показано на рис. 2, *а* и *б*.



а



б

Рис. 2. Клапан (*а*) и сигналы датчиков (*б*)

Сравнение расчетных и экспериментальных исследований по формированию скорости ударной волны показано на рис. 3.

Ускоренное начало при раскрытии клапана обусловлено особенностями его конструкции. Истечение происходит по кольцевой 20 мм щели в проходной диаметр камеры низкого давления 80 мм по образующей конуса.

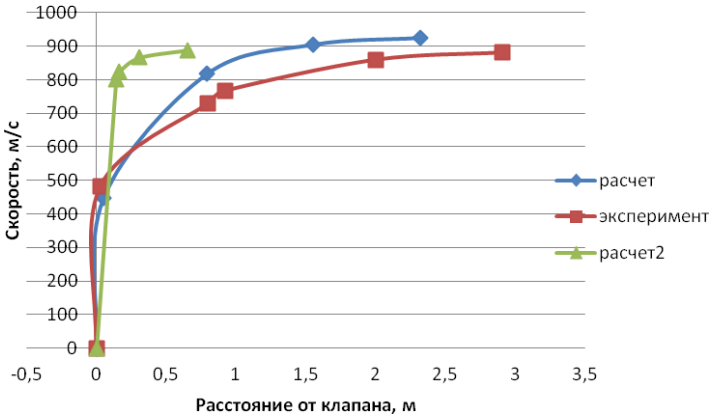


Рис. 3. Скорость потока при раскрытии клапана

Быстродействующий клапан инерционностью 2 мс и рассчитанный на давление 100 атм, установленный, в настоящее время, в ГУАТ, способствует более ускоренной эвакуации газа и увеличению энтальпии до 1,3 МДж/кг.

Таким образом, начальная фаза истечения газа из камеры высокого давления в бездиафрагменной ударной трубе ГУАТ способствует приданию ускорения газовому потоку в процессе образования ударной волны.

1. *Суржиков С. Т.* Расчетные исходные данные для решения тестовых задач в измерительной секции гиперзвуковой ударной аэродинамической трубы ГУАТ лаборатории РадГД ИПМех РАН // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2021. — Т. 22, вып. 1. — URL: `http://chemphys.edu.ru/issues/2021-22-1/articles/931/`. — DOI: 10.33257/PhChGD.22.1.931.
2. *Суржиков С. Т.* Расчетные исходные данные для решения тестовых задач в рабочей зоне гиперзвуковой ударной аэродинамической трубы ГУАТ лаборатории РадГД ИПМех РАН // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2021. — Т. 22, вып. 1. — URL: `http://chemphys.edu.ru/issues/2021-22-1/articles/930/`. — DOI: 10.33257/PhChGD.22.1.930.
3. *Райзер Ю. П.* Введение в гидрогазовую динамику и теорию ударных волн для физиков. — М.: ИД «Интеллект», 2011. — 433 с.
4. *Исаков С. Н.*, *Исаков И. Н.*, *Юркин С. В.* Патент РФ №2066656. Пусковая установка.
5. *Панасенко А. В.* Расчет формирования ударной волны в ударной трубе при различном способе начального истечения газа // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2022. — Т. 23, вып. 1. — URL: `http://chemphys.edu.ru/issues/2022-23-1/articles/981/`,
6. *Mac-Cormak R. W.* The effect of viscosity in hypervelocity impact cratering // AIAA Paper. — 1969. — No. 1969-354. — P. 69–354.
7. *Рулева Л. Б.*, *Солодовников С. И.* Экспериментальные исследования формирования ударной волны в бездиафрагменной ударной трубе // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2022. — Т. 23, вып. 3. — URL: `http://chemphys.edu.ru/issues/2022-23-3/articles/997/`.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В КАНАЛЕ ИМПУЛЬСНОГО РАЗРЯДА

В. А. Пархоменко, И. Э. Иванов

МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

Электрические разряды в газовых средах получили широкое применение в науке и технике. В данной работе изучается прорастание стримера (как отрицательного, так и положительного) между двумя плоскими круглыми электродами в сантиметровых промежутках при атмосферном давлении газа. Для отрицательного (анодонаправленного) стримера решается еще и задача о формировании колонообразного разряда после замыкания стримером разрядного промежутка, с учетом внешней электрической цепи. Для положительного стримера исследуется развитие стримера с учетом процесса фотоионизации. Обе задачи геометрически являются осесимметричными и двухмерными (рис. 1, *а*).

Физическая и математическая модели.

Модель плазмы. Исследование проводиться в рамках приближения сплошной среды. Физическая модель среды это трехжидкостная модель плазмы, состоящая из электронного газа, газа положительных ионов и газа нейтральных атомов. Динамика первых двух компонент среды описывается диффузионно-дрейфовой моделью. Система уравнений диффузионно-дрейфовой модели приведена [1, 2, 5, 6]. Она состоит из двух уравнений гиперболического типа, описывающих временную и пространственную эволюцию концентраций ионов и электронов, и уравнения Пуассона эллиптического типа, описывающего распределение потенциала электрического поля в области расчета.

Модель газодинамики. В процессе формирования колонообразного наносекундного импульсного разряда из-за значительного энерговыделения за малый промежуток времени, в области распространяются газодинамические возмущения. Для учета газодинамических процессов, используется система уравнений Эйлера, описывающая динамику газа из нейтральных (незаряженных) молекул. Связь газодинамики и диффузионно-дрейфовой модели осуществляется через правую часть уравнения энергии, в которой учитывается джоулево тепло от протекания электрического тока в плазменном канале, через учет изменения давления в среде при расчете коэффициентов в диффузионно-дрейфовой модели (ионизации, рекомбинации, подвижности электронов и ионов, диффузии электронов и ионов) и учет скорости частиц нейтрального газа при конвективном движении тяжелых ионов.

Фотоионизация. В распространении положительных (катодонаправленных) стримеров основную роль играет фотоионизация. Наиболее распространенной моделью фотоионизации в смесях газов с кислородом является модель Железняка [3], которая хорошо согласуется с экспериментом. Здесь используется модель фотоионихации [3] модифицированная в [4] для случая азотно-кислородных смесей.

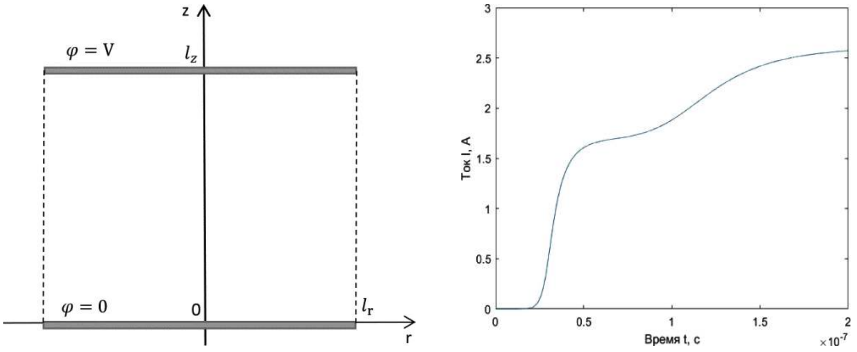
Учет внешней цепи. В реальном случае нужно учитывать влияние внешней электрической цепи, в которую включен разрядный промежуток. В работе рассматривается цепь с источником постоянного напряжения и резистором. Такие цепи являются наиболее простыми моделями реальных экспериментальных установок.

Вычислительные модели и алгоритмы. В данной работе для решения уравнений для концентраций диффузионно-дрейфовой модели используется противопоточная схема второго порядка точности. Для решения уравнения Пуассона на декартовой расчетной сетке с аппроксимацией производных по схеме «крест» используется метод Гаусса–Зейделя с верхней релаксацией. Для численного решения системы Эйлера используется метод Годунова второго порядка. Задача Римана решается с помощью метода HLLC. Для подсчета всех пространственных инте-

гралов в методе учета фотоионизации использовался метод трапеций. Изменение напряжения на электродах разрядного промежутка при учете внешней цепи рассчитывалось по оригинальной методике, использующей изменение по времени как тока проводимости, так и тока смещения в разрядном промежутке.

Результаты численных экспериментов.

Разряд и цепь с постоянным источником тока. Влияние внешней цепи на динамику разряда, рассматривается на примере эволюции анодонаправленного стримера. Размеры области составляют: $l_r = 0{,}9$ см и $l_z = 0{,}6$ см. Начальные условия заданы в [6]. Время прорастание стримера составляет около 21 нс, после чего он замыкает электроды. После этого наблюдается резкий рост тока. Если сопротивление внешней цепи равно нулю, то ток постоянно растет, как и поперечное сечение плазменного канала. Если у цепи есть сопротивление, то при достижении определенного времени ток стабилизируется, как и ширина поперечного сечения плазменного канала (рис. 1, *б*). Таким образом, цепь играет большую роль при пробое и ее влияние необходимо учитывать при моделировании газового разряда.



а *б*

Рис. 1. Область расчета (*а*) и график зависимости тока от времени (*б*)

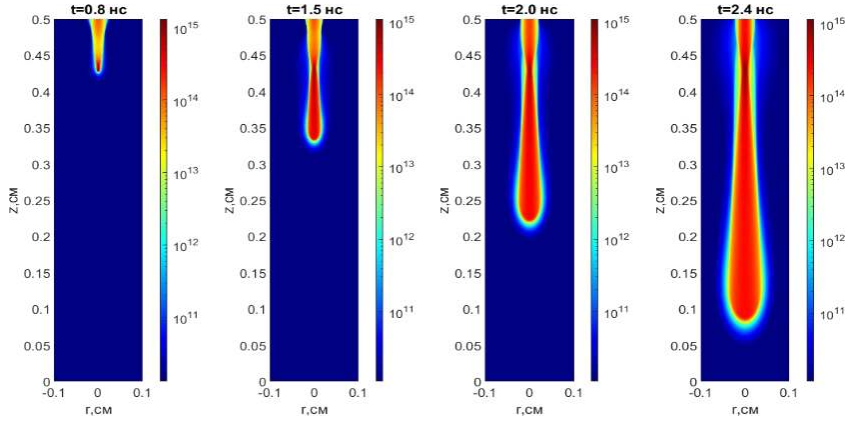


Рис. 2. Плотность электронов ($см^{-3}$) в различные моменты времени

Моделирование положительного стримера в азоте. Рассматривается распространение положительного стримера в азоте с 0,5% кислорода. Ключевую роль в данном процессе играет фотоионизация. По началу скорость стримера невелика и фотоионизация не играет большой роли. Данная фаза длиться 0,5 нс. По мере того,

как градиент поля в головке стримера увеличивается, увеличивается и скорость фотоионизации, и скорость распространения начинает расти. Растет и поперечное сечение стримера. Характерной чертой начала данной стадии является формирование небольшой области с высокой концентрацией электронов, что обуславливает рост скорости стримера.

1. *Райзер Ю. П.* Физика газового разряда. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. — 592 с.
2. *Суржиков С. Т.* Физическая механика газовых разрядов. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2006. — 640 с.
3. *Железняк М. Б.*, *Мнацаканян А. Х.*, *Сизых С. В.* Фотоионизация смесей азота и кислорода излучением газового разряда // ТВТ. — 1982. — Т. 20, Вып. 3. — С. 423–428.
4. *Kulikovsky A. A.* // J. Phys. D: Appl. Phys. — 2000. — V. 33. — P. 1514.
5. *Ermakov E. A.*, *Ivanov I. E.*, *Kryukov I. A.*, *Mursenkova I. V.*, *Znamenskaya I. A.* Numerical simulations of nanosecond discharge in gas-dynamic flows // J. Phys.: Conf. Ser. — 2020. — V. 1647. — 012015.
6. *Ермаков Е. А.*, *Иванов И. Э.* Численное исследование газодинамических и тепловых процессов в импульсном электрическом разряде // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2021. — Т. 22, вып. 2.

КООРДИНАТЫ ВОЛНОВОГО АТТРАКТОРА В ТРАПЕЦИЕВИДНОМ ВОДНОМ БАССЕЙНЕ СО СТРАТИФИКАЦИЕЙ*

А. Г. Петров

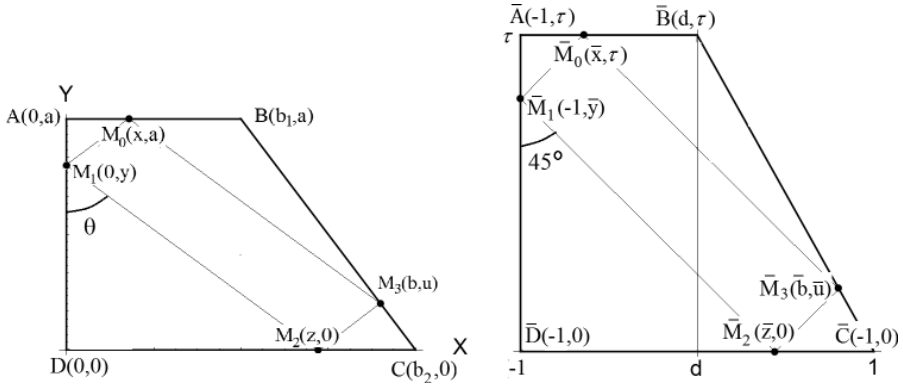
ИПМех РАН, Москва, Россия

Несжимаемая жидкость находится в устойчивом статическом равновесии с плотностью, линейно растущей в направлении силы тяжести. Регулярные возмущения этого статического равновесия с некоторой частотой ω приводят к внутренним гравитационным волнам, энергия которых распространяется по прямым линиям — лучам, образующим фиксированный угол с вертикалью $\theta = \arccos(\omega/N)$, где N — частота Брента–Вяйсяля. При отражении от стенки направление луча меняется так, что его угол с вертикалью θ меняет знак, а абсолютная величина угла θ сохраняется. Таким образом, для простейшего исследования внутренних волн можно использовать лучевую модель. Существуют лабораторные и численные эксперименты, в которых волновой луч отражается от стенок бассейна, имеющего форму трапеции [1, 2]. В таком бассейне луч, последовательно отражаясь от стенок, принимает предельную устойчивую форму параллелограмма — волновой аттрактор [1–6].

Данное исследование [7] посвящено аналитическому выводу координат вершин аттрактора при заданных сторонах трапеции и угла θ, условиям сходимости, а также вывода необходимых и достаточных условий, которым должны удовлетворять длины сторон трапеции, в которой образуются волновые аттракторы с одним отражением от каждой стороны.

Постановка задачи и ее решение. Рассмотрим бассейн в форме трапеции $ABCD$. Сторона AD направлена по вертикали, стороны AB и DC по горизонтали, их длины $AD = a$, $AB = b_1$, $DC = b_2$, $b_1 < b_2$. В декартовых осях X, Y вершины трапеции задаются координатами $A(0, a)$, $B(b_1, a)$, $C(b_2, 0)$, $D(0, 0)$ (рис. 1, *а*).

*Работа выполнена при поддержке РНФ (проект №22-21-00833).



а *б*

Рис. 1. Координаты аттрактора

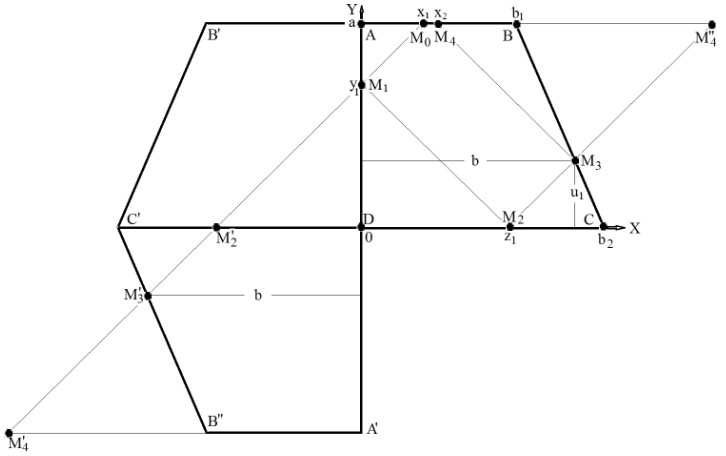


Рис. 2. Траектория луча и схема решения

Траектория луча с вершинами M_0, M_1, M_2, M_3, M_4, лежащих на сторонах трапеции (рис. 2), состоит из четырех отрезков. Каждый отрезок траектории наклонен к вертикали под одним и тем же углом θ. Координаты начальной точки луча заданы $M_0(x_1, a)$. Решаются следующие задачи.

1. Определить координаты точек траектории луча M_1, M_2, M_3, M_4.

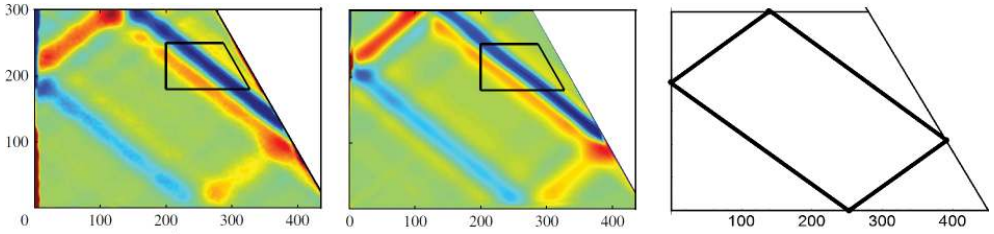
2. Определить координаты аттрактора: траектории луча у которого начальная точка M_0 совпадает с конечной M_4 (рис. 1, *а*).

3. Исследовать устойчивость аттрактора, т. е. найти такие длины сторон трапеции $ABCD$, при которых при небольшом отклонении начальной точки от точки M_0 аттрактора, после каждых последующих отражениях от стенок трапеции луч приближался к предельной траектории аттрактора.

Теорема 1. *Координаты вершин аттрактора $M_0(x, a), M_1(0, y), M_2(z, 0), M_3(b, u)$ в трапециевидном бассейне со сторонами a, b_1, b_2, $b_1 < b_2$ определяются формулами*

$$x = \frac{a \operatorname{tg}\theta(b_2 - a \operatorname{tg}\theta)}{b_2 - b_1}, \quad y = a\frac{b_1 - a \operatorname{tg}\theta}{b_1 - b_2}, \quad z = a \operatorname{tg}\theta\frac{b_1 - a \operatorname{tg}\theta}{b_1 - b_2},$$

$$u = a\frac{-b_2 + a \operatorname{tg}\theta}{b_1 - b_2}, \quad b = a \operatorname{tg}\theta, \quad 0 < x < b_1, \quad 0 < y < a, \quad 0 < z < b_2, \quad 0 < u < a.$$



а *б* *в*

Рис. 3. Волновые аттракторы: *а* — наблюдаемый в лабораторном эксперименте; *б* — численное моделирование [3]; *в* — расчет по аналитическим формулам теоремы 1

Теорема 2. *Для того чтобы существовал аттрактор в трапеции ABCD, изображенной на рис.* 1, *а, луч которого отражается от каждой стороны трапеции по одному разу, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось следующее соотношение*: $1 + |d| < \tau < 2$, $d = 2b_1/b_2 - 1$, $\tau = 2a(\operatorname{tg}\theta)/b_2$.

Теорема 3. *При последовательном отражении луча от стенок бассейна на верхней стороне образуется последовательность точек* $M_0(x_1, a), M_4(x_2, a), M_8(x_3, a), \ldots$, *где* x_n *геометрическая прогрессия* $x_n = x + (x_1 - x)q^{n-1}$, $q = \dfrac{\operatorname{tg}\theta - \operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\theta + \operatorname{tg}\alpha}$, $\operatorname{tg}\alpha = (b_2 - b_1)/a$.

1. *Maas L. R. M.*, *Lam F. P. A.* Geometric focusing of internal waves // J. Fluid Mech. — 1995. — V. 300. — P. 1–41.
2. *Maas L. R. M.*, *Benielli D.*, *Sommeria J.*, *Lam F. P. A.* Observation of an internal wave attractor in a confined, stably stratified fluid // Nature. — 1997. — V. 388. — P. 557–561.
3. *Brouzet C.*, *Sibgatullin I.*, *Scolan H.*, *Ermanyuk E.*, *Dauxois T.* Internal wave attractors examined using laboratory experiments and 3D numerical simulations // J. Fluid Mech. — 2016. — V, 793. — P. 109–131.
4. *Brouzet C.*, *Ermanyuk E.*, *Joubaud S.*, *Sibgatullin I.*, *Dauxois T.* Energy cascade in internal-wave attractors // EPL Europhys. Lett. — 2016. — V. 113. — 44001.
5. *Sibgatullin I.*, *Ermanyuk E.*, *Maas L.*, *Xu X.*, *Dauxois T.* Direct Numerical Simulation of Three-Dimensional Inertial Wave Attractors // In: Proceedings of the 2017 Ivannikov ISPRAS Open Conference (ISPRAS), 2017. — P. 137–143.
6. *Boury S.*, *Sibgatullin I.*, *Ermanyuk E.*, *Shmakova N.*, *Odier P.*, *Joubaud S.*, *Maas L. R.*, *Dauxois T.* Vortex cluster arising from an axisymmetric inertial wave attractor // J. Fluid Mech. — 2021. — V. 926, A12. — DOI: 10.1017/jfm.2021.703.
7. *Петров А. Г.* Координаты волнового аттрактора в трапециевидном водном бассейне со стратификацией // Доклады РАН. Физика Технические науки. — 2022. — Т. 503. — С. 18–23.

ИСЛЛЕДОВАНИЕ ПРОФИЛЯ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО ПРЫЖКА*

А. Г. Петров[1], ***А. Д. Сухов***[1,2]

[1]*ИПМех РАН, Москва, Россия;* [2]*МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия*

В нашей работе мы применяем уравнения Буссинеска для каналов [1–3]

$$Q = hu, \quad hu\frac{du}{dx} = -\frac{dP}{dx}, \quad P = \frac{gh^2}{2} + \frac{\ddot{h}h^2}{3}, \quad \ddot{h} = u\frac{d}{dx}\left(u\frac{dh}{dx}\right). \tag{1}$$

*Работа выполнена при поддержке гранта РНФ №22-21-00833.

Система уравнений интегрируется следующим образом. Сначала интегрируем второе уравнение (1): $Qu + P + A_1 = 0$. Подставляя в него выражение для P и $u = Q/h$, получим

$$\frac{Q^2}{h} + \frac{gh^2}{2} + \frac{hQ^2}{3}\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{h}\frac{dh}{dx}\right) + A_1 = 0.$$

Если умножить это уравнение на $\frac{1}{h^2}\frac{dh}{dx}$, то его можно записать в виде производной

$$\frac{d}{dx}\left[-\frac{Q^2}{2h^2} + \frac{gh}{2} + \frac{Q^2}{6}\left(\frac{1}{h}\frac{dh}{dx}\right)^2 - \frac{A_1}{h}\right] = 0.$$

Отсюда получаем полный интеграл системы. Из него можно выразить производную высоты поверхности по координате, как функцию от высоты поверхности

$$(h')^2 = Pol(h) = 3\left(1 + \frac{2}{Q^2}A_1 h + \frac{2}{Q^2}A_2 h^2 - \frac{gh^3}{Q^2}\right). \tag{2}$$

Кубический полином $Pol(h)$ имеет три корня. Если корни действительные $h_0 < h_1 < h_2$, то уравнение имеет следующий вид:

$$h' = \pm\sqrt{Pol(h)}, \quad Pol(h) = 3\left(1 - \frac{h}{h_0}\right)\left(1 - \frac{h}{h_1}\right)\left(1 - \frac{h}{h_2}\right) \tag{3}$$

и определяет периодические волны, где h_1, h_2 — минимальная и максимальная высоты волны соответственно. В случае совпадения корней $h_0 = h_1$, мы получаем решения в виде уединенной волны (солитона). Корни h_1 и h_2 соответствуют низшей и высшей точкам волны. Расход выражается через из уравнений (2) и (3) путем приравнивания коэффициентов в полиноме при третьей степени таким образом: $Q^2 = gh_0h_1h_2 < gh_1h_2(h_1 + h_2)/2$. Он точно меньше чем расход в гидравлическом прыжке, который должен получаться, исходя из фундаментальных законов сохранения. Поэтому система уравнений (1) не применима для описания гидравлического прыжка. Его можно попытаться описать, дополнив уравнение силой f. Данная сила имеет физический смысл вихревых сопротивлений на свободной границе гидравлического прыжка и на дне

$$Q = hu, \quad hu\frac{du}{dx} = -\frac{dP}{dx} - f, \quad P = \frac{gh^2}{2} + \frac{\ddot{h}h^2}{3}. \tag{4}$$

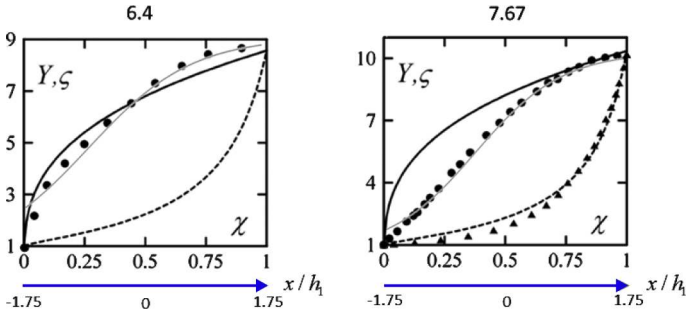
Такой же подход применен в работе Гаврилюка [4], в которой сила берется пропорциональной квадрату скорости. В этом случае уже проинтегрировать аналитически систему уравнений не удается, и она исследуется только численно. Мы же подберем силу, задав ее потенциал G так, чтобы сила не меняла полный импульс в системе, т. е. должны выполняться законы сохранения. Покажем, что сила, определяемая по формуле

$$f = -\frac{dG}{dx}, \quad G = \frac{Q^2}{h_1h_2}\left(h^2\left(\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2}\right) - \frac{h^3}{h_1h_2}\right) - \frac{gh^2}{2} \tag{5}$$

с расходом $Q^2 = gh_1h_2(h_1 + h_2)/2$ не меняет импульс системы.

Аналогичным образом можем получить производную высоты в новой системе уравнений

$$\left(\frac{dh}{dx}\right)^2 = 3\left(1 - \frac{h}{h_2}\right)^2\left(1 - \frac{h}{h_1}\right)^2. \tag{6}$$



а *б*

Рис. 1. Сравнение профиля прыжка с экспериментом и другой современной аналитической моделью с разными начальными числами Фруда (*а* — 6,4; *б* — 7,67). Черные точки — эксперимент [7], черная линия — аналитическая модель [7], черные треугольники — эксперимент (отделены точки безвихревой зоны) [7], черная пунктирная линия — аналитическая модель [7], синяя линия — наша модель

Таким образом, мы можем описывать профиль гидравлического прыжка (рис. 1) зная соотношения высот на бесконечностях. А само соотношение высот хорошо предсказывается, исходя из соотношения Беланджера [5, 6].

1. *Benjamin T. B.*, *Lighthill M. J.* On cnoidal waves and bores // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences. — 1954. — V. 224(1159). — P. 448–460.
2. *Petrov A. G.* Integrating the Long Wave equations in Kulikovskii–Drozdova Form // Dokl. Ross. Akad. Nauk. — 2000. — V. 373. — P. 762–766.
3. *Petrov A. G.* Integration of the Boussinesq Equations for Steady Channel and Jet Flows // Fluid Dynamics. — 2007. — V. 42, No. 6. — P. 966–977.
4. *Richard G. L.*, *Gavrilyuk S. L.* The classical hydraulic jump in a model of shear shallow-water flows // Journal of Fluid Mechanics. — 2013. — V. 725. — P. 492–521.
5. *Агроскин И. И.* Гидравлика. — М.–Л.: Энергия, 1964. — 352 с.
6. *Khatsuria R. M.* Hydraulics of spillways and energy dissipators. — CRC Press, 2004.
7. *Castro-Orgaz O.*, *Hager W. H.* Classical hydraulic jump: Basic flow features // Journal of Hydraulic Research. — 2009. — V. 47(6). — P. 744–754.

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ТЕЧЕНИЙ ВОЗЛЕ ТЕЛ С ИСТЕКАЮЩЕЙ ОППОЗИТНОЙ СТРУЕЙ, ВКЛЮЧАЮЩИЙ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АДАПТИВНОЙ ВЕРСИИ ПОДСЕТОЧНОЙ ВЯЗКОСТИ СМАГОРИНСКОГО

В. И. Пинчуков

ФИЦ ИВТ РАН, Новосибирск, Россия

Данная работа посвящена продолжению исследований сверхзвукового обтекания затупленного цилиндра, испускающего оппозитную сверхзвуковую струю [1–3], в которых обнаружено существование пульсационных режимов обтекания. Эти течения содержат по два контактных разрыва, на которых развивается неустойчивость Кельвина–Гельмгольца. В частности, как результат этой неустойчивости имеет место генерация возмущений на контактных разрывах. Подобный эффект не является присущим только рассматриваемым течениям, однако именно для

них он выражен особенно активно в силу протяженности контактных разрывов, участка параллельного их распространения и возможного эффекта резонансного взаимодействия возмущений от разных разрывов. В численных исследованиях этот эффект проявляется повышенной генерацией коротковолновых возмущений (с масштабами, меньшими масштабов автоколебаний), понижением точности численных решений, возможной их хаотизацией [4]. Для противодействия этим негативным явлениям исходный алгоритм расчета модифицирован увеличением демпфирования коротковолновых компонент решения, в частности, включением в него адаптивной версии подсеточной турбулентной вязкости Смагоринского.

Определяющие уравнения решаются неявным методом Рунге–Кутты третьего порядка [5] и методом Годунова второго порядка. Адаптивная версия подсеточной турбулентной вязкости основана на использовании весовой формулы:

$$\mu = \rho|S|[w(C_1\Delta)^2 + (1-w)(C_2\Delta)^2], \quad |S| = (2S_{ik}S_{ik})^{1/2},$$

где S_{ik} — тензор скоростей информации, Δ — подсеточный масштаб длины [3, 4], $1 \geq C_1 \geq C_2 \geq 0$ — две константы, определяющие распределение значений турбулентной вязкости в течении, w — весовая функция. Для весовой функции w в качестве аргументов приняты величины $|S|$, $|\operatorname{rot} U|$. Для иллюстрации взаимоотношения этих величин рассмотрим идеализированный сдвиговый слой $\{u(x,y) = u^\circ(y), v(x,y) = 0, 0 \leq y \leq 1, -\infty \leq x \leq \infty\}$. Прямым вычислением несложно получить, что для этого слоя имеет место соотношение $|S| = |\operatorname{rot} U|$. Для реальных сдвиговых слоев указанное выше равенство не имеет место, однако выполняется оценка $|(|S| - |\operatorname{rot} U|)| \ll (|S| + |\operatorname{rot} U|)$. Поэтому для вычисления весовой функции используется простейшая формула $w = 1/[1 + C(|\operatorname{rot} U|^2/|S|^2 - 1)^2]$, C — эмпирическая константа, выбираемая в расчетах. Более детальное описание подсеточной турбулентной вязкости Смагоринского содержится в [3].

Для повышенного демпфирования коротковолновых компонент решения оказалось удобным после каждого временного шага решения определяющих уравнений ввести процедуры решения добавочных уравнении $I\,\partial f/\partial t = \sigma\,\partial(I\,\partial^3 f/\partial\xi^3)/\partial\xi$, $I = x_\xi y_\eta - y_\xi x_\eta$, $I\,\partial f/\partial t = \sigma\,\partial(I\,\partial^3 f/\partial\eta^3)/\partial\eta$, σ — эмпирический малый параметр, $\sigma = O(\tau^3)$, τ — временной шаг. Такой способ увеличения схемной диффузии позволяет избежать жесткого ограничения шага по времени для явной схемы Годунова.

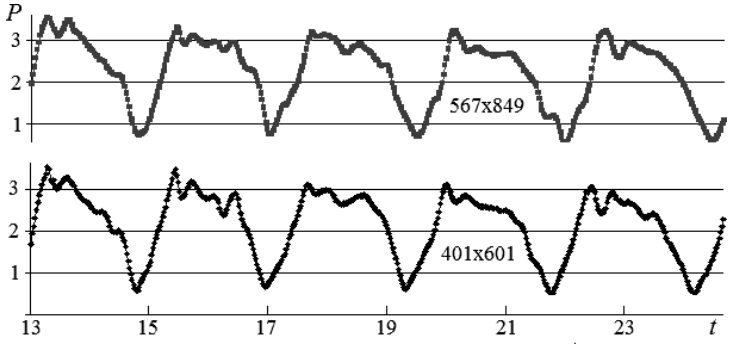


Рис. 1. Графики давления, $M_\infty = 2$

На рис. 1 приведены графики давления кромке цилиндра (обозначена стрелкой 5 на рис. 2, *а*) для течения, определяемого параметрами $M_\infty = 2$, $M_{jet} = 2{,}5$ (числа Маха набегающего потока и струи), $P_{jet} = 0{,}7P_\infty$, $\rho_{jet} = 0{,}35\rho_\infty$ (давление и плотность струи), $L_{cyl} = 2{,}0R_{cyl} = 1{,}0$ (длина и радиус цилиндра), $r_{jet} = 0{,}433$

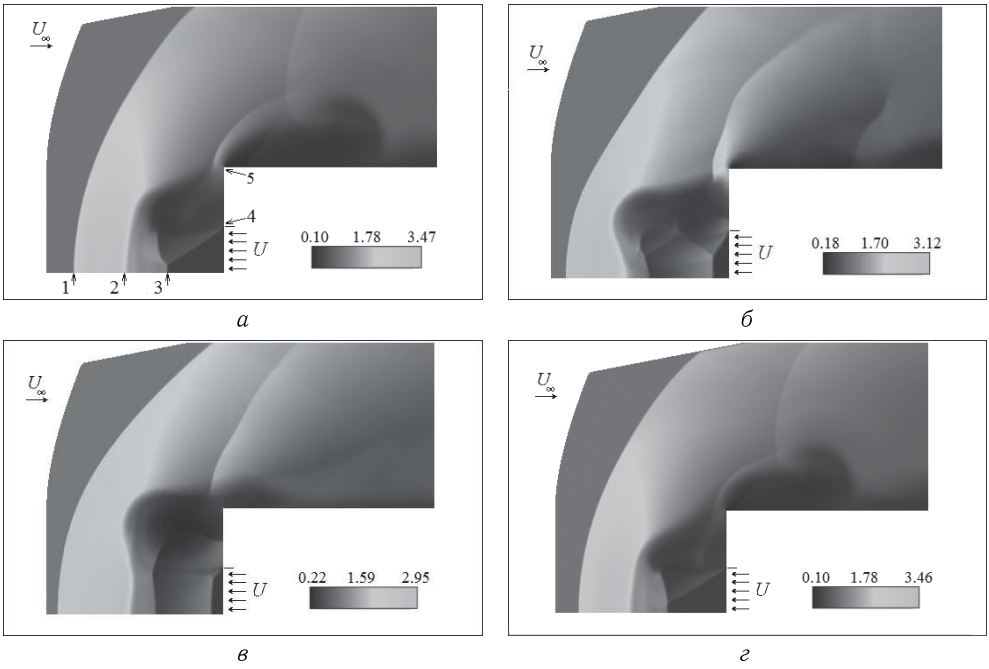


Рис. 2. $M_\infty = 2$, *а* — $t = 24{,}67$; *б* — $t = 24{,}67 + T/3$; *в* — $t = 24{,}67 + 2T/3$; *г* — $t = 24{,}67 + T$

(радиус струи). Изображены данные, полученные методом Рунге–Кутты на сетках 401×601 (в нижней части рисунка) и 567×849 (в верхней части рисунка). Можно видеть, что течение квазипериодическое, и вычисления, основанные на использовании координат точек минимумов давления, дают значения периодов $T = 2{,}409$ и $T = 2{,}340$ для указанных двух сеток.

На рис. 2, *а–г* изображены распределения плотности в этом течении на протяжении одного периода для моментов времени $t = 24{,}67$ (правый конец изображенного на рис. 1 интервала времени), $t = 24{,}67 + T/3$ (рис. 2, *б*), $t = 24{,}67 + 2T/3$ (рис. 2, *в*), $t = 24{,}67 + T$ (рис. 2, *г*), соответственно. Распределения получены на сетке 567×849. В данном течении может содержаться до четырех ударных волн и два контактных разрыва [4]. Динамика взаимодействия этих элементов течения обуславливает разнообразие режимов течения, в том числе автоколебательных. Особую роль играют два контактных разрыва, неустойчивость Кельвина–Гельмгольца которых порождает генерацию возмущений и их резонансное взаимодействие, упомянутое в начале данного манускрипта.

Можно отметить наличие порции газа низкой плотности на рис. 2, *а*, исчезновение ее на рис. 2, *б*, появление на рис. 2, *в* и увеличение до прежнего размера на рис. 2, *г*. Таким образом, один период автоколебаний связан дискретным образованием и прохождением возле боковой поверхности цилиндра одной порции газа, вытекающей из сопла в передней поверхности цилиндра.

Представленные численные результаты позволяют заключить, что описываемый здесь модифицированный численный алгоритм позволяет частично стабилизировать контактные разрывы и в итоге стабилизировать решение в целом. Качество получаемых решений, оцениваемое по различию численных данных для разных методов и на разных сетках, повышается при использовании представленного здесь подхода, хотя уровень качества для разных вариантов различен.

1. *Пинчуков В. И.* Моделирование автоколебаний и поиск новых автоколебательных течений // Математическое моделирование. — 2011. — Т. 23, №8. — С. 97–109.
2. *Pinchukov V. I.* Numerical simulations of self-oscillatory flows near blunted bodies, giving off opposite jets // Int J. of mechanical engineering and applications. — 2014. — V. 2, No. 1. — P. 162–169.
3. *Pinchukov V. I.* Godunov type methods calculations of unsteady flows near blunted cylinders, giving off opposite jets // J. of multidisciplinary engineering sciences studies. — 2019. — V. 5, Issue 10. — P. 2841–2846.
4. *Pinchukov V. I.* Unsteady interaction of the supersonic jet, issuing from butt-end of cylinder, with the contrary supersonic free stream // Journal of multidisciplinary engineering science Studies. — 2022. — V. 8, Issue 3. — P. 4360–4363.
5. *Пинчуков В. И.* О численном решении уравнений вязкого газа неявной схемой Рунге–Кутты третьего порядка // ЖВМ и МФ. — 2002. — Т. 42, №6. — С. 896–904.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИЗАБОЙНОГО НАГРЕВАТЕЛЯ В НЕФТЯНОЙ СКВАЖИНЕ С ПЕРФОРИРОВАННОЙ НАСОСНО-КОМПРЕССОРНОЙ ТРУБОЙ

Д. С. Пинягин, Н. М. Труфанова, Н. А. Костарев

ПНИПУ, Пермь, Россия

В настоящее время в нефтедобывающей отрасли в связи с иссякающими запасами обычной, легко добываемой маловязкой нефти остро стоит вопрос о способах добычи нефти с высокой вязкостью. Одним из способов является добыча при помощи нагрева призабойной зоны скважины электрическим нагревателем. В данной работе рассматривается метод добычи высоковязкой нефти при помощи устройства электрического призабойного нагревателя, который располагается глубже электрического центробежного насоса для обеспечения бесперебойной перекачки нефтяной жидкости. Исследованию процессов течения и теплообмена в нефтяных скважинах посвящено ряд работ [1, 2], однако остается открытым вопрос о процессах тепломассообмена в нефтяной скважине с учетом устройства призабойного нагревателя.

На рис. 1 представлено продольное сечение участка скважины с основными конструктивными элементами. Устройство электрического призабойного нагревателя состоит из полого цилиндрического нагревателя и перфорированной трубы НКТ. Перфорационные отверстия располагаются по 5 шт каждые 250 мм трубы НКТ и имеют диаметр 10 мм. Затрубное пространство и пространство внутри насосно-компрессорной трубы (НКТ) заполнено нефтяной жидкостью. Использование локального нагревателя в призабойной области позволяет снизить вязкость нефти, поступающей в насос, обеспечивая тем самым бесперебойную работу насоса и скважины. Рассматривались продольные сечения области нефтяной скважины длинной от 10 до 14 м и снагреватель длинной от 1 до 5 м соответственно.

В работе рассматривается пространственная математическая модель процесса тепломассопереноса[3] в нефтяной скважине с устройством призабойного нагревателя. Численная реализация разработанной математической модели осуществлялась методом конечных объемов в среде инженерных расчетов Ansys Fluent.

Были разработаны и исследованы математические модели нефтяной скважины с турбулентным и ламинарным течением нефти с учетом устройства призабойного нагревателя. В результате исследования были получены поля скоростей, температур во всем объеме скважины. Построены распределения скоростей и температур

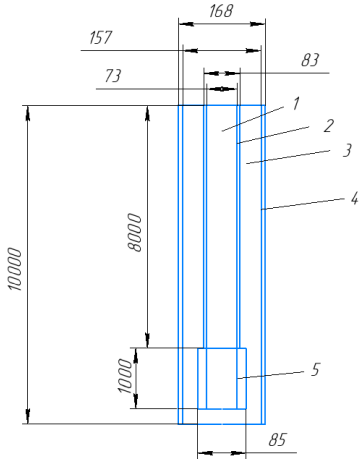


Рис. 1. Продольное сечение участка скважины с устройством электрического призабойного нагревателя: *1* — пространство внутри НКТ; *2* — стенка НКТ; *3* — затрубное пространство; *4* — обсадная колонна; *5* — электрический призабойный нагреватель

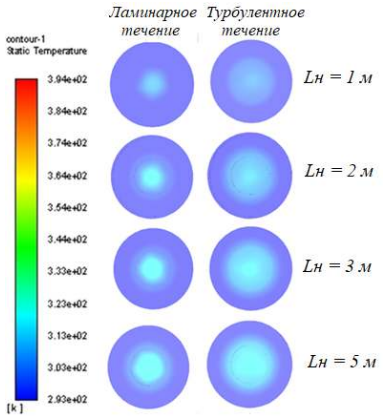


Рис. 2. Распределение температуры перед поступлением в электрический центробежный насос при ламинарном и турбулентном течении ($L_н$ — длина устройства электрического призабойного нагревателя)

по сечению НКТ. На рис. 2 представлены поля температур при ламинарном и турбулентном течении, и различной длине нагревателя.

Представленная математическая модель позволяет описать характер течения нефтяной жидкости и теплообмен в рассматриваемой области. С точки зрения практического применения данная модель позволяет определить температуру нефти и характер течения на заранее известном участке скважины. Используя разработанную модель, можно определить необходимую длину нагревателя, которая будет достаточной для снижения вязкости нефти до уровня приемлемого для обеспечения бесперебойной работы электрического центробежного насоса.

1. *Каменщиков Ф. А.* Тепловая депарафинизация скважин. — М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2005. — 253 с.
2. *Tarom N.*, *Hossain M. M.* Using ANSYS to Realize a Semi-Analytical Method for Predicting Temperature Profile in Injection/Production Well // World Academy of Science, Engineering and Technology. — 2012. — V. 72. — P. 1006–1015.
3. *Труфанова Н. М.*, *Костарев Н. А.* Исследование процесса тепломассопереноса в нефтяной скважине // Научно-технический вестник Поволжья. — 2015. — №4. — С. 126–129.

О ПРИДОННЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ В ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОТОКАХ НАД ПЕРИОДИЧЕСКИМ ДНОМ

И. И. Потапов, Ю. Г. Силакова

ВЦ ДВО РАН ХФИЦ, Хабаровск, Россия

Получены феноменологические зависимости для придонных касательных напряжений, возникающих при обтекании турбулентным потоком периодических донных волн малой крутизны, а также зависимость для определения фазового сдвига

максимума придонных напряжений по отношению к фазе донной волны как функции от числа Рейнольдса задачи. Выполнен сравнительный анализ касательных напряжений возникающих при обтекании турбулентным потоком периодических донных волн малой амплитуды, получаемых по авторской аналитической модели [1] и полученной феноменологической зависимостью.

1. *Петров А. Г.*, *Потапов И. И.* Моделирование обтекания турбулентным потоком периодической донной поверхности // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. — 2017. — Т. 53, №3. — С. 415–421.

ДВИЖЕНИЕ УПРУГОЙ КАПЛИ ЧЕРЕЗ ОТВЕРСТИЕ В ПЛАСТИНЕ*

А. О. Руденко, А. Н. Рожков

ИПМех РАН, Москва, Россия

Движение капли через отверстие в пластине — явление, которое наблюдается при столкновении капли со средствами защиты от инфицированных капель, а именно с медицинскими масками и фильтрами. Отверстия/каналы в средствах защиты пропускают воздух, но препятствуют движению капель, что блокирует распространение инфекции в воздушной среде [1]. Другим примером взаимодействия капли и отверстия является истечение капли из сопла печатающей головки струйного принтера [2]. В работе [3] проведено исследование влияния поверхностного натяжения и вязкости жидкости на движение капли через отверстие. Вместе с тем

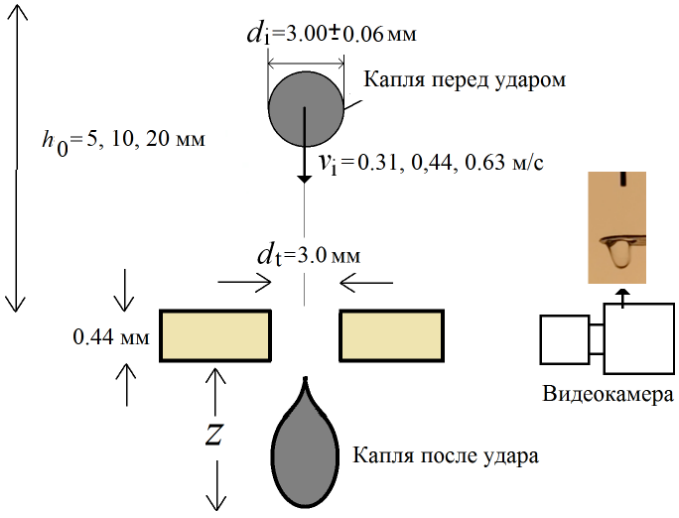
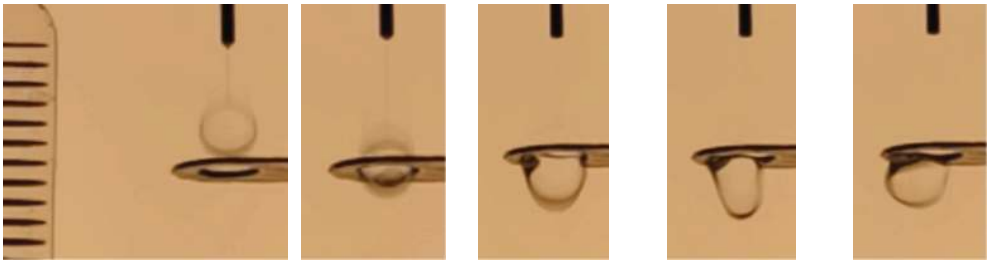


Рис. 1. Схема эксперимента

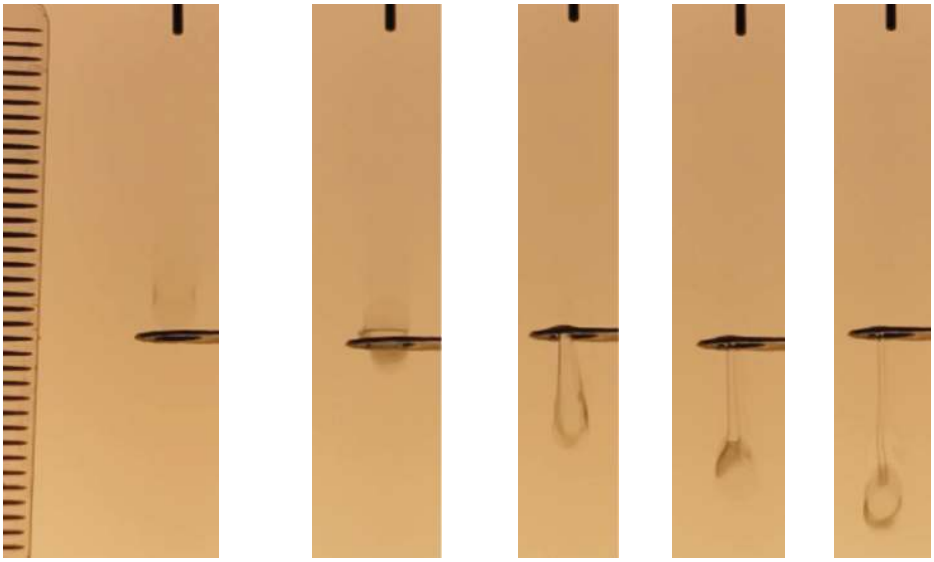
в некоторых случаях жидкость кроме вязкости и капиллярности может обладать упругими свойствами, которыми жидкости имеют в силу естественных причин [4], либо специальные добавки целенаправленно придают жидкости упругость для обеспечения тех или иных функциональных показателей [2]. Настоящая работа

*Работа выполнена в рамках гранта РНФ-23-19-00451.



$t = -4{,}2$ мс $t = 4{,}2$ мс $t = 12{,}5$ мс $t = 16{,}7$ мс $t = 25{,}0$ мс

а



$t = -2{,}0$ мс $t = 8{,}3$ мс $t = 16{,}7$ мс $t = 25{,}0$ мс $t = 33{,}3$ мс

б

Рис. 2. Видеозаписи движения капель ПАА-100 через отверстие при падении с высоты $h_0 = 5$ (*а*) и 20 (*б*) мм. Цена делений линейки — 1 мм

предпринята с целью выявления особенностей движения капли через отверстие в случае наличия у жидкости упругих свойств.

Экспериментальные испытания заключались в скоростной видеозаписи движения капли через круглое отверстие в пластине (рис. 1).

Капля падала с высоты $h_0 = 5$, 10 и 20 мм, отрываясь от иглы диаметром $d_c = 0{,}8$ мм. Диаметр отверстия $d_t = 3$ мм, капель $d_i = 3{,}00 \pm 0{,}06$ мм, толщина пластины 0,44 мм. Скоростная видеозапись осуществлялась бытовым смартфоном Honor 30S(CDY-NX9A). Частота кадров видеозаписи составляла 960 Гц.

Исследовались капли воды, а в качестве упругих жидкостей испытаниям подвергнуты водные растворы полиакриламида молекулярной массы 11 млн и концентраций 100 и 1000 млн$^{-1}$ (ПАА-100 и ПАА-1к). Как показали реологические испытания ротовой жидкости, именно эти растворы наиболее близко могут моделировать гидродинамику ротовой жидкости [4, 5].

Типичные результаты наблюдений представлены на рис. 2.

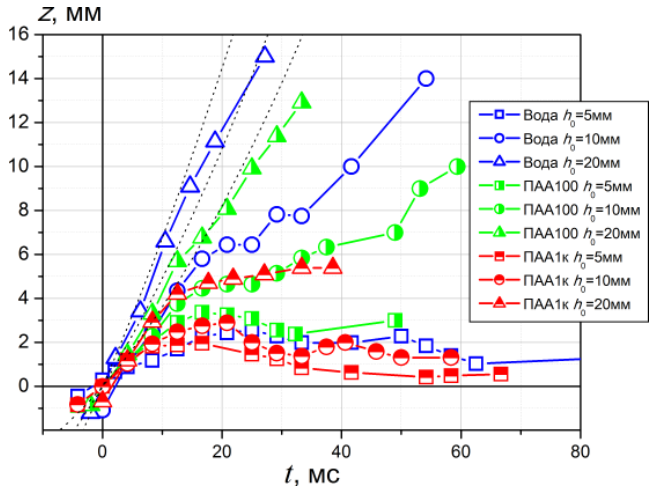


Рис. 3. Зависимость перемещения струи z от времени для различных жидкостей и высот падения капель $h_0 = 5, 10, 20$ мм. Пунктиром показаны теоретические «беспрепятственные» траектории капель $z = (2gh_0)^{1/2}t + gt^2/2$ для высот $h_0 = 5, 10, 20$ мм

Путем обработки видеозаписей построены траектории движения капель $z = z(t)$ для различных жидкостей и высот падения h_0 (рис. 3). Наблюдения и измерения показали, что, несмотря на совпадение диаметров отверстия и капель, капли двигались через отверстие с касаниями пластины, в результате чего их траектории отличались от траекторий бесконтактного («беспрепятственного») движения через отверстие. Вероятно, контакты обусловлены колебаниями капель в полете. Данные рис. 3 также свидетельствуют, что касания вызывают более сильное торможение при малых высотах падения. Также более сильное торможение наблюдается у жидкостей с более высоким уровнем упругих добавок, что свидетельствует о благоприятном эффекте упругости жидкостей при использовании защитных средств.

1. *Bourouiba L.* Fluid dynamics of respiratory infectious diseases // Annual Review of Biomedical Engineering. — 2021. — V. 23. — P. 547–577.
2. *Базилевский А. В.*, *Мейер Д. Д.*, *Рожков А. Н.* Динамика и разрушение импульсных микроструй полимерных жидкостей // Известия РАН. МЖГ. — 2005. — №3. — С. 45–63.
3. *Lorenceau E.*, *Quere D.* Drops impacting a sieve // Journal of Colloid and Interface Science. — 2003. — V. 263. — P. 244–249.
4. *Рожков А. Н.* Упругость и релаксационные свойства ротовой жидкости // Российский журнал биомеханики. — 2021. — Т. 25, №4. — С. 393–405.
5. *Rozhkov A.*, *Prunet-Foch B.*, *Vignes-Adler M.* Star-like breakup of polymeric drops in electrical field // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. — 2015. — V. 226. — P. 46–59.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАДИАЦИОННО-МАГНИТОПЛАЗМОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МОЩНЫХ ЭЛЕКТРОРАЗРЯДНЫХ ИСТОЧНИКОВ

С. В. Рыжков, В. В. Кузенов

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Улучшение физико-технических характеристик компактных источников излучения и импульсных струй плазмы является объектом исследования для ученых

всего мира в течение последнего десятилетия. Перспективность использования линейно-стабилизированного разряда и магнитоплазменного компрессора (МПК) в компактных источников излучения и импульсных струй плазмы для уменьшения их массогабаритных характеристик, формулировка способов улучшения их физико-технических характеристик и управления интегральным выходом широкополосного излучения обосновывается большим количеством публикаций по данной тематике в ведущих мировых журналах [1–4].

Плазменные образования некоторых типов электрических разрядов могут быть использованы для управления потоком разреженного воздуха вблизи элементов конструкций летательных аппаратов [5–9]. В этом случае внешнее магнитное поле является управляющим параметром при локальной модификации потока частично ионизованного газа, обтекающего летательный аппарат. Изучение такой плазмы представляет интерес для различных областей технической физики: физики неравновесной плазмы больших плотностей; физики рекомбинационной расширяющейся плазмы; атомной и молекулярной спектроскопии; физики разлетающихся, крупномасштабных, долгоживущих, излучающих, плазменных образований (с учетом наличия внешнего магнитного поля), взаимодействующих с фоновой средой; физики химически и лазерно-активных сред.

Наиболее перспективные области применения линейно-стабилизированного поверхностного разряда: использование импульса отдачи, передаваемого межэлектродной вставке плазмой линейно-стабилизированного поверхностного разряда, для изменения траектории полета летательных аппаратов малой размерности, оптическая накачка мощных фотодиссоционных газовых лазеров коротковолнового (видимого и ультрафиолетового) диапазонов, генератор ударных волн и широкополосного теплового излучения, фотолизная очистка природного и промышленных газов от вредных примесей, например, от серы.

В работе представлены результаты численного моделирования плазмодинамических характеристик МПК-разряда в газах и электроразрядных источников. Также планируется проведение численного исследования плазмодинамических характеристик светоэрозионного МПК-разряда в газах и сопоставление результатов теоретического анализа с известными экспериментальными данными.

1. *Дешко К. И.*, *Черников В. А.* Об оптимизации системы питания магнитоплазменного компрессора // Вестник Московского Университета. Серия 3. Физика, Астрономия. — 2008. — №1. — С. 108.
2. *Kuzenov V. V.*, *Ryzhkov S. V.*, *Frolko P. A.* Numerical simulation of the coaxial magnetoplasma accelerator and non-axisymmetric radio frequency discharge // J. Phys.: Conf. Ser. — 2017. — V. 830. — P. 012049.
3. *Кузенов В. В.*, *Рыжков С. В.*, *Фролко П. А.*, *Шумаев В. В.* Математическая модель импульсного плазменного двигателя с предионизацией геликонным разрядом // Труды МАИ. — 2015. — №82.
4. *Kuzenov V. V.*, *Ryzhkov S. V.*, *Varaksin A. Yu.* Numerical modeling of individual plasma dynamic characteristics of a light-erosion MPC discharge in gases // Applied Sciences. — 2022. — V. 12. — P. 3610.
5. *Ryzhkov S. V.*, *Kuzenov V. V.* New realization method for calculating convective heat transfer near the hypersonic aircraft surface // ZAMP. — 2019. — V. 70. — P. 46.
6. *Ryzhkov S. V.*, *Chirkov A. Yu.* Alternative Fusion Fuels and Systems. — CRC Press, Taylor & Francis Group, 2018. — 200 p.
7. *Kuzenov V. V.*, *Ryzhkov S. V.* The Qualitative and Quantitative Study of Radiation Sources with a Model Configuration of the Electrode System // Symmetry. — 2021. — V. 13(6). — P. 927.

8. *Kuzenov V. V.*, *Ryzhkov S. V.*, *Varaksin A. Yu.* The Adaptive Composite Block-Structured Grid Calculation of the Gas-Dynamic Characteristics of an Aircraft Moving in a Gas Environment // Mathematics. — 2022. — V. 10. — P. 2130.
9. *Kuzenov V. V.*, *Ryzhkov S. V.*, *Varaksin A. Yu.* Calculation of heat transfer and drag coefficients for aircraft geometric models // Applied Sciences. — 2022. — V. 12(21). — P. 11011.

ПОПЕРЕЧНЫЙ ДРЕЙФ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ В НАПОРНОМ ЛАМИНАРНОМ ПОТОКЕ БРОУНОВСКОЙ СУСПЕНЗИИ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ С ОСАЖДЕНИЕМ ЧАСТИЦ НА СТЕНКАХ

А. В. Ряжских, Е. А. Соболева, О. А. Семенихин

ВГТУ, Воронеж, Россия

Математическая модель поперечного дрейфа синтезирована из следующих соображений. Пусть вектор скорости частиц суспензии $\overline{v}$ удовлетворяет уравнениям неразрывности и движения в направлениях [1]:

$$\nabla \cdot \overline{v} = 0; \quad \rho[\partial \overline{v}/\partial t + (\overline{v} \cdot \nabla)\overline{v}] = -\nabla p - \overline{\overline{\tau}}, \tag{1}$$

где t — время; ρ — плотность суспензии; p — давление в потоке; причем предполагается, что дисперсная фаза состоит из монодисперсных сфер радиуса r_0, а дисперсионная среда является ньютоновской жидкостью с динамической вязкостью μ_f. Диффузия частиц D и локальная скорость сдвига $\dot{\gamma}$, таковы, что число Пекле $\mathrm{Pe} = r_0^2\dot{\gamma}/D \gg 1$, тогда применение соотношения [2]

$$\mu = (1 - \varphi/\varphi_\infty)^{-1{,}82} \tag{2}$$

корректно, где φ, φ_∞ — локальная объемная и в осадке доля частиц; $\mu = \mu_s/\mu_f$, где μ_s — динамическая вязкость суспензии, причем $0{,}01 < \varphi < 0{,}5$. Для тензора напряжений суспензии применена классическая ньютоновская структура

$$\overline{\overline{\tau}} = -\mu_s(\varphi)\dot{\gamma}. \tag{3}$$

Система (1)–(3) дополнена феноменологическим уравнением дрейфа частиц [3], в котором скорость дрейфа частиц обусловлена скоростью сдвига

$$\overline{N}_c = -k_c r_0^2(\varphi^2\nabla\dot{\gamma} + \varphi\dot{\gamma}\nabla\varphi), \tag{4}$$

где k_c — кинетический коэффициент, зависящий от геометрии течения. К этому потоку присоединяется поток частиц, вызванный влиянием вязкости из-за градиента концентрации частиц

$$\overline{N}_\mu = -k_\mu\dot{\gamma}\varphi^2(r_0^2/\mu)(d\mu_s/d\varphi)\nabla\varphi, \tag{5}$$

где k_μ пропорциональна k_c; а также поток, определяемый броуновской диффузии

$$\overline{N}_b = -D\nabla\varphi. \tag{6}$$

В итоге уравнение сохранения баланса для дисперсной фазы с учетом суперпозиции механизмов (4)–(6) таково

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \overline{v} \cdot \nabla\varphi = \nabla \cdot \left[r_0^2 k_c(\varphi^2\nabla\dot{\gamma} + \varphi\dot{\gamma}\nabla\varphi) + r_0^2 k_\mu\left(\dot{\gamma}\varphi\frac{1}{\mu_s}\frac{\partial\mu_s}{\partial\varphi}\nabla\varphi\right)\right] + D\nabla\varphi. \tag{7}$$

Для полубесконечного горизонтального плоского канала в формате 2-D высотой h, по которому движется броуновская суспензия в ламинарном изотермическом режиме, имеющая однородные скорость v_0 и объемную концентрацию частиц φ_0 на входе в случае однонаправленного течения, абстрагируясь от изменения профиля скорости суспензии в поперечном сечении канала на начальном гидродинамическом участке получена начально-краевая задача в безразмерной форме записи:

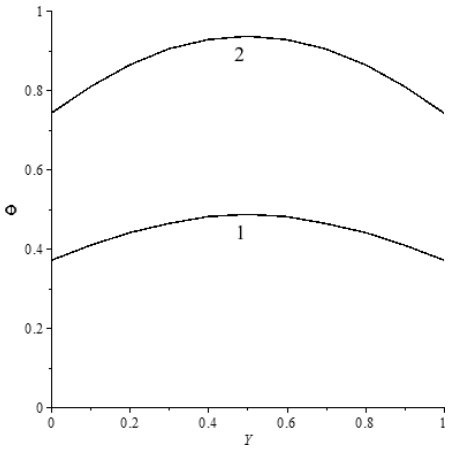


Рис. 1. Профили безразмерной концентрации дисперсной фазы при $\mathrm{Pe}_D = 100$; $K_B = 1$; $K_U = 1$ и различных K_c ($X = 50$): 1 — 0; 2 — 1

$$\frac{\partial \Phi}{\partial X} = \{6\mathrm{Pe}_D[Y(1-Y) + K_c\Phi]\}^{-1}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial Y^2} \quad (8)$$

с граничными условиями

$$\Phi(0, Y) = 1, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \Phi(X,0)}{\partial Y} = K_B\Phi(X,0), \qquad -\frac{\partial \Phi(X,1)}{\partial Y} = K_U\Phi(X,1), \quad (10)$$

которые обоснованы в [4], где $X = x/h$; $Y = y/h$; $\Phi = \varphi/\varphi_0$; $\mathrm{Pe}_D = v_0 h/D$; $K_c = 4r_0^2 k_c v_0 \varphi_0/h^2$; $K_B = k_b h/D$; $K_U = k_u h/D$; k_b, k_u — адгезионные кинетические параметры. Нелинейная система (8)–(10) проинтегрирована численно (рис. 1). Результаты расчетов показывают, что эффект дрейфа части к оси канала объединяет взвесь у стенок и тем самым замедляет осаждение частиц на смоченных поверхностях канала, что согласуется с экспериментальными данными [5].

1. *Astarita G.*, *Ocone R.* Special topics in transport phenomena. — N.Y.: Elseier Science, 2002. — 431 p.
2. *Krieger I. M.* Rheology of monodisperse lattices // Adv. in Colloid and Interface Sci. — 1972. — V. 3. — P. 111–132.
3. *Ding Y.*, *Wen D.* Particle migration in a flow of nanoparticle suspensions // Powder Technology. — 2005. — V. 149. — P. 84–92.
4. *Харин В. М.*, *Ряжских В. И.* К теории осаждения // Теор. основы хим. технол. — 1989. — Т. 23, №5. — С. 651–658.
5. *Merho D.*, *Lemaire E.*, *Bossis G.*, *Moukolled F.* Particle migration in a concentrated suspension flowing between rotating parallel plates: Investigation of diffusion flow coefficients // J. Rheol. — 2005. — V.49(6). — P. 1429–1448.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ГИПЕРЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ КАВЕРНЫ

А. Д. Савельев

ВЦ ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

При движении летательных аппаратов на высоких сверхзвуковых и гиперзвуковых скоростях важным вопросом является состояние пограничного слоя на его поверхности. При переходе течения от ламинарного режима к турбулентному по-

верхностное трение и тепловые нагрузки на входе, например, в воздухозаборник двигателя возрастают многократно. Экспериментальные данные о течении внутри, а также за образовавшейся на поверхности выемкой, при гиперзвуковых скоростях отсутствуют или недостаточны для ответа на интересующие вопросы.

В рамках решения нестационарных уравнений Навье–Стокса проводилось численное моделирование обтекания плоской пластины с поперечной выемкой у ее передней кромки в диапазоне чисел Маха набегающего потока от 2 до 8 и числе Рейнольдса по длине пластины 10^6. Выемка глубиной 5% (число Рейнольдса по глубине $5 \cdot 10^4$) располагалась на расстоянии в 10% от передней кромки пластины. Температура поверхности во всех расчетах задавалась 600 К. Ранее в подобных расчетах использовалась весовая гибридная разностная схема [1], уже применявшаяся при решении задачи об отрыве пограничного слоя летательного аппарата перед недорасширенными струями маршевого двигателя [2]. Построенная подобно [3], она использовала разности первого порядка в областях течения с сильными градиентами, и 14-го [4], на гладких участках течения.

Вместе с тем, свойства схем низкого и высокого порядков имеют значительные отличия. На рис. 1 представлены графики аппроксимации α^* и диссипации d_s для линейного уравнения переноса в зависимости от фазовой скорости α для схемы второго порядка с диссипацией на основе второй разности (штрих-пунктирная линия) и схемы 14-го порядка с диссипативной добавкой в виде 16-й разности (сплошная линия). Схемы высокого порядка хорошо работают на гладких участках течения, а диссипация в виде второй разности требуется лишь на участках течения с разрывами параметров. Был проведен анализ поведения разностных схем в областях с сильными градиентами параметров потока и предложен алгоритм, позволяющий во всем течении использовать только разности высокого порядка.

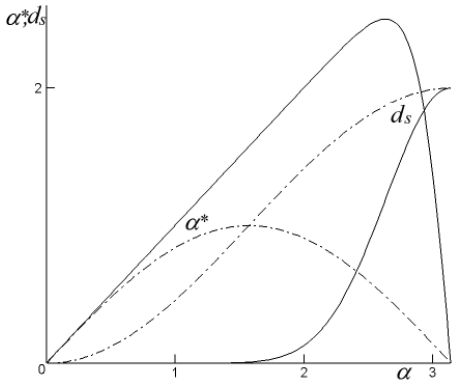


Рис. 1

При обтекании прямоугольной выемки высокоскоростным внешним потоком часть газа в районе задней кромки проникает внутрь и далее движется вдоль нижней поверхности в направлении, противоположном внешнему потоку. Вытекая у передней кромки во внешнее течение, данная порция газа несколько отодвигает поток снаружи, вызывая местное повышение давления. При этом у задней кромки давление снижается. Так формируется пульсационное течение, называемое аэродинамическим резонансом.

На рис. 2 представлены поля изолиний давления, полученные при значениях числа Маха 2 и 7 и отношениях длины выемки к ее глубине 1 и 3. Значения уровней изолиний одинаковые для каждого числа М. Стоит выделить следующие обнаруженные особенности. Во-первых, это влияние геометрии выемки. Если при длине втрое превышающей глубину ($M = 2$) имеет место очень интенсивное внутреннее течение, то в случае равенства длины и глубины течение внутри круговое, без сильных пульсаций давления.

Вторым выявленным эффектом является влияние числа Маха набегающего потока. Как видно из двух нижних рисунков, растущая разница скоростей наружного и внутреннего течений ведет к деградации резонансного механизма и снижению

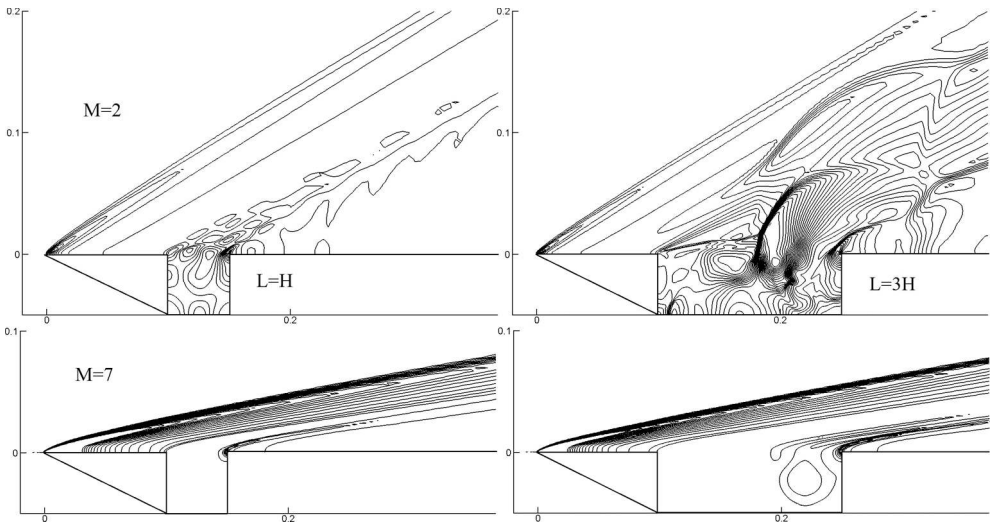


Рис. 2

уровня пульсаций давления. Возвратно-циркулярное течение при этом формируется в основном у задней стенки выемки.

1. *Савельев И. А.*, *Савельев А. Д.* О колебаниях давления за поперечной выемкой в сверхзвуковом потоке // Материалы XIII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАГ'2020), 6–13 сентября 2020 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2020. — С. 567–569.
2. *Савельев А. Д.* Численное моделирование гиперзвукового обтекания летательного аппарата на высотном участке активного движения // Математическое моделирование. — 2017. — Т. 29, №9. — С. 90–100.
3. *Михайловская М. Н.*, *Рогов Б. В.* Монотонные компактные схемы бегущего счета для систем уравнений гиперболического типа // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 2012. — Т. 52, №4. — С. 672–695.
4. *Савельев А. Д.* О мультиоператорном представлении составных компактных схем // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 2014. — Т. 54, №10. — С. 1580–1593.

РЕГРЕССИОННЫЕ МОДЕЛИ НЕРАВНОВЕСНОГО ВКЛАДА ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ В ПОУРОВНЕВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ*

А. С. Савельев

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

При решении задач неравновесной газовой динамики применяются различные по своей точности и вычислительной сложности представления: однотемпературная, многотемпературная и поуровневая кинетические модели, методы прямого статистического моделирования [1]. Развитие современных вычислительных средств и методик позволяет производить за разумное время все более сложные и точные расчеты.

*Работа выполнена при финансовой поддержке СПбГУ (НИР «Машинное обучение в задачах неравновесной аэромеханики», id проекта 94034084).

В кинетической теории газов наиболее подробным и детальным методом является поуровневое представление [1], основанное на описании энергетических состояний атомов и молекул, их взаимодействий (физических и химических) и переходов энергий. Для описания вклада химических реакций есть различные теоретические и полуэмпирические модели: Марона–Тринора для диссоциации, Алиата для реакций обмена, Старика для различных энергетических переходов [2]. Но все эти подходы имеют определенные недостатки: модели Марона–Тринора и Алиата учитывают приоритетный порядок протекания реакций с высоких энергетических состояний, но основываются только на колебательном спектре распадающейся молекулы; модель Старика позволяет учесть любые энергетические состояния всех участников реакции, но не позволяет учесть приоритетный порядок протекания реакций. В силу описанных сложностей, в предыдущих исследованиях была представлена формула, выведенная на основе модели Кнаба и объединяющая в себе преимущества всех перечисленных моделей: учет колебательного и электронного возбуждения всех участников реакции и приоритетный порядок протекания реакции из высоких энергетических состояний [3]. Так же было показано, что все перечисленные модели являются частными случаями предложенной модели и определены оптимальные значения параметров модели для большинства основных реакций в воздухе [3].

В обобщенной модели коэффициенты скорости реакций вычисляются по формулам:

$$k^{\mathrm{ex,diss}}_{V_r \to V_p} = B \exp\left(-\frac{\Delta E_{V_r \to V_p} \cdot \Theta(\Delta E_{V_r \to V_p})}{k} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{U} \right) \right), \quad \Delta E_{V_r \to V_p} = E_a + E_p - E_r, \quad (1)$$

где k — постоянная Больцмана; V_r — внутренние состояния всех реагентов; V_p — внутренние состояния всех продуктов реакции; E_r, E_p — соответствующие энергии; $\Theta(x)$ — функция Хевисайда; E_a — энергия активации реакции; T — температура; U — параметр модели; B — нормирующий множитель:

$$B(T) = \frac{k^{\mathrm{eq}}(T)}{\sum\limits_{V_r^*, V_p^*} \left[\exp\left(-\frac{\Delta E_{V_r^* \to V_p^*} \cdot \Theta(\Delta E_{V_r^* \to V_p^*})}{k} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{U} \right) \right) \prod\limits_{l=1}^{M_r} n^{\mathrm{eq}}_{V^*_{r,l}} \right]}, \quad (2)$$

M_r — число реагентов; $n^{\mathrm{eq}}_{V^*_{r,l}}$ — приведенное равновесное распределение Больцмана l-го реагента при температуре T; $k^{\mathrm{eq}}(T)$ — равновесный коэффициент скорости реакции, определяемый по закону Аррениуса.

Для определения нормирующего множителя B необходимо вычислить экспоненты от полного декартового произведения всех электронных и колебательных состояний атомов и молекул, участвующих в реакции. Даже для компонент воздуха это миллионы значений для каждой температуры. По этой причине особый интерес представляет поиск способов упрощения вычислений без потери точности.

Одним из таких подходов является предложенный в [4] метод использования алгоритмов машинного обучения. Альтернативным подходом служит использование методов нелинейного регрессионного анализа, которые позволяют построить приближение к рассматриваемой величине с использованием комбинации элементарных функций от температуры. В рамках данной работы представлены результаты для случая реакций диссоциации в воздухе с учетом только колебательного возбуждения реагента, проведено сравнение с результатами точного вычисления и результатами, полученными методами машинного обучения [4].

1. *Нагнибеда Е. А.*, *Кустова Е. В.* Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих газов. — СПб.: Изд-во С.-Петербургского университета, 2003. — 272 с.
2. *Kustova E. V.*, *Savelev A. S.*, *Lukasheva A. A.* Refinement of State-Resolved Models for Chemical Kinetics Using the Data of Trajectory Calculations // Fluid Dynamics. — 2022. — V. 57. — P. S46–S56.
3. *Kustova E.*, *Savelev A.* Generalized model for state-resolved chemical reaction rate coefficients in high-temperature air // J. Phys.: Conf. Ser. — 2021. — V. 1959. — 012033.
4. *Максудова З. М.*, *Савельев А. С.*, *Кустова Е. В.* Вычисление коэффициентов скорости химических реакций с помощью алгоритмов машинного обучения // Материалы XXIII Международной конференции по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2023).

ИССЛЕДОВАНИЕ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК БИКАЛИБЕРНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА БЛИЖНЕЙ ЗОНЫ ДЕЙСТВИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЗОНЫ ПОЛЕТА

Е. И. Савин, Л. Л. Миньков

ТГУ, Томск, Россия

Рассмотрена комплексная задача, основанная на определении внутрибаллистических и внешнебаллистических характеристик для оценки зоны полета бикалиберного летательного аппарата (ЛА) ближней зоны действия (БД). В таких ЛА РДТТ обеспечивает быстрый разгон за короткий временной промежуток до необходимой скорости (активный участок). После окончания активного участка маршевая ступень, имеющая меньший калибр, отсоединяется от отработавшей стартовой ступени и продолжает движение на энергопассивном участке полета. Данная схема обладает высокой баллистической эффективностью [1] и пригодна к модернизации в широких пределах в части использования прямоточных воздушно-реактивных двигателей [2, 3], а также менее кардинальных способов модернизации РДТТ [4].

В ходе исследования внутрибаллистичеких параметров в качестве количественного показателя, определяющего зону полета бикалиберного ЛА БД, рассматривалась осевая составляющая силы тяги в течение квазистационарной продолжительности горения заряда и секундно-массовый расход. По результатам численного моделирования работы РДТТ были получены законы изменения тяги и секундно-массового расхода от времени до начала спада давления в камере сгорания.

Для исследования и математического описания внешней баллистики используются уравнения продольного движения материальной точки в атмосфере. На активном участке [5]:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{P - X_{\text{старт}}}{m} - g\sin\theta; \quad \frac{d\theta}{dt} = -\frac{g\cos\theta}{V};$$
$$\frac{dx}{dt} = V\cos\theta; \quad \frac{dy}{dt} = V\sin\theta; \tag{1}$$
$$m = m_0 - \int_0^t \dot{m}\,dt,$$

где m — текущее значение массы бикалиберного ЛА БД; θ — угол между вектором скорости и линией местного горизонта; V — абсолютная скорость движения бикалиберного ЛА БД; x, y — координаты бикалиберного ЛА БД; g — ускорение

свободного падения; $X_{\text{старт}}$ — сила лобового сопротивления стартовой ступени; m_0 — начальная масса бикалиберного ЛА БД (масса стартовой ступени); $\dot{m}$ — массовый расход равен секундно-массовому расходу G_a; $G_a = F_a \rho_a v_a$, где v_a — скорость потока в выходном сечении сопла; ρ_a — плотность потока в выходном сечении сопла; P — осевая составляющая силы тяги; $P = \int_{Fa} \rho v_x^2 \, dF + \int_{Fa} (p_a - p_{\text{н}}) \, dF$ [6], где F_a — площадь выходного сечения сопла; v_x — осевая составляющая вектора скорости; p_a — давление в выходном сечении сопла; $p_{\text{н}}$ — давление атмосферы (101325 Па).

На пассивном участке:

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{X_{\text{марш}}}{m_{\text{марш}}} - g \sin\theta; \quad \frac{d\theta}{dt} = -\frac{g \cos\theta}{V}; \quad \frac{dx}{dt} = V \cos\theta; \quad \frac{dy}{dt} = V \sin\theta, \qquad (2)$$

где $X_{\text{марш}}$ — сила лобового сопротивления маршевой ступени; $m_{\text{марш}}$ — масса маршевой ступени; t — время полета бикалиберного ЛА БД (на активном участке принимается равным времени работы РДТТ $t_{\text{дв}}$).

Силы лобового сопротивления определены путем численного моделирования продувки расчетных объемных моделей бикалиберного ЛА БД (стартовой и маршевой) при нулевом угле атаки в пакете SolidWorks FlowSimulation [7].

Значения коэффициентов лобового сопротивления $C_x^{\text{старт}}$, $C_x^{\text{марш}}$ рассчитываются на основании моделированных сил лобового сопротивления по формуле (3) и сводятся в массив данных:

$$C_x = \frac{2X}{\rho V^2 S_{\text{м}}}. \qquad (3)$$

Для численного решения дифференциальных уравнений (1), (2) используется метод Хойна со схемой предиктор–корректор.

Получена оценка зоны полета по координатам бикалиберного ЛА БД на основе моделированных баллистических характеристик, в том числе при повышенных значениях осевой составляющей силы тяги, а также и при уменьшении времени работы РДТТ. Этап определения внешнебаллистических параметров включает в себя определение сил и коэффициентов лобового сопротивления для двух ступеней с разными калибрами. Показан характер изменения зависимости $C_x(V)$ от высоты полета.

1. *Ветров В. В.*, *Гусев А. В.*, *Кузнецов В. М.*, *Дикшев А. И.*, *Костяной Е. М.* О баллистической эффективности бикалиберных летательных аппаратов с доминирующим энергопассивным участком траектории // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. — 2017. — №4. — С. 11–16.
2. *Дикшев А. И.* Структурный синтез схем объемной компоновки бикалиберных ракет с прямоточным воздушно-реактивным двигателем // Известия Российской академии ракетных и артиллерийских наук. — 2013. — №4(79). — С. 37–47.
3. *Дикшев А. И.*, *Костяной Е. М.* Определение рациональных параметров и алгоритма работы бикалиберной ракеты с ракетно-прямоточным двигателем // Труды МАИ. — 2014. — №74. — URL: `https://trudymai.ru/published.php?ID=49300`.
4. *Курчанов М. В.* Повышение энерго-баллистической эффективности ракет ближней тактической зоны // Труды МАИ. — 2013. — №68. — URL: `https://trudymai.ru/published.php?ID=41792`.
5. *Дмитриевский А. А.*, *Лысенко Л. Н.*, *Богодистов С. С.* Внешняя баллистика. — 3-е изд. — М.: Машиностроение, 1991. — 640 с.
6. *Соркин Р. Е.* Теория внутрикамерных процессов в ракетных системах на твердом топливе: внутренняя. — М.: Наука, 1983. — 288 с.
7. SolidWorks Flow Simulation 2009 Tutorial. Dassault System SolidWorks Corporation, 2009. — 244 p.

ВЛИЯНИЕ НАЧАЛЬНОГО СООТНОШЕНИЯ МАССОВЫХ ДОЛЕЙ РЕАГИРУЮЩИХ ГАЗОВ НА ПАРАМЕТРЫ РАЗГОНА ПОРШНЯ В НАПРАВЛЯЮЩЕЙ ТРУБЕ

***С. Д. Самойлов*[1], *Н. В. Быков*[2], *И. Е. Шестаков*[1]**

[1]*МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия;* [2]*РУТ (МИИТ), Москва, Россия*

Одной из актуальных проблем разгона тел продуктами сгорания является задача повышения дульной скорости вылета поршня. Одним из перспективных способов повышения этой скорости может быть использование в качестве рабочего тела реагирующих газов с низкой молекулярной массой [1]. Например, это может быть горючая смесь газов с низкой молекулярной массой, таких, как водород, смешанный с кислородом. Одним из варьируемых параметров при этом может быть начальное соотношение массовых долей водорода и кислорода [2, 3]. Принципиальная схема установки изображена на рис. 1.

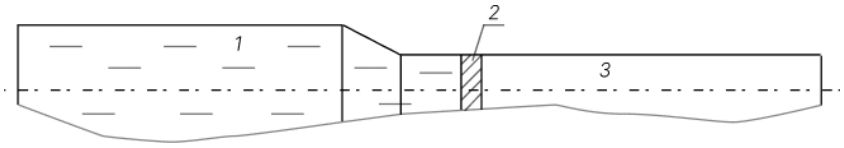


Рис. 1. Принципиальная схема разгонной установки на химически реагирующей смеси газов: *1* — смесь газов; *2* — поршень; *3* — направляющая труба

В настоящей работе проведено исследование влияния начального соотношения реагирующих газов на основные газодинамические параметры и динамические характеристики поршня. Задача может решаться с помощью различных математических моделей [4], наиболее быстрой в расчетном плане является термодинамическая (нульмерная) модель. В качестве топлива рассматривалась смесь кислорода и водорода с различными начальными соотношениями массовых долей. Результаты моделирования представлены на рис. 2 и 3 и в табл. 1.

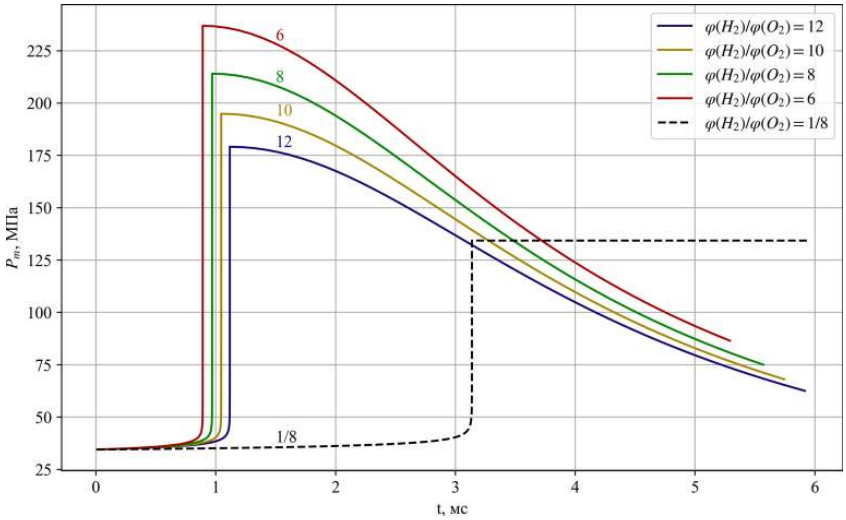


Рис. 2. Зависимость осредненного давления от времени

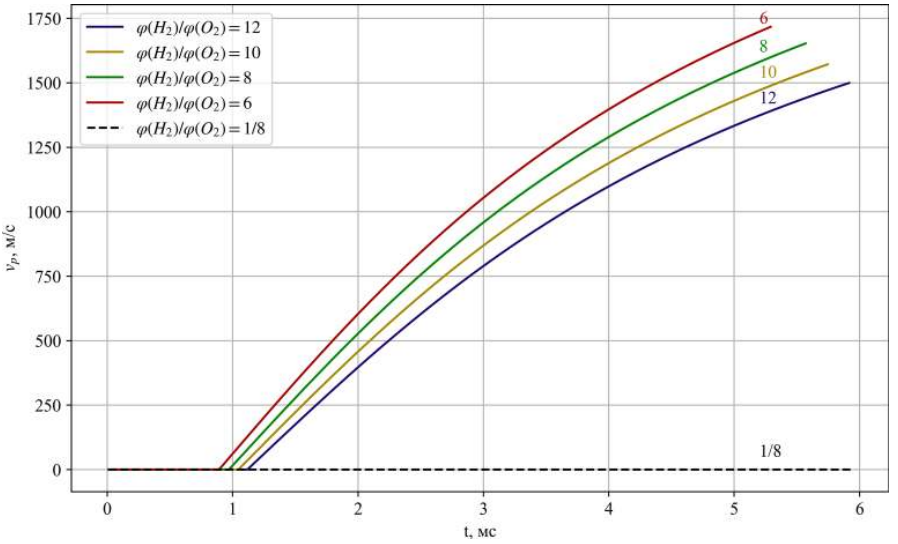


Рис. 3. Зависимость скорости поршня от времени

Таблица 1

Результаты моделирования

Начальное соотношение водорода к кислороду	Скорость вылета поршня, м/с	Максимальное осредненное давление, МПа	Максимальное давление на дно трубы, МПа	Максимальная температура, К	Время процесса, мс
12	1525	179,12	193,48	1687	6,07
10	1586	194,9	211,79	1864	5,83
8	1653	214,04	234,5	2093	5,57
6	1725	236,9	262,72	2403	5,32
1/8	—	134,32	171,9	1236	—

Из результатов моделирования установлено, что уменьшение количества водорода в смеси до определенного предела, снижает длительность процесса, при этом увеличиваются осредненное давление, и давление на дно канала трубы, возрастает скорость вылета поршня и максимальная температура. Однако если водорода будет слишком мало, то энергии, выделяющейся в процессе реакции, не хватит для преодоления сил трения в системе, и установка не будет выполнять свое главное назначение — разгон поршня.

Таким образом, в целях улучшения характеристик имеет смысл снижать содержание водорода в смеси до оптимального значения соотношения начальных массовых долей элементов смеси. Поиск этого значения является актуальной задачей, которая должна решаться в процессе поиска оптимальных параметров подобного рода установок.

1. *Krier H., Summerfield M.* (Ed.) Interior ballistics of guns // Progress in Astronautics and Aeronautics. — N.Y.: American institute of aeronautics and astronautics, 1979. — 385 p.
2. *Lord M. E.* Performance of a 40-mm combustion-heated light gas gun launcher // Report AD 244 541. — 1960. — 26 p.

3. *Kruczynski D., Massey D. et al.* Combustion Light Gas Gun Technology Demonstration, ADA462130, 2015.
4. *Быков Н. В.* Внутрикамерные процессы, параметрический и структурный синтез газодинамических баллистических установок. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2022. — 223 с.

РАСЧЕТ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВЫСОКОИНЕНЦИОННЫХ ЧАСТИЦ С УДАРНЫМ СЛОЕМ*

А. В. Способин, Д. Л. Ревизников

МАИ, Москва, Россия

Доклад посвящен развитию методов численного моделирования обтекания затупленных тел сверхзвуковыми потоками с твердыми частицами. Рассматривается случай, когда в потоке присутствуют крупные (высокоинерционные) частицы, способные, отразившись от обтекаемой поверхности, достичь головной ударной волны и существенно изменить структуру течения [1–4]. Представлена вычислительная модель движения высокоинерционных частиц в ударном слое в полномасштабной трехмерной постановке. В ее основе лежит бессеточный метод численного решения систем уравнений газовой динамики, который, благодаря анизотропному распределению вычислительных узлов в пространстве, позволяет существенно сократить требования к вычислительным ресурсам по сравнению с методом конечных объемов [5].

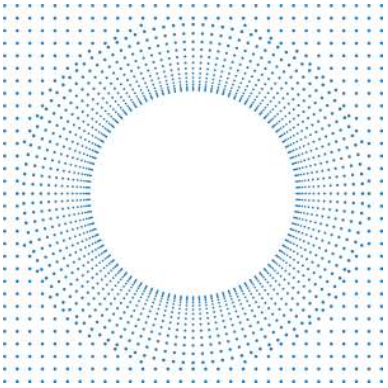


Рис. 1. Распределение расчетных узлов в сечении расчетной области

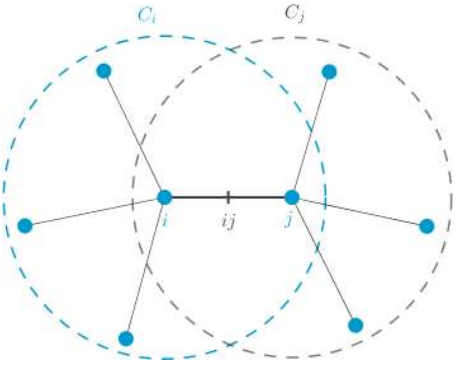


Рис. 2. Облака соседних расчетных узлов

Для представления поля газодинамических величин в расчетной области формируется конечное множество дискретных точек с фиксированным расположением в пространстве. Вблизи обтекаемой поверхности точки сгущаются в направлении нормали в целях детального разрешения течения в пограничном слое (рис. 1). Для каждого расчетного узла i определяется конечный набор, так называемое, облако C_i, окружающих его узлов — соседей $j \in C_i$ (рис. 2).

В основе используемого в настоящей работе варианта бессеточного метода лежит аппроксимация пространственных производных газодинамических величин и

*Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России (номер темы FSFF-2023-0008).

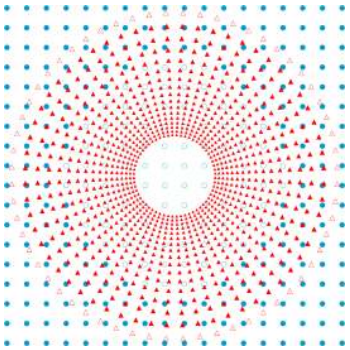


Рис. 3. Наложение узлов основного домена и домена частицы в методе скользящих облаков

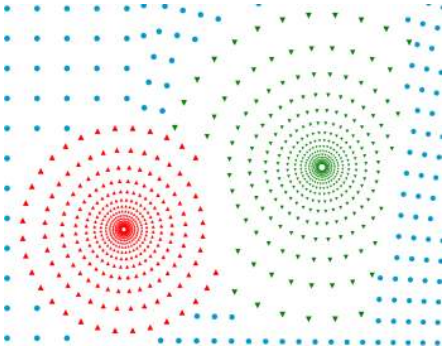


Рис. 4. Формирование единого облака из узлов, принадлежащих разным доменам

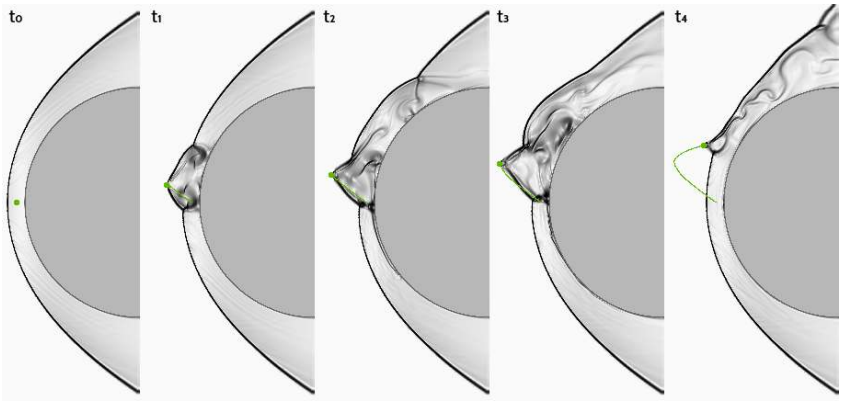


Рис. 5. Теневая картина эволюции течения в ударном слое под влиянием одиночной частицы, стартовавшей под углом 35° к оси симметрии сферы

образованных ими функций в форме линейной комбинации разности значений функции между соседним $j \in C_i$ и центральным узлами i, основанная на разложении функции в ряд Тейлора в окрестности расчетного узла i с первым порядком точности. Для определения коэффициентов линейной комбинации применяется метод наименьших квадратов.

Бессеточный алгоритм расчета течений вязкого газа служит основой для моделирования газодинамического взаимодействия крупных частиц с ударным слоем. Расчет обтекания каждого тела производится посредством решения системы уравнений газовой динамики в отдельной системе координат на выделенном множестве расчетных узлов, принадлежащих домену, закрепленному за телом. Вводится основная система координат, в которой обтекаемая газовым потоком преграда считается неподвижной вместе с набором вычислительных узлов, принадлежащих ее домену, который также именуется основным. Движущаяся в пространстве частица сферической формы испытывает действие силы аэродинамического сопротивления, которая определяется вязким трением и давлением газа в вычислительных узлах на ее поверхности.

Вокруг каждой частицы формируется локальное облако перемещающихся вместе с ней расчетных узлов, принадлежащих ее домену. В собственной локальной системе координат частица считается неподвижной. Разработаны два подхода к рас-

чету взаимодействия узлов, принадлежащим движущимся один относительно другого доменам. Метод скользящих облаков аналогичен представленному в предыдущей главе работы методу скользящих адаптивных декартовых сеток (рис. 3). Второй разработанный подход основан на формировании единого облака из узлов, относящихся к разным доменам. Внешние узлы локального домена связываются с ближайшими соседями из основного и наоборот, а узлы основного домена, оказавшиеся внутри локального, исключаются из расчета (рис. 4). Расчет векторов конвективных и вязких потоков между узлами при их принадлежности к разным доменам выполняется посредством трансформации векторов состояния в единую систему координат с учетом скорости относительного движения доменов. Производится и трансформация векторов состояния в соседних узлах, что необходимо для вычисления градиентов вектора состояния. Метод позволяет моделировать движение ансамбля из нескольких частиц в ударном слое с возможностью их сближения и отражения от поверхности преграды.

На рис. 5 показаны теневые картины изменения течения газа в ударном слое в плоскости движения частицы в последовательные моменты времени под влиянием одиночной частицы, стартовавшей навстречу набегающему потоку под углом 35° к оси симметрии сферы. Наблюдается ярко выраженная и действующая относительно продолжительное время импактная струя, направленная в область критической точки. Действие струи вызывает двукратный рост давления газа у поверхности и четырехкратное локальное усиление конвективного теплового потока.

1. *Ревизников Д. Л.*, *Способин А. В.*, *Иванов И. Э.* Изменение структуры течения под воздействием высокоинерционной частицы при обтекании тела сверхзвуковым гетерогенным потоком // ТВТ. — 2018. — Т. 56, №6. — С. 908–913.
2. *Reviznikov D. L.*, *Sposobin A. V.*, *Ivanov I. E.* Oscillatory flow regimes resulting from the shock layer — particle interaction // High Temp. — 2020. — V. 57, No. 2. — P. 278–283.
3. *Ревизников Д. Л.*, *Способин А. В.*, *Иванов И. Э.* Сравнительный анализ расчетных и экспериментальных данных об осциллирующем течении, индуцированном газодинамическим взаимодействием частицы с ударным слоем // ТВТ. — 2020. — Т. 58, №6. — С. 901–908.
4. *Sposobin A. V.*, *Reviznikov D. L.* Impact of High Inertia Particles on the Shock Layer and Heat Transfer in a Heterogeneous Supersonic Flow around a Blunt Body // Fluids. — 2021. — V. 6(11). — P. 406.
5. *Sposobin A. V.*, *Reviznikov D. L.* A Meshless Algorithm for Modeling the Gas-Dynamic Interaction between High-Inertia Particles and a Shock Layer // Fluids. — 2023. — V. 8(2). — P. 53.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ПЛАЗМЕННОЙ ИСКРЫ ПРИ ОПТИЧЕСКОМ ПРОБОЕ ОПТИЧЕСКОГО ВОЛОКНА*

В. А. Старикова, А. В. Перминов

ПНИПУ, Пермь, Россия

В работе представлены результаты математического моделирования начального этапа оптического пробоя оптического волокна и инициации плазменной ис-

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №23-21-00169, https://rscf.ru/project/23-21-00169/, рук. Перминов А.В.

кры [1, 2]. В результате пробоя внутри сердцевины оптического волокна образуется плазменная искра, которая впоследствии движется вдоль волокна. Источник тепла в модели определяется длиной волны излучения и показателями преломления сердцевины и оболочки. Получены распределения температурных полей в оптических волокнах. На основе расчетов можно оценить время возникновения различных фазовых состояний внутри волокна, в частности, время образования плазменной искры, скорость ее распространения в продольном и радиальном направлениях. Исследование может быть полезно для построения модели управления оптическим пробоем при последующей разработке компактных и прочных оптических устройств на основе оптического волокна.

Расчетная область, представленная на рис. 1, состоит из четырех элементов, обладающих различными теплофизическими свойствами, на границах которых выполняются условия сопряжения.

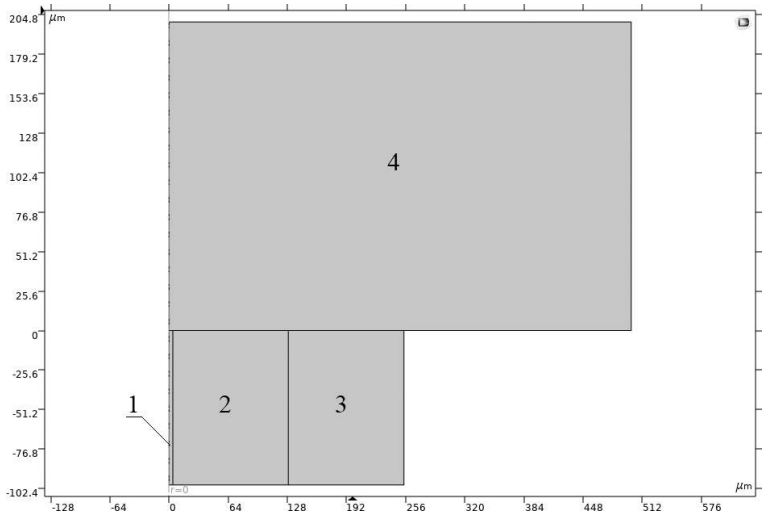


Рис. 1. Схема расчетной области, состоящая из сердцевины (1), оболочки (2), защитного покрытия оптического волокна (3) и металлической пластины (4)

Исследуемый отрезок волокна SMF-28e, состоящий из сердцевины, оболочки и защитного покрытия вплотную прижат к металлической пластине.

Распределение температурного поля $T(r, z, t)$ описывается уравнением теплопроводности [3]:

$$\rho c_P \frac{\partial T}{\partial t} = k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + Q,$$

где ρ — плотность кварцевого стекла; c_P — удельная теплоемкость кварцевого стекла; k — теплопроводность кварцевого стекла.

Последнее слагаемое Q в уравнении описывает тепловыделение, возникающее из-за отражения оптического излучения на границе между торцом волокна и металлической пластиной, рассчитывается по формуле:

$$Q = \frac{\alpha P}{A_{eff}},$$

где α — коэффициент поглощения излучения, P — вводимая мощность излучения, A_{eff} — эффективная площадь модового пятна.

Эффективная площадь моды зависит от длины волны излучения, рассчитанные значения представлены в табл. 1.

Таблица 1

λ, мкм	1,08	1,31	1,55	2,05
A_{eff}, мкм^2	13,24	15,28	17,26	23,49

В ходе математического моделирования было рассчитано температурное поле в оптическом волокне. Пример температурного поля приведен на рис. 2.

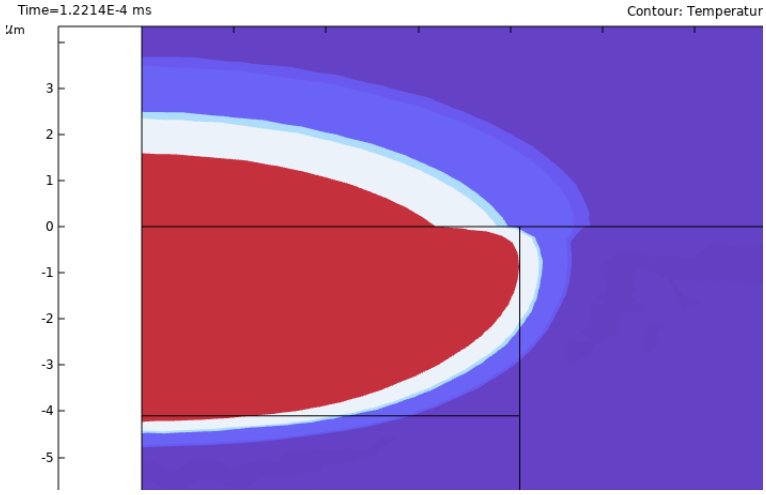


Рис. 2. Распределение температурного поля в области сердцевины волокна

На основании расчетов удалось оценить время возникновения различных фазовых состояний внутри волокна, в частности, плавление кварца — 1440 K, парообразование — 2706 K и плазмообразование — 5000 K. Были оценены радиальная, и осевая скорости распространения температурного фронта плазмообразования, время возникновения плазменного очага — при достижении фронта плазмообразования границы сердцевина-оболочка волокна и минимальная необходимая мощность для возникновения оптического пробоя.

Расчеты показали, что уменьшение длины волны излучения, подаваемого в волокно, ведет к уменьшению времени инициации плазменной искры в волокне. Полученные в расчетах времена инициации плазменной искры согласуются с экспериментальными данными [5].

1. *Konin Yu. A.*, *Scherbakova V. A.*, *Perminov A. V.*, *Petuhova A. Yu.* Study of micro-cavities formed by optical breakdown under the influence of a magnetic field // Optics Communications. — 2022. — V. 517.
2. *Konin Y. A.*, *Scherbakova V. A.*, *Bulatov M. I. et al.* Structural characteristics of internal microcavities produced in optical fiber via the fuse effect // Journal of Optical Technology. — 2021. — V. 88, No. 11. — P. 672–677.
3. *Konin Y. A.*, *Bulatov M. I.*, *Shcherbakova V. A. et al.* Investigation of the Properties of an All-Fiber Temperature Sensor Created Using the Melting Effect // InstrumExpTech. — 2020. — V. 63. — P. 511–515.
4. *Yoshito Shuto.* Fiber Fuse Phenomenon. — 3rd ed. — Design Egg, Inc. 2021.

КОНВЕКТИВНОЕ РАССЛОЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И КОНЦЕНТРАЦИИ*

А. И. Федюшкин

ИПМех РАН, Москва, Россия

Для многих приложений и технологий большое значение имеет знание закономерностей формирования и развития температурного и концентрационного расслоения в объеме жидкости и умение управления этими неоднородностями. Одним из примеров проявления нелинейности ламинарных течений является существование максимума неоднородности (температурной или концентрационной) от безразмерных параметров [1–3]. Этот эффект был подтвержден экспериментально [3], а также проявился в космическом эксперименте МА-150, по кристаллизации германия, в котором радиальная неоднородность легирующей примеси была в семь раз больше, чем в земном эксперименте. Эксперименты EURECA по кристаллизации фосфатов кальция из растворов показали, что кристаллы гидроксиапатита, выращенные в условиях невесомости, были в десять–сто раз больше, чем их земные аналоги. Моделирование показало возможные конвективные механизмы расслоения и переноса компонент реакции в термостатированном реакторе на Земле и в условиях микрогравитации [4].

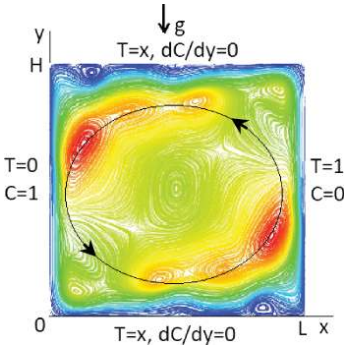


Рис. 1. Расчетная область и граничные условия. Показаны треки и цветом значения изолиний функции тока при колебательной тепловой конвекции $\mathrm{Gr} = 10^7$, $\mathrm{Pr} = 0{,}7$, $L/H = 1$

Математическая модель основана на численном решении нестационарных двумерных уравнений Навье–Стокса для несжимаемой жидкости в приближении Бус- синеска, Задача характеризуется безразмерными числами Прандтля (Pr), Грасгофа (Gr), Грасгофа концентрационного (Gr_c), Шмидта (Sc), геометрии области (L/H), граничными условиями и направлением вектора силы тяжести [3]. Вектор силы тяжести направлен навстречу оси $0y$ и перпендикулярен векторам тепла и массы (рис. 1). Для скорости — условиями прилипания на стенках и граничные условия для температуры 1-го рода на всех стенках, а для концентрации условия непротекания на горизонтальных стенках и 1-го рода на вертикальных (рис. 1). Описания методов решения указанных задач приведено в работах [1, 2, 4–8]. Рассматриваются бинарные смеси с концентрацией легкой компоненты. Рассмотрены диапазоны безразмерных параметров: $0 < \mathrm{Gr} < 10^8$, $0 < \mathrm{Gr}_c < 10^8$, $10^{-2} < \mathrm{Pr} < 10^2$, $10^{-2} < \mathrm{Sc} < 10^2$, $1 < L/H < 13$, соответствующие ламинарной стационарной и колебательной конвекции. Расслоение оценивалось величинами производных от температуры и концентрации по вертикальной координате y.

На рисунках 2 и 3 приводятся зависимости от числа Грасгофа значения производных в центре области по вертикальной координате от температуры (dT/dy) и концентрации (dC/dy) (для разных чисел Шмидта Sc) при тепловой конвекции. Эти зависимости показывают наличие максимумов температурного и концентрационного расслоения в зависимости от числа Грасгофа.

В задаче тепловой конвекции, изображенной на рис. 1, структура течения при $0 < \mathrm{Gr} < 10^4$ ($\mathrm{Pr} = 0{,}7$, $L/H = 1$) является одновихревой, а при увеличении числа

*Работа выполнена по теме гос. задания № АААА-А17-117021310375-7.

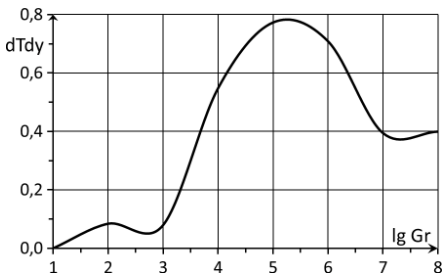


Рис. 2. Зависимость производной от температуры по вертикальной координате dT/dy в центре квадратной области ($x = 0{,}5$, $y = 0{,}5$) от числа Грасгофа при $\mathrm{Pr} = 0{,}7$, $L/H = 1$

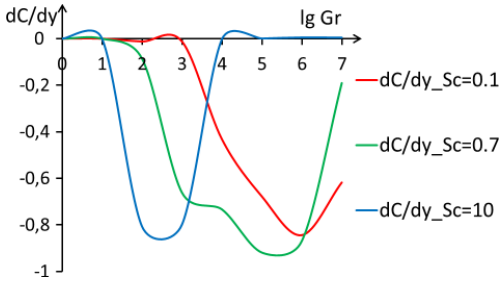


Рис. 3. Зависимость производной от концентрации по вертикальной координате dC/dy в центре квадратной области ($x = 0{,}5$, $y = 0{,}5$) от числа Грасгофа при $\mathrm{Pr} = 0{,}7$; $\mathrm{Sc} = 0{,}1$, 0,7, 10; $L/H = 1$

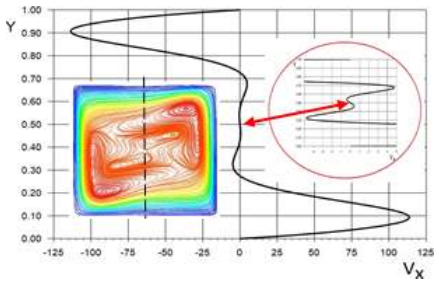


Рис. 4. Профиль горизонтальной скорости $V_x(y)$ в сечении ($x = 0{,}5$) для $\mathrm{Gr} = 10^6$, $\mathrm{Pr} = 0{,}7$, $L/H = 1$: справа — профиль $V_x(y)$ около центра области, слева — треки течения с «cat's eyes»

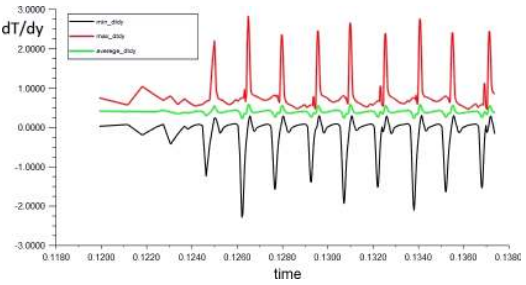


Рис. 5. Временные зависимости производной от температуры по вертикальной координате dT/dy (максимальных, минимальных и средних значений по пространству) при колебательной тепловой конвекции ($\mathrm{Gr} = 10^7$, $\mathrm{Pr} = 0{,}7$, $L/H = 1$)

Грасгофа начинают формироваться вторичные вихри «cat's eyes», которые явно проявляются значению числа $\mathrm{Gr} = 10^5$. При $\mathrm{Gr} = 10^6$ течение становится квазистационарным со слабыми периодическими изменениями скорости, вторичные вихри «cat's eyes» сформированы и практически не изменяются (видны слева на рис. 4). После достижения значения $\mathrm{Gr} = 10^7$ ламинарное течение становится периодически-колебательным, вторичные вихри «cat's eyes» начинают увлекаться основным течением (двигаясь против часовой стрелки), меняя интенсивность, дробясь и объединяясь, из-за чего возникают термики у горячей и холодной стенок (на стенках появляются мелкие, растущие, двигающиеся вихри — волны Толлмина–Шлихтинга) (рис. 1), и вся эта картина течения по времени периодически повторяется (рис. 5). При $\mathrm{Gr} = 10^8$ течение является периодически-колебательным, но менее упорядоченным, чем при $\mathrm{Gr} = 10^7$. Интенсивность термоконцентрационной периодически-колебательной конвекции ($\mathrm{Gr} = 10^7$, $\mathrm{Pr} = 0{,}7$, $\mathrm{Gr}_c = 10^7 \cdot \mathrm{Sc} = 0{,}7$, $L/H = 1$) ниже, чем в случае только тепловой ($\mathrm{Gr} = 10^7$, $\mathrm{Pr} = 0{,}7$, $\mathrm{Gr}_c = 0$), но структура течения состоит из двух противоборствующих оппозитно вращающихся вихрей (концентрационная конвекция по часовой стрелке; тепловая конвекция — против), чем определяется периодичность течения.

Существование слоистых структур с противотоками, направленных навстречу основному течению показано на рис. 4 для квадрата ($\mathrm{Gr} = 10^6$, $\mathrm{Pr} = 0{,}7$, $L/H = 1$). Данные противотоки вызваны вертикальной стратификацией плотности наводимой

конвекцией. Для удлиненных горизонтальных слоев и разных условий это было показано в [5–8].

Заключение. Нелинейные свойства ламинарных течений жидкостей могут оказывать существенное влияние на структуру конвективного течения и на температурное (концентрационное) расслоение. Найдены немонотонные зависимости величины температурного (концентрационного) расслоения в центре квадратной области от числа Грасгофа. Показана картина формирования периодической тепловой конвекции. Приведены детали образования противотоков внутри области с направлением противоположным основному конвективному течению.

1. *Полежаев В. И.*, *Белло М. С.*, *Верезуб Н. А. и др.* Конвективные процессы в невесомости. — М.: Наука, 1991. — 240 с.
2. *Полежаев В. И.*, *Федюшкин А. И.* Гидродинамические эффекты концентрационного расслоения в замкнутых объемах // Механика жидкости и газа. — 1980. — №3. — С. 11–18.
3. *Пшеничников А. Ф.*, *Пинягин А. Ю.*, *Полежаев В. И. и др.* Термо-концентрационная конвекция в прямоугольной области при боковых потоках тепла и массы // Препринт. — Свердловск, 1985. — 53 с.
4. *Федюшкин А. И.* Влияние конвекции на кристаллизацию фосфата кальция в термостате в земных и космических условиях // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2020. — №4. — С. 35–46.
5. *Fedyushkin A. I.* Stratification and segregation under laminar convection // Advanced Hydrodynamics Problems in Earth Sciences (eds. Chaplina T.). — Cham: Springer, 2023. — P. 153–169. — DOI: 10.1007/978-3-031-23050-9_14.
6. *Кирдяшкин А. Г.*, *Полежаев В. И.*, *Федюшкин А. И.* Тепловая конвекция в горизонтальном слое при боковом подводе тепла // ПМТФ. — 1983. — №6. — С. 122–128.
7. *Федюшкин А. И.*, *Пунтус А. А.* Нелинейные особенности ламинарных течений жидкости на Земле и в невесомости // Труды МАИ. — 2018. — Т. 102. — С. 1–20.
8. *Федюшкин А. И.* Влияние чисел Рэлея, Прандтля и граничных условий на конвективные течения жидкости в горизонтальных слоях // Математическое моделирование и численные методы. — 2020. — №1. — С. 28–44.

ВЛИЯНИЕ УПРАВЛЯЕМЫХ ВИБРАЦИЙ НА КАПИЛЛЯРНУЮ КОНВЕКЦИЮ МАРАНГОНИ В МОДЕЛИ ЧОХРАЛЬСКОГО*

А. И. Федюшкин, Н. Г. Бураго

ИПМех РАН, Москва, Россия

Введение. В данной работе для модели метода Чохральского приводятся результаты численного моделирования о влиянии управляемых вибраций со стороны кристалла на капиллярную конвекцию Марангони в невесомости, а также с учетом гравитационной конвекции и вращения кристалла и тигля.

Постановка задачи. Расчетная область показана на рис. 1, где растущий кристалл совершает вибрации малой амплитуды A с частотой f, R — радиус тигля, R_C — радиус кристалла, H — высота тигля, $0z$ — ось симметрии.

В работе рассматривается осесимметричная модель, скорость кристаллизации, и свойства предполагаются постоянными, амплитуда вибраций мала, поэтому перемещениями вибратора пренебрегается, на вибраторе задается скорость его перемещения вдоль оси z в виде гармонической функции $w = A\omega \sin(\omega t)$, где A —

*Работа выполнена при поддержке гранта РНФ №23-19-00451.

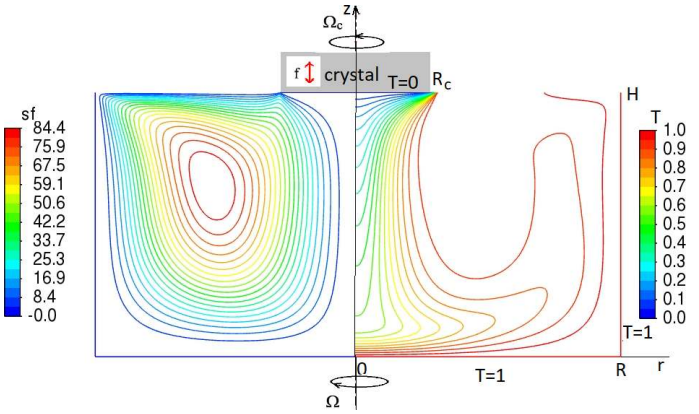


Рис. 1. Схема расчетной области с граничными условиями, изолиниями функции тока (слева) и изотермами (справа) (Ma = 500, Gr = 0, Pr = 5,43, $f = 0$, $H/R = 1$, $R_c/R = 0{,}3$)

амплитуда, а $\omega = 2\pi f$ — круговая частота вибраций. Численная модель основана на решении системы нестационарных уравнений Навье–Стокса для несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска, которые имеют следующий вид:

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \alpha\frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0; \quad \frac{du}{dt} - \alpha\frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^\alpha}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^\alpha \nu \frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\nu\frac{\partial u}{\partial z}\right) - \alpha\nu\frac{u}{r^2};$$

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r^\alpha}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^\alpha \nu \frac{\partial w}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\nu\frac{\partial w}{\partial z}\right) + g\beta_T(T - T_0);$$

$$\frac{dv}{dt} + \alpha\frac{uv}{r} = \alpha\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\nu\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\nu\frac{\partial u}{\partial z}\right) - \nu\frac{u}{r^2}\right];$$

$$\frac{d\rho c_p T}{dt} = \frac{1}{r^\alpha}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^\alpha\lambda\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right),$$

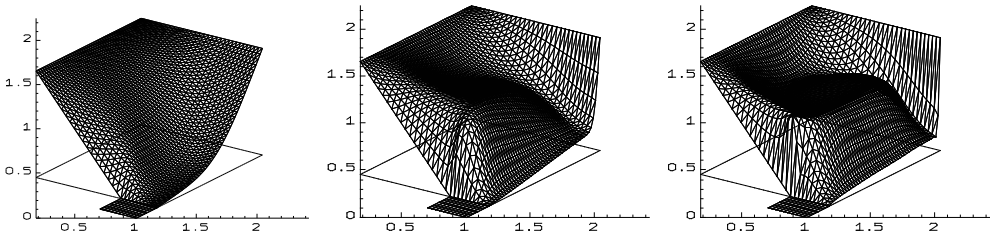
где u и w — компоненты вектора скорости по направлениям r и z, v — азимутальная скорость, T — температура, p — давление, g — ускорение силы тяжести, β_T — коэффициент теплового расширения, σ — коэффициент поверхностного натяжения, $\beta_\sigma = \partial\sigma/\partial T$, ν — динамическая вязкость, μ — кинематическая вязкость, α — геометрический фактор, $\alpha = 0$ — плоская геометрия, при $\alpha = 1$ осесимметричная геометрия (случай рассматриваемый в этой работе). Граничные условия следующие: на оси симметрии: $r = 0$, $u = 0$, $\partial w/\partial r = 0$, $v = 0$, $\partial T/\partial r = 0$; на поверхности кристалла: $z = 0$, $u = 0$, $w = W_s + A\omega\sin(\omega t)$, $v = 2\pi r\Omega_C$, $T = 0$; на стенках тигля: $r = R$, $u = 0$, $w = 0$, $v = 2\pi R\Omega$, $T = 1$; на свободной поверхности расплава: $\mu\partial u/\partial z = -\partial\sigma/\partial r$, $\partial w/\partial z = 0$, $\partial v/\partial z = 0$, $\partial T/\partial z = 0$ (или $T = (r - R_C)/(R - R_C)$). Начальные условия: $t = 0$, $u = 0$, $w = 0$, $v = 0$, $T = 0$. Задача характеризуется следующими безразмерными числами: Прандтля $\mathrm{Pr} = \nu\rho c_p/\lambda$, Рейнольдса $\mathrm{Re}_\Omega = \Omega_R^2/\nu$, $\mathrm{Re} = W_S R/\nu$, Грасгофа $\mathrm{Gr} = g\beta\Delta T R^3/\nu^2$ (или Рэлея $\mathrm{Ra} = \mathrm{Gr}\times\mathrm{Pr}$) и Марангони $\mathrm{Ma} = \sigma\beta_\sigma R\Delta T/\mu\nu$. Величины которых были следующими: $\mathrm{Pr} = 5{,}43$, Re_Ω и $\mathrm{Re} < 10^3$, $\mathrm{Gr} = 0$–10^6, $\mathrm{Ma} = 0$–500, $A = 100$ мкм и частотами $f = \omega/2\pi = 0$–100 Гц, скорость кристаллизации во всех расчетах была постоянной и равнялась $W_s = 0$ или 0,3 см/ч.

Численный метод. Уравнения конвективного тепломассопереноса решались методом конечных элементов. Метод решения подробно описан в статье [1]. Алгебраические проблемы на каждом шаге по времени решались безматричным методом сопряженных градиентов с помощью пакета программ ASTRA. Алгоритм безуслов-

но устойчив, но для обеспечения достаточной точности шаг по времени не должен отличиться на много от шага Куранта $\Delta t_C = \min(h_i/|U_i^n|)$: $0{,}1\Delta t_C < \Delta t^n < 10\Delta t_C$, а также чтобы на один период колебаний приходилось от 10 до 100 шагов (в зависимости от частоты колебаний вибратора). Средние характеристики $F_{average}$ и среднеквадратичное отклонение от среднего F_{rmse} осредненного по времени течения определялись по формулам:

$$F_{average} = \frac{1}{t_{\max}} \int_0^{t_{\max}} F\,dt, \quad F_{rmse} = \sqrt{\frac{1}{t_{\max}} \int_0^{t_{\max}} (F - F_{average})^2 dt}, \quad \text{где} \quad t_{\max} \text{ — время.}$$

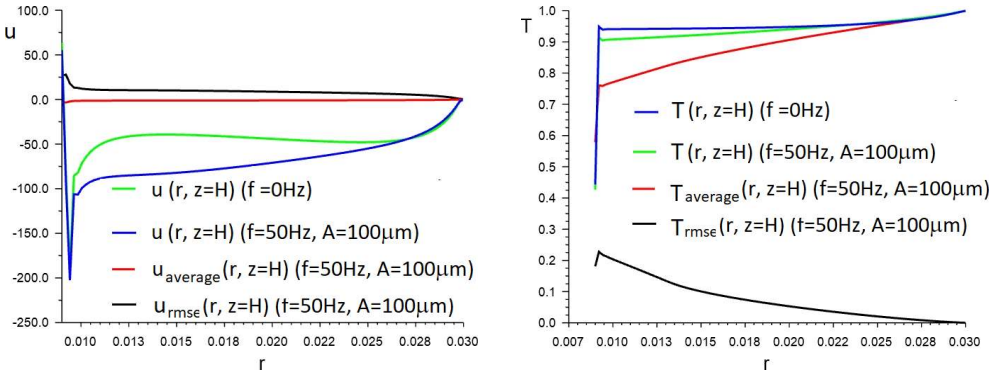
Результаты расчетов. На рис. 1 кроме схемы расчетной области для метода Чохральского показаны изолинии функции тока (слева) и изотермы (справа) для конвекции Марангони (Ma = 500, Pr = 5,43, $H/R = 1$, $R_c/R = 0{,}3$).



а *б* *в*

Рис. 2. Поля температуры при вибрациях с частотами $f = 1$ (*а*), 10 (*б*) и 50 Гц (*в*) (Gr = Ma = 0)

На рис. 2 показаны аксонометрические проекции полей температуры для трех значений частоты вибраций: $f = 1$, 10, 50 Гц и $A = 100$ мкм для случая изотермической свободной поверхности, показывающие интенсивное перемешиванию расплава с образованием тонких температурных пограничных слоев на дне тигля и около кристалла.



а *б*

Рис. 3. Радиальная скорость (*а*) и температура (*б*) на свободной поверхности при Ma = 500

На рис. 3 представлены профили радиальной скорости (*а*) и температуры (*б*) (средние величины $u_{average}$ и $T_{average}$, и среднеквадратичные отклонения от среднего значения u_{rmse} и T_{rmse}) вдоль свободной поверхности при капиллярной конвекции (Ma = 500) для случаев с и без вибраций.

Выводы. При вибрациях на свободной поверхности образуются слабые затухающие волны, бегущие от вибратора (кристалла) к тиглю. Вибрации уменьшают среднюю (по времени) радиальную скорость на свободной поверхности и уменьшают градиент температуры на сводной поверхности вблизи кристалла.

1. *Бураго Н. Г.*, *Никитин И. С.*, *Якушев В. Л.* Гибридный численный метод решения нестационарных задач механики сплошной среды с применением адаптивных наложенных сеток // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2016. — Т. 56, №6. — С. 1082–1092. — DOI: 10.7868/S0044466916060107.

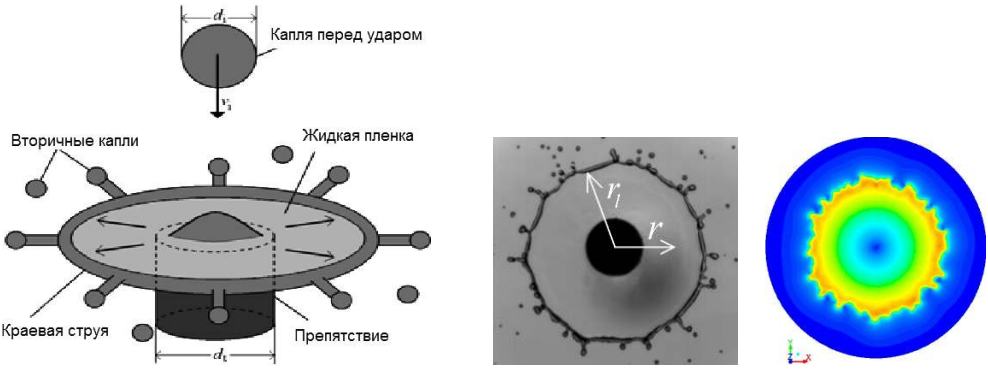
РЕЖИМЫ ОБТЕКАНИЯ ЖИДКОЙ КАПЛЕЙ ТВЕРДЫХ ПРЕПЯТСТВИЙ*

А. И. Федюшкин, А. А. Гневушев, А. С. Захаров, А. Н. Рожков

ИПМех РАН, Москва, Россия

В данной работе анализируются и обобщаются результаты исследований авторов по динамике капли при ее ударе о твердую поверхность, обтекании тонких препятствий и протекании капли через отверстие в пластине, кольцо и пакет колец. Выявлены и приводятся характерные режимы растекания, отталкивания, удержания и фрагментации жидкой капли при обтекании ей твердых препятствий.

Плоская поверхность. Задача характеризуется безразмерными числами Рейнольдса $\mathrm{Re} = \rho v_i d_i/\mu$ и числом Вебера $\mathrm{We}_i = \rho v_i^2 d_i/\sigma$, где ρ — плотность, v_i — скорость падения капли, d_i — диаметр капли, μ — вязкость, σ — коэффициент поверхностного натяжения. Математическая модель и метод решения описаны в работах авторов [1]. Схема модели движения капли показана на рис. 1, *а*. На рис. 1, *б* представлены экспериментальные данные (слева) [2, 3] и результаты 3D-моделирования (справа) растекания капли воды ($v_i = 3{,}87$ м/с, $d_i = 2{,}67$ мм, $d_t = 4$ мм), показывающие формирование ламеллы с краевой струей и вторичными каплями в момент $t = 1$ мс.



а *б*

Рис. 1. Схема движения капли (*а*) и растекание капли воды (*б*) ($v_i = 3{,}87$ м/с, $d_i = 1$ мм) (слева — эксперимент [2], справа — 3D-моделирование (изолинии модуля скорости)

Эксперименты и моделирование показали [2–6], что при ударе капли о твердую плоскую поверхность переход от растекания к разбрызгиванию происходит при чи-

*Работа выполнена при поддержке гранта РНФ №23-19-00451.

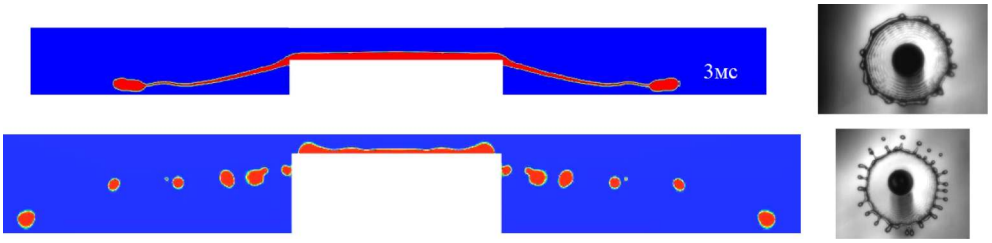
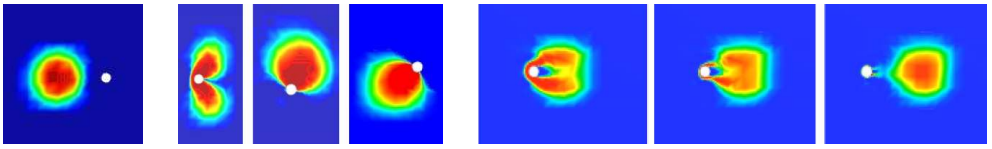


Рис. 2. Примеры растекания (верху) ($d_i = 2{,}8$ мм, $v_i = 1{,}88$ м/с, $\mathrm{We}_i = 137$) и разбрызгивания (внизу) ($d_i = 2{,}8$ мм, $v_i = 2{,}3$ м/с, $\mathrm{We}_i = 206$) капли после удара о твердую мишень (справа, эксперимент) [2, 3]

слах Вебера $\mathrm{We}_i > \mathrm{We}_i^*$, где $\mathrm{We}_i^* \subset (137, 206)$. На рис. 2 представлены численные и экспериментальные примеры растекания и разбрызгивания капли воды при разных числах Вебера.

Тонкая нить. В работах [4–6] представлены результаты численного моделирования обтекания тонкой нити каплей воды в движущейся воздушной среде при разных начальных скоростях капли. На рис. 3 показано три режима: отталкивание, удержание и протекание капли через тонкую нить в зависимости от скорости капли.



$v_i = 0{,}1$ м/с $v_i = 1$ м/с $v_i = 10$ м/с

Рис. 3. Три режима: отталкивание, удержание и протекание капли через тонкую нить

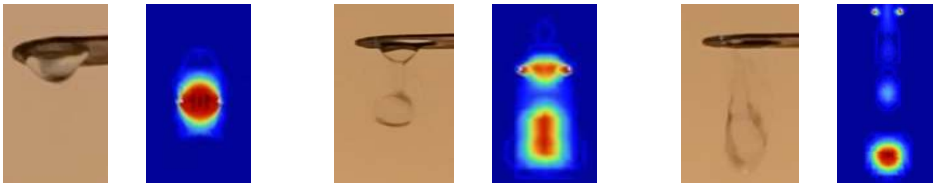
При поперечном центральном обтекании нити ($d_i = 0{,}5$ мм), капля воды ($d_i = 0{,}5$ мм) приблизительно при скоростях: меньше $v_i < 0{,}1$ м/с — отталкивается нитью, при $0{,}1$ м/с $< v_i < 1$ м/с — удерживается нитью, а при $v_i > 2$ м/с — проходит через нить.

Отверстие. Процессы и особенности взаимодействия капли при протекании через отверстие, наблюдаемые в эксперименте [7], представлены на рис. 4, *а*, *в* и *д*, а при численном моделировании [5, 6] на рис. 4, *б*, *г* и *е*.

Режим I. Захват капли отверстием

Режим II. Распад капли на две части, захват одной из них

Режим III. Отрыв капли воды от отверстия с провисанием



а *б* *в* *г* *д* *е*

$d_{\text{отв}} = 3{,}09$ мм $v_i = 0{,}2$ м/с
$h_0 \approx 5$ мм $\gamma = 0{,}073$ н/м
$d_i = 2{,}96$ мм $\mu = 10^{-2}$ кг/(м · с)

$d_{\text{отв}} = 2{,}94$ мм $v_i = 0{,}4$ м/с
$h_0 \approx 10$ мм $\gamma = 0{,}073$ н/м
$d_i = 3{,}04$ мм $\mu = 10^{-2}$ кг/(м · с)

$d_{\text{отв}} = 3$ мм Вода. $v_i = 0{,}6$ м/с
$h_0 \approx 20$ мм $\gamma = 0{,}073$ н/м
$d_i = 2{,}85$ мм $\mu = 10^{-4}$ кг/(м · с)

Рис. 4. Протекание капли через отверстие на пластине (*а*, *в*, *д*) — эксперимент [5] и результаты расчетов протекание капли ($d_i = 3{,}6$ мм) через кольцо ($d_{in} = 3$ мм) (*б*, *г*, *е*)

Кольцо. На рис. 5 для режима I показана динамика капли воды ($d_i = 3{,}5$ мм, $v_i = 0{,}25$ м/с) при удержании их кольцом (с внутренним диаметром $d_{in} = 3$ мм) [8].

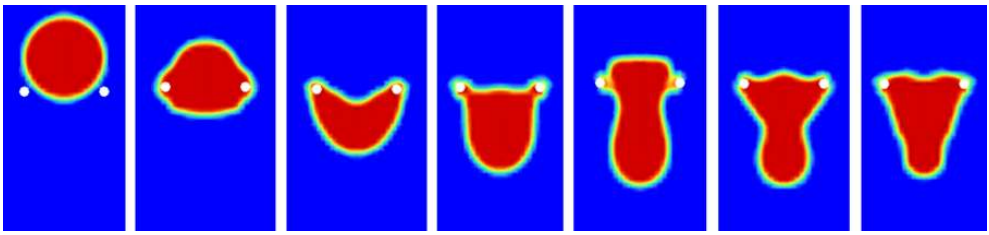


Рис. 5. Протекание капли воды ($d_i = 3{,}5$ мм, $v_i = 0{,}25$ м/с) через кольцо ($d_{in} = 3$ мм)

При протекании капли через отверстие или кольцо также можно выделить место режимы I, II и III, формирование которых может иметь колебательный характер с осцилляциями (и возможно с разрушениями) формы капель [8].

Пакет колец. В работе [9] исследовалось обтекание каплей воды (диаметром $d_i = 2{,}68$ мм) пакета тонких концентрических колец (28 колец диметрами от $d_r = 0{,}5$ мм до $d_r = 5{,}5$ мм и толщиной $h_t = 0{,}02$ мм, расположенных в пяти горизонтальных плоскостях (слоях) на расстоянии $\Delta h = 0{,}5$ мм друг от друга (три слоя по шесть и два слоя по пять колец). Пакет колец (вид сверху) показан слева на рис. 6. Справа на рис. 6 и 7 пакет колец показан в вертикальном сечении — точками, находящимися внутри цилиндрической расчетной области высотой $H = 10$ мм и радиусом $R = 3$ мм, заполненной воздухом.

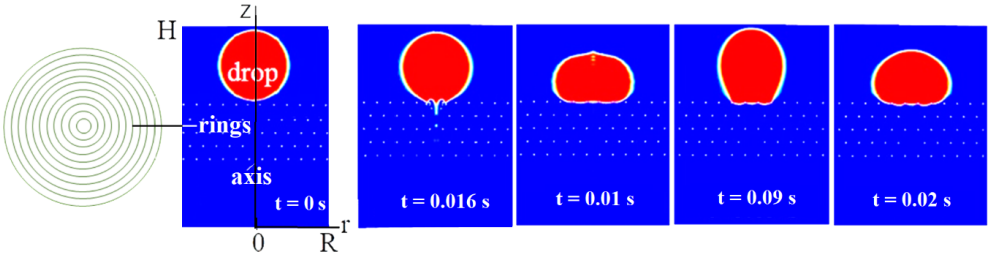


Рис. 6. Слева: пакет колец (вид сверху), справа — расчетная область и удержание капли ($d_i = 2{,}68$ мм, $v_i = 0{,}1$ м/с) пакетом колец

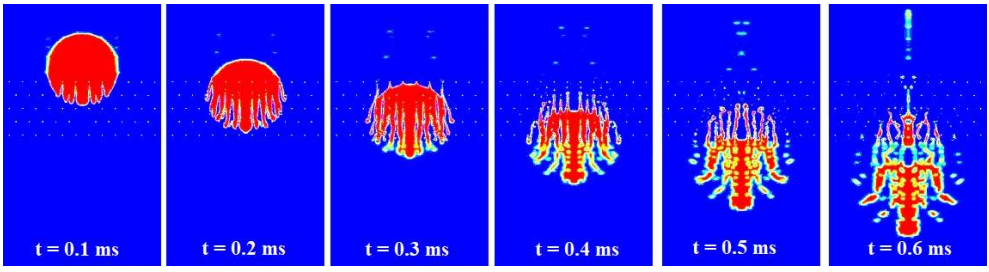


Рис. 7. Протекание капли через пакет колец ($d_i = 2{,}68$ мм, $v_i = 10$ м/с)

При скоростях капли до 1 м/с рассмотренный пакет тонких колец способен задерживать проникновение капли воды ($d_i = 2{,}68$ мм). На рис. 6 показано, удержание капли первым слоем колец, при этом капля деформируется, и форма капли осциллирует ($v_i = 0{,}1$ м/с). При скоростях капли свыше $v_i > 1$ м/с она проникает

через пакет колец, фрагментируясь на части, которые затем частично коалесцени-руются, в частности, как показано на рис. 7. Результаты показали наличие разных режимов обтекания пакета тонких колец каплей воды: отталкивание, удержание и протекание (с фрагментацией и частичной коалесценцией).

1. *Федюшкин А. И.*, *Рожков А. Н.* Моделирование коалесценции капель // Математическое моделирование и численные методы. — 2020. — Т. 26, №2. — С. 46–58.
2. *Rozhkov A.*, *Prunet-Foch B.*, *Vignes-Adler M.* Dynamics of a Liquid Lamella Resulting from the Impact of a Water Drop on a Small Target // Proceedings of The Royal Society. London. Series A. — 2004. — V. 460. — P. 2681–2704.
3. *Рожков А. Н.*, *Prunet-Foch B.*, *Vignes-Adler M.* Разрушение капель воды при столкновении с дископодобным препятствием // Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021), 4–13 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 439–441.
4. *Fedyushkin A. I.*, *Rozhkov A. N.* The Study of a Drop Collision with an Obstacle // Advanced Hydrodynamics Problems in Earth Sciences. Earth and Environmental Sciences Springer Nature (Switzerland). — 2023. — P. 21–42. — DOI: 10.1007/978-3-031-23050-9_3.
5. *Fedyushkin A. I.*, *Rozhkov A. N.* Criterion of drop fragmentation at a collision with a solid target (numerical simulation and experiment) // J. Phys.: Conf. Ser. — 2021. — V. 2057, no. 1. — 012129. — DOI: 10.1088/1742-6596/2057/1/012129.
6. *Fedyushkin A. I.*, *Rozhkov A. N.* Numerical simulation of a drop collision with an obstacle // Процессы в геосредах. — М.: Изд. ООО «Кватернион», 2022. — Т. 33, №3. — С. 1692–1703.
7. *Fedyushkin A. I.*, *Rozhkov A. N.*, *Rudenko A. O.* Collision of water drops with a thin cylinder // J. Phys.: Conf. Ser. — 2021. — V. 2057, no. 1. — 012034. — DOI: 10.1088/1742-6596/2057/1/012034.
8. *Федюшкин А. И.*, *Рожков А. Н.*, *Руденко А. О.*, *Гневушев А. А.*, *Пунтус А. А.* Режимы течения капли через отверстие // Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАИ'2022), 4–13 сентября 2022 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2022. — С. 101–103.
9. *Федюшкин А. И.* Обтекание каплей воды пакета тонких колец // Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАИ'2022), 4–13 сентября 2022 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2022. — С. 98–100.

ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ ПРИ КОЛЕБАНИЯХ ПОДВОДНОЙ ПЛАСТИНКИ

С. И. Филиппов

ИЭУП, Казань, Россия

Рассматривается моделирование поверхностных волн при вращательных колебаниях пластинки под свободной поверхностью идеальной несжимаемой весомой жидкости. Изучено влияние угла поворота на форму свободной поверхности и величину средней за период колебаний вертикальной силы. Ранее применяемый метод использовался при рассмотрении задач о колебаниях кругового цилиндра [1, 2]. как базовой задачи. Работы [3–5] положили начало исследований колебаний пластинки, которое было продолжено в работах [6, 7] для вертикальных и смешанных осциллирующих колебаний. Рассмотрим колебания пластинки относительно средней точки по закону $\theta = \alpha \sin \omega t$, где θ — угол наклона к оси x, а α — малый параметр.

Аналитический метод заключается в распределении по свободной поверхности гидродиномических особенностей типа диполей. Решение для комплексного потенциала строится в параметрической плоскости для единичного круга с точным выполнением условия на контуре и конформным отображением внешности пластинки длины $2l$ на внешность круга. Условие на свободной поверхности применяется для определения плотностей распределенных особенностей. Для нахождения появляющихся при решении интегро-дифференциального уравнения констант применяются условия на бесконечности, которые обеспечивают расхождение волн от тела в разные стороны и отсутствие возвратных волн.

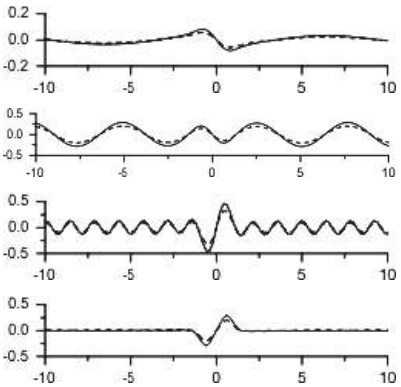


Рис. 1. Форма поверхностных волн при $\overline{\omega} = \{0{,}7, 1{,}1, 2{,}1, 3{,}0\}$

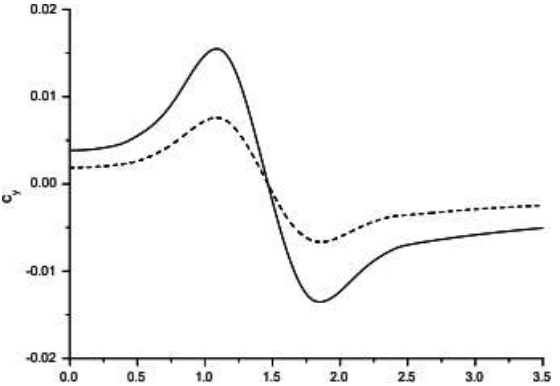


Рис. 2. Завивисимость коэффициента вертикальной силы от безразмерной частоты колебаний $\overline{\omega}$

Уравнение для плотностей диполей и константы имеют вид:

$$\mu_k(x) = \mathrm{Re}(C_k e^{-i\sigma x}) + q_k(x) + \int\limits_{-\infty}^{+\infty} K(x,\tau)\mu_k(\tau)\,d\tau, \tag{1}$$

$$q_k(x) = 2\,\mathrm{Re}\left[-w_{k\infty}(x) + 2e^{i\sigma x}\int\limits_{\infty}^{x} \frac{dw_{k\infty(\upsilon)}}{d\upsilon} e^{-i\sigma\upsilon} d\upsilon\right], \quad k = 1, 2,$$

$$K(x,\tau) = \frac{1}{\pi}\,\mathrm{Im}\left[-F(x,\tau) + 2e^{i\sigma x}\int\limits_{\infty}^{x} F'_{\upsilon}(\upsilon,\tau)e^{-i\sigma\upsilon} d\upsilon\right],$$

$$C_1 = \frac{-2\left[\overline{H}_{10}(\sigma) - i\overline{H}_{20}(\sigma)\right]}{1 + 2\overline{\Delta}\mu_{00}}, \quad C_2 = iC_1,$$

$$H_{k0}(\sigma) = -\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\sigma x}\frac{d}{dx}[w_{k\infty}(x)]dx + \Delta\mu_{k0}(\sigma), \tag{2}$$

$$\Delta\mu_{k0}(\sigma) = -\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\sigma x}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} F'_x(x,\tau)\mu_{k0}(\tau)\,d\tau dx.$$

Функции $F(x,\tau)$ строятся в параметрической плоскости [3]. Значения μ_{k0} получаются из численного решения уравнения (1) с исключенным первым слагаемым при $q_0 = e^{i\sigma x}$ и $k = 0, 1, 2$. Для численного решения разработан алгоритм, позволяющий рассчитывать форму свободной поверхности и интегральные характеристики

пластинки. Некоторые результаты представлены на рисунках .1 и 2 при глубине погружения пластинки $h/l = 0{,}7$ и максимальных отклонений по углу $\alpha = \{0{,}07, 0{,}1\}$, которые представлены на рисунках как штриховые и сплошные линии. На рис. 1 даны формы волн на свободной поверхности для $\overline{t} = \omega t = \pi/2$ и четырех значений безразмерной частоты колебаний $\overline{\omega} = \omega\sqrt{l/g}$. На рис. 2 представлен коэффициент подъемной силы $c_y = 10^2\overline{Y}/[\pi\rho l(\alpha\omega l)^2]$ в зависимости от безразмерной частоты $\overline{\omega}$. Влияние увеличения угла отклонения пластинки наиболее существенно сказывается на возвышении свободной поверхности над пластинкой при значительных частотах. На коэффициенте подъемной силы увеличение отклонения по углу прослеживается при всех частотах и наиболее значительно при тех значениях частот, когда наблюдаются максимум и минимум c_y.

В работе рассмотрены также вращательные колебания в сочетании с вертикальными колебаниями пластинки.

1. *Филиппов С. И.* Установившиеся колебания плоского контура вблизи границы раздела сред при наличии горизонтального дна // ПМТФ. — 1995. — Т. 36, №2. — С. 39–44.
2. *Филиппов С. И.* Контур, пульсирующий под свободной поверхностью весомой жидкости над горизонтальным дном // Известия ВУЗов. Авиационная техника. — 1997. — №3. — С. 36–39.
3. *Филиппов С. И.* Установившиеся движения телесного контура в весомой жидкости с границами раздела: Дисс. ... д.ф.-м.н. — Казань: Казан. гос. ун-т, 2003. — 237 с.
4. *Филиппов С. И.* Гидродинамика крылового профиля вблизи границ раздела. — Казань: Казанское математическое общество, 2004. — 200 с.
5. *Филиппов С. И.* Гидродинамика ограниченных потоков. — Казань: Казанский инновационный университет, 2016. — 240 с.
6. *Филиппов С. И.* Моделирование поверхностных волн при колебаниях пластинки в жидкости // Вестник технологического университета. — 2022. — Т. 25, №12. — С. 144–148.
7. *Филиппов С. И.* Генерация поверхностных волн осциллирующей пластинкой в весомой жидкости // Вестник технологического университета. — 2023. — Т. 26, №2. — С. 94–98.

ЗАМЕЩЕНИЕ МЕТАНА УГЛЕКИСЛЫМ ГАЗОМ В ГИДРАТЕ ПРИ ИНЖЕКЦИИ CO_2 В ПЛАСТ, НАСЫЩЕННЫЙ МЕТАНОМ, ВОДОЙ И ГИДРАТОМ МЕТАНА*

Г. Г. Цыпкин

ИПМех РАН, Москва, Россия

Закачка углекислоты в пласт, содержащий гидрат метана решает две задачи. Во-первых, происходит отбор остаточного метана, который содержится как в свободном состоянии, так и в гидрате. Во-вторых, утилизируется парниковый газ [1]. Основной вопрос состоит в том, как организовать инжекцию CO_2, чтобы происходило замещение метана углекислым газом в гидрате. Было показано, что энергии, которая выделяется при образовании гидрата CO_2, может быть достаточно, чтобы вызвать диссоциацию гидрата метана, необходимую для процесса замещения [2]. Расчеты показали, что при высоких скоростях закачки углекислоты фронты разложения гидрата метана и образования гидрата углекислого газа практически совпадают [3] и можно ввести единый фронт замещения метана углекислым газом в

*Работа выполнена по теме государственного задания (номер госрегистрации АААА-А20-120011690131-7).

гидрате [4]. В работе [4] показано, что в пластах с относительно низкой пористостью и небольшим содержанием гидрата метана реакция замещения не реализуется из-за недостатка энергии, поскольку часть энергии расходуется на прогрев пород.

Рассмотрим задачу о закачке углекислого газа в пласт, который в начальный момент содержит гетерогенную смесь свободного метана, воды и гидрата метана. Предположим, что насыщенность воды мала и она неподвижна. Фронт конверсии разделяет пласт на две области, соответствующие начальному состоянию и область, насыщенную гидратом CO_2 и углекислым газом. Основные уравнения в двух областях представляют собой уравнения фильтрации газов и уравнения теплопроводности. На поверхности раздела выполняются законы сохранения масс газов, воды и энергии

$$\left[1 - S_{hc} + S_{hc}\frac{\rho_c^{ef}}{\rho_{c*}}\right] V_n = -\frac{kf(S_{hc})}{\phi\mu_c}(\operatorname{grad} P)_{n-},$$

$$\left[1 - S_{hm} + S_{hm}\frac{\rho_m^{ef}}{\rho_{m*}}\right] V_n = -\frac{kf(S_{hm})}{\phi\mu_m}(\operatorname{grad} P)_{n+},$$

$$S_{hc}\rho_w^{hc} = S_{hm}\rho_w^{hm} + S_w\rho_w,$$

$$\left[\phi S_{hm}(\rho_{hc}q_{hc} - \rho_{hm}q_{hm}) + \phi(S_{hc} - S_{hm})\rho_{hc}q_{hc}\right] V_n =$$

$$= \lambda_1(\operatorname{grad} T)_{n+} - \lambda_2(\operatorname{grad} T)_{n-} + (1-\phi)\rho_s C_s(T_- - T_+)V_n.$$

Система уравнений на фронте замещения замыкается кривой диссоциации гидрата метана: $P_* = P_*(T_*)$. Обозначения общепринятые. Индексы: h — гидрат, c — CO_2, m — CH_4, w — вода, n — нормаль, плюс и минус соответствуют значениям перед и за фронтам, звездочка — значение на фронте.

Рассмотрим автомодельное решение задачи для одномерной полубесконечной области при постоянных значениях давления и температуры в начальный момент и на границе в точке $x = 0$, моделирующей закачивающую скважину. Решения уравнений для давления и температуры представимы в виде интегралов вероятности. Подставляя решения в балансовые соотношения на подвижной границе, получаем систему трансцендентных уравнений для определения скорости движения границы V, давления на фронте и значений температуры за и перед поверхностью конверсии.

Распределение давление представляет собой монотонную функцию, которая убывает от границы $x = 0$. В пластах с низкой пористостью и небольшим содержанием воды и гидрата реакция замещения не реализуется. Математически этот факт выражается в том, что вычисленное значение температуры T_- за фронтом оказывается ниже вычисленного значения T_+ перед фронтом. На рис. 1 представлено распределение температуры как функции автомодельной переменной. Этот результат противоречит предположению, что разложение гидрата метана происходит за счет энергии образования гидрата углекислого газа.

Если пласт содержит воду в свободном состоянии, то ситуация значительно улучшается, а диапазон параметров, где реализуется реакция замещения расширяется.

На рис. 2 даны результаты расчетов при трех значениях водонасыщенности. Параметры: пористость $\phi = 0{,}1$, проницаемость $k = 10^{-14}$ м^2, $T_0 = 273$ К. При значении водонасыщенности $S_w = 0{,}01$ (кривая 1) ее влиянием на процесс можно пренебречь и реакция замещения не реализуется. Если $S_w = 0{,}1$ (кривая 2), то распределение температуры принимает вид, характерный для режима закачки углекислого газа, когда происходит замещение метана углекислым газом в гидрате. При относительно большом содержании свободной воды (кривая 3) выделяется большое количество тепла и кривая температуры лежит выше кривой диссоциации гидрата

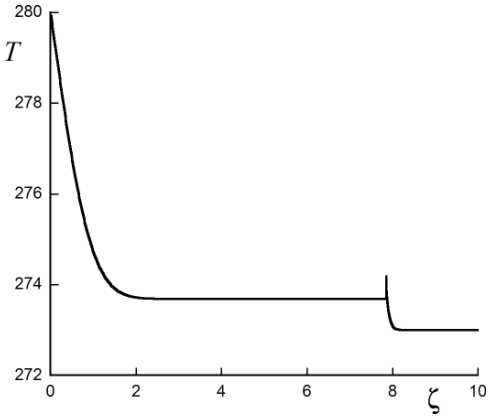


Рис. 1

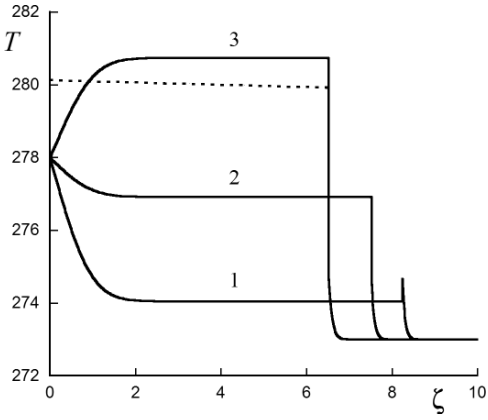


Рис. 2

углекислого газа (пунктирная линия). Это означает, что в области за фронтом образуется область, насыщенная смесью углекислого газа, воды и гидрата углекислого газа. Естественно предположить, что при низкой температуре пород, окружающих продуктивный пласт, произойдет отток энергии из этой области, что обеспечит полный переход углекислого газа в гидратное состояние. Таким образом, наличие свободной воды способствует реализации реакции замещения метана углекислым газом в гидрате.

1. *Ohgaki K.*, *Takano K.*, *Sangawa H.*, *Matsubara T.*, *Nakano Sh.* Methane exploitation by carbon dioxide from gas hydrates-phase equilibria for CO_2–CH_4 mixed hydrate system // J. Chem. Eng. Jpn. — 1996. — V. 29. — P. 478–483.
2. *Goel N.* In situ methane hydrate dissociation with carbon dioxide sequestration: Current knowledge and issues // J. Petrol. Sci. Eng. — 2006. — V. 51. — P. 169–184.
3. *Цыпкин Г. Г.* Термодинамические условия образования гидрата CO_2 при инжекции углекислоты в пласт, содержащий гидрат метана // Изв. РАН. МЖГ. — 2018. — №5. — С. 103–112.
4. *Tsypkin G. G.* Analytical study of CO_2–CH_4 exchange in hydrate at high rates of carbon dioxide injection into a reservoir saturated with methane hydrate and gaseous methane // Energy. — 2021. — V. 233. — 121115.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ТЕХНОЛОГИИ ПРЯМОГО ЛАЗЕРНОГО АДДИТИВНОГО ПРОЦЕССА*

К. А. Чехонин, Н. И. Белозеров

ВЦ ДВО РАН ХФИЦ, Хабаровск, Россия

Целью настоящей работы является параметрическое исследование лазерной наплавки порошков высокопрочных алюминиевых сплавов для построения микроструктурной карты процесса нанесения слоев в аддитивных технологиях. Такая карта дает возможность ориентироваться в широком диапазоне различных параметров и эффективно находить оптимальные режимы воздействия. Предложена

*Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках Государственного задания Вычислительного центра ХФИЦ.

самосогласованная численная модель, включающая в себя теплопроводность, гидродинамику и кинетику фазового перехода, разработана для лазерной наплавки с коаксиальной инжекцией порошка. Для расчета микроструктуры использовано модифицированное макрокинетическое уравнение Колмогорова–Аврами, решение которого согласуется с уравнениями гидродинамического переноса тепла и свободной поверхности. Рассчитана динамика распределения температурных, концентрационных и фазовых полей в ванне расплава, а также движение свободной поверхности под действием гидродинамических сил и при добавлении порошка. Тепломассоперенос в ванне расплава зависит от распределения мощности излучения в лазерном пучке, скорости сканирования, расхода порошка и сил Марагони на свободной поверхности. Он формирует геометрию наплавленного слоя, а следовательно, и теплоотвод в зоне кристаллизации. При критических скоростях сканирования обнаружена гидродинамическая неустойчивость конвекции в ванне расплава типа Релея–Плато, а сама ванна приобретает форму кометы. При этом центр ванны расплава с максимальной температурой отстает от центра лазерного пятна. Сильное различие в параметрах процесса дает большую разницу в получаемых микроструктурах наплавленного слоя. Более высокие скорости охлаждения приводят к более мелкой структуре зерен. Полученные результаты дают возможность разрабатывать практические рекомендации по реализации оптимальных режимов воздействия и контроля структуры наплавляемого материала.

ВАЛИДАЦИЯ МОДЕЛЕЙ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ СКОЛЬЖЕНИЯ В СИЛЬНОНЕРАВНОВЕСНЫХ ТЕЧЕНИЯХ ГАЗА*

Л. А. Шакурова[1,2]***, Е. В. Кустова***[1,2]

[1]*СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия;* [2]*ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия*

Моделирование граничных условий скольжения имеет важное значение для исследования течений разреженных газов вблизи твердых тел. Использование таких условий позволяет применять континуальный подход для течений в режиме скольжения ($0{,}001 < \mathrm{Kn} < 0{,}1$) и улавливать эффекты физического взаимодействия газа с твердой стенкой, а также влияние гетерогенных процессов. В приближении Навье–Стокса первое взаимодействие учитывается при записи скорости скольжения и скачка температуры, второе — выражениями для массовых потоков частиц около стенки, «скачками концентраций». Граничные условия ставятся на внешней границе слоя Кнудсена, и, таким образом, при корректном моделировании способны заменить применение кинетических методов моделирования в слое, тем самым значительно снижая вычислительные затраты.

Примерами прикладных задач, в которых может быть оправдано применение граничных условий скольжения, являются задачи о входе аппаратов в атмосферы планет, моделирование потоков газа в микроканалах, а также задачи, где важен учет неравновесных гетерогенных процессов (каталитичность стенки, абляция, эффекты ионизации при взаимодействии с твердым телом).

В данной работе обсуждается разработанный авторами строгий подход к получению граничных условий скольжения с учетом поуровневой кинетики [1–3], позволяющий подробно [3] учитывать гетерогенные процессы и их влияние на макропараметры течений. Выражения были получены для обобщенных на поуровневое

*Работа выполнена при поддержке РНФ (грант №23-19-00241).

описание [4] наиболее часто применяемых моделей ядер рассеяния Максвелла и Черчиньяни–Лампис. Для рассматриваемых моделей полученные условия способны описывать влияние имеющихся в смеси процессов переноса, колебательную дезактивацию/возбуждение, рекомбинацию на стенке и адсорбцию–десорбцию. Отличием от феноменологических моделей являются теоретически полученные выражения для коэффициентов скоростей реакций и непосредственная взаимосвязь всех граничных условий между собой.

Полученные выражения применяются в задаче о течении смеси пяти-компонентного воздуха в пограничном слое около точки торможения. Используется поуровневое приближение, учитывающее детальную колебательно-химическую кинетику в газовой фазе и на поверхности. Результаты сравниваются с известными расчетами в рамках DSMC и экспериментальными данными для тепловых потоков около поверхности [5–7]. Включение в рассмотрение в данной задаче скачка температуры в случае достаточной степени разреженности газа оказывает значительное влияние на поток тепла. Значение последнего оказывается меньшим по сравнению с значением потока тепла, полученным в случае пренебрежения скачком температуры, что согласуется с рассматриваемыми данными. Помимо этого в рамках данной задачи проводится сравнение построенной точной модели и упрощенных моделей граничных условий скольжения, оцениваются некоторые известные феноменологические модели теплового потока у твердой стенки (Фэя–Риддела, Гулара и др.).

В упомянутой выше задаче исследована сложная колебательно-химическая кинетика, однако не учитывался эффект скорости скольжения. Для оценки данного эффекта было проведено упрощение полученных граничных условий для случая однотемпературного приближения и решена модельная задача о течении Куэтта. Результаты сравниваются с расчетами в рамках молекулярной динамики и прямого статистического моделирования [8, 9]. Оцениваются пределы применимости построенной модели для описания достаточно сильно разреженных газов ($\mathrm{Kn} > 0{,}1$). Также планируется моделирование течений в микроканалах, оценка влияния моделей скольжения и сравнение результатов с имеющимися экспериментальными данными.

1. *Shakurova L.*, *Kustova E.* State-specific boundary conditions for nonequilibrium gas flows in slip regime // Phys. Rev. E. — 2022. — V. 105. — Art. 034126.
2. *Shakurova L. A.*, *Kustova E. V.* Boundary conditions for macroscopic parameters of a single-component gas with vibrational deactivation on a solid wall // Vestnik SPbSU. Mathematics. Mechanics. Astronomy. — 2022. — V. 9, No. 2. — P. 367–378.
3. *Shakurova L.*, *Kustova E.* Slip Boundary Conditions for Gas Mixture Flows with State-to-State Vibrational-Chemical Kinetics // AIP Conf. Proc. — 2023. — accepted.
4. *Nagnibeda E.*, *Kustova E.* Non-equilibrium reacting gas flows: kinetic theory of transport and relaxation processes. — Springer Science & Business Media, 2009.
5. *Moss J. N.*, *Bird G. A.* Direct simulation of transitional flow for hypersonic reentry conditions // J. Spacecr. Rockets. — 2003. — V. 40, No. 5. — P. 830–843.
6. *Daiss A.*, *Fruhauf H. H.*, *Messerschmid E. W.* Modeling of catalytic reactions on silica surfaces with consideration of slip effects // J. Therm. Heat Transf. — 1997. — V. 11, No. 3. — P. 346–352.
7. *Candler G.*, *Campbell C.* Hypersonic Navier Stokes Comparisons to Orbiter Flight Data // 48th AIAA Aerosp. Sc. Meeting. — 2010. — P. 455.
8. *Yamamoto K.*, *Takeuchi H.*, *Hyakutake T.* Characteristics of reflected gas molecules at a solid surface // Phys. Fluids. — 2006. — V. 18, No. 4. — Art. 046103.
9. *Kosyanchuk V.* Effect of internal degrees of freedom in rarefied gas problems: Plane Couette flow // Int. J. Heat Mass Transf. — 2022. — V. 190. — Art. 122759.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЧАСТИЦ ПОРОШКООБРАЗНЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ТОЧНОСТЬ ГРАДУИРОВКИ СИСТЕМЫ ИЗМЕРЕНИЯ СКОРОСТИ ГОРЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СИСТЕМ СВЕРХВЫСОКОЧАСТОТНЫМ МЕТОДОМ

А. К. Шостов, К. В. Федотова, Д. А. Ягодников

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Скорость горения энергетических конденсированных систем (ЭКС) является основным параметром, используемым при проектировании и внутрибаллистическом расчете двигательных установок (ДУ) различного назначения. Кроме того, в процессе запуска и основного режима работы ДУ возникают нестационарные процессы (рост и спад давления с различными скоростями). Исследования нестационарного режима горения ЭКС могут дать полезную информацию о его механизме и служить базисом для проверки разрабатываемых моделей горения новых перспективных ЭКС. Одним из способов определения параметров горения ЭКС является метод сверхвысокочастотного излучения (СВЧ).

В настоящее время находят применение ЭКС, содержащие металлические частицы различных составов и диаметров. В качестве окислительных компонентов также используются порошкообразные материалы (например, различные перхлораты, нитраты и нитросоединения). Таким образом актуальной представляется задача определения влияния размера и химического состава частиц, входящих в ЭКС, на скорость горения последних. Практическая реализация СВЧ-метода диагностики проводится на экспериментальной установке, основными элементами которой являются камера сгорания, в которой происходит горение исследуемого образца ЭКС, и затворный узел, обеспечивающий ввод и прохождение СВЧ-волны через образец ЭКС. При этом падающая волна отражается от границы раздела твердой и газовой фаз образца ЭКС.

Для градуировки СВЧ-метода определения скорости горения применяется модельная гидроустановка в сборе со штатной конструкцией стенда, состоящая из емкости, заполненной модельной жидкостью с достоверно известными механическими и электрофизическими свойствами с добавленными в нее порошкообразными материалами разного состава и дисперсности, регулятора расхода и отводящих магистралей, задающих расход и скорость уменьшения уровня жидкости. При этом граница раздела жидкости с воздухом моделирует границу раздела фаз образца ЭКС. Проводя измерение скорости перемещения уровня жидкости СВЧ-методом, определяется погрешность между полученными данными и скоростью уменьшения уровня, регистрируемой визуально.

В работе в качестве модельной жидкости используется касторовое масло, в которое добавляются порошкообразный алюминий с диаметрами частиц до 100 нм и порошкообразный перхлорат калия (ПХК) с диаметрами частиц до 150 мкм. Массовое содержания частиц алюминия и ПХК составляет 1–10% и 60–80% соответственно. Для имитации различных скоростей горения ЭКС расход модельной жидкости также варьируется в пределах 1–15 мм/с.

В ходе проведения экспериментов получены зависимости погрешности измерения скорости уменьшения уровня модельной жидкости при содержании в ней порошкообразных материалов алюминия и ПХК в разных массовых долях. Проанализировано влияние диаметров частиц на точность измерения линейной скорости перемещения границы раздела фаз СВЧ-методом.

Секция E **ОБЩИЕ ПРОБЛЕМЫ И МОДЕЛИ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД НА РАЗНЫХ МАСШТАБНЫХ УРОВНЯХ**

SH-ВОЛНЫ В ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННОЙ СОСТАВНОЙ СТРУКТУРЕ ИЗ ФУНКЦИОНАЛЬНО ГРАДИЕНТНЫХ ПЬЕЗО- И ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СЛОЕВ*

***Т. И. Белянкова*[1], *Е. И. Воровичч*[2], *В. В. Калинчук*[1]**

[1]*ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону, Россия;* [2]*ДГТУ, Ростов-на-Дону, Россия*

Микроэлектромеханические системы, сенсорные устройства, высокоточные датчики, фильтры, ультразвуковые преобразователи, генераторы, устройства передачи электроэнергии и т. п. невозможно представить без использования современных функционально ориентированных сегнетоэлектрических материалов. В большинстве случаев используются тонкопленочные структуры, слоистые конструкции с функционально градиентными составляющими, выполненные из различных материалов. Долгое время вопросы динамики многослойных структур были одними из наиболее изучаемых вопросов математической физики, механики сплошных сред, физической акустики, акустоэлектроники, геофизики и т. д. [1–3]. Отмечено, что использование многослойных пьезоэлектрических структур приводит к ряду сложных проблем, влияющих на изменение свойств структуры в целом, изменение характера и скорости распространения поверхностных волн. С одной стороны проблемы связаны с взаимным проникновением материалов у границы раздела в тонкопленочных структурах, с другой стороны обусловлены влиянием наведенных деформаций и напряжений, вызванных различием свойств используемых материалов. Использование предложенных моделей функционально градиентных материалов с непрерывным изменением свойств позволяли решить отдельные проблемы. Однако учет неоднородности материала в общем случае приводил к невозможности получения аналитических решений и необходимости привлечения численных методов и схем. Следует отметить, что использование компромиссных допущений и достаточно простых функций при описании изменения свойств материала позволило построить замкнутое аналитическое решение ряда частных конкретных краевых задач. Такой подход хотя и не дает адекватного представления о свойствах искусственных упругих, пьезоэлектрических и пьезомагнитных материалов, но приемлем для оценки результатов, полученных для конкретных задач с использованием сложных численных схем.

В настоящей работе развивается предложенный в [4–9] подход к исследованию особенностей распространения SH-волн в преднапряженной составной полубесконечной пластине из неоднородных пьезо- и диэлектрического слоев. При моделировании неоднородности слоев использована двухкомпонентная модель с непрерывным изменением свойств по толщине слоя от параметров основного материала до параметров материала включения с возможностью учета различной

*Работа выполнена в рамках реализации госзадания Южного научного центра РАН (номер госрегистрации 122020100343-4).

локализации неоднородности. Неоднородность диэлектрического слоя моделирует взаимопроникновение пьезоэлектрика и диэлектрика в узкой переходной области у границы раздела. Начально-деформированное состояние (НДС) структуры наводится за счет действия начальных механических напряжений и однородного электростатического поля. Предполагается, что наведенное НДС однородно по толщине, неоднородность начального напряженного состояния вызвана только неоднородностью свойств структуры. Реализована возможность учета различных видов НДС в пьезоэлектрическом и диэлектрическом слоях. Рассмотрены задачи о распространении поверхностных SH-волн от удаленного источника гармонических колебаний в составной пластине PZT/SiO_2 с электрически свободными или электрически закороченными внешними поверхностями. Исследовано влияние вида и величины начальных механических воздействий, величины и направленности вектора напряженности начального электростатического поля на скорости SH-волн в зависимости от характера неоднородности пьезоэлектрического и диэлектрического слоев для широкого диапазона частот.

1. *Tiersten H. F.* Linear piezoelectric plate vibrations. — N.Y.: Plenum pres, 1969. — 211 p.
2. *Гринченко В. Т.*, *Мелешко В. В.* Гармонические колебания и волны в упругих телах. — Киев: Наук. думка, 1981. — 283 с.
3. *Alshits V. I.*, *Maugin G. A.* Dynamics of multilayers: elastic waves in an anisotropic graded or stratified plate // Wave Motion. — 2005. — V. 41(4). — P. 357–394.
4. *Belyankova T. I.*, *Kalinchuk V. V.*, *Tukodova O. M.* Peculiarities of the surface sh-waves propagation in the weakly inhomogeneous prestressed piezoelectric structures // Springer Proceedings in Physics. Advanced Materials: Manufacturing, Physics, Mechanics and Applications. — 2016. — P. 413–429.
5. *Белянкова Т. И.*, *Калинчук В. В.* Поверхностные SH-волны в преднапряженных пьезоэлектриках с функционально градиентным покрытием // Вестник ПНИПУ. Механика. — 2016. — №3. — С. 7–27.
6. *Belyankova T. I.*, *Vorovich E. I.*, *Kalinchuk V. V.*, *Tukodova O. M.* Peculiarities of surface acoustic waves, propagation in structures with functionally graded piezoelectric materials, coating from different ceramics on the basis of PZT // J. Adv. Dielectrics. — 2020. — V. 10, No. 1–2. — P. 2060017.
7. *Belyankova T. I.*, *Kalinchuk V. V.* Shear horizontal waves in piezoelectric structures with a functionally graded coating // Mechanics of Advanced Materials and Structures. — 2021. — V. 28, No. 5. — P. 486–494.
8. *Белянкова Т. И.*, *Калинчук В. В.* О динамике неоднородной преднапряженной электроупругой среды в условиях воздействия внешнего электрического поля // ПММ. — 2021. — Т. 85, №3. — С. 309–320.
9. *Белянкова Т. И.*, *Ворович Е. И.*, *Калинчук В. В.* Дисперсионные свойства составной пластины из неоднородных пьезо- и диэлектрического слоев // НЮР. — 2022. — Т. 18, №4. — С. 19–28.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В КВАДРАТНОЙ ЯЧЕЙКЕ

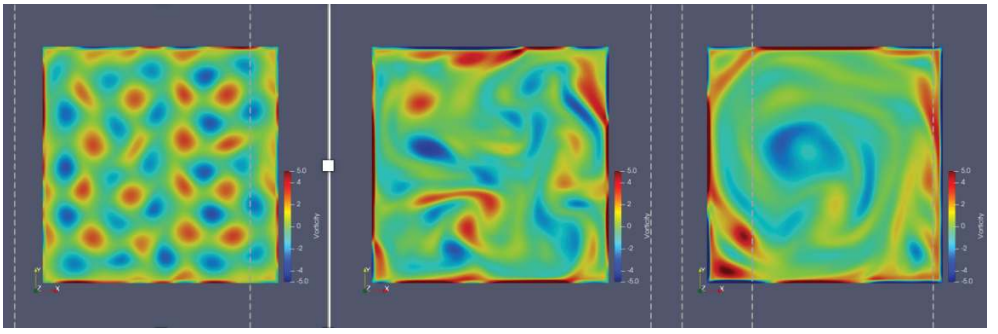
А. Н. Долуденко[1], ***И. В. Колоколов***[2], ***В. В. Лебедев***[2], ***А. О. Посудневская***[3], ***С. В. Фортова***[3]

[1]*ОИВТ РАН, Москва, Россия;* [2]*ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН, Черноголовка, Московская обл., Россия;* [3]*ИАП РАН, Москва, Россия*

Хаотические вихревые явления широко распространены в природе, будучи проявлением неравновесности различных систем. Особый интерес представляют зада-

чи исследования турбулентности в тонких слоях вязкой жидкости. В этом случае в системе имеется тенденция к возникновению когерентных структур (вихрей), которые в свою очередь существенно влияют на состояние жидкости [1–3]. Простой моделью турбулентности в тонких слоях жидкости служит двумерное течение в квадратной ячейке, которое возбуждается внешней силой(накачкой) с характерной длиной меньше размеров ячейки.

В предыдущих исследованиях [4] путем прямого численного моделирования системы уравнений Навье–Стокса численным методом Мак-Кормака с использованием модели слабосжимаемой жидкости получены различные типы крупномасштабных течений. В одном из них доминирует большой вихрь с хорошо определенным средним профилем — вихревой режим. В другом состоянии преобладают хаотические крупномасштабные флуктуации — турбулентный режим. В третьем состоянии наблюдается ламинарное течение. Характер течения зависит от величин внешней возбуждающей силы, коэффициента кинематической вязкости жидкости, волнового вектора внешней силы и коэффициента трения о дно (рис. 1). Более глубокое исследование указанных режимов течения показывает наличие переходных течений, в которых присутствуют черты как одного, так и другого режима.



а *б* *в*

Рис. 1. Поле завихренности для различных режимов течения: ламинарного (*а*), хаотического (*б*) и вихревого (*в*)

Данная работа посвящена численному исследованию указанных переходных режимов. Движение жидкости рассматривалось в двумерной квадратной ячейке с граничными условиями прилипания. Размер ячейки составляют $2\pi \times 2\pi$ м вдоль осей Ox и Oy. При моделировании использовались следующие уравнения — неразрывности, движения и слабосжимаемости:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho) = 0,$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla(\rho u) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho G \sin ky + \mu \Delta u - \zeta u,$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \nabla(\rho v) = -\frac{\partial p}{\partial y} - \rho G \sin kx + \mu \Delta v - \zeta v,$$

$$dp = c^2 \rho_0 \frac{d\rho}{\rho}.$$

Здесь ρ — двумерная плотность жидкости; $\vec{V} = (u, v)^T$ — вектор скорости, компоненты которого равны, соответственно, u и v; μ — динамическая вязкость жидкости; p — давление; ζ — коэффициент трения о дно; G — амплитуда внешней силы,

k — пространственная частота внешней силы. В моделировании было выбрано значение $k = 5$, c — скорость звука. Начальные условия и физические свойства жидкости:

$$p(t = 0) = p_0 = 10^5 \text{ Па}; \quad \rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3; \quad \mu = 0{,}01 \text{ Па} \cdot \text{с}.$$

На основе полученных результатов построена фазовая диаграмма режимов течения в пространстве «внешняя сила — трение о дно» (рис. 2). Используется нормированный на плотность жидкости коэффициент трения о дно $\alpha = \zeta/\rho$.

На фазовой диаграмме, приведенной на рис. 2 каждая точка соответствует одному расчету с определенной амплитудой силы накачки и коэффициентом трения о дно.

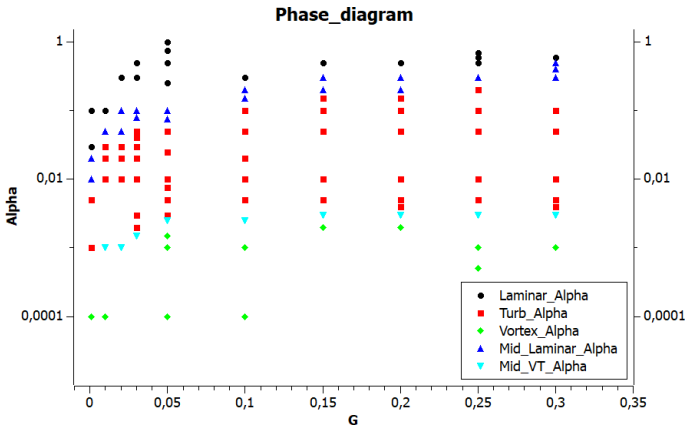


Рис. 2. Фазовая диаграмма течения

Для более точного определения характеристик переходных режимов течения строились графики зависимости координаты максимальной завихренности от времени (рис. 3). На рис. 3, *а* показан вихревой, на рис. 3, *б* хаотический и на рис. 3, *в* переходный режимы.

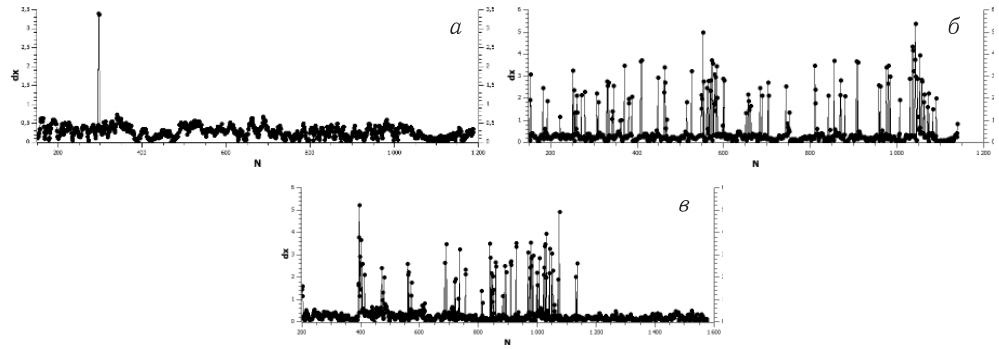


Рис. 3. Изменение координаты точки максимальной завихренности от времени. Различные режимы течения

Выводы. Проведено численное исследование двумерного течения в квадратной ячейке, возбуждаемое внешней силой (накачкой). В ходе анализа получены ламинарный, турбулентный, вихревой и переходный режимы течения. Исследована

зависимость этих режимов от вязкости, амплитуды внешней силы и коэффициента трения о дно, построены фазовые диаграммы. Выделены переходные режимы между ламинарным и турбулентным, а также хаотическим и вихревым режимами течения. Показано, что для переходных режимов характерен эффект перемежаемости.

1. *Kraichnan R. H.* Inertial Ranges in Two-Dimensional Turbulence // Phys. Fluids. — 1967. — V. 10. — P. 1417.
2. *Batchelor G. K.* Computation of the Energy Spectrum in Homogeneous Two-Dimensional Turbulence // Phys. Fluids. — 1969. — V. 12, No. Suppl. II. — P. 233.
3. *Kolokolov I. V.*, *Lebedev V. V.* Large-scale flow in two-dimensional turbulence at static pumping // JETP Lett. — 2017. — V. 106, No. 10. — P. 659–661.
4. *Doludenko A. N.*, *Fortova S. V.*, *Kolokolov I. V.*, *Lebedev V. V.* Coherent vortex in a spatially restricted two-dimensional turbulent flow in absence of bottom friction // Physics of Fluids. — 2021. — V. 33. — Paper 011704.

РЕАЛИЗАЦИЯ ИДЕЙ АКАДЕМИКА Г. Г. ЧЕРНОГО ПРИ ПОСТРОЕНИИ ГИДРОМЕХАНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОННЫХ ОБОЛОЧЕК АТОМОВ В СООТВЕТСТВИИ С ЭКСПЕРИМЕНТАМИ XXI ВЕКА

М.Я. Иванов

ЦИАМ, Москва, Россия

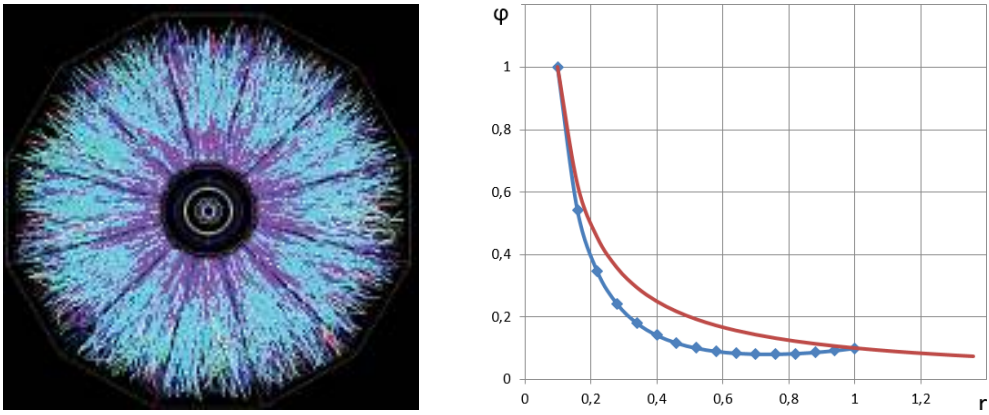
В заключительной части своей программной лекции, прочитанной в Московском политехническом музее 20 марта 2008 г., академик Г. Г. Черный говорит: «Ньютоновская механика — непревзойденное достижение физики (натуральной философии) всей истории человеческой цивилизации. Она вечна. На ее могучем древе появляются новые и новые ветви. Среди них — и ветви, выросшие из привитых на это древо черенков саженцев, взращенных в лоне других естественных наук».

В полном соответствии со сказанным в представленном докладе рассматривается возможность применения в свете последних экспериментальных достижений гидромеханической методологии [1–4]. Помимо привычной барионной материи, состоящей из атомов и молекул, нами рассматривается физический вакуум в различных фазовых состояниях, в частности, в виде конденсированной и неконденсированной среды [2]. К основному примеру неконденсированной среды отнесем свободный физический вакуум в приближении «фотонного газа». В космическом пространстве эта среда имеет температуру, близкую к 2,735 K. Среда, заполняющая свободное пространство между атомами и молекулами (естественно, если она существует), будет отнесена к понятию «конденсированной» материи физического вакуума [1–4]. С определенной долей условности можно утверждать, что из «конденсированного вещества» формируется любая материя, состоящая из атомов и молекул, включая в это понятие обычную газовую среду и плазму (в дополнение к конденсатам Бозе и Ферми).

Настоящая работа рассматривает гидродинамическую модель электронных оболочек атомов на примере атомов калия, меди и золота в присутствии физического вакуума в фазовом состоянии конденсированной материи. Предложенная гидродинамическая модель электронных оболочек атомов подтверждается выдающимися экспериментальными результатами XXI века, опубликованными в [5–7].

В поляризованном пространстве внутри атома с помощью современных способов томографии неконденсированную материю можно регистрировать и изучать. На

рис. 1, *а* приведено диагностированное в блестящей работе [7] 2023 г. изображение поляризованного пространства типичного атома. На рис. 1, *б* даны результаты расчета распределение электростатического потенциала φ в этом атоме по методике [3] при наличии неконденсированной материи (линия 1) и при ее отсутствии (линия 2).



а *б*

Рис. 1. Зарегистрированное экспериментально [7] наличие поляризованного пространства атома (*а*) и рассчитанное распределение электростатического потенциала φ (*б*) по методу [3] при наличии неконденсированной материи (линия 1) и при ее отсутствии (линия 2)

В представленном докладе дана классическая математическая формулировка для потенциала унифицированного силового поля, моделирующего с единых позиций гравитационное, кулоновское, слабое и сильное взаимодействия. Эта формулировка в стационарном случае представляет собой унифицированный закон Гука–Ньютона–Кулона для описания силовых полей [8] и имеет вид квазилинейного уравнения Пуассона–Больцмана. Предложенная классическая модель не содержит традиционных парадоксов ньютоновской гравитации. Методология моделирования основана на подходах механики сплошной среды и всецело опирается на современные экспериментальные достижения. Приведены характерные численные и аналитические решения.

1. *Иванов М. Я.*, *Яновский Л. С.* К развитию электронной теории валентных связей // Труды ЦИАМ. — 2010. — №1340. — С. 179–188.
2. *Ivanov M. Ja.* Single Physics of Condensed and Non-Condensed Matter I: Fundamental Laws and Constants // ICCF-24, July 25–28th, 2022. Mountain View, California.
3. *Ivanov M. Ja.* Space energy // In: Energy Conservation, INTECH, 2012. — P. 4–56.
4. *Иванов М. Я.* О классической теории единого силового поля с моделированием ближнего и дальнего взаимодействия // Физ. образ. в вузах. — 2022. — Т. 28, №1. — С. 43–61.
5. *Mestayer J. J. et al.* Realization of Localized Bohr-Like Wave Packets // Phys. Rev. Let. — 2008. — V. 100. — 243004.
6. *Emmrich M. et al.* Subatomic resolution force microscopy reveals internal structure and adsorption sites of small iron clusters // Science. — 2015. — V. 348, Issue 6232. — P. 308–311. — DOI: 10.1126/science.aaa5329.
7. Tomography of ultrarelativistic nuclei with polarized photon-gluon collisions. STAR Collaboration. Sci. Adv. 9, (2023).
8. *Иванов М. Я.* Унифицированный закон Гука–Ньютона–Кулона для описания силовых полей и материалов // XXIX Межд. Конф. ЭМПиМ, МЭИ, 26–27 ноября 2021. — С. 3–7.

ИССЛЕДОВАНИЕ КОРОТКОВОЛНОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ГРАНИЦЫ ЖИДКОСТЬ–ГАЗ В РАМКАХ КОНТИНУАЛЬНОЙ И СЕТЕВОЙ МОДЕЛЕЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ*

П. И. Кожурина, С. В. Горкунов, В. А. Шаргатов

ИПМех РАН, Москва, Россия

Рассматривается фильтрация жидкости через слой пористой среды, показанный на рис. 1. Над слоем жидкости находится газ. Предполагается, что давление в газе постоянно и равно P_g. Ниже пористой среды располагается высокопроницаемый слой, заполненный жидкостью. Жидкость может свободно фильтроваться в высокопроницаемый слой, при этом считается, что давление в высокопроницаемом слое постоянно и равно P_L. При достаточной разнице давлений P_g и P_L газ начинает вытеснять жидкость в высокопроницаемую область. Известно [1], что граница раздела газ-жидкость при таком течении неустойчива. Будем считать границу раздела жидкость-газ бесконечно тонкой, т. е. поверхностью и обозначим $s(x,t)$.

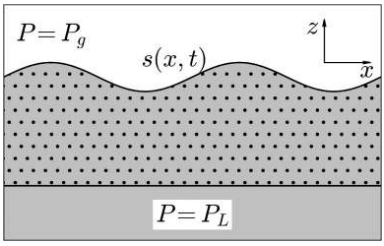


Рис. 1. Схема фильтрационного течения

Фильтрация жидкости в пористой среде описывается в рамках закона Дарси:

$$v_\omega = -\frac{k}{m\mu_\omega}[\mathrm{grad}(P - p_\omega g z)], \tag{1}$$

где v_ω — скорость фильтрации, m — пористость, k — проницаемость, μ_ω — вязкость жидкости, ρ_ω — плотность жидкости, g — ускорение свободного падения.

Жидкость предполагается несжимаемая, поэтому

$$\mathrm{div}(v_\omega) = 0. \tag{2}$$

Из (1) и (2) следует, что в области $0 < z < s(x,t)$ выполняется уравнение Лапласа:

$$0 < z < s(x,t): \quad \Delta P = 0 \tag{3}$$

с граничными условиями:

$$z = 0: \quad P = P_L, \tag{4}$$

$$z = s(x,t): \quad P = P_g + P_c(z), \tag{5}$$

$P_c(z)$ — капиллярное давление. Скорость движения контактной границы записывается в виде:

$$V_n = -\frac{k}{m\mu_\omega}[\mathrm{grad}(P - p_\omega g z)]_n. \tag{6}$$

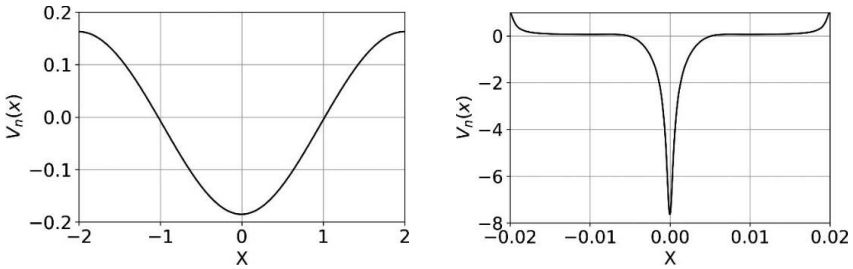
Исследование коротковолновой неустойчивости границы жидкость–газ проведено в рамках континуальной и сетевой модели пористой среды. При использовании континуальной модели, численно решались уравнения (3)–(6) методом граничных элементов [2]. Использование сетевой модели предполагает использование модели капилляров, соединенных узлами. Построение и использование сетевой модели пористой среды подробно описано в [3].

*Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда №21-11-00126.

В начальный момент времени положение границы раздела жидкость–газ задается в виде:

$$s(x, 0) = h_0 + A\cos(Kx),$$

На рис. 2 представлена скорость роста амплитуды возмущения для разных значений волнового числа (K).



а *б*

Рис. 2. Скорость роста возмущения для разных AK: *а* — $AK \approx 0{,}157$; *б* — $AK \approx 15{,}7$

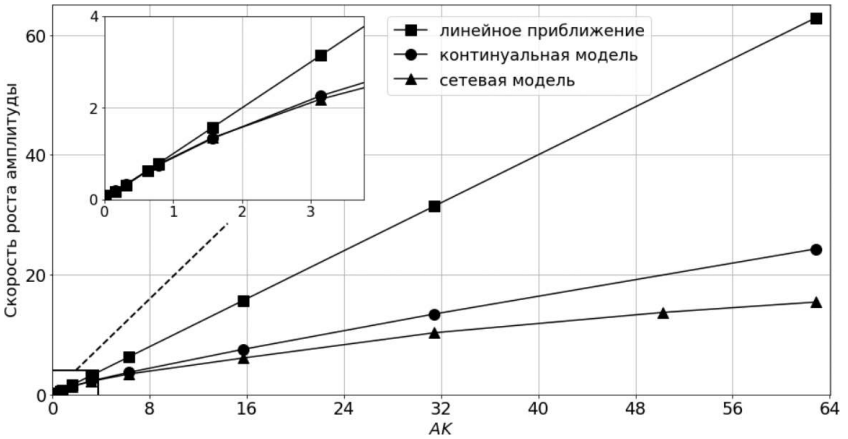


Рис. 3. Зависимость скорости роста амплитуды от длины волны

При увеличении волнового числа (рис. 2, *б*) высокая скорость роста амплитуды наблюдается только в минимуме возмущения. Были проведены аналогичные расчеты с помощью континуальной и сетевой модели пористой среды для различных AK. При этом изменялось только волновое число, амплитуда фиксировалась и принималась равная $0{,}1h_0$. В результате вычислялась скорость в минимуме возмущений для разных длин волн. Зависимость скорости роста амплитуды от AK показана на рис. 3.

Для всех рассмотренных моделей скорость роста возмущений неограниченно увеличивается с увеличением волнового числа при фиксированной амплитуде. Континуальная модель предсказывает большую скорость движения межфазовой поверхности, чем сетевая.

1. *Shargatov V. A.*, *Il'ichev A. T.*, *Tsypkin G. G.* Dynamics and stability of moving fronts of water evaporation in a porous medium // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 2015. — V. 83. — P. 552–561.

2. *Tsypkin G. G.*, *Shargatov V. A.* Influence of capillary pressure gradient on connectivity of flow through a porous medium // Int. J. Heat Mass Transf. — 2018. — V. 127. — P. 1053–1063.
3. *Shargatov V. A.*, *Tsypkin G. G.*, *Gorkunov S. V.*, *Kozhurina P. I.*, *Bogdanova Y. A.* On the Short Wave Instability of the Liquid/Gas Contact Surface in Porous Media // Mathematics. — 2022. — V. 10. — P. 3177. — DOI: 10.3390/math10173177.

СРАВНЕНИЕ СТРУКТУРНО-ЭЛЕМЕНТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ОБЪЕМОВ ДЛЯ ЗАДАЧ НЕРЕГУЛЯРНОГО МАХОВСКОГО ОТРАЖЕНИЯ

А. П. Маштаков, С. В. Бобышев, С. А. Гаськов

БГТУ «Военмех», Санкт-Петербург, Россия

Переход между регулярным и нерегулярными отражениями ударных волн, имея более чем вековую историю исследований, до сих пор остается одной из нерешенных проблем классической газодинамики. Построение математической модели процесса формирования маховского отраженного скачка уплотнения является важнейшей задачей ряда научно-исследовательских и инженерных направлений. В рамках структурно-элементного метода (СЭМ) математического моделирования газодинамических процессов решена задача по расчету формирования стационарного нерегулярного отражения скачков уплотнения в осесимметричной постановке [1]. Вместе с тем, современное развитие вычислительной техники позволяет рассчитывать, например, методом конечных объемов (МКО), самые разные газодинамические процессы, в том числе формирование нерегулярных отражений скачков уплотнения [2]. В связи с вышеизложенным авторы предприняли попытку выполнить вычислительный эксперимент и провести сопоставление при известных исходных данных результатов расчета СЭМ и МКО.

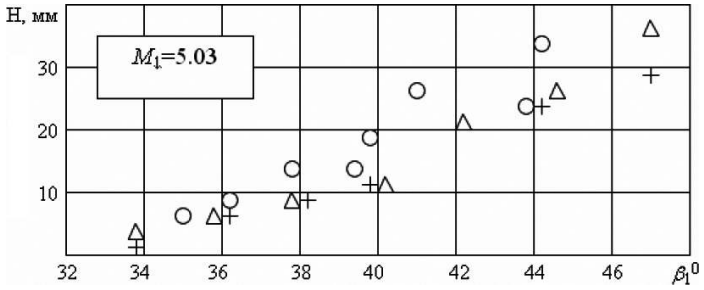


Рис. 1. Сопоставление результатов расчета СЭМ с результатами эксперимента (данные эксперимента: △ — $g_{\text{вых}} = 44$ мм; ○ — $g_{\text{вых}} = 33{,}6$ мм; + — данные расчета СЭМ)

Для сопоставления принимались результаты расчетов по модели [1], приведенные на рис. 1. Моделирование при помощи МКО проводилось в прикладном программном обеспечении ANSYS Fluent. В ходе численного моделирования была использована гексоэдральная структурированная сетка с динамической адаптацией по градиенту давления [3], количество ячеек до динамической адаптации составляет $5 \cdot 10^5$. В процессе расчета решается система уравнений Навье–Стокса в невязкой двухмерной постановке.

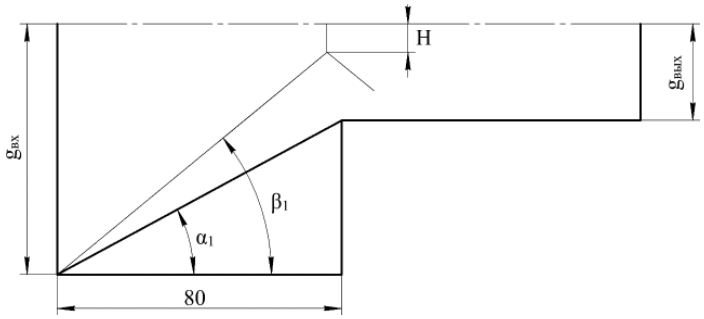
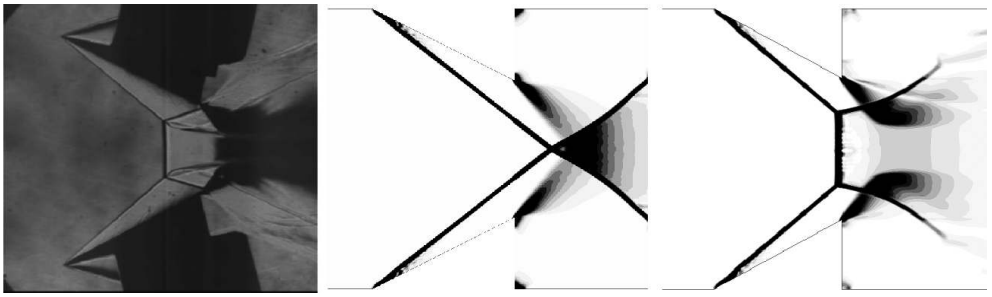


Рис. 2. Расчетная схема: $g_{вх}$ — входная граница расчетной области; $g_{вых}$ — выходная граница расчетной области; α_1 — угол наклона клина; β_1 — угол наклона падающего скачка уплотнения; H — размер маховского диска



а *б* *в*

Рис. 3. Графическое сравнение результатов

В расчете с использованием МКО моделировалось формирование диска Маха при нерегулярном отражении скачка уплотнения в результате воздействия сверхзвукового течения идеального газа с поверхность клина. На рис. 2 представлена схема течения при нерегулярном отражении.

Для сопоставления результатов расчетов между МКО, СЭМ и данными эксперимента для числа Маха равного 5,03 [1] в табл. 1 представлены размеры маховского диска H (рис. 1). Для углов наклона падающего скачка уплотнения $\beta_1 < 38$ при вычислении с помощью МКО формирование диска Маха не выявлено, образовывается только регулярное отражение. Графическое сравнение результатов, полученных экспериментально шлирен методом и при использовании МКО, представлено на рис. 3. На рис. 3, *а* представлены результаты эксперимента [2], на рис. 3, *б* приведены результаты численного моделирования при $\beta_1 = 36$ (регулярное отражение), на рис. 3, *в* представлены результаты при $\beta_1 = 40$ (диск Маха присутствует).

Таблица 1

Сравнение результатов расчета

Угол наклона падающего скачка уплотнения β_1	Экспериментальные данные	СЭМ	МКО
38,0	8,3 мм	8,8 мм	9,1 мм
40,0	11,2 мм	10,8 мм	13,1 мм
44,2	23,7 мм	25,9 мм	28,2 мм

Как видно из представленных результатов, не для всех расчетных случаев численным моделированием при помощи МКО возможно получить нерегулярное отражение. Данное явление может свидетельствовать о нахождении в зоне гистерезиса, существование которого подтверждено экспериментально в статье [2]. Так как результаты эксперимента и расчетов при помощи СЭМ и МКО хорошо согласуются (расхождение результатов составляет не более 17%), можно сделать предположение о корректности используемых в расчете методов. В дальнейшем необходимо исследовать физические причины появления гистерезиса и по результатам усовершенствовать базовую физическую модель СЭМ и дополнить математическую модель МКО, например, добавить учет влияния вязких сил.

1. *Афанасьев Е. В.*, *Бобышев С. В.*, *Добросердов И. Л.* Модель формирования маховского отражения скачка уплотнения в одномерном потоке идеального газа // Математическое моделирование. — 2005. — Т. 17, №3. — С. 45–60.
2. *Ivanov M. S.*, *Vandromme D.*, *Fomin V. M.*, *Kudryavtsev A. N.*, *Hadjadj A.*, *Khotyanovsky D. V.* Transition between regular and Mach reflection of shock waves: new numerical and experimental results // Shock Waves. — 2001. — V. 11. — P. 199–207.
3. *Gessner T.* Dynamic Mesh Adaption for Supersonic Combustion Waves Modeled with Detail Mechanisms: PhD thesis. University of Freiburg, Germany. 2001.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КИНЕТИЧЕСКОГО ПОГРАНСЛОЯ С ГИДРОДИНАМИЧЕСКИМ ТЕЧЕНИЕМ В ТРУБЕ С НАГРЕВАЕМЫМИ СТЕНКАМИ

О. В. Николаева, Е. А. Забродина, Н. Н. Фимин

ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия

Сочетание гидродинамических расчетов с кинетическими для описания течения с присутствием значительного температурного градиента является в настоящее время весьма актуальной научно-практической задачей. Это обусловлено тем, что здесь необходимо решать сразу целый комплекс весьма сложных проблем как физического, так и вычислительного плана. К набору физических следует причислить вопросы о тепломассопередаче между двумя областями, рассматриваемыми как зоны с принципиально отличающимися в учете физическими процессами (при этом даже на математическом уровне переход от уравнений иерархической цепочки Боголюбова к псевдоравновесному макроуровню описания неоднозначен), не существует общепринятых строгих моделей кризисов кипения на кинетическом уровне, весьма примитивна физическая база объяснения структур в переходной области. К математическим вопросам можно, в первую очередь, отнести упрощение чрезвычайно трудоемкого процесса конструирования вычислительных моделей кинетического переноса для молекул жидкости в погранслое Кнудсена и наработку методик сочетания получаемых здесь результатов с численными расчетами по программам, использующим гидродинамические уравнения Навье–Стокса (либо модифицированного Барнетта).

В предлагаемой модельной постановке задачи рассматривается задача о движении холодной жидкости (воды) через трубу с горячей стенкой. Предполагается, что внутренняя часть трубы заполнена жидкостью, а пристеночный слой — перегретым паром. Соответственно процессы в жидкости моделируются на макроуровне с помощью уравнений гидродинамики (Навье–Стокса), а в перегретом паре — на

микроуровне с помощью уравнения Бхатнагара–Гросса–Крука (БГК) с частотой столкновений, зависящей от параметров локального распределения. Известными предполагаются: 1) начальные значения макропараметров жидкости и пара (плотность, скорости потока и температура), а также 2) постоянное значение температуры стенки трубы.

Решением уравнения БГК является функция распределения молекул пара по пространственным координатам и скоростям. Макропараметры пара определяются как моменты функции распределения. Решение уравнения БГК единственно при задании краевых условий, определяющих значения функции распределения для молекул, входящих в пристеночный слой (с торцов трубы и из ее внутренней части, заполненной водой).

Решением уравнений гидродинамики являются макропараметры жидкости. Уравнения гидродинамики требуют краевых условий, определяющих значения этих макропараметров или их производных. На границе жидкость/пар требуемые значения макропараметров могут быть определены как моменты решения уравнения БГК в пристеночном слое. На нижнем торце, где жидкость входит в трубу, используем начальные значения макропараметров. На верхнем торце, через который жидкость выходит из трубы, задаем условие равенства нулю производных макропараметров. Здесь предполагается, что макропараметры вблизи верхнего торца трубы не зависят от пространственных координат.

Основная трудность рассматриваемой модели связана с постановкой краевых условий для уравнения БГК. Уравнение БГК решается совместно с уравнениями гидродинамики. Поэтому краевые условия для уравнения БГК должны быть согласованы с краевыми условиями для уравнений гидродинамики. Иначе говоря, краевые условия для уравнения БГК должны определять такие функции распределения, моменты от которых равны заданным значениям макропараметров. На нижнем торце используются начальные значения макропараметров. На верхнем торце используются значения моментов решения уравнения БГК в прилегающих к торцу пространственных ячейках (так задается условие равенства нулю производных моментов по пространственным переменным). На границе с гидродинамической подобластью используются значения макропараметров, полученные решением уравнений гидродинамики. На границе с твердой стенкой трубы задается нулевая поперечная скорость потока (молекулы отражаются от стенки), а температура отраженных молекул полагается равной температуре стенки. Таким образом, краевые условия для уравнения БГК задают не значения искомого решения, а значения интегралов от него. Решение уравнения БГК с такими краевыми условиями не является единственным. Чтобы это решение было единственным, необходимо дополнительно задать вид функции распределения на границах. Эта функция должна быть близка к максвелловской. С другой стороны, моменты от этой функции, вычисленные с помощью квадратурных сумм на заданной по скоростям молекул сетке, должны быть равны заданным макропараметрам. Это условие обеспечивает устойчивость расчета.

Мы используем квазимаксвелловскую функция распределения f_q в форме максвелловской функции, домноженной на линейную комбинацию макропараметров: плотности, скоростей потока и температуры. Коэффициенты этой линейной комбинации выбираются таким образом, чтобы найденные с помощью квадратурных сумм моменты функции f_q были равны заданным значениям макропараметров. Отметим, что, выбрав конкретный вид функции f_q, мы делаем единственным решение БГК-уравнения. Однако выбор функции f_q другой формы приведет к другому единственному решению.

Заметим, что краевые условия для кинетического уравнения задают квазимаксвелловские функции распределения. При этом квазимаксвелловская функция распределения для молекул, отраженных от нагретой стенки трубы, не совпадает с найденной путем решения уравнения БГК функцией распределения ударяющихся о стенку молекул. Аналогично квазимаксвелловская функция распределения для молекул, входящих в пристеночный слой из слоя воды, не совпадает с найденной решением уравнения БГК функцией распределения молекул, выходящих из пристеночного слоя в слой воды. Таким образом, краевые условия для БГК-уравнения задают на границах слоя пара неравновесную функцию распределения. Однако эволюция функции распределения внутри слоя пара происходит в соответствии с БГК-уравнением. Процессы установления и разрушения равновесия функции распределения молекул пара моделируется решением уравнения БГК.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что при комплексных кинетически-гидродинамических расчетах взаимодействия кнудсеновского погранслоя с основным холодным течением в трубе с нагреваемыми стенками представляется необходимым вводить промежуточную область эффективной кинетической релаксации (квазимаксвеллизации) толщиной в несколько кнудсеновских пробегов, действующую «в обоих направлениях» (т. е. при тепломассообмене «к» и «от» погранслоя и области гидродинамического расчета). Установлено, что существует критическая толщина такой области, исключающая возможность возникновения неустойчивостей в обоих типах расчетов. Также существенным результатом является выявление необходимости эффективного обрезания «хвоста» максвелловского распределения в погранслое и формирование там продольной упорядоченности распределений молекул (что соответствует формированию сдвиговых когерентных псевдоструктур).

1. *Николаева О. В.*, *Забродина Е. А.*, *Фимин Н. Н.*, *Чечёткин В. М.* Гидродинамические течения в нагреваемых трубах. — М.: ИПМ им. М. В. Келдыша, 2020. — 46 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРЫВА ПОВЕРХНОСТНОЙ ПЛЕНКИ ДВИЖЕНИЕМ РАСПЛАВЛЕННОГО МЕТАЛЛА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

***И. Л. Никулин*[1], *В. А. Демин*[1,2], *С. А. Никулина*[1]**

[1]*ПНИПУ, Пермь, Россия;* [2]*ПГНИУ, Пермь, Россия*

В работе методами математического моделирования изучено влияние изменения напряженности переменного магнитного поля на перестройку поля скорости проводящего расплава и на упруго напряженные состояния тонкой пленки на его поверхности. Обнаружено, что в зависимости от обобщенной частоты магнитного поля ϖ в объеме расплава могут возникать различные переходные режимы при установлении поля скорости. Обобщенная частота определяется как безразмерный комплекс $\varpi = 2\pi\mu\mu_0\zeta l^2 f$, где μ — магнитная проницаемость среды, μ_0 — магнитная постоянная, ζ — удельная электропроводность, l — радиус расплава, f — частота. На рис. 1 показана связь механической деформации в разных точках пленки ($r_1 = 0{,}25$; $r_2 = 0{,}50$ и $r_3 = 0{,}75$) с безразмерным радиусом $R_f = 0{,}8$ (устойчивый радиус для $\varpi = 50$) и скорости движения расплава.

При низких частотах быстрое переключение напряженности приводит к затухающим колебаниям в осредненном поле скорости, тогда как при умеренных

значениях и в верхнем частотном диапазоне колебания практически отсутствуют. Такое «более упругое» поведение расплава в нижнем частотном диапазоне может объясняться различной глубиной проникновения силы Лоренца. При низких частотах она присутствует практически во всем объеме. Эта сила ускоряет расплав, движущийся со скоростью меньшей, чем средняя, и тормозит слишком разогнавшийся. При повышении частоты индукционные токи и сила Лоренца вытесняются к поверхности расплава, оставляя в середине диссипативное вязкое ядро, которое гасит колебания скорости, вызванные сменой напряженности поля. Рассмотрены упруго напряженные состояния пленки, возникающие при постепенном нагружении ее вязкими силами.

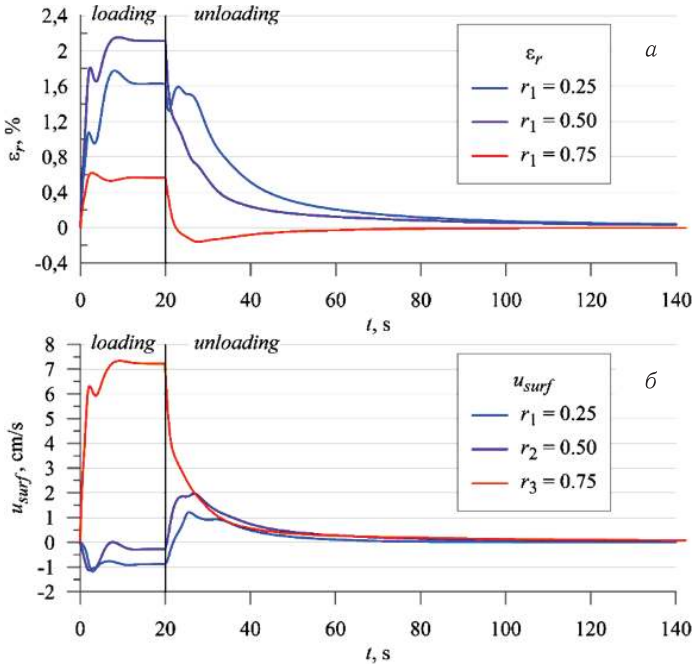
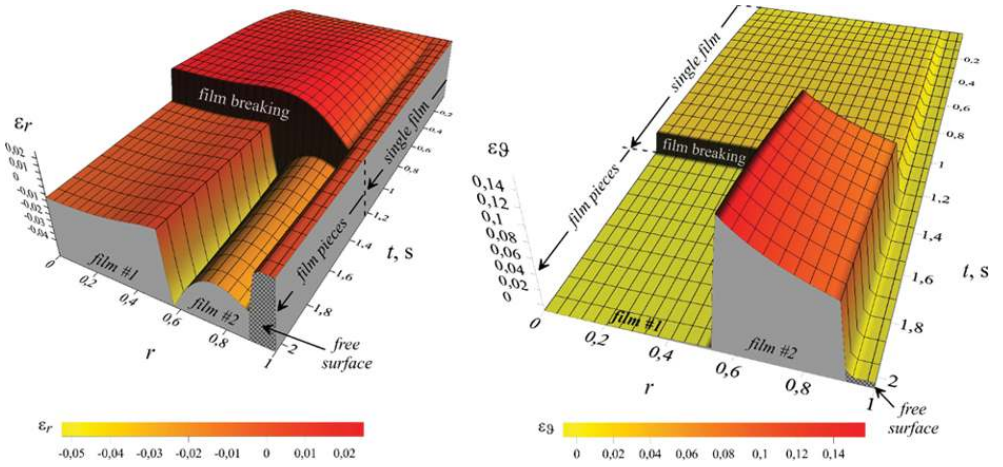


Рис. 1. Динамика гидродинамического нагружения пленки и снятия нагрузки при отключении магнитного поля

На рис. 2 показана динамика нарастания радиальных (*а*) и азимутальных (*б*) напряжений при включении переменного магнитного поля в пленке радиусом $R = 0{,}9$ при обобщенной частоте $\varpi = 50$, для этого значения ϖ стабильный радиус около 0,8.

Показано, что причиной первичного разрыва дискообразной пленки всегда являются радиальные напряжения. Кольцеобразные пленки, возникающие в результате либо разрыва в центре исходной пленки, либо при отрыве от нее внешней части, оказываются неустойчивыми из-за больших азимутальных напряжений, которые значительно превышают прочность пленки. Результат разрыва пленки зависит от частоты магнитного поля, поскольку она определяет распределение силы Лоренца, и, следовательно, профиль течения металла на поверхности. В верхнем и нижнем частотных диапазонах течение на всей поверхности направлено от центра, поэтому, исходная пленка будет сначала разорвана в центре радиальной деформацией, затем кольцеобразный остаток разорвется азимутальными напряжениями; обрывки



а *б*

Рис. 2. Временная развертка пространственных распределений радиальных (*а*) и азимутальных (*б*) деформаций

будут отнесены течением к краям. В центральном частотном диапазоне, где есть область направленных к центру течений, пленка разрушается на два фрагмента. Первый дискообразный остается в центре, он стабилен, поскольку не слишком интенсивное течение слабо сжимает его и удерживает в центре поверхности. Второй кольцеобразный разрушается, и остатки разносятся, как это описано выше. Также, возможны ситуации, когда прочности пленки оказывается достаточно, чтобы препятствовать интенсификации движения расплава при увеличении напряженности поля, таким образом, тормозящее действие пленки на расплав будет причиной ее стабильности.

1. *Никулин И. Л.*, *Перминов А. В.*, *Никулина С. А.* Влияние частоты и напряженности переменного магнитного поля на осредненные течения металла // Пермские гидродинамические научные чтения: Сб. материалов V Всерос. конф. с междунар. участием, посвящ. памяти проф. Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкого и Д. В. Любимова, 2018. — Пермь: Perm University Press, 2018. — С. 225–227.
2. *Никулин И. Л.*, *Демин В. А.* Математическая модель деформирования оксидной пленки на поверхности металлического расплава в переменном магнитном поле // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. — 2022. — №1. — С. 72–88.
3. *Никулин И. Л.*, *Демин В. А.* Математическая модель деформирования оксидной пленки на поверхности металлического расплава в переменном магнитном поле // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. — 2022. — №1. — С. 72–88. — DOI: 10.15593/perm.mech/2022.1.07. Перевод на англ. *Nikulin I. L.*, *Demin V. A.* Mathematical model of oxide film deformation on the surface of a metallic melt in an alternating magnetic field // PNRPU Mechanics Bulletin. — 2022. — No. 1. — P. 72–88.
4. *Nikulin I. L.*, *Demin V. A.*, *Perminov A. V.* Surface film deformation by melt moving in an alternating magnetic field and the integral criterion of such film stability // Fluid Dynamics Research. — 2022. — V. 54, No. 2. — P. 1–17.
5. *Nikulin I. L.*, *Demin V. A.* Simulation of the metal melt convection and its viscoelastic interaction with dielectric film in an alternating magnetic field // Metals and Materials International. — 2022. — No. 28. — P. 2166–2179. — DOI: 10.1007/s12540-021-01131-2.

МОЛЕКУЛЯРНО-ДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ И ЗАТУХАНИЯ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В КРИСТАЛЛЕ АЛЮМИНИЯ

Е. А. Перов[1]***, А. Н. Долуденко***[1]***, В. В. Шепелев***[2]***,***
Н. А. Иногамов[3,4]***, В. В. Жаховский***[1,4]

[1]*ОИВТ РАН, Москва, Россия;* [2]*ИАП РАН, Москва, Россия;*
[3]*ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН, Черноголовка, Московская обл., Россия;*
[4]*ВНИИА им. Н. Л. Духова, Москва, Россия*

Ультракороткое (фемтосекундное) лазерное воздействие высокой мощности вызывает необратимые изменения в кристаллической решетке на некоторой глубине от слоя нагрева. Эти изменения лежат в основе технологий лазерного пининга (laser shock peening, LSP), который широко применяется на современном производстве для упрочнения изделий [1]. Эффективным методом исследования такого типа явлений является численное моделирование.

В данной работе путем молекулярно-динамического моделирования исследуются процессы, происходящие в кристалле алюминия размерами 200 нм по оси X, 640 нм по оси Y и 20 нм по оси Z. Пятно нагрева моделируется при помощи термостата Ланжевена, энергия внутри пятна нагрева распределяется Гауссовым распределением в восьмой степени, что делает пятно похожим на прямоугольник; размеры пятна по оси X — 20 нм, по оси Y — 100 нм. У кристалла по оси X граничные условия свободные, по оси Y — периодические (рис. 1).

Когда часть ударной волны, ответственная за пластические деформации, ослабевает, упрочнение прекращается. Эти изменения лежат в основе технологии лазерного упрочнения [2]. Воздействие лазерно-индуцированной ударной волны моделируется с использованием метода молекулярной динамики, в основе которого лежит решение уравнений движения второго закона Ньютона при помощи метода leapfrog:

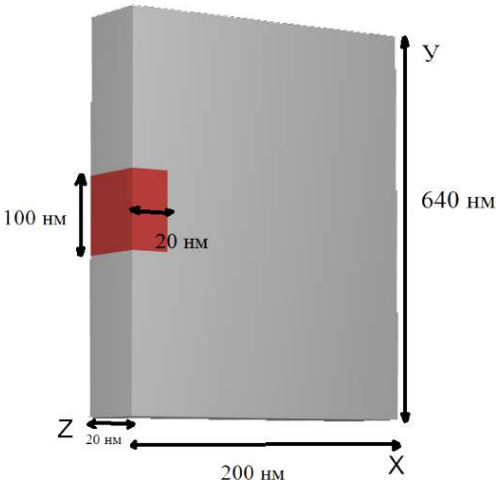


Рис. 1. Моделируемый кристалл алюминия

$$v_{i+1/2} = v_i + a_i \frac{\Delta t}{2},$$
$$x_{i+1/2} = x_i + v_{i+1/2}\Delta t,$$
$$v_{i+1} = v_{i+1/2} + a_{i+1}\frac{\Delta t}{2}.$$

Для расчета сил взаимодействия между атомами используется EAM-потенциал, разработанный В. В. Жаховским [3]. Потенциал такого вида учитывает не только парное взаимодействие атомов друг с другом, а еще и взаимодействие электронных облаков с атомами, и, наоборот, атомов с электронными облаками. Лазерный удар моделируется термостатом Ланжевена, в основу которого входят две силы — случайная сила, которая имеет Гауссово распределение и непосредственно «греет» материал, и сила трения, которая защищает материал от «перегрева».

Ударная волна формируется вследствие огромного давления, которое образуется в пятне нагрева. Это давление, как поршень, разгоняет ударную волну вглубь веще-

ства. В статье показано, на какой глубине происходит разделение начальной пластической волны высокого давления на две волны (пластическую и упругую) [4]. Упругая волна не создает пластических деформаций, в отличие от пластической, поэтому в работе уделено внимание тому, на какую глубину проходит пластическая ударная волна. В работе также демонстрируются три стадии формирования ударной волны — плоская ударная волна, изгиб плоской волны, и когда фронт волны становится полусферическим — после этого пластическая ударная волна быстро затухает [5].

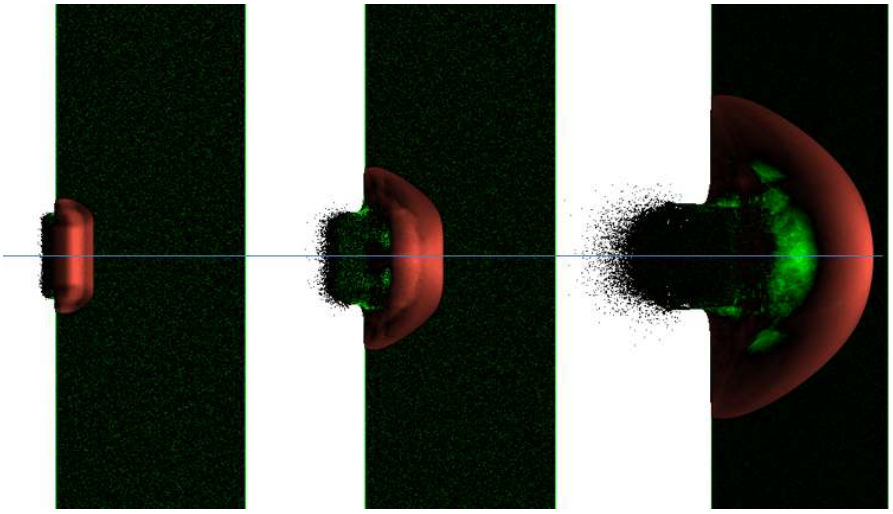


Рис. 2. Динамика эволюции ударной волны

На картинке выше в качестве примера представлена ударная волна на моменты времени 2,4 пс, 7,2 пс и 19,2 пс. По разнице оттенков красного цвета можно увидеть, где присутствует пластическая ударная волна, а где упругая ударная волна. Пластическая волна не может обгонять упругую волну. Когда давление становится ниже определенной величины, то пластические деформации становятся невозможны, остается только упругая часть.

1. *Tokmacheva–Kolobova A. Y.* // Tech. Phys. Lett. — 2021. — V. 47. — P. 143.
2. *Kolobov Yu R.*, *Golosov E. V.*, *Vershinina T. N.*, *Zhidkov M. V.*, *Ionin A. A.*, *Kudryashov S. I.*, *Makarov S. V.*, *Seleznev L. V.*, *Sinitsyn D. V.*, *Ligachev A. E.* Structural transformation and residual stresses in surface layers of $\alpha + \beta$ titanium alloys nanotextured by femtosecond laser pulses // Applied Physics A: Materials Science and Processing. — 2015. — V. 119, Issue 1. — P. 241–247.
3. *Zhakhovskii V. V.*, *Inogamov N. A.*, *Petrov Yu. V.*, *Ashitkov S. I.*, *Nishihara K.* // Appl. Surf. Sci. — 2009. — V. 255(24). — P. 9592.
4. *Иногамов Н. А.*, *Перов Е. А.*, *Жаховский В. В.*, *Шепелев В. В.*, *Петров Ю. В.*, *Фортова С. В.* Лазерная ударная волна: пластичность, толщина слоя остаточных деформаций и переход из упругопластического в упругий режим распространения // Письма в ЖЭТФ. — 2022. — Т. 115. — С. 80–88.
5. *Shepelev V. V.*, *Petrov Yu. V.*, *Inogamov N. A.*, *Zhakhovsky V. V.*, *Perov E. A.*, *Fortova S. V.* Attenuation and inflection of initially planar shock wave generated by femtosecond laser pulse // Optics & Laser Technology. — 2022. — V. 152. — 108100.

ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ НАНОСФЕРОИДОВ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ*

В. О. Подрыга, С. В. Поляков

ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия

Рассматривается проблема моделирования процессов взаимодействия твердых тел применительно к задачам напыления наночастиц на подложки [1, 2]. Актуальность проблемы связана с разработкой новых технологий изготовления сверхтонких покрытий в микроэлектронике и медицинской технике. Для решения данной технологической проблемы традиционно исследуется ряд математических задач, описывающих отдельные стадии процесса напыления. Наиболее эффективным подходом к их анализу является математическое моделирование, подкрепленное компьютерными экспериментами.

В настоящей работе рассматривается вопрос о возможности моделирования процессов взаимодействия металлических наночастиц с подложкой на микроскопическом уровне. В этой постановке можно использовать либо подходы, основанные на методах классической молекулярной динамики [3], либо упрощенные подходы на основе метода частиц [4]. Первый вариант методики нами рассматривался ранее в рамках задачи газодинамического напыления [5]. Он показал, что для качественного и количественного совпадения результатов с данными натурных экспериментов требуется как большое количество модельных расчетов, так и представительные ансамбли частиц. Оба этих фактора приводят к повышению вычислительной емкости компьютерного анализа и не позволяют провести полноценное исследование в приемлемые сроки. Применение параллельных технологий позволяет частично решить эту проблему. Однако при отсутствии предварительных упрощенных решений приходится проводить излишне детализированные расчеты.

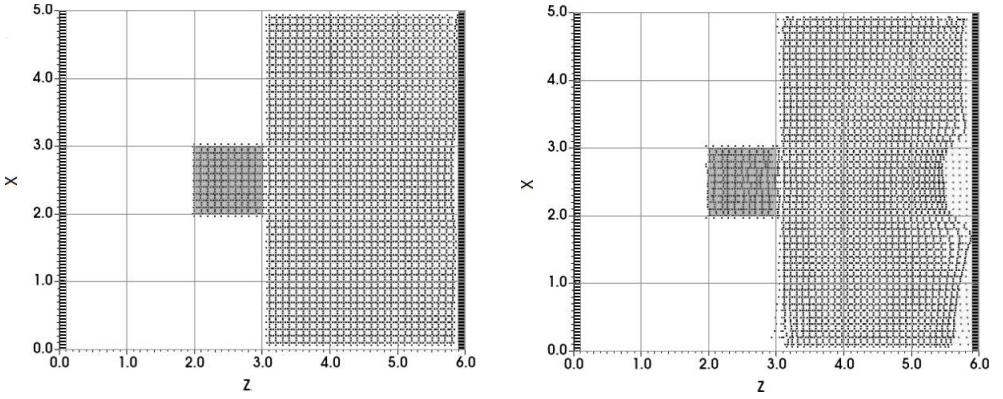
Для решения проблемы планирования эффективного прецизионного вычислительного эксперимента нами предлагается упрощенный подход, который основан на методе частиц. В его рамках используется несколько физических допущений. Во-первых, нами рассматривается взаимодействие металлических наночастиц с подложкой, изготовленной из металла так называемой родственной группы. Во-вторых, предполагается, что оба материала разогреты до температур близких к точке плавления, т. е. сильно размягчены (это означает, что в обоих материалах остается лишь очень мелкая субзерновая структура). В-третьих, в качестве объектов взаимдействия рассматриваются наночастицы сверхмалых размеров — наносфероиды, представляющие собой кластеры атомов металла, покрытые коллективной электронной оболочкой [6]. В-четвертых, основной силой взаимодействия между наносфероидами является сила Лоренца.

В этих предположениях в условиях технического вакуума записывается электромагнитная модель взаимодействия крупных наночастиц (нанокластеров) с подложкой, содержащая уравнения Максвелла [7] и уравнения релятивистской динамики наносфероидов [7], составляющих материалы наночастиц и подложки. Численная реализация данной модели базируется на интегрировании уравнений Максвелла методом Йи (Finite Difference Time Difference — FDTD) [8] на декартовых трехмерных сетках и интегрировании уравнений релятивистской динамики

*Работа поддержана грантом РНФ №21-71-20054. Вычисления проведены с помощью гибридного суперкомпьютера К60, установленного в Суперкомпьютерном Центре коллективного пользования ИПМ им. М. В. Келдыша РАН.

заряженных частиц по симметричной схеме Адамса [9]. В качестве модели частиц используются положительно и отрицательно заряженные частицы гауссовой формы. Программная реализация подхода использует технологии многопоточного программирования.

В качестве примера приведем результаты расчетов взаимодействия никелевого кластера с никелевой подложкой. Для этого был рассмотрен нанокластер, состоящий и 2×11^3 наносфероидов (положительных и отрицательных), налетающий на зафиксированную с тыльной стороны подложку, состоящую из 75 $(5 \times 5 \times 3)$ таких же нанокластеров. Скорость кластера при касании с подложкой составляла 1000 нм/нс. На рис. 1 представлены двумерные распределения расположения наносфероидов в среднем сечении расчетной области в начальный момент времени и спустя 2 нс. Пространственные размеры области измеряются в длинах стороны нанокластера, равной 8 нм. На рис. 1 хорошо виден эффект откола с тыльной стороны подложки.



а *б*

Рис. 1. Пример расчета разрушения материала подложки при взаимодействии с никелевым кластером: *а* — начальное состояние; *б* — финальное

Резюмируя выше сказанное, отметим следующее. Рассмотрена проблема моделирования взаимодействия металлических нанокластеров с подложкой, актуальная для получения тонких металлических покрытий в рамках различных технологий напыления. В работе предложена новая математическая модель металлической среды мезоскопического уровня разрешения. Модель базируется на представлении наночастиц и подложки системой наносфероидов и включает в себя уравнения электродинамики Максвелла, а также осредненные по наномасштабам уравнения релятивистской динамики Ньютона, учитывающие силу Лоренца. Численный алгоритм основывается на методах сеток и частиц. Распараллеливание алгоритма производится как по пространству, так и по частицам. На основе предложенного подхода проведены предварительные модельные расчеты, которые подтвердили работоспособность и адекватность предложенной компьютерной модели.

1. *Алхимов А. П.*, *Клинков С. В.*, *Косарев В. Ф.*, *Фомин В. М.* Холодное газодинамическое напыление. Теория и практика. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. — 536 с.
2. *Соснин Н. А.*, *Ермаков С. А.*, *Тополянский П. А.* Плазменные технологии. Руководство для инженеров. — СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2013. — 406 с.
3. *Rapaport D. C.* The art of molecular dynamics simulations. — 2nd ed. — Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

4. *Григорьев Ю. Н.*, *Вшивков В. А.*, *Федорук М. П.* Численное моделирование методами частиц в ячейках. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2004.
5. *Podryga V. O.*, *Polyakov S. V.* Atomistic modeling of metal nanocluster motion caused by gas flow impact // Lobachevskii Journal of Mathematics. — 2019. — V. 40, No. 11. — P. 1987–1993.
6. *Климов В. В.* Наноплазмоника. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. — 480 с.
7. *Ландау Л. Д.*, *Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. 4. Квантовая электродинамика. — М.: Наука, 1989. — 728 с.
8. *Taflove A.*, *Hagness S. C.* Computational electrodynamics. The finite-difference time-domain method. — 3rd ed. — Boston: Artech House, 2005.
9. *Калиткин Н. Н.* Численные методы. — СПб.: БХВ-Петербург, 2011. — 587 с.

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ НА МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЯХ ДЛЯ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА И ЖИДКОСТИ

Э. В. Прозорова

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

Большое практическое значение поверхностных и адсорбционных процессов приводит к необходимости их подробного изучения. Предлагаемые теорией уравнения для макропараметров применимы внутри области, но около границы необходимо знание взаимодействия молекул потока с поверхностью. Граничные условия зависят от режимов обтекания, свойств поверхности и среды, характерных размеров тела. Для разреженного газа при неполной информации о взаимодействии ставят фиктивные граничные условия (условия скольжения для макропараметров), соответствующие границе слоя Кнудсена. Граничные условия для скорости и температуры (при постоянной плотности) служат граничными условиями для уравнений Навье–Стокса. Для разреженного газа нами, по крайней мере при небольших скоростях течения, предлагается рассматривать более тонкий слой равный нескольким радиусам взаимодействия молекул. Длина свободного пробега слишком велика, взаимодействия молекул газа со стенкой происходит на существенно меньших расстояниях. Молекулы газа внутри тонкого слоя не сталкиваются, столкновения происходят с молекулами поверхности. Функция распределения на границе слоя определяется модифицированной функцией Чепмена–Энскога. По построению теории плотность в системе не меняется. Поэтому производная по времени включает производные от температуры и скорости, но количество частиц не меняется. Если учесть производную от плотности, получим уравнения С. В. Валландера. Процесс взаимодействия газа или жидкости с поверхностью определяется потенциалами взаимодействия газа потока и молекул твердой поверхности, энергией падающих частиц. В этом случае процесс адсорбции газа поверхностью нами исследовался по методике, используемой Ленгмюром. Потенциал меняется, но для кристаллических металлов изменение потенциала при адсорбции считается в предположении взаимодействия молекул ближайших соседей. Момент является важной компонентой коллективной силы. Основные экспериментальные данные для взаимодействия газа с поверхностью касаются взаимодействию монопучков.

Распределение по скоростям качественно изменяет процесс взаимодействия и определяет во многом структуру поверхности. Для жидкости вблизи поверхности молекулы, например, воды приобретают структуру, поскольку с молекулами кристаллической решетки взаимодействует кислород. Молекула воды — диполь. С кристаллической решеткой происходит диполь-дипольное взаимодействие. Положение

кислорода в силу особенностей строения молекулы воды определяет следующий адсорбционный слой и требуется несколько слоев для восстановления характера распределения воды в объеме. Следовательно, должен произойти процесс релаксации «положения» молекулы около поверхности. Требуется время. При обтекании водой наноструктур в экспериментах наблюдается скольжение. Экспериментальные исследования показывают, что в течениях над гидрофильными поверхностями длина скольжения равна нескольким нанометрам, для гидрофобных-десяткам нанометрам. Роль момента возрастает для малых размеров тела.

На малых масштабах существуют особенности: Приближение Навье–Стокса может не работать на малых масштабах, особенно вблизи твердых и жидких границ. Условия прилипания могут быть неверны. Отношение поверхности к объему может быть велико. Могут быть различные переходные режимы около стенки. Важна роль поверхностных эффектов [1]. Для жидкости около гладкой поверхности можно предложить модель с тонким слоем неподвижной жидкости. Ширина слоя определяется величиной динамического трения (аналог с турбулентным течением). Математически для обычного турбулентного слоя и с учетом вклада момента получается логарифмическая функция. На поверхности возникает сингулярность. Особенность можно убрать предложенным способом. Важным фактором являются сведения об увеличении длины скольжения при уменьшении потенциала взаимодействия молекул. До сих пор не определен механизм скольжения. Главное, скольжение действует на молекулярном уровне. Распределение Максвелла не зависит от взаимодействия между частицами и справедливо не только для газов, но и для жидкостей. В предлагаемой модели отводится важная роль двух факторов: распределения молекул по скоростям, изменения потенциала за счет действия момента и более разреженное распределение молекул воды по сравнению с молекулами твердого тела. Фононы и влияние электронов не рассматриваются. Исследование ограничивается механическими эффектами. Распределение по скоростям и момент обеспечивают шероховатость поверхности, одновременно приводя к сглаживанию действия потенциалов между молекулами воды и молекулами кристаллического твердого тела. Потенциал взаимодействия вода–металл Леннарда–Джонса, потенциал между молекулами твердого тела-потенциал Морзе. Используются и более сложные потенциалы, но чаще — указанные. Объяснение существования эффекта проскальзывания чаще всего служит предположение о присутствии воздуха около поверхности и на стенках капилляров. Оценки показывают, что присутствие воздуха может влиять в начале нестационарного процесса. Для стационарного течения даже для специально структурированной поверхности сохранение воздуха в углублениях вызывает сомнение. Особенностью воды в спокойном состоянии является образование кластеров (димеров, тримеров и т. д.). Нет ответа на сохранение агломерации при движении жидкости. Существенным фактором является также отношение размеров. Межъядерные расстояния O—H близки к 0,1 нм, расстояние между ядрами атомов водорода равно 0,15 нм, угол между связями H—O—H равен 104,5°. Минимальное расстояние между молекулами для алюминия $L = 3{,}1038$ Å, размер молекулы воды $r_0 = 31{,}8$ Å, длина свободного пробега $\gamma = 21{,}6 \div 36{,}6$, размер кластера $9{,}06 \div 1{,}22$ нм. Часть молекул находятся в свободном состоянии. Именно эти молекулы осуществляют процессы переноса в жидкости. Соотношение размеров говорит о возможном запирании молекулой воды промежутков между молекулами поверхности. Для капилляров с радиусом порядка радиуса кластера возможно скольжение за счет контакта со стенкой малой частью кластера. Если дальние силы недостаточны для разрушения кластера, то скольжение может быть вызвано этими же причинами. Скорость падения на стенку

кластера меньше скорости падения свободной молекулы, поэтому кластер должен прилипнуть к поверхности. Для иллюстрации действия момента на малых масштабах рассмотрена задача о влиянии момента на вершину молекулы поверхности, если поверхность ступенчатая (приближение близкого взаимодействия) (рис. 1).

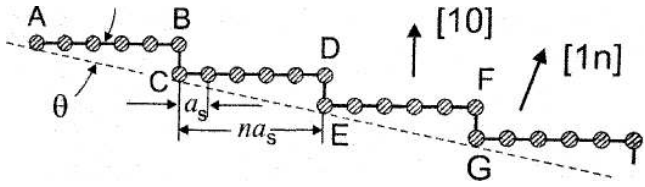


Рис. 1. Модель поверхности с террасой

Таким образом, решение задачи взаимодействия газа и жидкости с металлической поверхностью требует представления о молекулярном строении как среды, так и поверхности.

1. *Дмитриев А. С.* Введение в нанотеплофизику. — М.: Бином, 2021. — 790 с.
2. *Владимиров Г. Г.* Физика поверхности твердых тел. — СПб.: Лань, 2016. — 352 с.
3. *Полянская А. В.*, *Полянский А. М.*, *Полянский В. А.* Связь явлений переноса с характеристиками кластерной структуры воды // Журнал технической физики. — 2019. — Т. 89, Вып. 6. — С. 14–20.
4. *Prozorova E.* The Law of Conservation of Momentum and the Contribution of No Potential Forces to the Equations for Continuum Mechanics and Kinetics // Journal of Applied Mathematics and Physics. — 2022. — V. 10, No. 6. — DOI: 10.4236/jamp.2022.106143.

ТЕОРЕТИКО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ ПОДХОД К ИССЛЕДОВАНИЮ ПРОЦЕССОВ ГИДРАТАЦИИ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ МЕЛКОЗЕРНИСТЫХ БЕТОНОВ

А. В. Пузатова, А. Д. Когай, М. А. Дмитриева

БФУ им. И. Канта, Калининград, Россия

Прогнозирование структурных изменений многокомпонентных мелкозернистых бетонов с применением методов компьютерного моделирования является крайне актуальным направлением, позволяющим численно имитировать изменения внутренней структуры при варьировании широкого спектра факторов. Развитая модель физико-химических процессов в реагирующих дискретных системах [1, 2] позволяет прогнозировать структурные характеристики, эффективные механические свойства, кинетику технологических процессов, степень усадки, остаточные напряжения в композиционных материалах, получаемых в процессах спекания и химических превращений многофазных полидисперсных систем. Такую модель можно адаптировать к исследованию современных мелкозернистых бетонов для прогнозирования свойств и формирования технологических режимов подготовки сухих строительных смесей. В модели учитываются особенности структурообразования цементного камня для описания гидратационных процессов в цементной системе с наличием мелкого заполнителя. Развитие моделирования процессов гидратации производится путем решения задач теплового баланса и макрокинетических превращений.

Кинетика процесса гидратации цемента удовлетворяет уравнению Аррениуса, устанавливающего зависимость константы скорости реакции от температуры,х

применимость которого для описания химических превращений цементных систем доказана [3–5]. Для моделирования процессов гидратации мелкозернистых бетонных систем необходимо знать макрокинетические параметры уравнения Аррениуса, а именно энергию активации и предэкспоненциальный множитель. Предложены методы определения макрокинетических параметров путем термомеханических и калориметрических испытаний. Теоретико-экспериментальный подход заключается в экспериментальном определении необходимых макрокинетических параметров для их применения в развитии теоретической модели процессов гидратации мелкозернистых многокомпонентных бетонов.

Метод термомеханических испытаний. Для определения кажущейся энергии активации были проведены серии термомеханических экспериментов по определению начальной прочности мелкозернистых бетонов, модифицированных активированной цементно-песчаной смесью. Образцы выдерживались и испытывались при различной температуре окружающей среды для отслеживания кинетики набора прочности и изменения скорости химической реакции. Начальная прочность образцов мелкозернистого бетона определялась с использованием испытательной машины на сжатие с термокамерой, в которой поддерживался определенный тепловлажностный режим. На основании полученных результатов с применением метода наименьших квадратов были определены параметры макрокинетики [6], которые подтверждают изменение кажущейся энергии активации при введении модифицирующего компонента в бетонную смесь. Таким образом, метод термомеханических испытаний дает корректные результаты и может быть применен при развитии теории моделирования процессов гидратации.

Метод калориметрического анализа. Кажущаяся энергия активации может быть определена с использованием значений суммарной тепловой энергии реакции гидратации, полученных методом изотермической калориметрии при испытаниях цементного камня при различных температурах. Суть изотермического испытания состоит в фиксации температурного параметра, от которого и зависит кажущаяся энергия активации. Произведен калориметрический анализ цементных систем с модификаторами и без с использованием изотермического калориметра, отслеживающего интенсивность теплового потока и суммарную тепловую энергию исследуемой системы. Данный метод позволяет изучить кинетику реакции гидратации цемента, анализируя термодинамику протекания твердения раствора. Калориметрия является методом оперативного прогнозирования прочностных характеристик цементных систем с доказанной корреляцией между тепловыделением и набором прочности [7, 8].

Учитывая экзотермический характер гидратации цемента, тепловыделение позволяет оценить стадию завершенности процесса, тем самым установить связь между степенью гидратации и возрастом. Так, учет количества выделившегося тепла возможно использовать для косвенного сравнения прочностных характеристик составов с одинаковым минералогическим составом [8]. Предложен анализ динамики тепловыделения цементных систем при различных температурах на начальном этапе гидратации. По полученным данным суммарной тепловой энергии в определенный момент времени при различных температурах протекания реакции произведен расчет параметров макрокинетики. Данный метод менее трудоемок и позволяет оперативно проводить отслеживание тепловыделения процесса гидратации цементных систем.

Полученные результаты термомеханических испытаний и калориметрического анализа используются для развития компьютерного моделирования процессов гидратации и формирования структуры мелкозернистой бетонной смеси.

1. *Лейцин В. Н.*, *Дмитриева М. А.* Моделирование связанных процессов в реагирующих средах. — Калининград: Изд-во БФУ им. И. Канта, 2012. — 240 с.
2. *Лейцин В. Н.*, *Дмитриева М. А.* Моделирование механохимических процессов в реагирующих порошковых средах. — Томск: Изд-во НТЛ, 2006. — 188 с.
3. *Франк–Каменецкий Д. А.* Диффузия и теплопередача в химической кинетике. — М.: Наука. 1987. — 502 с.
4. *Kada-Benameur H.*, *Wirquin E.*, *Duthoit B.* Determination of apparent activation energy of concrete by isothermal calorimetry // Cement and Concrete Research. — 2000. — V. 30(2). — P. 301–305.
5. *Poole J. L.*, *Riding K. A.*, *Juenger M. C. G.*, *Folliard K. J.*, *Schindler A. K.* Effects of supplementary cementitious materials on apparent activation energy // Journal of ASTM International. — 2010. — V. 7(9). — P. 1–16.
6. *Дмитриева М. А.*, *Лейцин В. Н.*, *Шаранова А. В.*, *Товпинец А. О.* Оценка макрокинетических параметров процесса гидратации цемента по результатам термомеханических испытаний // Современные строительные материалы и технологии: сборник научных статей. — Вып. 2; под ред. М. А. Дмитриевой. — Калининград: Изд-во БФУ им. И. Канта, 2020. — С. 7–15.
7. *Шаранова А. В.*, *Дмитриева М. А.*, *Ленькова Д. А.*, *Панфилова А. Д.*, *Беляускас Э. Р.*, *Бабич П. Д.* Исследование кинетики набора прочности мелкозернистых бетонных систем ускоренного твердения // Третий междисциплинарный молодежный научный форум с международным участием «Новые материалы». Сборник материалов. — М.: ООО «Буки Веди», 2017. — С. 383–385.
8. *Адамцевич А. О.*, *Пашкевич С. А.*, *Пустовгар А. П.*, Использование калориметрии для прогнозирования роста прочности цементных систем ускоренного твердения // Инженерно-строительный журнал. — 2013. — №3. — С. 36–42.

ИЗГИБ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СЕТЧАТОЙ ОБОЛОЧКИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ*

А. О. Синичкина, Е. Ю. Крылова

СГУ им. Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия

Микро- и нано-электромеханические системы одно из приоритетных направлений развития науки, технологий и техники в современном мире. Предметом исследования является сетчатая цилиндрическая гибкая оболочка (рис. 1), занимающая в пространстве $\mathbb{R}^3$ область $\Omega = \{0 \le \alpha \le b; 0 \le \beta \le 2\pi; -h/2 \le z \le h/2\}$. Материал оболочки изотропны, однородный, подчиняющийся закону Гука. Геометрическая нелинейность учтена по теории Т. Кармана. Уравнения движения, начальные и граничные условия получены из вариационного принципа Остроградского–Гамильтона на основании гипотез Кирхгофа–Лява. Оболочка находится в поле действия одного неподвижного электрода, расположенного на расстоянии g_0. Отличные от нуля компоненты тензора деформаций в таком случае примут вид:

$$\varepsilon_{\beta\beta} = \frac{1}{R}\frac{\partial v}{\partial \beta} + \frac{1}{2R^2}\left(\frac{\partial w}{\partial \beta}\right)^2 + \frac{1}{R}w - \frac{z}{R^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2},$$

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial \beta} + \frac{\partial v}{\partial \alpha} + \frac{2}{R}\frac{\partial w}{\partial \alpha}\frac{\partial w}{\partial \beta}\right) - \frac{z}{R}\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha\,\partial \beta}, \quad \varepsilon_{\alpha\alpha} = \frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial \alpha}\right)^2 - z\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2}.$$

*Работа выполнена при поддержке РНФ (проект №22-21-00331).

Масштабные эффекты учтены на основании микрополярной теории со стесненным вращением частиц, поля перемещений и вращений считаются зависимыми. Компоненты тензора изгиба кручения запишутся следующим образом:

$$\chi_{\alpha\alpha}=\frac{1}{R}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha\,\partial\beta}-\frac{1}{2}\frac{\partial v}{\partial\alpha}\right),\ \chi_{zz}=\frac{1}{2R}\left(\frac{\partial u}{\partial\beta}+\frac{\partial v}{\partial\alpha}\right),\ \chi_{z\beta}=\frac{1}{4R}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial\alpha\,\partial\beta}-\frac{1}{R}\frac{\partial^2 u}{\partial\beta^2}+2\frac{\partial w}{\partial\alpha}\right),$$

$$\chi_{\alpha\beta}=\frac{1}{4}\left(-\frac{1}{R^2}\frac{\partial v}{\partial\beta}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 w}{\partial\beta^2}-\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha^2}\right),\quad \chi_{\beta\beta}=\frac{1}{2R}\left(-\frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial\beta}+\frac{\partial v}{\partial\alpha}-2\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha\,\partial\beta}\right),$$

u, v, w — осевые смещения срединной поверхности оболочки в направлениях α, β, z соответственно. Следуя принятым гипотезам и основываясь на теории Yang [1], определяющие отношения для материала оболочки запишутся в виде:

$$\sigma_{\alpha\alpha}=\frac{E}{1-\nu^2}[\varepsilon_{\alpha\alpha}+\varepsilon_{\beta\beta}],\quad m_{\alpha\alpha}=\frac{El^2}{1+\nu}\chi_{\alpha\alpha},\quad m_{z\alpha}=\frac{El^2}{1+\nu}\chi_{z\alpha},\quad \alpha\rightleftarrows\beta,$$

$$\sigma_{\alpha\beta}=\frac{E}{1+\nu}\varepsilon_{\alpha\beta},\quad m_{\alpha\beta}=\frac{El^2}{1+\nu}\chi_{\alpha\beta}.$$

Обозначения классических и неклассических усилий и моментов:

$$(N_{\alpha\alpha},T)=\int\limits_{-h/2}^{h/2}(\sigma_{\alpha\alpha},\sigma_{\alpha\beta})dz,\quad (M_{\alpha\alpha},H)=\int\limits_{-h/2}^{h/2}(\sigma_{\alpha\alpha},\sigma_{\alpha\beta})z\,dz,\quad Y_{\alpha\alpha}=\int\limits_{-h/2}^{h/2}m_{\alpha\alpha}\,dz,$$

$$Y_{\alpha z}=\int\limits_{-h/2}^{h/2}m_{\alpha z}\,dz,\quad \alpha\rightleftarrows\beta,\quad Y_{\alpha\beta}=\int\limits_{-h/2}^{h/2}m_{\alpha\beta}\,dz.$$

Предположим, что оболочка состоит из n семейств часто расположенных ребер одного материала (рис. 2). Заменим регулярную систему ребер сплошным слоем используя континуальную модель Г. И. Пшеничного [2]. Обозначим a_j — расстояние между ребрами, δ_j — ширина ребер, φ_j — угол между осью α и осью ребер j-го семейства. В таком случае напряжения, возникающие в эквивалентной гладкой оболочке, связанные с напряжениями в ребрах, составляющие углы φ_j с осью α будут иметь вид:

$$\sigma_{\alpha\alpha}=\sum_{j=1}^{n}\frac{\sigma^j\delta_j\cos^2\varphi_j}{a_j},\quad \sigma_{\beta\beta}=\sum_{j=1}^{n}\frac{\sigma^j\delta_j\sin^2\varphi_j}{a_j},\quad \sigma_{\alpha\beta}=\sum_{j=1}^{n}\frac{\sigma^j\delta_j\cos\varphi_j\sin\varphi_j}{a_j},$$

$$m^s_{\alpha\alpha}=\sum_{j=1}^{n}\frac{m^j\delta_j\cos^2\varphi_j}{a_j},\quad m_{\beta\beta}=\sum_{j=1}^{n}\frac{m^j\delta_j\sin^2\varphi_j}{a_j},\quad m_{\alpha\beta}=\sum_{j=1}^{n}\frac{m^j\delta_j\cos\varphi_j\sin\varphi_j}{a_j},$$

$$m_{\alpha z}=\sum_{j=1}^{n}\frac{m^j_z\delta_j\cos\varphi_j}{a_j},\quad m_{\beta z}=\sum_{j=1}^{n}\frac{m^j_z\delta_j\sin\varphi_j}{a_j}.$$

Дополнительные условия статической эквивалентности исходной сетчатой оболочки и эквивалентной ей сплошной получим с помощью метода множителей Лагранжа из условий достижения функционалом стационарных значений:

$$\{\sigma^j_z,m^j_z\}=\{\sigma_{\alpha z},m_{\alpha z}\}\cos\varphi_j+\{\sigma_{\beta z},m_{\beta z}\}\sin\varphi_j,$$

$$\{\sigma^j,m^j\}=\{\sigma_{\alpha\alpha},m_{\alpha\alpha}\}\cos^2\varphi_j+\{\sigma_{\beta\beta},m_{\beta\beta}\}\sin^2\varphi_j+\{\sigma_{\alpha\beta},m_{\alpha\beta}\}\cos\varphi_j\sin\varphi_j.$$

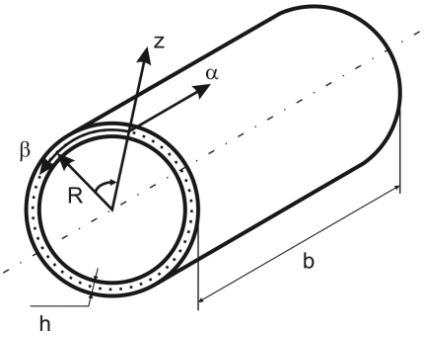


Рис. 1. Схема цилиндрической оболочки

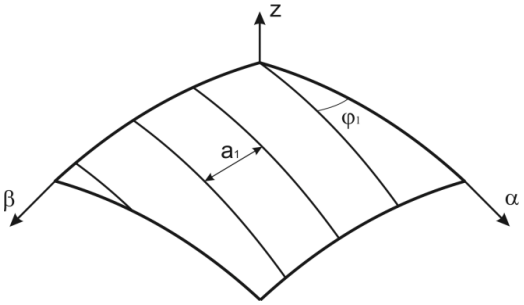


Рис. 2. Оболочка из одного семейства ребер

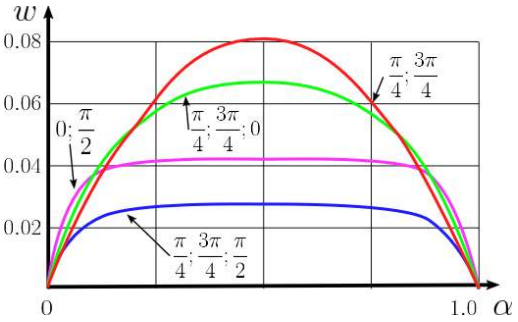


Рис. 3. Форма прогиба оболочки

Введем обозначение: $A_{sk} = \sum_{j=1}^{n} \delta_j \cos^s \varphi_j \sin^k \varphi_j / a_j$; $s, k = \overline{0,4}$. В таком случае уравнения движения элемента цилиндрической оболочки с учетом ее сетчатой структуры примут вид [3]:

$$\frac{\partial w}{\partial \alpha}\left[A_{40}\frac{\partial N_{\alpha\alpha}}{\partial \alpha} + A_{22}\frac{\partial N_{\beta\beta}}{\partial \alpha} + A_{31}\frac{\partial T}{\partial \alpha}\right] + \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2}[A_{40}N_{\alpha\alpha} + A_{22}N_{\beta\beta} + A_{31}T] +$$

$$+ \frac{1}{R^2}\frac{\partial w}{\partial \beta}\left[A_{22}\frac{\partial N_{\alpha\alpha}}{\partial \beta} + A_{04}\frac{\partial N_{\beta\beta}}{\partial \beta} + A_{13}\frac{\partial T}{\partial \beta}\right] + \left[\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} - \frac{1}{R}\right][A_{22}N_{\alpha\alpha} + A_{04}N_{\beta\beta} + A_{13}T] +$$

$$+ \left[A_{40}\frac{\partial^2 M_{\alpha\alpha}}{\partial \alpha^2} + A_{22}\frac{\partial^2 M_{\beta\beta}}{\partial \alpha^2} + A_{31}\frac{\partial^2 H}{\partial \alpha^2}\right] + \frac{1}{R^2}\left[A_{22}\frac{\partial^2 M_{\alpha\alpha}}{\partial \beta^2} + A_{04}\frac{\partial^2 M_{\beta\beta}}{\partial \beta^2} + A_{13}\frac{\partial^2 H}{\partial \beta^2}\right] +$$

$$+ \frac{2}{R}\left[A_{31}\frac{\partial^2 M_{\alpha\alpha}}{\partial \alpha\,\partial \beta} + A_{13}\frac{\partial^2 M_{\beta\beta}}{\partial \alpha\,\partial \beta} + A_{22}\frac{\partial^2 H}{\partial \alpha\,\partial \beta}\right] + \frac{2}{R}\frac{\partial w}{\partial \beta}\left[A_{31}\frac{\partial N_{\alpha\alpha}}{\partial \alpha} + A_{13}\frac{\partial N_{\beta\beta}}{\partial \alpha} + A_{22}\frac{\partial T}{\partial \alpha}\right] +$$

$$+ \frac{2}{R}\frac{\partial w}{\partial \alpha}\left[A_{31}\frac{\partial N_{\alpha\alpha}}{\partial \beta} + +A_{13}\frac{\partial N_{\beta\beta}}{\partial \beta} + A_{22}\frac{\partial T}{\partial \beta}\right] + \frac{4}{R}\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha\,\partial \beta}[A_{31}N_{\alpha\alpha} + A_{13}N_{\beta\beta} + A_{22}T] -$$

$$- \frac{1}{R}\left[A_{40}\frac{\partial^2 Y_{\alpha\alpha}}{\partial \beta\,\partial \alpha} + A_{22}\frac{\partial^2 Y_{\beta\beta}}{\partial \beta\,\partial \alpha} + A_{31}\frac{\partial^2 Y_{\alpha\beta}}{\partial \beta\,\partial \alpha}\right] + \frac{1}{R}\left[A_{22}\frac{\partial^2 Y_{\alpha\alpha}}{\partial \beta\,\partial \alpha} + A_{04}\frac{\partial^2 Y_{\beta\beta}}{\partial \beta\,\partial \alpha} + A_{13}\frac{\partial^2 Y_{\alpha\beta}}{\partial \beta\,\partial \alpha}\right] - \frac{1}{R^2}\times$$

$$\times\left[A_{31}\frac{\partial^2 Y_{\alpha\alpha}}{\partial \beta^2} + A_{13}\frac{\partial^2 Y_{\beta\beta}}{\partial \beta^2} + A_{22}\frac{\partial^2 Y_{\alpha\beta}}{\partial \beta^2}\right] + A_{31}\frac{\partial^2 Y_{\alpha\alpha}}{\partial \alpha^2} + A_{13}\frac{\partial^2 Y_{\beta\beta}}{\partial \alpha^2} + A_{22}\frac{\partial^2 Y_{\alpha\beta}}{\partial \alpha^2} = \rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - F_{coul},$$

$$A_{40}\frac{\partial N_{\alpha\alpha}}{\partial \alpha} + A_{22}\frac{\partial N_{\beta\beta}}{\partial \alpha} + A_{31}\frac{\partial T}{\partial \alpha} + \frac{A_{31}}{R}\frac{\partial N_{\alpha\alpha}}{\partial \beta} + \frac{A_{13}}{R}\frac{\partial N_{\beta\beta}}{\partial \beta} + \frac{A_{22}}{R}\frac{\partial T}{\partial \beta} - \frac{A_{11}}{2R^2}\frac{\partial^2 Y_{\alpha z}}{\partial \beta^2} -$$

$$- \frac{A_{02}}{2R^2}\frac{\partial^2 Y_{\beta z}}{\partial \beta^2} - \frac{A_{20}}{2R}\frac{\partial^2 Y_{\alpha z}}{\partial \alpha\,\partial \beta} - \frac{A_{11}}{2R}\frac{\partial^2 Y_{\beta z}}{\partial \alpha \partial \beta} = \rho h\frac{\partial^2 u}{\partial t^2},$$

$$\frac{A_{22}}{R}\frac{\partial N_{\alpha\alpha}}{\partial\beta}+\frac{A_{04}}{R}\frac{\partial N_{\beta\beta}}{\partial\beta}+\frac{A_{13}}{R}\frac{\partial T}{\partial\beta}+A_{31}\frac{\partial N_{\alpha\alpha}}{\partial\alpha}+A_{13}\frac{\partial N_{\beta\beta}}{\partial\alpha}+A_{22}\frac{\partial T}{\partial\alpha}+\frac{A_{20}}{2}\frac{\partial^2 Y_{\alpha z}}{\partial\alpha^2}+$$
$$+\frac{A_{11}}{2}\frac{\partial^2 Y_{\beta z}}{\partial\alpha^2}+\frac{A_{11}}{2}\frac{\partial^2 Y_{\alpha z}}{\partial\alpha\,\partial\beta}+\frac{A_{02}}{2}\frac{\partial^2 Y_{\beta z}}{\partial\alpha\,\partial\beta}=\rho h\frac{\partial^2 v}{\partial t^2},$$

где ρ — плотность материала оболочки, ε_0 — электрическая постоянная, $F_{coul}=\dfrac{\pi\varepsilon_0 V^2}{g_0^2\sqrt{(1-w)^2-\dfrac{R^2}{g_0^2}}\ln^2\left(\dfrac{g_0^2(1-w)}{R^2}+\sqrt{\dfrac{g_0^2(1-w)}{R^2}-1}\right)}$ — сила Кулона [4].

Рассмотрим граничные условия жесткого закрепления и нулевые начальные условия. Для сведения системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных к задаче Коши использовался метод конечных разностей с аппроксимацией $O(h^2)$. Задача Коши решалась методом Рунге–Кутты 4-го порядка. Статическое решение получено методом установления [5]. Параметры эксперимента: $b=1\ \mu$m, $h=0{,}02\ \mu$m, $E=1$ TPa, $\nu=0{,}24$, $l=0{,}001\ \mu$m, $a=0{,}002\ \mu$m, $\delta=0{,}002\ \mu$m, $V=0{,}05\ V$ геометрия сетки: 2 семейства ребер $\varphi_1=0°$, $\varphi_2=90°$ и $\varphi_1=45°$, $\varphi_2=135°$, 3 семейства ребер $\varphi_1=45°$, $\varphi_2=135°$, $\varphi_3=0°$ и $\varphi_1=45°$, $\varphi_2=135°$, $\varphi_3=90°$. Численный эксперимент показал, что в зависимости от геометрии сетки меняется форма прогиба оболочки (рис. 3).

1. *Yang F.*, *Chong A. C. M.*, *Lam D. C. C.*, *Tong P.* Couple stress based strain gradient theory for elasticity // Int. J. SolidsStruct. — 2002. — V. 39. — P. 2731–2743.
2. *Пшеничнов Г. И.* Теория тонких упругих оболочек и пластинок. — М.: Наука, 1982. — 352 с.
3. *Крылова Е. Ю.*, *Папкова И. В.*, *Яковлева Т. В.*, *Крысько В. А.* Теория колебаний углеродных нанотрубок как гибких микрополярных сетчатых цилиндрических оболочек с учетом сдвига // Известия Саратовского университета. Новаясерия. Серия: Математика. Механика. Информатика. — 2019. — Т. 19, №3. — С. 305–316.
4. *Caruntu D. I.*, *Juarez E.* Coaxial vibrations of electrostatically actuated DWCNT resonators: Amplitude–voltage response of parametric resonance // International Journal of Non-Linear Mechanics. — 2022. — V. 142. — P. 103982.
5. *Krysko V. A.*, *Komarov S. A.*, *Awrejcewicz J.* Nonlinear deformations of spherical panels subjected to transversal load action // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. — 2005. — V. 194(27–29). — P. 3108–3126.

УСТОЙЧИВОСТЬ РЕШЕНИЙ В ВИДЕ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ ДЛЯ ОБОБЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ КОРТЕВЕГА—ДЕ ВРИЗА—БЮРГЕРСА*

***А.М. Томашева*[1,2], *В.А. Шаргатов*[1,2]**

[1]*НИЯУ МИФИ, Москва, Россия;* [2]*МИАН, Москва, Россия*

Рассмотрены разрывные решения обобщенного уравнения Хопфа. Изучена структура разрывов, которая описывается обобщенным уравнением Кортевега—де Вриза—Бюргерса. Установлены условия существования и методом функции Эванса исследована устойчивость решений в виде бегущей волны (структур разрывов). Показано, что множество решений содержит классические и особые разрывы.

*Работа выполнена при поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований №20-11-20141.

Рассматриваются решения уравнения Кортевега—де Вриза—Бюргерса

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \varphi(v)}{\partial x} = \mu^* \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - m^* \frac{\partial^3 v}{\partial x^3}, \tag{1}$$

где μ, $m = \text{const} > 0$ — коэффициенты диссипации и дисперсии соответственно. Это одно из простейших уравнений, решение которого имеют узкие зоны с непрерывным, но резким изменением параметров.

Исследуется устойчивость решений типа бегущих волн, представляющих структуры разрывов в решениях обобщенного уравнения Хопфа, к которому сводится уравнение (1) на больших масштабах. Интегральная форма этого уравнения имеет вид

$$\oint \varphi(v)\, dt - v\, dx = 0. \tag{2}$$

Решение уравнения (2) представляет собой разрыв, распространяющийся со скоростью W (ударную волну)

$$v(x - Wt) = \begin{cases} v_l & \text{при} \quad x - Wt < 0, \\ v_r & \text{при} \quad x - Wt > 0, \end{cases} \qquad W = \frac{[\varphi(v)]}{[v]}, \tag{3}$$

где через v_r и v_l обозначены значения параметров v перед и за разрывом соответственно.

Для некоторых наборов значений W и v_r существуют решения уравнения (1) в виде бегущей волны, которые близки к кусочно-постоянному решению (3) вне узкой зоны ударного перехода. Такие решения уравнения (1) называются стационарными структурами разрывов. Условие существования структуры разрыва, согласно [1], является дополнительным условием.

После переобозначений

$$v \to u + v_r, \quad t \to t\sqrt{m}, \quad x \to x\sqrt{m}, \quad \gamma = \frac{\sqrt{m}}{\mu}, \quad \varphi(v) = f(v - u_r)$$

ставится задача на структуру разрывов (решение в виде бегущей волны):

$$\begin{gathered} u = u(\xi), \quad \xi = x - Wt, \\ \frac{d^2 u}{d^2 \xi} - \frac{1}{\gamma} \frac{du}{d\xi} = Wu - f(u), \\ \lim_{\xi \to +\infty} u(\xi) = u_r \equiv 0, \quad \lim_{\xi \to -\infty} u(\xi) = u_l. \end{gathered} \tag{4}$$

В случае, когда функция потока $f(u)$ имеет четыре точки перегиба (рис. 1), структура множества решений представляет собой бегущую волну. Методом функции Эванса и путем численного решения уравнения (1) исследована устойчивость этих структур. Для случая, приведенного на рис. 1, устойчивыми являются классические разрывы между точками O и B_0, а также в некоторой окрестности точек D_0 и F_1. Сформулированы гипотезы, устанавливающие допустимость классических разрывов в случае, если функция потока имеет четыре точки перегиба. Для определения множества допустимых разрывов нужно знать скорости особых разрывов с монотонной структурой. Скорости таких разрывов зависят от вида функции потока и соотношения коэффициентов диссипации μ и дисперсии m.

Исследованы структуры особых и классических разрывов (рис. 1). Впервые представлен пример существования двух особых разрывов с монотонной структурой, обладающих разными скоростями. Эти разрывы показаны на рис. 1 точка-

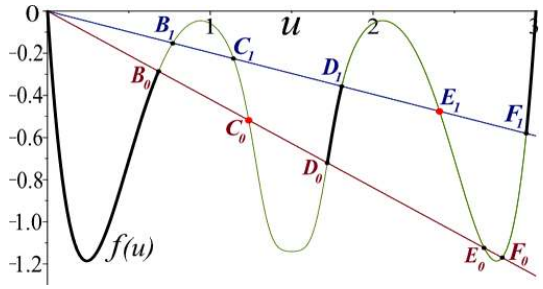


Рис. 1. Функция потока $f(u)$. Выделенные интервалы — множество допустимых разрывов, C_0 и E_1 — особые разрывы

ми C_0 и E_1. Методом функции Эванса исследована линейная устойчивость особых разрывов и показано, что оба разрыва C_0 и E_1 являются линейно устойчивыми. Ранее в [2–4] устойчивость решений в виде бегущей волны исследовалась для функции потока с двумя точками перегиба. Было показано, что устойчивостью обладал всегда только один особый разрыв. Для классических разрывов результаты исследования устойчивости качественно согласуются с полученными ранее в [2, 3] для функции потока с двумя точками перегиба.

1. *Куликовский А. Г.* О возможном влиянии колебаний в структуре разрыва на множество допустимых разрывов // Докл. АН СССР. — 1984. — Т. 275, №6. — С. 268–303.
2. *Chugainova A. P.*, *Il'Ichev A. T.*, *Kulikovskii A. G.*, *Shargatov V. A.* Problem of arbitrary discontinuity disintegration for the generalized Hopf equation: Selection conditions for a unique solution // IMA Journal of Applied Mathematics (Institute of Mathematics and Its Applications). — 2017. — V. 82, no. 3. — P. 496–525.
3. *Il'ichev A. T.*, *Chugainova A. P.*, *Shargatov V. A.* Spectral stability of special discontinuities // Doklady Mathematics. — 2015. — V. 91, no. 3. — P. 347–351.
4. *Chugainova A. P.*, *Shargatov V. A.*, *Kolomiytsev G. V.* On the Instability of Monotone Traveling-Wave Solutions for a Generalized Korteweg—de Vries—Burgers Equation // Russian Journal of Mathematical Physics. — 2022. — V. 29, no. 3. — P. 342–357.

МИКРОСТРУКТУРА И СВОЙСТВА КОМПОЗИТНЫХ ПОКРЫТИЙ Ni–Fe–Cr–B–Si/TiC, ПОЛУЧЕННЫХ ПЛАЗМЕННЫМ НАПЫЛЕНИЕМ

Г. И. Трифонов

ВУНЦ ВВС «ВВА», Воронеж, Россия

При разработке новых материалов для плазменного напыления композитных покрытий с высокой износостойкостью, как правило, за основу принимают высоколегированные сплавы на основе никеля или железа [1]. На сегодняшний день научные исследования по напылению металломатричных композитов на стальные рабочие поверхности деталей, которые эксплуатируются в условиях абразивного изнашивания, недостаточно изучены. Следовательно, проблема упрочнения и восстановления рабочих поверхностей различных деталей машин имеет большое значение [2], поскольку нанесение порошкообразных материалов плазменным напылением позволяет получать композитные покрытия с высокими физико-механическими и эксплуатационными свойствами, что резко увеличивает срок службы изделий в целом.

Так, известны наиболее востребованные материалы для плазменного напыления:

— 40–80% порошка ПГ-ФБХ6-2 и 20–60% порошка ПГ-10Н-01;

— смесь для нанесения покрытий, состоящая из инструментальной стали на основе железа и сплава на основе никеля с фракциями 40–63 мкм;

— порошок на основе никеля и графита, а также порошка силиката натрия;

— 55–65% порошка на основе никеля ПР-НХ17 и 35–45% порошка на основе железа ПР-Х4ГСР.

Однако недостатком приведенных порошков и материалов является относительно низкая твердость получаемого покрытия (57–60 HRC), что при активном трении рабочих поверхностей обработанной детали в условиях ударных воздействий может оказаться недостаточным и привести к возникновению дефектов, которые будут оказывать отрицательное влияние на процесс эксплуатации в целом.

Также прочность сцепления покрытия с основой находится в диапазоне 58–60 МПа, что при активном трении рабочих поверхностей обработанной детали в определенных условиях может оказаться недостаточным и привести к возникновению сколов и задиров.

Самым популярным из материалов напыления является самофлюсующийся порошок ПР-НХ17СР4 на основе никеля и хрома с флюсующими добавками бора, который соответствует ГОСТ 21448-75 (порошок марки ПГ-СР4 типа Ni–Fe–Cr–B–Si).

Покрытие, полученное путем напыления порошка ПР-НХ17СР4 обладает твердостью 55–60 HRC, прочностью сцепления покрытия с основой в 110 МПа, а также стойкостью к абразивному и эрозионному износу за счет высокопрочной фазы Cr_7C_3 [3].

Однако в покрытиях типа Ni–Fe–Cr–B–Si существует такой недостаток как низкая износостойкость, ввиду того, что при изнашивании верхнего слоя покрытия, обнажается менее упрочненный слой и интенсивность изнашивания резко возрастает.

Проведя рад экспериментов, направленных на повышение твердости, прочности сцепления с основой и износостойкости получаемого покрытия за счет теоретически обоснованного подбора рационального состава порошкообразного материала с необходимыми размерами фракций с целью его нанесения плазменным напылением на стальные поверхности деталей, был получен следующие результат: порошок на основе никеля, дополнительно содержащий порошок карбида титана, при этом компоненты взяты в следующем соотношении, мас. %: порошок на основе никеля — 76,5%, порошок карбида титана — 23,5%.

Порошок на основе никеля имеет следующий состав, мас. %: 14–17% хрома, 3,5–4,5% кремния, 3,0–3,8% бора, 0,5–1,0% углерода, железа не более 5%, остальное никель. Порошок на основе никеля имеет фракционный состав 40–64 мкм, а порошок карбида титана — 73–74 мкм.

С добавлением в существующий порошок на основе никеля (Ni–Fe–Cr–B–Si) частиц карбида титана фракцией 73–74 мкм в размере 23,5% от общей массы получаемого композитного покрытия, ряд металлов — Ni и Fe при напылении смачивают поверхность карбида титана, исключая его хрупкость при определенных температурных воздействиях, а также создают перспективные предпосылки для создания износостойкого материала.

После проведения напыления полученного порошкообразного материала проводился металлографический анализ полученного покрытия согласно ГОСТ 1778-70 с использованием оптического микроскопа Axiovert 40 MAT.

С целью выявления структурных составляющих композитного покрытия микрошлифы исследовались без предварительного травления (рис. 1).

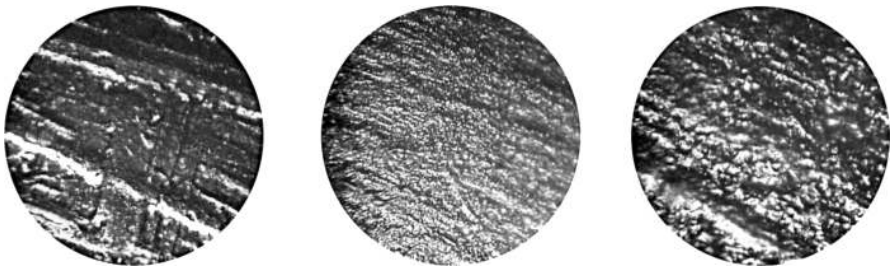


Рис. 1. Микрошлифы покрытия Ni–Fe–Cr–B–Si/TiC

Химический состав покрытия исследовался на искровых оптико-эмиссионных спектрометрах PMI MASTER Pro и ДФС-500.

Прочность сцепления композитного покрытия Ni–Fe–Cr–B–Si/TiC к стальной основе при указанном выше составе напыляемого порошка достигает наибольшего значения и составляет — 380 МПа.

Твердость композитного покрытия (HRC) измерялась на твердомере ПМТ-3 при нагрузке 50 Н по ГОСТ 9013-59 (ИСО 6508-86) по методу Роквелла. По результатам измерений твердость композитного покрытия составила 64–66 HRC.

Износостойкость композитного покрытия Ni–Fe–Cr–B–Si/TiC превосходит аналогичный показатель у легированного покрытия Ni–Fe–Cr–B–Si в 2,52 раза.

Микрошлифы (рис. 1) характеризуется высокой плотностью, равномерностью структуры, низкой пористостью, отсутствием трещин и высокой прочностью сцепления покрытия с основой [2, 4].

1. *Аннин Б. Д., Карпов Е. В.* Механика композитов. — М.: Юрайт; Новосибирск: РИЦ НГУ, 2021. — 85 с.
2. *Трифонов Г. И.* Восстановление рабочих поверхностей шнека транспортирующих устройств плазменным напылением износостойкого композитного покрытия: дис. ... канд. техн. наук: 05.20.03. — Воронеж: ВГАУ, 2022. — 166 с.
3. *Ильющенко А. Ф. и др.* Процессы формирования газотермических покрытий и их моделирование. — Минск: Беларус. навука, 2011. — 357 с.
4. *Трифонов Г. И.* Исследование износостойкости дисперсно-наполненного композитного покрытия, нанесенного плазменным методом напыления // Быстрозакаленные материалы и покрытия: Материалы XIX-й Международной научно-технической конференции, 18–19 октября 2022 г., МАИ: Матер. конф. — М.: Пробел-2000, 2022. — С. 153–157.

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ БАЕРА–НУНЦИАТО ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ УДАРНО-ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В АЛЮМИНИИ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ФЕМТОСЕКУНДНОГО ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА

***П. А. Чупров*[1], *В. В. Шепелев*[1], *Н. А. Иногамов*[2], *В. В. Жаховский*[3], *С. В. Фортова*[1]**

[1]*ИАП РАН, Москва, Россия;* [2]*ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН, Черноголовка, Московская обл., Россия;* [3]*ВНИИА им. Н. Л. Духова, Москва, Россия*

Рассмотрен азадача об облучении объемной алюминиевой мишени одиночным фемтосекундным лазерным импульсом. Выделены и исследованы плоская стадия, переходная стадия и полусферические стадии распространения ударной волны, вы-

званные нагревом. С помощью двумерного и трехмерного цилиндрически-симметричного гидродинамического моделирования, а также моделирования с помощью двухфазной модели Баера–Нунциато (БН) исследуются закономерности распространения и затухания ударных волн.

Лазерные технологии находят свое применение в широком спектре областей промышленности. Особый интерес представляют волновые эффекты, вызываемые лазерным облучением большой мощности. Настоящее исследование мотивировано исследованием перспективной технологии лазерного ударного упрочнения [1]. В работе проводится численной моделирование задачи о фемтосекундном облучении алюминиевой мишени лазером. Разогрев, вызываемый облучением, приводит к образованию в толще мишени ударной волны, чьи характеристики являются предметом исследования.

Волновой процесс в толще мишени можно разделить на три стадии: плоский, переходный и сферический. В начальные моменты времени после облучения (десятки пикосекунд) профиль ударной волны слабо отличается от плоского, соответственно ее распространение практически одномерно. Постепенно плоский фронт волны закругляется и превращается в сферический. В сферическом режиме распространения значительно увеличивается скорость затухания волны.

Работа включает в себя численной моделирование вышеупомянутых процессов с помощью двумерной однофазной гидродинамической модели, однофазной цилиндрически-симметричной гидродинамической моделью и двумерной двухфазной гидродинамической моделью БН [2]. В качестве уравнения состояния для гидродинамических систем уравнений используется поуэмпирическое соотношение Ми–Грюнайзена.

Модель БН, изначально разработанная для моделирования процессов конвективного горения, показала свою гибкость и возможность настройки под разнообразные области применения. С ее помощью были успешно проведены расчеты задачи о столкновении металлических пластин [3], задачи о взаимодействии УВ с пеной [4]. В данной работе модель БН необходима для более простого и точного отображения границы алюминия с вакуумом, чего сложно достичь в однофазной модели.

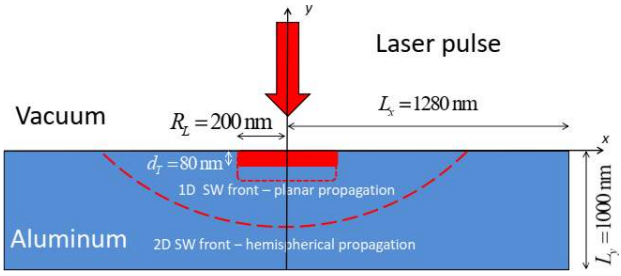


Рис. 1. Постановка задачи

Постановка задачи схематически изображена на рис. 1. Для экономии вычислительных ресурсов рассматривается только половина задачи, а на левой границе расчетной области ставится условие симметрии. Красным отмечена зона начального нагрева, вызванного лазерным импульсом.

На рис. 2 представлено сравнение типичных результатов однофазной и двухфазной моделей. Отчетливо видна разница в отображении процессов, происходящих на границе с вакуумом. В случае однофазной модели на границе возникают нефизичные отрицательные давления, которые проникают в расчетную область

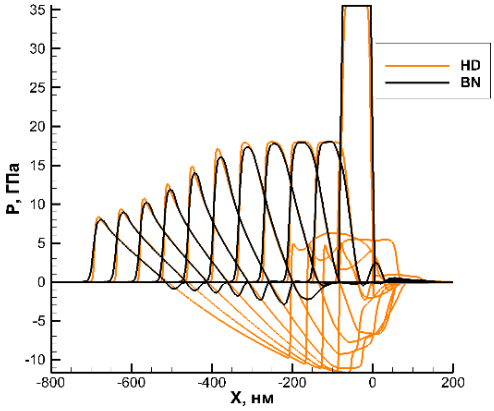


Рис. 2. Профили давления в центре мишени в разные моменты времени с шагом 9,6 пс: BN — двухфазная модель; HD — однофазная

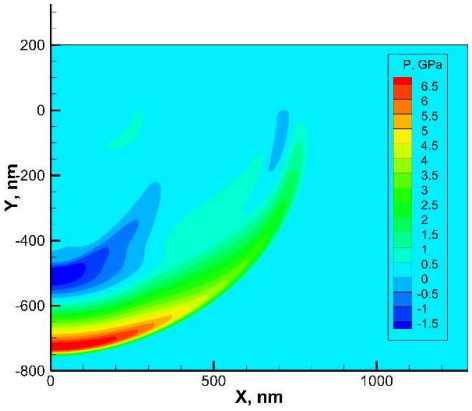


Рис. 3. Распределение давления в момент времени 105,6 пс

и искажают картину решения. Двухфазная модель лишена этого недостатка. На рис. 3 изображено распределение давления в мишени на финальной, сферической стадии распространения.

1. *Shepelev V.*, *Petrov Y.*, *Inogamov N.*, *Zhakhovsky V.*, *Perov E.*, *Fortova S.* Attenuation and inflection of initially planar shock wave generated by femtosecond laser pulse // Optics & Laser Technology. — 2022. — 152, 108100.
2. *Baer M. R.*, *Nunziato J. W.* A two-phase mixture theory for the deflagration-to-detonation transition in reactive granular materials // International Journal of Multiphase Flow. — 1986. — V. 12(6). — P. 861–889. — DOI: 10.1016/0301-9322(86)90033-9.
3. *Chuprov P.*, *Utkin P.*, *Fortova S.* Numerical simulation of a high-speed impact of metal plates using a three-fluid model // Metals. — 2021. — V. 11(8). — P. 1233. — DOI: 10.3390/met11081233.
4. *Чупров П. А.*, *Уткин П. С.*, *Фортова С. В.*, *Киверин А. Д.* Численное моделирование взаимодействия ударной волны со слоем пены с использованием двухжидкостного подхода // Теплофизика высоких температур. — 2023 (в печати).

НЕКОТОРЫЕ АКУСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГЕТЕРОСТРУКТУРЫ С ТОНКОЙ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПЛЕНКОЙ*

***В. Б. Широков*[1,2], *П. Е. Тимошенко*[2], *В. В. Калинчук*[1,2]**

[1]*ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону, Россия;* [2]*ЮФУ, Ростов-на-Дону, Россия*

Поскольку пленки на подложку наносятся при высоких температурах, которые значительно выше комнатной, то из-за различия коэффициентов теплового расширения в пленке возникает вынужденная деформация u_m — misfit strain. Так как эта деформация способна существенно менять свойства пленки, то параметр u_m следует считать управляющим. Вторым управляющим параметром является концентрация компонент сегнетоэлектрического твердого раствора.

*Работа выполнена в рамках реализации госзадания Южного научного центра РАН (номер госрегистрации 01201354242).

Предметом исследования настоящей работы является сегнетоэлектрический твердый раствор титаната бария стронция $Ba_xSr_{1-x}TiO_3$ (BST). Для пленок твердого раствора BST построена термодинамическая теория и фазовая диаграмма в плоскости концентрация–деформация [1]. На фазовой диаграмме BST имеется точка, в которой сходятся фазы: высокосимметричная, с нулевым значением поляризации; *c*-фаза с поляризацией, направленной по нормали к плоскости пленки; *aa*-фаза, с поляризацией, направленной по диагонали квадрата в плоскости пленки. Согласно [1] координаты этой точки $x = 0{,}863$, $u_m = 0$. Для сечения, проходящего через $x = 0{,}863$ в [2] рассмотрено изменение физических свойств пленки (полный набор материальных постоянных) при измении вынужденной деформации u_m. Там же рассмотрены особенности возбуждения акустических рэлеевских волн на поверхности гетероструктуры пленка BST-подложка монокристаллического кремния. Расчеты выполнены в рамках двумерной модели с использованием математического пакета COMSOL Multiphysics. Термодинамическая модель твердого раствора основана на концевых потенциалах. Для BST это титанат бария и титанат стронция. Для титаната бария электроупругие коэффициенты термодинамического потенциала неоднозначны. В работе [2] при вычислении физических свойств использованы значения электроупругих коэффициентов $Q_{11} = 0{,}11$ м^4/К^2 и $Q_{12} = -0{,}045$ м^4/К^2. В публикации [3] в качестве электроупругих коэффициентов термодинамического потенциала использовали значения $Q_{11} = 0{,}1$ м^4/К^2, $Q_{12} = -0{,}034$ м^4/К^2. Эти значения немного меняют фазовую диаграмму. Здесь точка схождения фаз находится при концентрации $x = 0{,}727$. Однако для сечения, проходящего через эту точку, набор фаз не изменился. При этом поведение материальных постоянных в зависимости от u_m изменилось лишь количественно. В связи с этим все полученные в работе [2] результаты остаются справедливыми и для этой модели. Мы рассмотрим в рамках последней модели особенности возбуждения сдвиговых волн в гетроструктуре BST-пленка — кремниевая подложка используя математический пакет COMSOL Multiphysics.

Как известно, имеют место два типа поверхностных волн: Рэлеевская (R-волна), в которой смещения происходят в саггитальной плоскости, и сдвиговая, в которой смещения происходят перпендикулярно саггитальной плоскости — волна Лява. Мы будем рассматривать сдвиговые волны в гетероструктурах «пленка–подложка», поэтому будем называть эту сдвиговую волну S-волной. Традиционно S- и R-волны рассматриваются независимо друг от друга. Однако в некоторых ситуациях (ориентация среза, направление распространения и т. п.) в условиях близости скоростей этих волн они начинают влиять друг на друга. Для поверхностных волн на (001) срезе монокристаллического кремния такое явление наблюдается в растворе углов 27–30 и 60–63 градусов. Наличие сегнетоэлектрической пленки на поверхности усиливает этот эффект, особенно когда поверхность экранирована. На рис. 1 показано поведение скоростей S- и R-волн на поверхности кремния с пленкой BST толщиной 300 нм на длине волны 8 мкм в зависимости от угла распространения.

Как следует из графиков, возбуждение поверхностных R-волн сегнетоэлектрической пленкой наиболее эффективно в *aa*-фазе при положительных значениях вынужденной деформации $u_m > 0$, что подтверждает ранее полученные результаты [2–8], Эффективность возбуждения S-волн как функции направления распространения можно оценить по расстоянию между кривыми скорости звука для свободной и экранированной поверхностей на рис. 1. При нулевом угле — распространение вдоль тетрагональной оси, более эффективно возбуждение R-волн (синяя и красная кривые). S-волны более эффективно будут возбуждаться при углах 40–45°

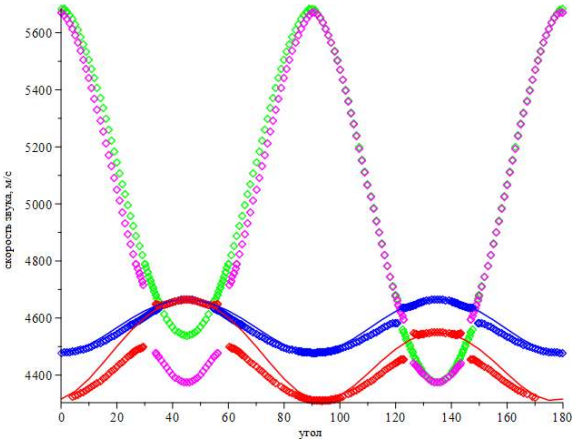


Рис. 1. Зависимость скорости S-волны (сплошная зеленая линия и бордовый пунктир) и R-волны (жирная сплошная синяя и красная линия) от угла распространения в открытом и закороченном случаях в условиях взаимодействия. Тонкими синей и красной линиями представлены скорости R-волны при отсутствии взаимодействия

(зеленая и бордовая кривые). Полученные результаты могут быть использованы при создании устройств на основе ПАВ, при поиске необходимых активных материалов для ПАВ и как метод повышения эффективности генерации ПАВ.

1. *Shirokov V. B.*, *Yuzyuk Yu. I.*, *Dkhil B.*, *Lemanov V. V.* Phenomenological theory of phase transitions in epitaxial $Ba_xTi_{1-x}O_3$ thin films // Physical Review B. — 2009. — V. 79. — 144118,
2. *Shirokov V. B.*, *Timoshenko P. E.*, *Kalinchuk V. V.* Efficiency of generation of surface acoustic waves in barium strontium titanate thin films // IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control. — 2022. — V. 69, No. 5. — P. 1815–1820.
3. *Yamada T.* // Journal of Applied Physics. — 1972. — V. 43. — P. 328.
4. *Hadj-Larbi F.*, *Serhane R.* Sezawa SAW devices: Review of numerical-experimental studies and recent applications // Sensors and Actuators A: Physical. — 2019. — V. 292. — P. 169–197.
5. *Широков В. Б.*, *Калинчук В. В.*, *Шаховой Р. А.*, *Юзюк Ю. И.* Аномальное изменение материальных модулей тонких пленок титаната бария // Прикладная механика и техническая физика. — 2015. — Т. 56, №6. — С. 195–203.
6. *Shirokov V. B.*, *Kalinchuk V. V.*, *Shakhovoy R. A.*, *Yuzyuk Yu. I.* Control of acoustic properties of a BaTiO3 thin film by a planar electric field // EPL (Europhysics Letters). — 2015. — V. 111, No. 1. — P. 16002(4).
7. *Широков В. Б.*, *Калинчук В. В.*, *Тимошенко П. Е.* Свойства тонких пленок твердых растворов титаната бария стронция при вынужденном пьезоэффекте // Доклады академии наук. — 2018. — Т. 479, №6. — С. 620–625.
8. *Timoshenko P. E.*, *Kalinchuk V. V.*, *Shirokov V. B.* Finite-element analysis of scattering parameters of surface acoustic wave bandpass filter formed on barium titanate thin film // International Journal of Smart and Nano Materials. — 2018. — V. 9, No. 2. — P. 88–98.

Секция F **КЛАССИЧЕСКАЯ И НЕБЕСНАЯ МЕХАНИКА, МЕХАТРОНИКА, БИОМЕХАНИКА**

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ В ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННОМ СРЕДСТВЕ В ЗАДАЧЕ МОНИТОРИНГА ОКОЛОЗЕМНОГО КОСМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА

К. М. Вафин, А. А. Кузнецов, Н. А. Завьялова, С. С. Негодяев

МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

В работе была построена математическая модель формирования изображения на фотоприемном устройстве оптико-электронного средства (ОЭС), а также разработана программная реализация этой модели. Были сформированы синтетические изображения ночного неба и изображения траекторий космических объектов при заданных условиях. Полученные результаты были сравнены с реальными снимками, полученными с телескопов.

В настоящее время в околоземном космическом пространстве находится большое количество космических объектов (КО). Для их наблюдения разрабатываются системы мониторинга космического пространства. Существуют следующие актуальные задачи в этой области:

— задача оптимизации работы существующих ОЭС;

— задача размещения новых ОЭС;

— задача анализа мониторинга космического пространства.

Для решения этих задач необходимо использование моделирования. В работе была поставлена задача разработки программного комплекса, реализующего модель формирования изображения на фотоприемном устройстве ОЭС при заданных условиях наблюдения.

Процесс моделирования распространения света от источника — космического объекта — до приемного устройства делится на четыре этапа.

1. Формирование входного поля интенсивности света.

На этом этапе используются геометрические модели видимости КО при наблюдении с Земли. Задаются положения объектов и характеристики ОЭС, рассчитывается область видимости, определяется множество наблюдаемых объектов. Для моделирования звезд в работе используется звездный каталог Tycho-2 [5]. Положения звезд корректируются с учетом световых аберраций [2]. С помощью полученных данных формируется входное поле интенсивности света.

2. Прохождение входного поля через атмосферу Земли.

На этом этапе используются модели функции пропускания и функции размытия точки для атмосферы [1]. Также учитывается преломление света при прохождении через слои атмосферы, что влияет на расположение изображений КО на приемнике [3].

3. Прохождение поля через оптическую систему.

На этом этапе свет преобразуется в соответствии с характеристиками оптической системы. Модель оптической системы включает в себя модели функции

пропускания, функции волновой аберрации и функции диафрагмы [1]. Также учитываются освещенности неба, Луны и Солнца [4].

4. Формирование изображения на фотоприемном устройстве.

После преобразования светового поля моделируется работа фотоприемного устройства. Интенсивность поля преобразуется в фотоны, их количество рассчитывается в каждом пикселе матрицы приемника. На данном этапе используется модель матричного фотоприемника, включающую в себя геометрические характеристики матрицы, емкость пикселей, зависимость квантовой эффективности матрицы от длины волны излучения. Также учитываются тепловой шум и шум считывания матрицы [1, 6].

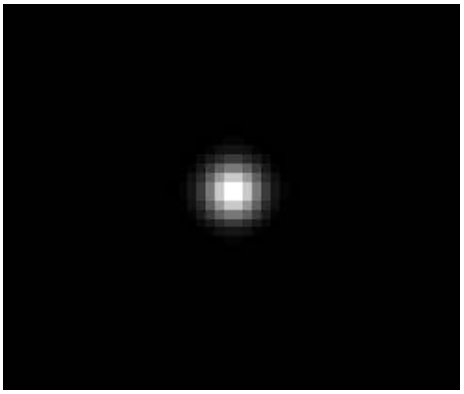


Рис. 1. Рассеяние атмосферой

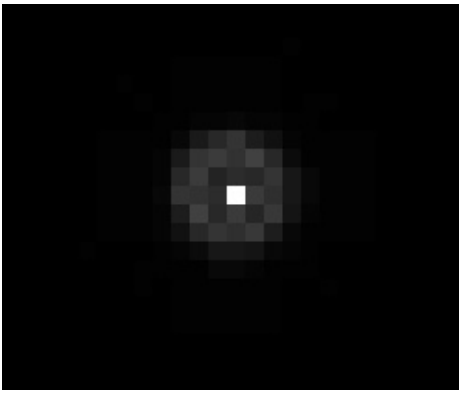


Рис. 2. Изображение точечного источника, полученное оптической системой

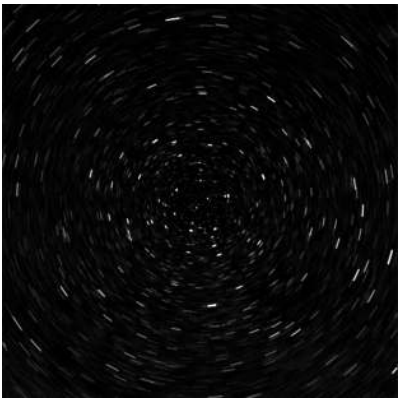


Рис. 3. Изображение звездного неба при наблюдении с полюса, сформированное при большой выдержке

Результаты моделирования размытия источника света при наблюдении через атмосферу и моделирования изображения точечного источника при прохождении через оптическую систему со сферической аберрацией показаны на рисунках 1 и 2, соответственно.

При формировании изображения также учитывалось время экспозиции, движение Земли и небесных объектов во время съемки. Пример моделирования изображения звездного неба с северного полюса в статическом режиме при большом времени экспозиции представлен на рис. 3.

1. *Домненко В. М.*, *Бурсов М. В.*, *Иванова Т. В.* Моделирование формирования оптического изображения: Учеб. пособ. — СПб: НИУ ИТМО, 2011. — 141 с.
2. *Абалакин В. К.*, *Аксенов Е. П.*, *Гребеников Е. А.*, *Рябов Ю. А.* Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит-ры изд-ва, 1971. — 584 с.
3. *Saemundsson T.* Atmospheric refraction // Sky and Telescope. — 1986. — V. 72. — P. 70.
4. *Krisciunas K.*, *Schaefer B. E.* A Model for The Brightness of Moonlight // Publications of the Astronomical Society of the Pacific. — 1991. — V. 103. — P. 1033–1039.
5. *Hog E. et al.* The Tycho-2 catalogue of the 2.5 million brightest stars. — Washington DC: Naval Observatory, 2000.
6. *Громилин Г. И. и др.* Моделирование процесса сканирования изображений с использованием матричных фотоприемников // Труды XXIV Международной научно-технической конференции по фотоэлектронике и приборам ночного видения. — 2016. — С. 200–205.

ВЫВОД УРАВНЕНИЙ ГРАВИТАЦИИ И ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ ИЗ ПРИНЦИПА НАИМЕНЬШЕГО ДЕЙСТВИЯ И ТЕМНАЯ ЭНЕРГИЯ

В. В. Веденяпин

ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия

В классических работах (см. [1–4]), уравнения для полей предлагаются без вывода правых частей. Здесь мы даем вывод правых частей уравнений Максвелла и Эйнштейна в рамках уравнений Власова–Максвелла–Эйнштейна из классического, но немного более общего принципа наименьшего действия [5, 6]. Получающийся вывод уравнений типа Власова дает уравнения Власова-Эйнштейна отличные от того, что предлагались ранее [7, 8]. Предлагается способ перехода от кинетических уравнений к гидродинамическим следствиям [5, 6], как это делалось раньше уже самим А. А. Власовым [4]. В случае гамильтоновой механики от гидродинамических следствий уравнения Лиувилля возможен переход к уравнению Гамильтона–Якоби, как это делалось уже в квантовой механике [9] и в общем гамильтоновом подходе. Таким образом, получаются в нерелятивистском случае решения Милна–Маккри, нерелятивистский аналог решений типа Фридмана нестационарной эволюции Вселенной. Это позволяет проанализировать Лямбду Эйнштейна и темную энергию [5, 6].

1. *Фок В. А.* Теория пространства, времени и тяготения. — М.: ЛКИ, 2007.
2. *Ландау Л. Д.*, *Лифшиц Е. М.* Теория поля. — М.: Наука, 1988.
3. *Вейнберг С.* Гравитация и космология. — М.: Мир, 1975. — 696 с.
4. *Власов А. А.* Статистические функции распределения. — М.: Наука, 1966. — 356 с.
5. *Vedenyapin V. V.*, *Fimin N. N.*, *Chechetkin V. M.* The generalized Friedman model as a self-similar solution of Vlasov–Poisson equations system // European Physical Journal Plus. — 2021. — V. 136, No. 670.
6. *Веденяпин В. В.*, *Воронина М. Ю.*, *Русских А. А.* О выводе уравнений электродинамики и гравитации из принципа наименьшего действия // ДАН. — 2020. — Т. 495. — С. 9–13.
7. *Cercigniani C.*, *Kremer G. M.* The relativistic Boltzmann Equation: theory and applications. — Boston, Basel, Berlin: Birghause, 2002.
8. *Choquet–Bruhat Y.* Introduction to general relativity, black holes and cosmology. — New York: Oxford University Press, 2015.
9. *Madelung E.* Quantentheorie in hydrodynamischer form (Quantum theory in hydrodynamic form) // Z. Phys. — 1926. — V. 40. — P. 322–326.

ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ БИОМЕХАНИКИ РОГОВИЦЫ С КЕРАТОКОНУСОМ ПРИ КОМПЬЮТЕРНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ЕЕ МЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ПРИ ДИАГНОСТИКЕ И ЛЕЧЕНИИ*

И. Н. Захаров, Е. Г. Солодкова, В. Х. Лэ

ВолгГТУ, Волгоград, Россия

Проблема идентификации свойств роговицы в различных состояниях и с разной степенью паталогических изменений является весьма актуальной для современной офтальмологии. Приходится констатировать отсутствие однозначных клинических и экспериментальных данных о величине и распределении по объему упругих и прочностных свойств роговицы в нормальном состоянии и, тем более, при наличии, например, эктатического процесса. Возможности современного испытательного оборудования остаются ограниченными, как в плане построения пространственных карт распределения свойств, так и повторяемости результатов на широкой базе пациентов, разных приборах и методиках. В этой связи большое значение приобретают методы расчетного определения характеристик роговицы на базе пациент-ориентированных математических моделей и вычислительных экспериментов, воспроизводящих распространенные натурные методики испытаний — контактной и бесконтактной тонометрии, растяжения образцов, действия давления и т. д. Перспективными представляются модели развития эктатических процессов, позволяющие описать динамику изменения структуры и свойств ткани по мере развития заболевания.

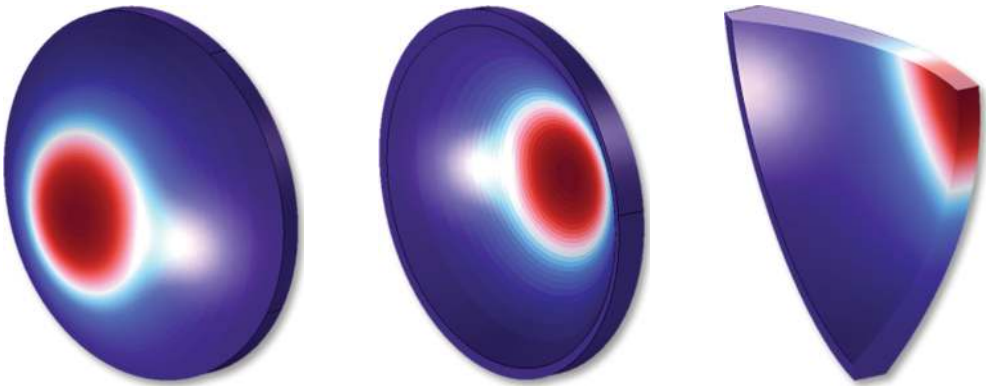
Разработанная на базе компьютерной системы конечно-элементного моделирования *Comsol Multiphysics* трехмерная модель роговицы включает несколько уровней персонализации, позволяющих с высокой степенью достоверности получать расчетные результаты, соответствующие клиническим данным реальных пациентов, и, как следствие, рассматривать ее в качестве пациент-ориентированного вычислительного инструмента исследования специфики заболеваний и методик их лечения.

Указанные уровни персонализации включают прямое использование приборных клинических данных пациента, импортируемых в модель из рабочих файлов кератотопографа *Pentacam AXL* и бесконтактного пневмотонометра *Corvis ST*. Так, геометрическая 3D-модель роговицы строится путем интерполяции координат точек передней и задней поверхности, полученных из *Pentacam AXL*, а параметры ее нагружения — внутриглазное давление и давление в центре воздушной струи в каждый момент времени в ходе пневмотеста задаются по данным *Corvis ST* (рис. 1).

Ряд параметров моделей роговицы остаются неизвестными (например, геометрия ненагруженного состояния, параметры механического поведения материала и их распределение по объему роговицы в норме и паталогии, распределение давления воздушной струи по поверхности роговицы в различные моменты времени и т. д.), поскольку их прямое экспериментальное определение либо невозможно, либо крайне затруднительно.

Для определения таких параметров формулируется и решается ряд обратных задач, в которых в качестве исходных данных используется экспериментальная информация о текущем состоянии роговицы и ее поведении под нагрузками, а искомые неизвестные параметры модели устанавливаются по результатам серии вычислительных (виртуальных) экспериментов на модели и их соответствия опытным данным.

*Исследование выполнено за счет гранта РНФ (проект №22-21-20085).



а *б* *в*

Рис. 1. Геометрическая модель роговицы с зоной пониженной жесткости в области кератоконуса по передней (*а*), задней (*б*) поверхностям и в сечениях по толщине (*в*)

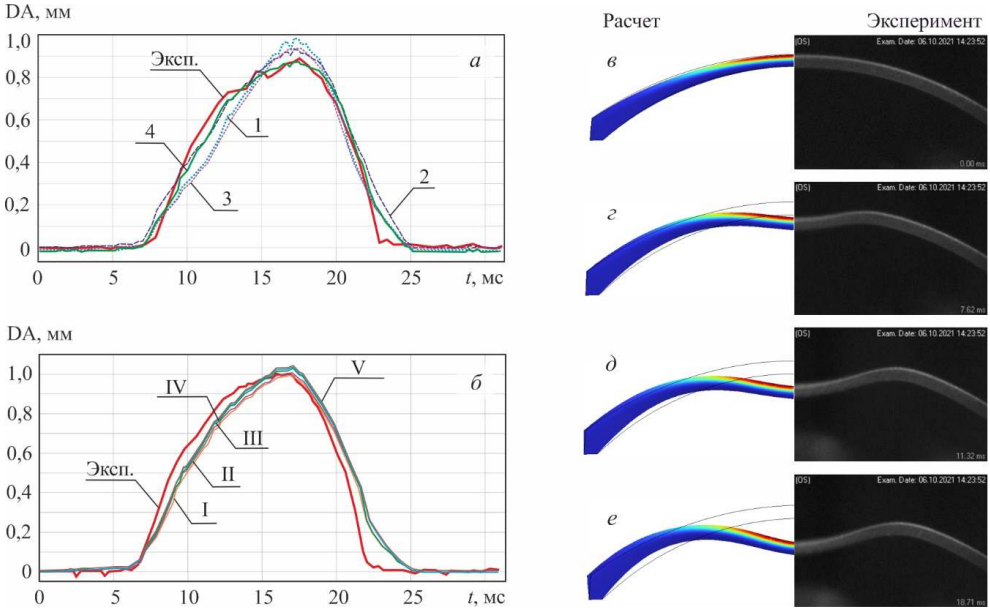


Рис. 2. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных по амплитуде деформаций роговицы при действии воздушного импульса: *а* — для некоторых моделей гиперупругости (Эксп. — экспериментальные данные; 1 — Муни–Ривлина с двумя параметрами; 2 — Муни–Ривлина с 5 параметрами; 3 — Огдена; 4 — Йо); *б* — для различных алгоритмов оптимизации параметров материала (I — MMA; II — IPORT; III — BOBYQA; IV — COBYLA; V — Nelder–Mead); *в–е* — картины деформаций в назально-темпоральном сечении роговицы

В частности, исходная геометрия роговицы восстанавливается из решения задачи о действии на заднюю поверхность роговицы давления, обратного внутриглазному. При этом величина поправочного коэффициента, учитывающего изменение геометрии нагружаемой поверхности, уточняется в итерационном процессе.

Идентификация параметров модели гиперупругого поведения материала роговицы связана с решением достаточно сложной задачи, так как требует отыскания

сразу нескольких параметров (в нашем случае, трех — для здоровой роговицы и пяти — для роговицы с кератоконусом), которые при этом не поддаются прямому экспериментальному определению. В этом случае используется процедура многопараметрической оптимизации с отысканием минимума целевой функции метода наименьших квадратов на основе измеренных данных о амплитуде деформации роговицы пациента, полученных на пневмотонометре *Corvis ST*. Выбор алгоритма минимизации производился на основе серии предварительных вычислительных экспериментов по многопараметрической оптимизации моделей здоровых роговиц и роговиц с кератоконусом по наименьшему отклонению расчетных и опытных данных).

На основе разработанной методики расчетного восстановления упругих свойств модели материала роговицы были определены значения соответствующих параметров для роговиц в нормальном состоянии и с кератоконусом различных стадий на примере 78 пациентов. Установлены закономерности их изменения в зависимости от степени развития заболевания и различных вариантов описания и положения зоны пониженных свойств. На основе сопоставления расчетных картин распределения геометрических параметров роговицы и интенсивности напряжений и деформаций по ее объему под действием внутриглазного давления с картами пахиметрии, элевации и кривизны, полученными при обследовании конкретного пациента, проанализированы основные возможные механизмы локализации области кератоконуса.

ИССЛЕДОВАНИЕ РАДИАЦИОННОГО УСКОРЕНИЯ, ДЕЙСТВУЮЩЕГО НА НЕСФЕРИЧЕСКИЕ ОБЪЕКТЫ В ОКОЛОЗЕМНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Е. А. Ильин, А. А. Кузнецов, Н. А. Завьялова, С. С. Негодяев

МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

В настоящее время количество космических объектов в околоземном пространстве стремительно увеличивается. Большинство из них — космический мусор. Прогнозирование и предотвращение столкновений действующих космических аппаратов с мусором требует высокоточного прогнозирования траекторий. По этой причине постоянно создаются и совершенствуются различные модели.

На высоких орбитах важную роль играет радиационное давление. Прямое излучение Солнца, альбедо, тепловое излучение Земли и собственное излучение спутника могут существенно изменить траекторию. Для имитации этих эффектов большинство современных моделей приближают космический объект к сфере, радиус которой определяется вместе с параметрами орбиты. Однако пренебрежение формой космического объекта и его ориентационным движением может привести к значительным ошибкам.

Настоящая работа разделена на три части. В первой части авторы проанализировали влияние излучения на движение космического объекта. Для объектов с разной формой и разной начальной ориентацией были решены задачи Коши для уравнений орбитального движения, вращательного движения и уравнения теплового баланса. Предполагалось, что на космический объект воздействуют гравитационные силы Земли и других небесных тел, прямое солнечное излучение, излучение, отраженное от Земли, и тепловое излучение Земли. Также было учтено тепловое излучение объекта. Прямое моделирование всех эффектов позволило не только оценить их вклад в эволюцию траектории, но и проанализировать зависимости возмущающих ускорений от параметров орбиты и положения Солнца.

Вторая часть посвящена анализу возмущающих ускорений. Авторы показали, что радиационные ускорения являются периодической функцией фазового угла для широкого спектра форм космических объектов. Исходя из этого авторы предложили аппроксимацию этих ускорений усеченными рядами Фурье.

В третьей части было протестировано предложенное приближение Фурье. Сначала были сгенерированы измерения траектории для космического объекта известной формы. Затем была выполнена процедура определения параметров орбиты и коэффициентов разложения Фурье (форма объекта, его траектория и вращательное движение считались неизвестными). Исследования показали, что предложенный подход позволяет более точно определять положение объекта по сравнению со сферическим приближением.

1. *Vallado D. A.* Fundamentals of astrodynamics and applications. — Springer Science & Business Media, 2001. — V. 12.
2. *Авдюшев В. А.* Численное моделирование орбит. — Томск: Изд-во НТЛТ, 2010. — 282 с.
3. *Чувашов И. Н.* Численное моделирование задач орбитальной динамики ИСЗ с использованием параллельных вычислений: дис. — Гл. астроном. обсерватория РАН, 2017.
4. *Чувашов И. Н.* Учет негравитационных эффектов в движении околоземных объектов // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. — 2013. — №4. — С. 145–150.
5. *Knocke P., Ries J., Tapley B.* Earth radiation pressure effects on satellites // Astrodynamics conference. — 1988. — P. 4292.
6. *Farinella P., Vokrouhlický D.* Thermal force effects on slowly rotating, spherical artificial satellites — I. Solar heating // Planetary and space science. — 1996. — V. 44, No. 12. — P. 1551–1561.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКИХ ВАРИАЦИЙ КОЛЕБАНИЙ ПОЛЮСА ЗЕМЛИ

С. С. Крылов, В. В. Перепелкин

МАИ, Москва, Россия

Вопрос объяснения механизма возбуждения чандлеровского колебания является одним из основополагающих в исследовании движения земного полюса. По крайней мере часть возмущений, приводящих к вариациям параметров чандлеровского колебания оказываются следствием механизма ее возбуждения. Поэтому исследование переменности параметров основных компонент колебаний земного полюса (вообще говоря, не только чандлеровской, но и годичной) представляет значительный интерес не только для задачи прогнозирования движения полюса, но и связана с изучением механизма возбуждения чандлеровского колебания.

Как показано в [1, 2] в движении земного полюса можно обнаружить 18-летние колебания его параметров, согласованные с движением плоскости лунной орбиты по отношению к экватору Земли. Эти колебания присутствуют в амплитуде b и вариации угла $\delta\varphi$, которые определяются преобразованием:

$$\begin{pmatrix} b\cos\delta\varphi \\ b\sin\delta\varphi \end{pmatrix} = \Pi(w_2 - w_1)\left[\Pi(w_1)\begin{pmatrix} x - c_x \\ y - c_y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_0 \\ 0 \end{pmatrix}\right],$$

$$w_2 = \begin{cases} w_h, & \text{если} \quad a_h < a_{ch}, \\ w_{ch}, & \text{если} \quad a_{ch} < a_h, \end{cases} \qquad w_1 = \begin{cases} w_{ch}, & \text{если} \quad a_h < a_{ch}, \\ w_h, & \text{если} \quad a_{ch} < a_h, \end{cases} \tag{1}$$

$$\dot{w}_h = \nu\omega_*, \quad \dot{w}_{ch} = N\omega_*.$$

Здесь $\Pi(\alpha)$ — матрица плоского поворота на угол α; a_0 — среднее значение амплитуды колебаний полюса при его движении вокруг «средней точки» за 6-летний цикл (без трендовой составляющей); c_x, c_y задают положение «средней точки» полюса и содержат константы, вековые слагаемые и вариации с периодами более шести лет; a_{ch}, a_h — амплитуды чандлеровской и годичной гармоник с фазами w_{ch}, w_h, соответственно; $N \cong 0{,}843$, $\nu = 1$ — чандлеровская и годичная частоты, измеряемые в циклах/год; ω_* — среднее движение барицентра системы Земля–Луна по орбите вокруг Солнца; $\dot{w}_2 - \dot{w}_1 = \pm\nu_T\omega_*$ — частота шестилетней цикличности движения полюса.

С помощью численной обработки данных наблюдений на основе спектрального анализа показано, что амплитуда найденного 18-летнего колебательного процесса не является постоянной, а его частота и фаза стабильны и согласованы с изменением угла наклона плоскости лунной орбиты к земному экватору. Установлено, что найденные 18-летние колебания в параметрах b и $\delta\varphi$ являются следствием зависимости параметров чандлеровской и годичной компонент от прецессии лунной орбиты.

1. *Перепёлкин В.В.*, *Рыхлова Л.В.*, *Филиппова А.С.* Долгопериодические вариации в колебательном процессе земного полюса, вызванные лунным возмущением // Астрономический журнал. — 2019. — Т. 96, №3. — С. 255–264.
2. *Перепёлкин В.В.*, *Рыхлова Л.В.*, *Сое Вэй Ян.* О синфазности вариаций параметров движения земного полюса и прецессии орбиты Луны // Астрономический журнал. — 2022. — Т. 99, №1. — С. 75–87.

РОЛЬ МИГРАЦИИ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ В ЭВОЛЮЦИИ ЗЕМЛИ И ПЛАНЕТ*

М.Я. Маров, С.И. Ипатов

ГЕОХИ РАН, Москва, Россия

Маровым и Ипатовым [4] опубликован обзор работ по миграции небесных тел в Солнечной системе. В нем, частности, обсуждалась эволюция протопланетного диска, аккумуляция планет, формирование астероидного и транснептунового поясов, миграция ледяных тел к Земле. Маров и др. [7] моделировали фрагментацию пылевых фрактальных кластеров на линии льда в протопланетном диске. Показано, что крупные массивные фрагменты с внутренней стороны линии льда могут образовываться, если ледяные агрегаты в среднем существенно крупнее тугоплавких. На основании расчетов миграции планетезималей был сделан вывод [2] о том, что на конечных стадиях формирования планет земной группы планетезимали, первоначально находившиеся на радиальном расстоянии от 1,1 до 2,0 а.е., могли войти в состав Земли и Марса в отношении, не сильно отличавшемся от отношения масс этих планет.

Обсуждались модели миграции планетезималей, комет и астероидов к Земле и планетам земной группы из зоны питания планет-гигантов и из внешней части астероидного пояса. Эти тела, обогащенные водой и летучими, могли внести определяющий вклад в образование гидросферы и атмосферы Земли, формировавшейся в высокотемпературной зоне протопланетного диска, где летучие не удерживаются. Показано, что масса воды, доставленной к Земле за счет планетезималей, комет и астероидов класса углистых хондритов сравнима с массой земных океанов [3].

*Исследования были выполнены в рамках госзадания ГЕОХИ им. В.И. Вернадского РАН.

В расчете на единицу массы планеты для Венеры такая масса была почти такой же, как для Земли, а для Марса примерно в два–три раза больше. Эти оценки подкрепляют гипотезу о возможном существовании древних океанов на Марсе и Венере. В [9] сделан вывод о том, что вещество планетезималей, которое подверглось плавлению, почти не содержит воды даже за так называемой «снеговой линией» (линией фазового перехода вода–лед). По мнению авторов статьи, такое дифференцированное вещество могло содержаться в тех планетезималях, диаметры которых превышали ~ 20 км и которые сформировались в первые 1,5 млн лет после начала формирования Солнечной системы, когда распадался короткоживущий радиоактивный изотоп ^{26}Al. По нашему мнению, результаты этой статьи не противоречат модели наполнения земных океанов за счет экзогенного источника воды. Дифференциацию и, соответственно, дегазацию, не испытали планетезимали меньшего размера (≤ 20 км), вероятно преобладавшие в зонах аккумуляции планет-гигантов. Формирование многих планетезималей могло происходить и после завершения распада ^{26}Al. Считается, что транснептуновые объекты, спутники планет-гигантов и кометы содержат значительное количество воды, причем диапазон их размеров широк и охватывает размеры планетезималей, мигрировавших к Земле.

Рассмотрены современные модели происхождения Луны, включая популярную модель мегаимпакта, мультиимпактную модель столкновений планетезималей с зародышем Земли и модель формирования зародышей Земли и Луны в результате сжатия разреженного пылевого сгущения. Нами предложена модель, согласно которой угловой момент сгущения, необходимый для формирования зародышей системы Земля–Луна, был приобретен при столкновении двух исходных сгущений, а большая часть вещества, вошедшего в зародыш Луны, могла быть выброшена с Земли при многочисленных столкновениях с ней планетезималей [1].

Проведен анализ моделей миграции планет-гигантов в ранней Солнечной системе. На основе анализа состава планет-гигантов ранее было показано, что крупные зародыши Урана и Нептуна сформировались недалеко от орбиты Сатурна. Результаты численных расчетов показали, что такие зародыши могли мигрировать на их современные орбиты под влиянием гравитационных взаимодействий с планетезималями. В ходе эволюции таких дисков большинство планетезималей выбрасывалось на гиперболические орбиты, а большая полуось орбиты Юпитера уменьшалась.

Исследования миграции пыли в Солнечной системе показали [8], что вклад в зодиакальный свет кометных частиц, образовавшихся внутри орбиты Юпитера, и частиц, образовавшихся за пределами орбиты Юпитера (в том числе транснептуновых частиц) примерно равен $\sim 1/3$ для каждого из этих источников. Доля астероидной пыли составляет $\sim 0{,}3$–$0{,}5$. Вклад частиц от долгопериодических комет, комет галеевского типа и комет типа Энке не превышает 0,10–0,15. Средние эксцентриситеты орбит зодиакальных частиц, находящихся на расстоянии 1–2 а.е. от Солнца, находятся в диапазоне от 0,2 до 0,5.

Обсуждаются вероятные процессы формирования экзопланетных систем [5, 6]. В частности, на основе численного моделирования при ряде исходных допущений сделан вывод, что приток ледяных планетезималей к внутренним экзопланетам в системе Проксима–Центавра мог быть больше аналогичного притока к Земле.

1. *Ипатов С. И.* Формирование зародышей Земли и Луны из общего разреженного сгущения и их последующий рост // Астрономический вестник. — 2018. — Т. 52, №5. — С. 411–426.
2. *Ипатов С. И.* Вероятности столкновений планетезималей из различных областей зоны питания планет земной группы с формирующимися планетами и Луной // Астрономический вестник. — 2019. — Т. 53, №5. — С. 349–379.

3. *Маров М. Я.*, *Ипатов С. И.* Доставка воды и летучих к планетам земной группы и к Луне // Астрономический вестник. — 2018. — Т. 52, №5. — С. 402–410.
4. *Маров М. Я.*, *Ипатов С. И.* Процессы миграции в Солнечной системе и их роль в эволюции Земли и планет // Успехи физических наук. — 2023. — Т. 193, №1. — С. 2–32.
5. *Маров М. Я.*, *Шевченко И. И.* Экзопланеты: природа и модели // Успехи физических наук. — 2020. — Т. 190, №9. — С. 897–932.
6. *Маров М. Я.*, *Шевченко И. И.* Экзопланеты. Физика, Динамика, Космогония. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2022. — 192 с.
7. *Маров М. Я.*, *Русол А. В.*, *Макалкин А. Б.* Моделирование фрагментации пыле-ледяных кластеров на линии льда в протопланетных дисках // Астрономический вестник. — 2021. — Т.55, №3. — С. 244–264.
8. *Ipatov S. I.*, *Kutyrev A.*, *Madsen G. J.*, *Mather J. C.*, *Moseley S. H.*, *Reynolds R. J.* Dynamical zodiacal cloud models constrained by high resolution spectroscopy of the zodiacal light // Icarus. — 2008. — V. 194, No. 2. — P. 769–788.
9. *Newcombe M. E.*, *Nielsen S. G.*, *Peterson L. D. et al.* Degassing of early-formed planetesimals restricted water delivery to Earth // Nature. — 2023. — DOI: 10.1038/s41586-023-05721-5.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВИБРАЦИОННОЙ НАГРУЗКИ НА ЭЛЕКТРОФИЗИОЛОГИЧЕСКИЕ БИОПОТЕНЦИАЛЫ ОПЕРАТОРА

Т. Н. Матвеева, А. В. Торчинская

МАИ, Москва, Россия

В настоящее время человек постоянно соприкасается с вибрационными явлениями. Механические колебания, создаваемые различными транспортными средствами, оказывают существенное влияние на организм человека в целом. При воздействии вибрации возникают отклонения в работе центральной нервной системы, отдельных органов, что может при длительном воздействии к возникновению вибрационной болезни.

Вибрационная болезнь (ВБ) — хроническое профессиональное заболевание, характеризующееся поражением периферической сосудистой, нервной и скелетно-мышечной систем в зоне воздействия вибрации при длительным воздействии производственной вибрации выше предельно допустимых условий [1].

Для предотвращения возникновения данного заболевания на ранних этапах современный работодатель должен разработать технологии, снижающие вибрационную нагрузку на человека-оператора. Для разработки стенда виброзащиты на начальном этапе можно создать комплекс, представляющий сочетание элементов моделирования и вибрационной платформы. В данном случае производятся измерения за пределами частотного диапазона 35–250 Гц, так как в нем наблюдаются наиболее значимые повреждающие воздействия на организм человека [2]. Одним из преимуществ разрабатываемого стенда является его возможность макетировать диагностику биопотенциалов синхронно с воздействием создаваемых вибраций, что позаоляет отказаться от дорогих диагностических медицинских устройств. По габаритным характеристикам стенд соответствует современным тренажерам для обучения операторов транспортных средств. В то же время он может являться основой для проведения лабораторного практикума обучающимся медико-технического направления.

Данные преимущества можно получить, объединив в стенде для определения режимов виброзащиты в работе оператора транспортным средством набор-кон-

структор «Юный нейромоделист» [3] и электрогидравлическую или электродинамическую вибрационную платформу. Наиболее важными патогенными звеньями формирования вибрационной болезни являются: раздражение рецепторов кожного покрова дистальных отделов рук; развитие дегенерации аксонов с метаболическими нарушениями в нейронах; нарушение кровоснабжения нервных волокон периферических нервов за счет ангиоспазма обуславливает избыточную чувствительность тканей к нейротрансмиттерам и может способствовать дополнительному выделению простангландитов, способствующих вазоконстрикции; нарушается транскапиллярный обмен кислорода с развитием тканевой гипоксии в зоне воздействия вибрации; изменяются реологические свойства периферической крови; вибрация вызывает снижение деформируемости мембран эритроцитов, изменение свойственной им сферической формы, что способствует дальнейшему усугублению микроциркуляторных расстройств, в первую очередь, на уровне прекапилляров и капилляров; изменяется функциональное состояние различных отделов головного мозга за счет сложнорефлекторного влияния вибрации на ЦНС с нарушением регулирующих ее влияний на сосудистый тонус не только на периферии, но и мозговой кровоток.

Постановка дифференциального диагноза и выявление указанных патогенных звеньев требует проведения следующих диагностических исследований.

Электромиограмма (ЭМГ) — метод, позволяющий измерить электрическую активность мышц во время их сокращения. После обработки полученного сигнала сделать вывод о различных параметрах их работы.

Электроэнцефалограмма (ЭЭГ) — метод регистрации электрической активной клеток головного мозга в виде сумм волн определенной формы. На основе полученных данных можно судить о работе головного мозга и диагностики различных заболеваний.

Фотоплетизмограмма (ФПГ) — измерение зависимости кровенаполнения капилляров от времени. С помощью оптической пульсометрии можно регистрировать пульсовые волны, а по ним — определять сердечный ритм и диагностировать заболевания сердечно-сосудистой системы.

Электрокардиограмма (ЭКГ) — метод регистрации электрической активности сердца. Этот метод позволяет усилить небольшой электрический сигнал с поверхности кожи и на его основе судить о процессах, происходящих в сердце.

Кожно-гальваническая реакция (КГР) — форма биоэлектрической реакции, регистрируемая на поверхности кожи при изменении ее электропроводности. происходит от автономной активации деятельности потовых желез в коже. Потоотделение на руках и ногах вызвано эмоциональной стимуляцией: когда человек эмоционально возбуждается, данные КГР показывают отличительные закономерности в эмоциональном состоянии и могут использоваться для анализа данных.

В докладе рассматриваются схемные и алгоритмические решения, полученные в ходе разработки экспериментального стенда [5]. В рамках исследовательской работы решаются задачи оптимизации режимов работы стенда с целью получения максимального отношения сигнал/шум, исследование временной стабильности параметров средств макетирования электрофизиологической диагностики, разработка алгоритмов индивидуальной калибровки системы регистрации электрофизиологических показателей. В соответствии с поставленными задачами на начальном этапе работы проводятся исследования влияния вибрационной нагрузки на биопотенциалы оператора транспортного средства. Итогом проведенных измерений должен стать расчет применяемых фильтров, способных реализовать цель работы.

1. Вибрационная болезнь: учебное пособие для обучающихся / Сост. К. А. Зыков, А. М. Попкова, Н. С. Сметнева, Н. П. Игонина, Н. В. Самойлова, И. В. Голобородова, М. М. Шарипова, О. В. Капто; МГМСУ. — М.: РИО МГМСУ, 2022. — 47 с.
2. *Кочетов О. С.* Системы защиты человека-оператора от вибраций // Вестник Академии знаний. — 2015. — №12(1). — С. 6–14.
3. Прикладная электрофизиология. Методические материалы: теория и лабораторные работы. — М.: ООО «Битроникс», 2017. — 79 с.
4. Физиология человека. Т. 1, 2 / Под ред. Р. Шмидта и Г. Тевса. — М.: Мир, 2012. — 600 с.
5. *Тикунова К. В.*, *Брысин А. Н.*, *Микаева С. А.* Алгоритм определения степени утомляемости человека-оператора под воздействием вибрации // Автоматизация. Современные технологии. — 2022. — Т. 76, №7. — С. 322–327.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОТЕНЦИАЛА ЛЕННАРДА-ДЖОНСА ДЛЯ РАСЧЕТА ГРАВИТАЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ*

М. Н. Машкин

МАИ, Москва, Россия

Предлагается использование потенциала Леннарда-Джонса [1, 2] для расчета гравитационного взаимодействия, что позволяет выполнять расчет гравитационного потенциала и сил взаимодействия в условиях микрогравитации.

Исходя из гипотетической модели пространств [3, 4], гравитационное взаимодействие можно рассматривать как процесс выталкивания объектов, обладающих массой, из двухмерного пространства, как пространство магнитной энергии, в трехмерное пространство, как пространство гравитационной энергии, по закону Архимеда — гипотеза М. В. Ломоносова «259. Тяготительная материя прижимает тела к земле...» [5].

С учетом приведенной плотности энергии пространства сила выталкивания будет иметь вид:

$$F_A = g \cdot \rho V, \tag{1}$$

где ρ — плотность окружающей среды, V — объем вытесняемого тела, g — ускорение свободного падения.

Так как взаимодействующие тела имеют один и тот же знак массы, то из условия симметрии они отталкиваются, что наблюдаем на примере зарядов с одним знаком массы и одноименных полюсов магнитов, в точке равенства нулю потенциала Леннарда-Джонса силы выталкивания и отталкивания равны между собой.

По аналогии с электрическим и магнитным взаимодействиями можно предположить, что сила отталкивания имеет вид:

$$F_g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}, \tag{2}$$

где m_1 и m_2 — взаимодействующие тела, G — гравитационная постоянная, r — дистанция между взаимодействующими телами в трехмерном пространстве.

Приведем формулу (2) к случаю одномерного пространства:

$$F_g = G_m m_1 m_2, \tag{3}$$

*Автор выражает благодарность С. А. Гасанову и Б. П. Кондратьеву из ГАИШ МГУ.

где $G_m = 4\pi G/(r^0)^2$ и при условии, что m_2 — пробное тело, $G_m m_1$ — ускорение свободного падения, а ρV — соответствует массе m_2 объема среды, вытесненного пробным телом, при точечном представлении пробного тела.

Результирующая сила взаимодействия в этом случае будет иметь вид:

$$F = F_g - F_A. \tag{4}$$

Рассчитаем потенциал трехмерного пространства на основе экспериментальных данных потенциала Леннарда-Джонса:

$$U(r) = U_r(r) - U_p(r) = k_p \rho_{r_1}(r - \Delta_r)\left(\frac{1}{4\pi(r-\Delta_r)^2} - \frac{1}{\left((r-\Delta_r)^0\right)^2}\right), \tag{5}$$

где r — радиус в нм, $U_r(r)$ — потенциал отталкивания (объекты с одинаковым знаком массы отталкиваются):

$$U_r(r) = \frac{k_p m e^{1-e(r-\Delta_r)}}{4\pi(r-\Delta_r)^2}; \tag{6}$$

$U_p(r)$ — потенциал притяжения (выталкивания — объекты с массой выталкиваются):

$$U_p(r) = \frac{k_p m e^{1-e(r-\Delta_r)}}{\left((r-\Delta_r)^0\right)^2}; \tag{7}$$

$k_p = 3 \cdot 10^4$ м^5/с^2 — коэффициент приведения к экспериментальным данным, $\Delta_r = \sigma - e/10$ нм — поправка на σ-расстояние, на котором энергия взаимодействия становится равной нулю, $\rho_{r_1}(r - \Delta_r) = me^{1-e\cdot(r-\Delta_r)}$ — профиль плотности для одномерного пространства.

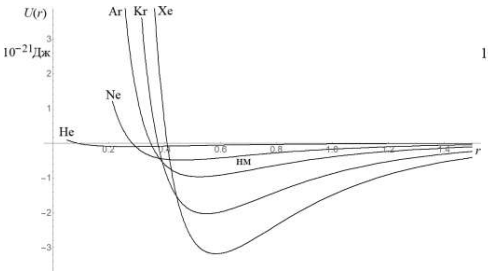


Рис. 1. Потенциалы для атомов: гелия, неона, аргона, криптона и ксенона

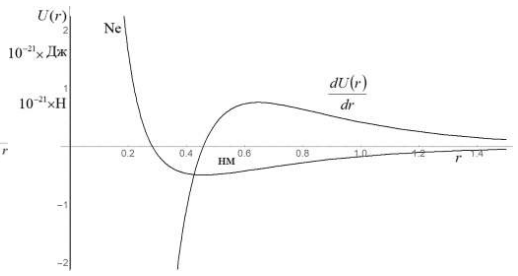


Рис. 2. Результирующая сила атома неона

Потенциалы по формуле (5) для атомов: гелия, неона, аргона, криптона и ксенона приведены на рис. 1.

Выражение (5) дает возможность получить значение результирующей силы (4), рис. 2:

$$F = \frac{dU(r)}{dr} = k_{pd}\rho_{r_1}(r - \Delta_r)\left(e - \frac{1}{2\pi(r-\Delta_r)^3} - \frac{e}{4\pi(r-\Delta_r)^2}\right), \tag{8}$$

где $k_{pd} = 3 \cdot 10^4$ м^4/с^2.

Для множества объектов результат суперпозиции потенциалов, в виде плотности гравитационной энергии трехмерного пространства, позволяет выполнить расчет гравитационного взаимодействия объектов.

Выводы.

1. Приведено распределение потенциала гравитационного поля в виде потенциала Леннарда-Джонса.

2. Рассчитаны потенциалы Леннарда-Джонса для атомов: неона, аргона, криптона и ксенона.

3. Приведен расчет результирующей силы взаимодействия для атома неона.

1. *Lennard-Jones J. E.* Cohesion // Proc. Phys. Soc. — 1931. — V. 43, No. 5. — P. 461. — DOI: 10.1088/0959-5309/43/5/301.
2. *Цянь Сюэ-Сень.* Физическая механика. — М.: Мир, 1965. — 544 с.
3. *Mashkin M. N.* Matter in a Space of a Fractional Dimension. A Cosmological System of Spaces and Evolution of the Universe // Progress in Physics.. — 2018. — V. 14, Iss. 3 (July). — P. 131–134. — URL: `http://www.ptep-online.com/2018/PP-54-05.PDF` (viewing date: 2023-03-16).
4. *Mashkin M. N.* Calculation of the Density of Vacuum Matter, the Speed of Time and the Space Dimension // Progress in Physics. — 2018. — V. 14, Iss. 3 (July). — P. 135–137. — URL: `http://www.ptep-online.com/2018/PP-54-06.PDF` (viewing date: 2023-03-16).
5. *Ломоносов М. В.* ПСС. Т. 1. — М.–Л.: АН СССР, 1950. — С. 157.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

М. Н. Машкин

МАИ, Москва, Россия

Рассматривается гравитационное поле в виде поля гравитационной энергии, распределенной в пространстве. Описание гравитационного поля в виде распределенной в пространстве массы позволяет выполнять расчет гравитационного потенциала и сил взаимодействия для материальных точек в условиях микрогравитации.

Исходя из гипотетической модели пространств [1], структуру носителей зарядов, как электрон или позитрон, можно представить в виде композиции объектов одномерного и двухмерного пространств. Где объект одномерного пространства — это заряд, как порция электрической энергии, а объект двухмерного пространства — это фотон, как порция магнитной энергии — результат композиции двух зарядов с противоположными знаками. Отсюда, электрон можно представить как результат двухэтапной композиции трех равных по модулю зарядов: двух отрицательных и одного положительного и энергией заряда, равной одной трети энергии массы электрона.

На основании изложенного и с учетом размерностей пространств для каждого вида энергии, а также их топологической мощности [2], формула приведения видов энергий будет иметь следующий вид:

$$E = m_q q c^{r_1 - 1} = h_m \nu c^{r_2 - 1} = m c^{r_3 - 1}, \tag{1}$$

где $r_1 = 1$, $r_2 = 2$, $r_3 = 3$ — размерности одномерного (электрическая энергия), двухмерного (магнитная энергия) и трехмерного (гравитационная энергия) пространств.

В этом случае уравнение (1) принимает вид:

$$E = m_q q c^0 = h_m \nu c^1 = m c^2, \tag{2}$$

где $m_q = 170800{,}9431$ кгм/(Кл · с), q — заряд в Кл.

При $q = 1$ Кл, $m_q q = 170800{,}9431$ кгм/с; импульс одного Кл.

В пересчете на элементарный заряд q_e, $m_q q = 2{,}7327 \cdot 10^{-14}$ кгм/с — единичный импульс заряда

$$h_m = \frac{h}{c} = \frac{6{,}62607015 \cdot 10^{-34}}{3 \cdot 10^8} = 2{,}20889 \cdot 10^{-42} \text{ кгм}, \tag{3}$$

где при $\nu = 1$ Гц, $h_m \nu = 2{,}20889 \cdot 10^{-42}$ кгм/с — единичный импульс.

Формула (2) позволяет производить перерасчет электрической, магнитной и гравитационной энергий из одного вида в другой, например, в единицы массы.

Структура объекта, обладающего массой, симметрична и представлена массой объекта и его гравитационным полем. Указанное можно рассматривать полную гравитационную энергию. Причем сумма энергий вещества, как массы, и гравитационного поля, равна нулю [3].

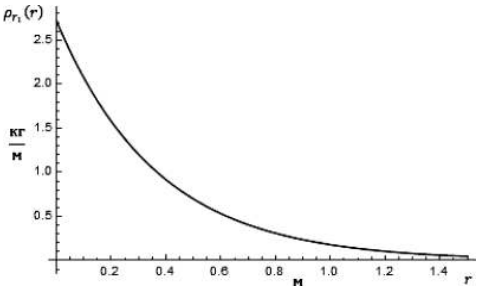


Рис. 1. Профиль $\rho_{r_1}(r)$ шара массой $m = 1$ кг

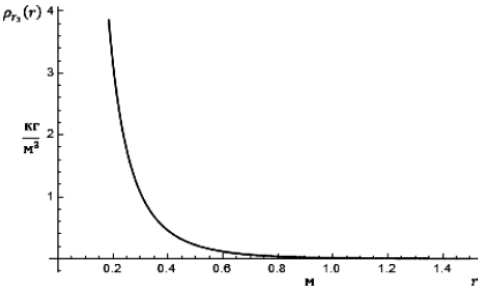


Рис. 2. Профиль $\rho_{r_3}(r)$ шара массой $m = 1$ кг

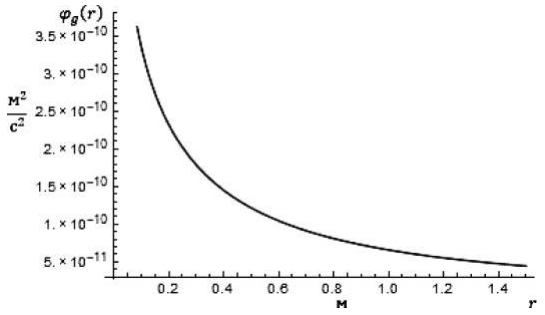


Рис. 3. Потенциал гравитационного поля шара массой $m = 1$ кг

Объект, обладающий массой, как композиция, состоит из двух составляющих: гравитационного поля — $m(ic^2)/2$, которое непрерывно и безгранично распределено в трехмерном пространстве и определяет его; гравитационной энергии — $mc^2/2$ представленной точечно, как выколотая точка трехмерного пространства. Сумма энергий этих двух составляющих равна нулю:

$$E = \frac{m(ic^2)}{2} + \frac{mc^2}{2} = 0. \tag{4}$$

С учетом симметрии получаем очевидный результат:

$$E = \left|\frac{m(ic^2)}{2}\right| + \frac{mc^2}{2} = mc^2. \tag{5}$$

Гравитационное поле материальной точки можно представить как область шара пространства размерностью r_3 при $r \in [0, \infty)$ неоднородной плотности (профиле) $\rho_{r_3}(r)$ с массой:

$$m = 4\pi \int_0^\infty r^2 \rho_{r_3}(r)\, dr. \tag{6}$$

Зададим функцию плотности вероятности распределения энергии — $f(r) = e^{1-e\cdot r}$. Тогда профиль $\rho(r)$ для одномерного пространства при будет иметь вид (рис. 1):

$$\rho_{r_1}(r) = me^{1-e\cdot r}. \tag{7}$$

При переходе к трехмерному пространству указанную плотность распределяем по сфере $4\pi r^2$. Получаем профиль (рис. 2):

$$\rho_{r_3}(r) = \frac{me^{1-e\cdot r}}{4\pi r^2}. \tag{8}$$

При $r \in (0, \infty)$ по формуле работы [4, (1.55) с. 26] рассчитаем потенциал гравитационного поля (рис. 3):

$$\varphi_g(r) = 4\pi G\Big(\frac{1}{r}\int_0^r \rho_{r_3}(r')r'^2\, dr' + \int_r^\infty \rho_{r_3}(r')r'\, dr'\Big), \tag{9}$$

что позволяет нормировать функцию (7) профиля на соответствие экспериментальным значениям гравитационного потенциала.

Выводы:

1. Приведено распределение потенциала гравитационного поля материальной точки.
2. Описана зависимость гравитационного потенциала поля от плотности его энергии.
3. Выполнена формализации пересчета электрической, магнитной и гравитационной энергий.

1. *Mashkin M. N.* Matter in a Space of a Fractional Dimension. A Cosmological System of Spaces and Evolution of the Universe // Progress in physics. — 2018. — V. 14, Issue 3 (July). — P. 131–134. — URL: `http://www.ptep-online.com/2018/PP-54-05.PDF` (viewing date: 2023-03-16).
2. *Mashkin M. N.* Calculation of the Density of Vacuum Matter, the Speed of Time and the Space Dimension // Progress in physics. — 2018. — V. 14, Issue 3 (July). — P. 135–137. — URL: `http://www.ptep-online.com/2018/PP-54-06.PDF` (viewing date: 2023-03-16).
3. *Linde A. D.* Многоликая Вселенная. — М., 2007. — URL: `https://elementy.ru/nauchno-populyarnaya_biblioteka/430484/Mnogolikaya_Vselennaya` (viewing date: 2023-03-16).
4. *Кондратьев Б. П.* Теория потенциала. Новые методы и задачи с решениями. — М.: Мир, 2007. — 512 с.

СОЗДАНИЕ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ АВТОНОМНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ МАЛОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

А. Н. Носырев, А. А. Кузнецов, И. И. Фукин, Н. А. Завьялова, С. С. Негодяев

МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

В настоящее время в студенческом конструкторском бюро МФТИ ведется разработка малого космического аппарата (КА). Одной из задач, которую необходимо решить для успешного функционирования спутника, является задача автономного

определения и прогнозирования собственного положения на орбите. Точное определение баллистических параметров требует специализированного высокопроизводительного программного обеспечения, способного определять орбиту на основе информации, получаемой с датчика навигационной спутниковой системы (GNSS).

Для точного восстановления траектории движения тел в околоземном пространстве применяются различные методы. Наиболее распространенными решениями являются применение метода наименьших квадратов (МНК) или применение фильтрации Калмана [1, 2]. Применение МНК требует решения нелинейной задачи оптимизации, что довольно трудоемко. Кроме того, МНК требует довольно точной и вычислительно затратной модели движения. Поэтому применение МНК на бортовой вычислительной машине (БВМ) является нецелесообразным. Фильтрация Калмана требует сравнительно меньших вычислительных ресурсов, а также менее зависит от точности модели движения. В настоящей работе рассматривались две вариации фильтра Калмана: расширенный (EKF) и сигма-точечный (UKF) [3].

Алгоритм расширенного фильтра Калмана является наиболее простым и быстрым из всех алгоритмов, подходящих для рассматриваемой задачи. Он имеет два существенных недостатка. Первый из них заключается в линеаризации уравнений системы, определяющей эволюцию параметров орбиты спутника. Это в свою очередь ведет к возрастанию ошибок на больших интервалах времени. Второй недостаток заключается в необходимости вычисления на каждой итерации матрицы Якоби правой части системы дифференциальных уравнений, что в общем случае может быть трудоемко и решаться только путем численного дифференцирования. В связи с этим авторы предлагают использовать EKF лишь в тех случаях, когда интервал между измерениями мал, а при расчете частных производных использовать аналитические выражения, получаемые путем отбрасывания части возмущающих факторов.

Алгоритм сигма-точечной фильтрации приводит к меньшим ошибкам при больших временах между измерениями [4]. Однако, он предполагает вычисление не одной траектории спутника, а $2N+1$, где N — количество фильтруемых параметров. В работе авторами был предложен подход для снижения вычислительной сложности алгоритма путем упрощения вычисления траектории, порождаемых сигма-точками. Он заключается в том, что численное интегрирование ведется только для центральной траектории, остальные $2N$ траекторий предсказываются по аналитическим формулам в предположении Кеплеровой орбиты.

Авторами был проведен сравнительный анализ точности определения параметров орбиты и быстродействия фильтрации Калмана в зависимости от:

1) используемой модификации фильтра Калмана;

2) учитываемого набора сил в модели эволюции орбиты КА;

3) скважности приходящих измерений;

4) переменных фильтрации — положение и скорость или модифицированные элементы орбиты [5].

В результате были определены рациональные модификация фильтра Калмана и набор моделей сил для прогнозирования движения на БВМ при различной скважности измерений.

При определении положения спутника с помощью GNSS возникают «выбросы» — некорректные измерения, ошибка которых в несколько раз больше ошибки обычных измерений [4]. Для точного восстановления орбиты необходимо иметь возможность в автоматическом режиме определять и исключать такие некорректные измерения. В связи с этим авторами реализован и исследован алгоритм анализатора измерений [2], который обладает вышеописанным функционалом.

Сила сопротивления атмосферы является одним из основных возмущающих факторов движения КА на низких околоземных орбитах [6]. Поэтому еще одной актуальной задачей, которая может быть решена фильтрацией Калмана, является определение эффективной площади аэродинамического сопротивления аппарата. Авторами была оценена точность определения эффективной площади при использовании различных модификаций фильтра Калмана при разной скважности измерений.

1. *Vallado D. A.* Fundamentals of astrodynamics and applications. — Springer Science & Business Media, 2001. — V. 12.
2. *Wright J. et al.* Orbit determination tool kit theory and algorithms. — 2013.
3. *Куликова М. В.*, *Куликов Г. Ю.* Численные методы нелинейной фильтрации для обработки сигналов и измерений // Вычислительные технологии. — 2016. — Т. 21, №4. — С. 64–98.
4. *Choi E. J. et al.* Onboard orbit determination using GPS observations based on the unscented Kalman filter // Advances in Space Research. — 2010. — V. 46, No. 11. — P. 1440–1450.
5. *Walker M. J. H.*, *Ireland B.*, *Owens J.* A set modified equinoctial orbit elements // Celestial mechanics. — 1985. — V. 36, No. 4. — P. 409–419.
6. *Марков Ю. Г. и др.* Анализ влияния различных возмущающих факторов на высокоточный прогноз орбит космических аппаратов // Космические исследования. — 2016. — Т. 54, №2. — С. 164–172.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКИХ ЛУННЫХ ВАРИАЦИЙ В ДВИЖЕНИИ ПОЛЮСА ЗЕМЛИ

В. В. Перепелкин, А. С. Филиппова, А. А. Шабунина

МАИ, Москва, Россия

Ранее в [1, 2] были предложены преобразования координат земного полюса к системе, в которой его движение происходит синфазно с изменением ориентации плоскости лунной орбиты по отношению к экватору Земли. Параметры преобразования определяются средними параметрами движения земного полюса и не зависят явно от времени.

В данной работе предлагается модификация преобразования координат земного полюса на основе аналитического представления амплитуды и вариации полярного угла, которая позволяет упростить идентификацию 18-летних колебаний в движении земного полюса.

Рассмотрено несколько способов определения вариаций полярного радиуса b в системе (ξ_p, η_p) после преобразования. Преобразование выполняется в полярных координатах:

$$x = c_x + a_p \cos\psi_p, \quad y = c_y + a_p \sin\psi_p, \quad x_1 = a_p \cos\delta\psi_p, \quad y_1 = a_p \sin\delta\psi_p,$$
$$x_1 = a_0 + b\cos\varphi, \quad y_1 = b\sin\varphi, \quad \xi_p = b\cos\delta\varphi, \quad \eta_p = b\sin\delta\varphi, \tag{1}$$

где x, y — координаты земного полюса, публикуемые МСВЗ; c_x, c_y — координаты «среднего» полюса; a_0 — средняя амплитуда a_p; вариации $\delta\psi_p$, $\delta\varphi$ определяются выражениями:

$$\delta\psi_p = \psi_p - \langle\dot{\psi}_p\rangle_T t = \frac{\psi_h - \psi_{ch}}{2} \int\limits_{t^0}^{t} \frac{a_h(t)^2 - a_{ch}(t)^2}{a_p^2(t)} d(\psi_h - \psi_{ch}),$$
$$\delta\varphi = \varphi - \operatorname{sgn}(a_h - a_{ch})\big((\nu - N)t + \alpha_h - \alpha_{ch}\big). \tag{2}$$

Показано, что полярный радиус равен полуразности $(a_{\max} - a_{\min})/2$ огибающих $a_{\max}$, $a_{\min}$ амплитуды a_p движения полюса в исходной системе, а точность определения огибающих амплитуды достаточна для определения 18-летнего цикла.

Найдено аналитическое выражение вариации полярного угла $\delta\varphi$ в новой системе после рассмотренного преобразования:

$$\delta\varphi = \psi_p + \operatorname{sgn}(a_h - a_{ch})\left(\frac{\nu - N}{2}t + \delta\psi_p^{inv} + \psi_h - \psi_{ch}\right) - \frac{\nu + N}{2} - \Psi(t), \qquad (3)$$

где $\Psi(t)$ — ступенчатая функция, устраняющая разрыв в момент смены доминирующей гармоники, $\delta\psi_p^{inv}$ — вариация полярного угла после отражения относительно оси абсцисс случая $a_h > a_{ch}$:

$$\delta\psi_p^{inv}(a_{ch}, a_h, \psi_h, \psi_{ch}) = \frac{1}{4}\int_{t_0}^{t} \frac{\left|a_{\max}^2(t) - a_{\min}^2(t)\right|}{a_p^2(t)} d(\psi_h - \psi_{ch}) - \frac{\psi_h - \psi_{ch}}{2}. \qquad (4)$$

Разность фаз $\psi_h - \psi_{ch}$ определяется из выражения:

$$a_p = \frac{1}{2}\left(a_{\max}^2 + a_{\min}^2 + \left(a_{\max}^2 - a_{\min}^2\right)\cos(\psi_{ch} - \psi_h)\right)^{1/2}. \qquad (5)$$

Таким образом, для определения вариаций полярного угла $\delta\varphi$ достаточно знать амплитуду a_p, полярный угол ψ_p движения полюса вокруг среднего положения и временные моменты перехода колебаний полюса из одного режима в другой.

1. *Перепёлкин В. В.*, *Рыхлова Л. В.*, *Филиппова А. С.* Долгопериодические вариации в колебательном процессе земного полюса, вызванные лунным возмущением // Астрономический журнал. — 2019. — Т. 96, №3. — С. 255–264.
2. *Перепёлкин В. В.*, *Рыхлова Л. В.*, *Сое Вэй Ян.* О синфазности вариаций параметров движения земного полюса и прецессии орбиты Луны // Астрономический журнал. — 2022. — Т. 99, №1. — С. 75–87.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРБИТЫ С ПОМОЩЬЮ СНИМКОВ ОПТИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ КОСМИЧЕСКОГО БАЗИРОВАНИЯ

Д. А. Петров, А. А. Кузнецов, Н. А. Завьялова, С. С. Негодяев

МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

В настоящее время в космосе находятся десятки тысяч объектов космического мусора. В большинстве случаев траектории этих объектов определяются по измерениям, получаемым с помощью наземных телескопов или радаров. Эти методы получения измерений имеют существенные недостатки. Наземное оптико-электронное оборудование в основном способно распознавать только значительно удаленные объекты, такие как геостационарные спутники, спутники GPS и т. д. Наземные радиолокационные средства, напротив, способны распознавать объекты высотой не более 3000 км. Для слежения за космическими объектами на других высотах можно использовать оптические средства космического базирования. В данной работе показано, что оптические средства космического базирования могут внести свой вклад в систему космического мониторинга.

Исследование состоит из трех частей. В первой части авторы смоделировали реальные изображения треков космических объектов, полученные оптическими

приборами. Космические объекты были приняты за диффузно-отражающие сферы. При генерации файлов FITS учитывались яркость наблюдаемого объекта, его размер и скорость. Кроме того, моделировался шум, накапливающийся в изображении.

Вторая часть работы посвящена идентификации треков на полученных зашумленных изображениях. На основе функции плотности распределения шумовых электронов удалось распознать сигналы, значения которых меньше шума. На последнем этапе из трека была получена координатная информация с привязкой ко времени.

Третья часть посвящена определению орбит на основе полученных измерений. Для этого были использованы фильтр Калмана и Метод Наименьших Квадратов. Кроме того, была рассчитана ковариационная матрица для оценки ошибок в определении полученной орбиты.

В результате была успешно смоделирована работа спутника с телескопом в задаче мониторинга космического пространства и выполнено определение орбит космических объектов. На основании полученных ковариационных матриц можно считать, что описанный метод получения измерений может использоваться наряду с наземными телескопами и радарами.

Результаты данной работы полезны для оценки вклада космического сегмента в систему космического мониторинга, а также для моделирования спутниковых группировок, решающих задачу мониторинга околоземного пространства.

ДИНАМИКА ФЛЮГЕРНОГО КОЛЕСА

В. А. Терешин

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Флюгерные колеса широко применяются в различных транспортных средствах от самолетов до сельскохозяйственной техники. На рис. 1 показана передняя стойка шасси самолета и ее кинематическая схема. Преимуществом флюгерных колес является самоориентирование [1].

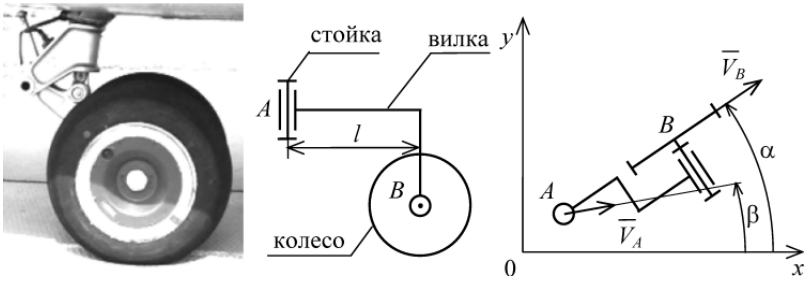


Рис. 1. Передняя стойка шасси самолета и ее кинематическая схема

Преимуществом флюгерных колес является самоориентирование [1]. Однако при их эксплуатации возникают проблемы, связанные с возникновением непредсказуемых значительных сил особенно при наличии на транспортном средстве нескольких колес. В данной работе выполнен динамический анализ флюгерного колеса в наиболее общей и одновременно простой постановке задачи, указаны основные проблемы, возникающие при математическом моделировании, и способы их решения. Рассмотрим задачу о движении флюгерного колеса, схема которого

показана на рис. 1. При отсутствии проскальзывания колеса по поверхности траектория его центра B однозначно определяется траекторией стойки A. Заметим, что, если точка A будет перемещаться из одного фиксированного положения в другое по различным кривым, то точка B в конце пути будет оказываться в разных положениях. Такая механическая система называется неголономной и при ее кинематическом исследовании должны учитываться соотношения скоростей [2, с. 12]. Для получения аналитической зависимости между координатами центра колеса B и опоры A запишем систему уравнений геометрии и векторное уравнение, связывающее скорости точек A и B

$$\begin{cases} x_B = x_A + l\cos(\alpha), \\ y_B = y_A + l\sin(\alpha), \end{cases} \quad \overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA}, \tag{1}$$

где $l = AB$ — длина вилки. Так как расстояние AB не изменяется, то скорость точки B относительно точки A перпендикулярна отрезку AB. Абсолютная скорость точки B из-за отсутствия проскальзывания лежит в плоскости колеса, т. е. параллельна отрезку AB. Для получения соотношений между скоростями воспользуемся планом скоростей. На рис. 2 показан план скоростей механизма, соответствующий положению на рис. 1 (α — угол поворота вилки, т. е. угол между неподвижной осью x и отрезком AB; β — угол вектора скорости опоры). Из плана скоростей следует, что

$$V_{BA} = V_A \sin(\alpha - \beta), \tag{2}$$

где $V_{BA} = l\dot{\alpha}$. Точка обозначает производную по времени. Таким образом, для определения угла α как функции перемещения опоры необходимо решить следующее дифференциальное уравнение при заданных V_A и β:

$$\dot{\alpha} = \frac{V_A}{l}\sin(\alpha - \beta). \tag{3}$$

После подстановки функции $\alpha(t)$ в уравнения (1) можно приступать к решению динамической задачи в различных постановках. Например, если учесть массу колеса m, или силу трения $F_{\text{тр}}$, то можно получить движущую силу F, приложенную к опоре, обеспечивающую требуемое движение, и боковое усилие R, действующее на колесо со стороны поверхности. На рис. 3 показаны эти силы вместе с силой инерции Ф.

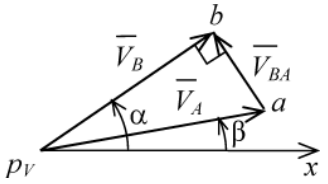


Рис. 2. План скоростей флюгерного колеса

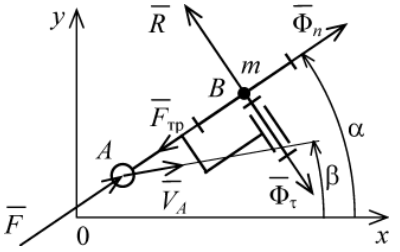


Рис. 3. Силы, действующие на флюгерное колесо

Рассмотрим в качестве примера движение флюгерного колеса, имеющего массу $m = 0{,}1$ кг, с длиной вилки $l = 0{,}1$ м, при прямолинейном перемещении опоры с постоянной скоростью $V_A = 1$ м/с с начальным значением угла $\alpha_0 = 0{,}164$ рад. Примем силу трения $F_{\text{тр}} = 1$ Н. Направим ось x по вектору скорости. При этом

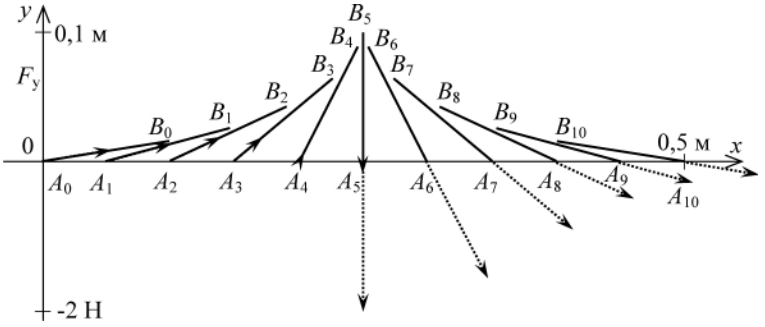


Рис. 4. План положений флюгерного колеса и движущая сила

угол $\beta = 0$ и уравнение (3) может быть проинтегрировано:

$$\int\limits_{\alpha_0}^{\alpha} \frac{d\alpha}{\sin(\alpha)} = \int\limits_{0}^{t} \frac{V_A}{l} dt. \quad \text{Тогда} \quad \ln\left|\frac{\operatorname{tg}(\alpha/2)}{\operatorname{tg}(\alpha_0/2)}\right| = \frac{V_A}{l} t, \quad \operatorname{tg}(\alpha/2) = \operatorname{tg}(\alpha_0/2) \exp\left(\frac{V_A}{l} t\right). \tag{4}$$

Следовательно, при $\pi < \alpha_0 < \pi$

$$\alpha = 2 \operatorname{arctg}\left[\operatorname{tg}(\alpha_0/2) \exp\left(\frac{V_A}{l} t\right)\right]. \tag{5}$$

Время поворота из α_0 в $\alpha = \pi/2$ равно $-\dfrac{l}{V_A} \lg[\operatorname{tg}(\alpha_0/2)]$.

Из (5) и (1) построен план положений механизма с интервалами 0,05 с, показанный на рис. 4. Пунктирными линиями отмечены движущие силы, найденные из уравнений (6)

$$\begin{cases} F - F_{\text{ТР}} + \Phi_n = 0, \\ R - \Phi_\tau = 0. \end{cases} \quad \text{Тогда} \quad \begin{cases} F = F_{\text{ТР}} - ml\dot{\alpha}^2, \\ R = ml\ddot{\alpha}. \end{cases} \tag{6}$$

Изложенный алгоритм применим при решении прямой и обратной задачи динамики для транспортных средств с несколькими флюгерными колесами.

1. *Зверев И. И.*, *Коконин С. С.* Проектирование авиационных колес и тормозных систем. — М.: Машиностроение, 1973. — 224 с.
2. *Лурье А. И.* Аналитическая механика. — М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1961. — 824 с.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МОБИЛЬНОГО РОБОТА ВЕРТИКАЛЬНОГО ПЕРЕМЕЩЕНИЯ С ГИБРИДНЫМ ЛЕНТОЧНО-МЕХАНИЧЕСКИМ ПРИНЦИПОМ ЗАЦЕПЛЕНИЯ*

М. С. Товарнов

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Роботы вертикального перемещения (РВП) применяются для решения специфических задач, выполнение которых человеком является дорогостоящим, потенциально опасным или трудновыполнимым. К необходимым функциям РВП можно

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №16-29-09596 офи-м).

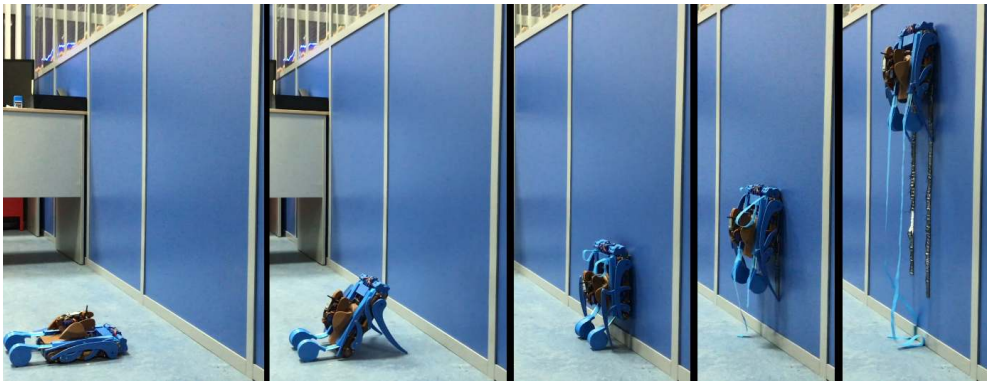
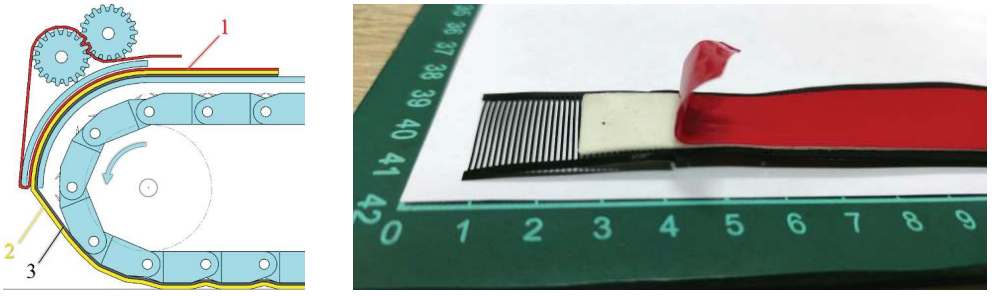
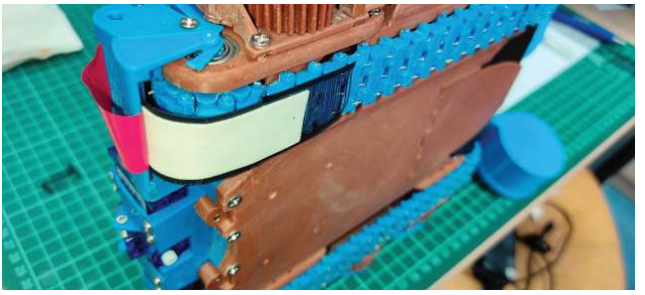


Рис. 1. Вертикальное перемещение робота



а *б*



в

Рис. 2. Механизм зацепления: *а* — схема; *б* — лента; *в* — реализация

отнести удержание на вертикальной поверхности (адсорбция), передвижение по необходимым поверхностям и выполнение целевых функций робота. Не существует единственного универсального механизма передвижения и типа используемой адсорбции, которые обеспечивали бы эффективность РВП для всех задач и на всех типах поверхностей.

Согласно [1, 2], можно выделить следующие типы механизмов перемещения: колесные, гусеничные и шагающие. Их можно сравнивать межу собой по различным критериям: сложности системы управления, маневренности, возможности преодоления препятствий и возможности реализации различных типов адсорбции. Что касается основных типов адсорбции, то выделяют адсорбцию низкого давления, магнитную, механическую, электростатическую и молекулярную адсорбции.

Ее тип и реализация в конструкции механизма перемещения являются определяющими технологиями, задающими возможности и облик РВП. Стоит отметить применение гибридных методов сцепления, которые представляют собой комбинацию как минимум двух «оригинальных» методов. Гибридные методы сцепления позволяют улучшить характеристики РВП за счет сочетания достоинств применяемых методов.

За последние годы в области разработки РВП не происходило открытие принципиально новых методов адсорбции или механизмов перемещения. А улучшение функциональных характеристик РВП происходит в основном за счет оптимизации и совершенствования конструкций [3, 4] и систем управления [5, 6].

Основная идея нового принципа вертикального перемещения заключается в том, что между стеной и роботом находится специальная лента, которую робот наклеивает перед собой во время движения (рис. 1). Одной стороной лента надежно приклеивается к стене (2, рис. 2, *а*), а за другую неклейкую сторону ленты (3, рис. 2, *а*), робот эффективно и контролируемо удерживается при помощи механических шипов, расположенных на гусеничных траках. Запас ленты хранится на борту робота. Клейкая сторона ленты закрыта защитной полимерной пленкой (1, рис. 2, *а*) для предотвращения высыхания клеевого слоя.

Механизм перемещения робота — классический гусеничный с дополнительными простыми актуаторами для создания момента прижатия и для перехода с горизонтальной поверхности на вертикальную (рис. 1).

При описании мобильного робота, представляющего собой сложный механизм, применен обобщенный подход к составлению математических моделей системы материальных тел. Данный подход применялся ранее для схожего гусеничного РВП [7]. Все подвижные элементы робота рассматриваются как отдельные абсолютно твердые тела, воспринимающие внешние силы.

К основным достоинствами нового мобильного РВП можно отнести: возможность тихого перемещения по вертикальной поверхности, большой спектр типов поверхностей для вертикального перемещения, энергоэффективность и большая сила удержания на вертикальной поверхности, возможность быстрого перемещения робота по горизонтальным поверхностям, большое время автономной работы. К недостаткам робота относятся небольшая маневренность при перемещении по вертикальной поверхности и то, что используемая лента одноразовая, имеет ограниченный запас на борту робота и остается приклеенной к стене после движения робота. Однако при групповом использовании подобных РВП последний недостаток превращается в достоинство, так как по проложенному «пути» одного робота могут перемещаться и другие.

1. *Vlasova N. S.*, *Bykov N. V.* The problem of adhesion methods and locomotion mechanism development for wall-climbing robots // arXiv. — 2019. — P. 51–54.
2. *Fang Y. et al.* Design and Technical Development of Wall-Climbing Robots: A Review // J. Bionic Eng. Springer Nature Singapore. — 2022. — V. 19, No. 4. — P. 877–901.
3. *Zhang Y. et al.* A Novel Magnetic Circuit Design Method for a Permanent Magnetic Chuck of a Wall-Climbing Robot // Energies. — 2022. — V. 15, No. 18. — P. 1–17.
4. *Fang Y. et al.* Design and optimization of wall-climbing robot impeller by genetic algorithm based on computational fluid dynamics and kriging model // Sci. Rep. Nature Publishing Group UK. — 2022. — V. 12, No. 1. — P. 1–19.
5. *Shi X. et al.* A 6-DOF humanoid wall-climbing robot with flexible adsorption feet based on negative pressure suction // Mechatronics. — 2022. — V. 87, August.
6. *Zhang M. et al.* Optimization design and flexible detection method of a surface adaptation wall-climbing robot with multisensor integration for petrochemical tanks // Sensors (Switzerland). — 2020. — V. 20, No. 22. — P. 1–20.

7. *Товарнов М. С.*, *Быков Н. В.* Математическая модель механизма перемещения мобильного гусеничного робота с магнитно–ленточным принципом вертикального перемещения // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 2019. — №3. — P. 74–84.

ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ БИОМЕХАНИКИ

К. А. Чехонин

ВЦ ДВО РАН ХФИЦ, Хабаровск, Россия

В работе приведена классификация прямых и обратных задач биомеханики. На примере медицинской технологии эндопротезирования с цементной или бесцементной фиксациями имплантата, исследуются прямые и обратные задачи: инжекция жидкотекучего костного цемента на акриловой основе в костную ткань с последующим отверждением при протезировании, многокритериальная оптимизация геометрии и микроструктуры имплантата. Предложена новая математическая модель реологических свойств костного цемента учитывающая изменение вязкости от кинетики процесса растворения микрочастиц полиметилакрилата в мономере в условиях протекания реакции полимеризации. Идентификация параметров модели производилась методом наименьших квадратов с включением заданных ограничений «живучести» цемента. Параметрическое исследование заполнения и отверждения костного цемента производилось с построением функционала Лагранжа и решалась методом смешанных конечных элементов как оптимизационная задача. Получены области значений определяющих параметров задачи приводящих к бездефектным условиям технологии протезирования с цементной фиксацией. При исследовании технологического процесса эндопротезирования с биомеханической фиксацией имплантата, прямая задача формулировалась в виде контактного адгезионного взаимодействия двух тел с трением и эффективными свойствами: ортотропный упругий имплантат и пористая упругая бедренная кость. Процесс остеоинтеграции костной ткани и имплантата описывался моделью Ковина. Для исследования влияния геометрии и структурно-механических свойств имплантата и его поверхности на процесс адаптации костной ткани и уровень экранизации напряжений, сформулирована задача топологической оптимизации с известными ограничениями на объем, геометрические размеры и плотность. В качестве варьируемых параметров принимались геометрические размеры и вид микроструктуры имплантата. Численное решение задач топологической оптимизации производилось многосеточным методом конечных элементов с использованием фильтрации и проекции плотности. Для оптимизированных имплантатов приведены уровни экранизации напряжений в проксимальной области костной ткани бедра при различных нагрузках и ее остеоинтеграции.

БОРТОВОЙ ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ ОРИЕНТАЦИЕЙ МАЛОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Н. В. Чусовитин, И. И. Фукин, Д. А. Петров, А. А. Кузнецов

МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

На сегодняшний день перед малыми космическими аппаратами ставятся различные практически значимые задачи, такие как дистанционное зондирование Земли, обеспечение связи, мониторинг космического пространства. Многие из этих

задач требуют активного управления ориентацией аппарата. Определение правильных команд управления требует от спутника способности в короткий срок самостоятельно определять параметры своей ориентации с высокой точностью. Эта задача решается с помощью установки на борт систем датчиков, включающих в себя солнечные и звездные датчики, датчики определения угловой скорости, датчики вертикали и магнитометры. Для достижения заданных параметров ориентации используются органы управления, такие как маховики и магнитные катушки. Настоящая работа посвящена разработке алгоритмов для определения ориентации при помощи фильтрации информации, поступающей с измерительных приборов, и управления ориентацией с использованием бортовых органов управления.

Наиболее распространенные методы фильтрации для задач такого типа это метод наименьших квадратов и фильтрация Калмана. Первый способ вычислительно затратен и требует накопления большого объема данных, а потому не подходит для использования на борту малого космического аппарата. Фильтр Калмана и различные его модификации (сигма-точечный, расширенный, кубаторный) менее ресурсоемки и позволяют получить оценку параметров ориентации в реальном времени, что делает их подходящими для решения поставленной задачи.

Задача управления, в свою очередь, состоит из двух частей. Во-первых, требуется определить управляющее воздействие, необходимое для достижения целевых параметров ориентации. Во-вторых, необходимо решить задачу создания требуемого воздействия с помощью бортовых органов управления с учетом наложенных ограничений.

Для решения задачи фильтрации реализован расширенный фильтр Калмана. В ходе его реализации была сформулирована математическая модель системы, для каждого типа датчиков была определена функциональная связь между состоянием системы и измерительной информацией. Авторский алгоритм предусматривает возможность обработки показаний датчиков, отнесенных к разным, несинхронизированным моментам времени. Проведены численные исследования ошибки определения ориентации в зависимости от параметров используемых датчиков.

Сформулированы модели маховиков и магнитных катушек. Реализованы алгоритмы управления ориентацией космического аппарата с использованием этих устройств и учетом наложенных на их работу ограничений.

НЕЧЕТКАЯ КЛАСТЕРИЗАЦИЯ ДЛЯ РАНЖИРОВАНИЯ ОБЪЕКТОВ ИНТЕРЕСА*

Н. Д. Баданина[1]***, А. А. Зинченко***[1]***, В. А. Судаков***[1,2]

[1]*МАИ, Москва, Россия;* [2]*ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия*

Тема сопоставления объектов интереса с некоторыми определенными классами методами машинного обучения имеет обширное применение в различных сферах научных исследований и производства, к примеру, в области медицины [1]. Однако, методы кластерного анализа, в основном, представляют собой четкое разбиение множества элементов, при котором каждый объект строго принадлежит к определенному кластеру. На практике, свойства объекта могут иметь неоднозначный характер из-за погрешностей при сборе данных, сильной зашумленности данных, а также в силу ограниченности выборки, поэтому в задаче кластеризации эффективно применить разделение на нечеткие множества для улучшения качества прогнозирования модели, а также для составления полной вероятностной картины принадлежности ко всем кластерам.

Математическим аппаратом, позволяющим определить возможность принадлежности объекта к кластеру и провести ранжирование с учетом важности всех кластеров, является нечеткая логика. Нечеткий кластерный анализ позволяет вычислить степень принадлежности объекта, что позволяет учитывать фактор неопределенности при принятии решений на основе приоритетов соответствующих кластеров.

Цель работы — реализовать нечеткую модель с функционалом ранжирования по степени важности кластеров. Обученную модель можно применять для решения широкого спектра задача в силу ее универсальности и возможности переобучаться на новых данных.

Для решения поставленной задачи выбран метод нечеткой кластеризации C-средних, при котором для каждого элемента из выборки рассчитывается степень его принадлежности к каждому из заданных кластеров в диапазоне от 0 до 1 [2]. Таким образом, применяется аппарат нечетких множеств и формируются пересекающиеся кластеры. Этот подход, позволяющий получить более гибкие результаты кластеризации, является расширением четкого метода k-средних, однако, у обоих методов схожее требование на предварительное определение количества кластеров.

После получения вектора вероятностей принадлежности объекта к каждому классу, исходя из поставленной задачи, необходимо понять важность объекта. Численная метрика важности вычисляется при помощи оценки величины, характеризующей порядковое место на заданной шкале среди других величин последовательности. В нашем случае степень важности объекта варьируется от 0 до 1.

Датасет, выбранный для тестирования разработанной программы, находится в открытом доступе и был получен путем конвертации видео с движениями человека

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и CNPq (Бразилия), Фонда содействия инновациям (Россия), DBT, DST (Индия), MOST, NSFC (Китай), SAMRC (ЮАР) в рамках научного проекта №20-51-80002.

в массив точек с использованием библиотеки языка программирования Python 3 — OpenPose. В данных присутствует 4 кластера, обозначающих тип движения, который наблюдаемый объект совершает на видео. При реализации тестирования выборка была разделена на тестовую и обучающую часть для осуществления контроля. Модель нечеткой кластеризации была обучена на обучающих данных, полученная метрика точности (accuracy) на тестовых данных равна 34,6%, причем при использовании стандартной модели кластеризации, встроенной в библиотеку Python 3.9, точность на тех же данных составила 21,3%. Таким образом, реализованная модель нечеткой кластеризации оказалась на 62% точнее.

В программе реализован модуль нечетких вычислений для решения задачи ранжирования. После расчета степени принадлежности к каждому кластеру, производится ранжирование объектов. Для этого необходимо перевести важность объектов в нечеткие числа. Количество нечетких чисел, которые влияют на важность, совпадает с числом классов в модели, на которые идет разбиение. После дефаззификации полученного нечеткого числа, программа выводит на экран результирующий ранг объекта с учетом неопределенности и вероятности его принадлежности к каждому из кластеров.

Применяя операции нечеткой алгебры, была разработана модель кластеризации объектов с последующим ранжированием важности кластеров. В качестве данных был использован общедоступный датасет с координатами объектов интереса. Наилучшие результаты показала модель кластеризации C-средних, в рамках работы которой вычисляются вероятности принадлежности объекта ко всем кластерам модели. Такой подход помогает лучше оценить принадлежность объекта, так как пользователь может учесть приоритет объекта с оценкой вероятности и сделать вывод о соответствии прогноза действительности. В программу добавлен функционал ранжирования на основе предварительно заданной степени важности кластеров. Это позволяет агрегировать как информацию о принадлежности, так и степень важности полученного кластера для пользователя. Таким образом внимание пользователя будет акцентировано на объекте, который представляется большую важность с заданной вероятностью.

1. *Доан Д. Х.*, *Крошилин А. В.*, *Крошилина С. В.* Применение метода нечеткой кластеризации в системах поддержки принятия медицинских решений для задачи выбора варианта лечения заболевания // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Управление, вычислительная техника, информатика. Медицинское приборостроение. — 2018. — №26. — С. 63–73.
2. *Баданина Н. Д.*, *Зинченко А. А.*, *Судаков В. А.* Ранжирование объектов на основе нечеткой кластеризации // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. — 2022. — №68. — 12 с.

МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ И ОЦЕНИВАНИЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ МНОЖЕСТВ ДОСТИЖИМОСТИ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫМ ДИСКРЕТНЫМ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ АППАРАТА ОПОРНЫХ ПОЛУПРОСТРАНСТВ И СВОЙСТВ ВЫПУКЛЫХ МНОЖЕСТВ

А. В. Берендакова

МАИ, Москва, Россия

Рассматривается линейная дискретная система $(A, \mathcal{U})$ с ограниченным управлением:

$$\begin{aligned} &x(k+1) = Ax(k) + u(k), \\ &x(0) = x_0, \quad u(k) \in \mathcal{U}, \quad k \in \mathbb{N} \cup \{0\}, \end{aligned} \tag{1}$$

где $x(k), u(k) \in \mathbb{R}^n$ — векторы состояния и управления соответственно, $\mathcal{U} \subset \mathbb{R}^n$ — выпуклое компактное множество допустимых значений управления, $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ — матрица системы. Предполагается, что $0 \in \operatorname{int}\mathcal{U}$.

Определим семейство множеств достижимости $\{\mathcal{Y}(N)\}_{N=0}^{\infty}$, где каждое $\mathcal{Y}(N)$ представляет собой множество тех состояний, в которые посредством выбора допустимого управления систему можно перевести из начала координат за N шагов:

$$\mathcal{Y}(N) = \begin{cases} \{x \in \mathbb{R}^n \colon \exists u(0), \ldots, u(N-1) \in \mathcal{U} \colon x(0) = 0, x(N) = x\}, & N \in \mathbb{N}, \\ \{0\}, & N = 0. \end{cases} \tag{2}$$

Лемма 1. *Пусть $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$. Тогда для всех $N \in \mathbb{N}$ множество достижимости за N шагов системы $(A,\mathcal{U})$ удовлетворяет соотношению*

$$\mathcal{Y}(N) = \sum_{k=0}^{N-1} A^k \mathcal{U}.$$

Требуется построить предельное множество достижимости $\mathcal{Y}_\infty$, т. е. множество тех состояний, в которые систему $(A,\mathcal{U})$ можно перевести из начала координат за любое конечное число шагов:

$$\mathcal{Y}_\infty = \bigcup_{N=0}^{\infty} \mathcal{Y}(N). \tag{3}$$

Лемма 2. *Пусть через $\{\mathcal{Y}_i(N)\}_{N=0}^{\infty}$ и $\mathcal{Y}_{i,\infty}$ обозначены класс множеств достижимости и предельное множество достижимости соответственно системы $(A_i,\mathcal{U}_i)$, $i \in \{1,2\}$, также $A = \operatorname{diag}(A_1, A_2)$, $\mathcal{U} = \mathcal{U}_1 \times \mathcal{U}_2$.*

Тогда $\mathcal{Y}_\infty = \mathcal{Y}_{1,\infty} \times \mathcal{Y}_{2,\infty}$.

Лемма 3. *Пусть $S \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $\det S \neq 0$, $(A,\mathcal{U})$ — n-мерная система, через $\{\mathcal{Y}'(N)\}_{N=0}^{\infty}$ и $\mathcal{Y}'_\infty$ обозначены класс множеств достижимости и предельное множество достижимости соответственно системы $(S^{-1}AS, S^{-1}\mathcal{U})$.*

Тогда $\mathcal{Y}_\infty = S\mathcal{Y}'_\infty$.

Лемма 4. *Пусть $A_1 \in \mathbb{R}^{n_1\times n_1}$, $A_2 \in \mathbb{R}^{n_2\times n_2}$, $A = \operatorname{diag}(A_1, A_2) \in \mathbb{R}^{(n_1+n_2)\times(n_1+n_2)}$, при этом все собственные значения матрицы A_1 не меньше по модулю 1. Через $\mathcal{U}_2 \subset \mathbb{R}^{n_2}$ обозначена проекция выпуклого компактного тела $\mathcal{U} \subset \mathbb{R}^{n_1+n_2}$ на n_2-мерное подпространство.*

Тогда для $(n_1{+}n_2)$-мерной системы $(A,\mathcal{U})$ справедливо равенство $\mathcal{Y}_\infty = \mathbb{R}^{n_1} \times \mathcal{Y}_{2,\infty}$, где $\mathcal{Y}_{2,\infty}$ — предельное множество достижимости системы $(A_2,\mathcal{U}_2)$.

Лемма 5. *Пусть все собственные значения матрицы $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ по модулю строго меньше 1, $\mathcal{Y}_\infty$ определяется соотношениями (3).*

Тогда для всех $p \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ выполнены следующие соотношения:

$$\mathcal{Y}_\infty \subset H_p = \Big\{x \in \mathbb{R}^n \colon (p,x) \leqslant \sum_{k=0}^{\infty} \max_{u_k \in \mathcal{U}} \big((A^k)^T p, u_k\big)\Big\},$$

$$x^* = \sum_{k=0}^{\infty} A^k u_k^* \in \overline{\mathcal{Y}_\infty} \cap \partial H_p, \quad u_k^* = \arg\max_{u_k \in \mathcal{U}} \big((A^k)^T p, u_k\big).$$

Лемма 6. *Пусть для n-мерной системы $(A,\mathcal{U})$ выполнено условие*

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n\times n}, \quad u_{i,\max} = \max_{u\in\mathcal{U}} u_i, \quad u_{i,\min} = \min_{u\in U} u_i, \quad i = \overline{1,n}.$$

Тогда

$$\mathcal{Y}_\infty \subset \bigcap_{i=1}^{n} \{x \in \mathbb{R}^n \colon x_i \in [x_{i,\min}; x_{i,\max}]\};$$

$$\lambda \geqslant 0, \qquad \lambda < 0,$$

$$x_{i,\min} = \sum_{j=0}^{n-i} u_{i+j,\min} \frac{1}{(1-\lambda)^{j+1}}, \quad x_{i,\min} = \sum_{j=0}^{n-i} \left(\frac{u_{i+j,\min} + u_{i+j,\max}}{2(1+|\lambda|)^{j+1}} - \frac{u_{i+j,\max} - u_{i+j,\min}}{2(1-|\lambda|)^{j+1}} \right),$$

$$x_{i,\max} = \sum_{j=0}^{n-i} u_{i+j,\max} \frac{1}{(1-\lambda)^{j+1}}, \quad x_{i,\max} = \sum_{j=0}^{n-i} \left(\frac{u_{i+j,\max} + u_{i+j,\min}}{2(1+|\lambda|)^{j+1}} + \frac{u_{i+j,\max} - u_{i+j,\min}}{2(1-|\lambda|)^{j+1}} \right).$$

Лемма 7. *Пусть для $2n$-мерной системы $(A,\mathcal{U})$ выполнено условие*

$$A = \begin{pmatrix} rA_\varphi & I & \cdots & O \\ O & rA_\varphi & \ddots & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & I \\ O & O & \cdots & rA_\varphi \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}, \quad A_\varphi = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где $r > 1$, $\varphi \in [0; 2\pi)$, $r_{i,\max} = \max\limits_{u \in \mathcal{U}} \|(u_{2i-1}\ u_{2i})^T\|_{\mathbb{R}^2}$, $i = \overline{1,n}$.

Тогда

$$R_{i,\max} = \sum_{j=0}^{n-i} \frac{r_{i+j,\max}}{(1-r)^{j+1}}, \quad \mathcal{X}_\infty \subset \bigcap_{i=1}^{n} \{x \in \mathbb{R}^{2n} \colon \|(x_{2i-1}\ x_{2i})^T\|_{\mathbb{R}^2} \leqslant R_{i,\max}\}.$$

Пример. Пусть матрица системы $A \in \mathbb{R}^{5\times 5}$ имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & O & O \\ O & A_2 & O \\ O & O & A_3 \end{pmatrix}, \quad A_1 = (2), \quad A_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} \\ -\frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} \end{pmatrix}, \quad \mathcal{U} = [-1;1]^5.$$

Построим внешнюю оценку предельного множества достижимости системы $(A,\mathcal{U})$. По леммам 1, 3 $\mathcal{Y}_\infty = \mathbb{R} \times \mathcal{Y}_{2,\infty} \times \mathcal{Y}_{3,\infty}$. Рассмотрим подсистему $(A_2,\mathcal{U}_2)$, которая удовлетворяет условиям леммы 5.

$$x_{1,\min} = -6, \quad x_{1,\max} = 6, \quad x_{2,\min} = -2, \quad x_{2,\max} = 2;$$

$$\mathcal{Y}_{2,\infty} \subset \{x \in \mathbb{R}^2 \colon x_1 \in [-6;6]\} \cap \{x \in \mathbb{R}^2 \colon x_2 \in [-2;2]\} = [-6;6] \times [-2;2].$$

Рассмотрим подсистему $(A_3,\mathcal{U}_3)$. Матрица A_3 представима в виде

$$A_3 = rA_\varphi = r \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix}, \quad r = \frac{2}{3}, \quad \varphi = \frac{\pi}{4}.$$

Тогда по лемме 6

$$r_{1,\max} = \sqrt{2}, \quad R_{1,\max} = 3\sqrt{2}, \quad \mathcal{Y}_{3,\infty} \subset \{x \in \mathbb{R}^2 \colon \|(x_1\ x_2)^T\|_2 \leqslant 3\sqrt{2}\}.$$

В силу лемм 1 и 3

$$\mathcal{Y}_\infty \subset \mathbb{R} \times [-6;6] \times [-2;2] \times \{x \in \mathbb{R}^2 \colon \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \leqslant 3\sqrt{2}\}.$$

1. *Сиротин А. Н.*, *Формальский А. М.* Достижимость и управляемость дискретных систем при ограниченных по величине и импульсу управляющих воздействиях // АиТ. — 2003. — №12. — С. 17–32.
2. *Ибрагимов Д. Н.*, *Берендакова А. В.* О методе построения внешних оценок предельного множества управляемости для линейной дискретной системы с ограниченным управлением // АиТ. — 2023. — №2. — С. 3–34.
3. *Colonius Fritz*, *Cossich Joao A. N.*, *Santana Alexandre J.* Controllability Properties and Invariance Pressure for Linear Discrete-Time Systems // Journal of Dynamics and Differential Equations. — 2022. — No. 34. — P. 5–28.
4. *Schulze Darup M.*, *Monnigmann M.* On general relations between null-controllable and controlled invariant sets for linear constrained systems // In Proc. of the 53th IEEE Conference on Decision and Control. — 2014. — P. 6323–6328.

ОЦЕНКА ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ НА ОСНОВАНИИ РАСШИРЕННОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА ПО ОШИБКЕ ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ

И. А. Бригаднов, А. С. Лутонин, К. А. Богданова

СПГУ, Санкт-Петербург, Россия

В работе рассматривается задача локализации в режиме реального времени. Исследование выполнено для условий среды, где невозможно использование сигналов глобальной навигационной спутниковой системы. В таких случаях основным источником информации служит инерциальный измерительный блок (IMU) [1]. В качестве корректирующих источников информации в настоящей работе рассматриваются датчики угла поворота и магнетометр. На основании их показаний рассчитывается скорость движения и угол поворота относительно оси z. Вектор состояния имеет вид $\vec{x}_k = \left[\vec{p}_k\ \vec{v}_k\ \vec{\theta}_k\right]^T$. Система, описывающая модель движения, представлена уравнениями:

$$\vec{p}_k = \vec{p}_{k-1} + \vec{v}_{k-1}\Delta t + \left(\vec{R}\{\vec{q}_{k-1}\}\vec{a}_k + \vec{g}\right)\Delta t^2/2,$$

$$\vec{v}_k = \vec{v}_{k-1} + \left(\vec{R}\{\vec{q}_{k-1}\}\vec{a}_k + \vec{g}\right)\Delta t,$$

$$\vec{q}_k = \vec{q}_{k-1} \otimes \vec{q}(\vec{\omega}_k\Delta t),$$

где $\vec{p}$ — положение системы; $\vec{v}$ — вектор скорости; $\vec{q}$ — ориентация в форме кватернионов; k, $k-1$ — индексы текущей и предыдущей итерации; $\vec{R}\{\vec{q}\}$ — преобразование кватернионов в матрицу вращения; $\vec{a}$ — линейные ускорения; $\vec{\omega}$ — угловые скорости. На основании показаний IMU и вышеприведенных уравнений производится прогноз вектора состояния системы. При поступлении измерений магнетометра и датчиков угла поворота вектор состояния корректируется посредством интегрирования в систему ошибки вектора состояния, которые вычисляются следующим образом:

$$\delta\vec{x}_k = \vec{K}_k(\vec{y}_k - \vec{x}_k) = \left[\delta\vec{p}_k\ \delta\vec{v}_k\ \delta\vec{\theta}_k\right]^T,$$

где $\vec{K}_k$ — матрица коэффициентов усиления, $\vec{y}_k$ — измерения дополнительных датчиков, уравнения ошибок считаем линейными [2]:

$$\delta\vec{p} = \delta\vec{p}_{k-1} + \delta\vec{v}_{k-1}\Delta t,$$

$$\delta\vec{v} = \delta\vec{v}_{k-1} + \left(-\vec{R}\{\vec{q}_{k-1}\}[\vec{a}_{k-1}]_\times\delta\vec{\theta}_{k-1}\right)\Delta t + \vec{v}_i,$$

$$\delta\dot{\vec{\theta}} = \vec{R}\{\vec{\omega}_{k-1}\Delta t\}^T\delta\vec{\theta}_{k-1} + \vec{\theta}_i,$$

где $\vec{v}_i$ и $\vec{\theta}_i$ — случайные возмущения измеренных данных по скорости и ориентации.

Для решения задачи был разработан алгоритм комплексирования показаний IMU, датчиков угла поворота и магнетометра на основании расширенного фильтра Калмана по ошибке вектора состояния. Его применение протестировано при построении траектории движущейся платформы в режиме реального времени в среде моделирования Gazebo при помощи фреймворка ROS. На основании моделирования произведено сравнение истинной траектории и траектории, полученной в результате применения алгоритма. Верификация результатов представленного алгоритма подтверждается сопоставимыми оценками отклонений при использовании расширенного фильтра Калмана (EKF) и сигма-точечного фильтра Калмана (UKF). В табл. 1 приведены ошибки отклонений соответствующих траекторий от истинной.

Таблица 1

Ошибка (м)	ES EKF	EKF	UKF
СКП	0,517	0,620	0,516
Средняя	0,469	0,543	0,475
Медианная	0,570	0,679	0,512
Мин.	0,104	0,095	0,163
Макс.	0,752	0,029	0,827

Представленный алгоритм минимизирует дрейф IMU за счет дополнительных данных датчиков и повышает точность позиционирования. Алгоритм обеспечивает точность, сравнимую с результатами EKF и UKF. В то же время предлагаемая система более устойчива за счет возможности определять свою позицию в условиях отказа дополнительных датчиков.

1. *Жарков М. В.*, *Веремеенко К. К.*, *Кузнецов И. М.*, *Пронькин А. Н.* Оценка взаимного углового рассогласования измерителей параметров ориентации в комплексных навигационных системах // Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021), 4–13 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 558–560.
2. *Sola J.* Quaternion kinematics for the error-state Kalman filter // arXiv preprint arXiv: 1711.02508. — 2017.

МЕТОДЫ РАСЧЕТА И ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ УЗЛОВ КОНТРОЛЬНОЙ АППАРАТУРЫ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

А. В. Вилесов

АО «ГосНИИП», Москва, Россия

Современный этап развития технологии производства характеризуется усложнением выпускаемой продукции, что, в свою очередь, приводит к необходимости одновременного измерения, контроля и анализа нескольких десятков и даже сотен параметров комплексами автоматизированного контроля и контрольно-проверочной аппаратуры [1]. В связи с этим возрастают требования к аппаратуре контроля в части повышения разрешающей способности измерительных средств, обеспечения линейности их выходных характеристик, а также точности измеряемых параметров и вариации их диапазонов.

Указанные требования обеспечиваются применением активных электронных приборов: операционных усилителей, компараторов и др. [2]. При контроле ряда параметров, для которых характерно использование высокочувствительных схем, имеет место тенденция к самовозбуждению [3], что вызывает необходимость кропотливой настройки измерительных устройств и приводит к снижению, как их параметрической устойчивости, так и контрольной аппаратуры, в целом.

В докладе проводится анализ методов контроля и схемотехнических решений устройств для измерения электрических параметров в области малых токов и напряжений, применяемых в автоматизированных системах контроля (АСК) и контрольно-проверочной аппаратуры (КПА) систем управления (СУ). Описана задача оптимального параметрического синтеза, состоящая в выборе оптимальных значений параметров измерительной системы основных электрических параметров СУ.

Рассматриваются графический [4] и аналитический [5] методы оптимизации параметров измерительных узлов на базе уравнений теории чувствительности. В рамках применения аналитического метода выполнен расчет относительных функций чувствительности [6] и составлена целевая функция. Приводится сравнение результатов, полученных при применении аналитического и графического методов.

Применение данных методов расчета и оптимизации параметров измерительных узлов позволило подобрать эталонные сопротивления для схем измерения основных электрических параметров СУ, обеспечивающие требуемую среднюю погрешность в заданных диапазонах.

Рассмотренные графический и аналитический методы поиска оптимальных значений параметров измерительных узлов нашли широкое применение при разработке схем измерения электрических параметров на базе пассивных элементов в составе ряда комплексов контрольной аппаратуры СУ, разработанных в АО «ГосНИИП».

1. *Латышенко К. П.* Автоматизация измерений, контроля и испытаний: учебник для студ. учреждений высш. проф. образования. — М.: Издательский центр «Академия», 2012. — 320 с.
2. *Алексеев А. Г.*, *Войшвилло Г. В.* Операционные усилители и их применение. — М.: Радио и связь, 1989. — 120 с.
3. *Достал И.* Операционные усилители: Пер. с англ. — М.: Мир, 1982. — 512 с.
4. *Гуревич Е. И.*, *Вилесов А. В.* Расчет и оптимизация параметров измерительных узлов автоматизированных систем контроля // Вестник ЮУрГУ. — 2012. — №3(262). — С. 27–33.
5. *Вилесов А. В.*, *Гуревич Е. И.*, *Ивченко В. Д.* Аналитический метод расчета и оптимизации параметров измерительных узлов автоматизированных систем контроля // Вестник Концерна ПВО «Алмаз–Антей». — 2015. — №1(13). — С. 37–42.
6. *Дмитриков В. Ф.*, *Сергеев В. В.*, *Самылин И. Н.* Повышение эффективности преобразовательных и радиотехнических устройств. — М.: Горячая линия—Телеком, 2005. — 424 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА ВОЛОНТЕРСКОЙ СПРАВОЧНОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПОМОЩИ АЛГОРИТМА НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ

Т. Б. Волкова, А. Д. Осокина

МАИ, Москва, Россия

Во многих реальных приложениях приходится сталкиваться с ситуацией, описываемой неточной информацией. Знания о предметной области могут быть неясными или неполными, могут использоваться недостаточно четко сформулирован-

ные концепции или недостаточно изученные явления. Располагая неполным знанием, мы не можем уверенно предсказать, какой эффект даст то или иное действие. Но помимо неточных знаний, неопределенность может быть внесена неточными или ненадежными данными о конкретной ситуации о конкретной ситуации.

Большинство исследователей в области искусственного интеллекта давно пришли к единому мнению, что неточные методы играют важную роль в разработке экспертных систем. То знание, которое эксперт использует при оценке каких-либо параметров, обычно базируется скорее на отношениях между классами данных и классами гипотез, чем на отношениях между отдельными данными и конкретными гипотезами. Большинство методик решения проблем в той или иной сфере включает классификацию данных, которые рассматриваются как конкретные представители некоторых более общих категорий [3].

Одним из вариантов применения алгоритма нечеткой логики, можно рассмотреть решение задачи моделирования системы обработки заявок в волонтерском справочном центре. Задача заключается в том, что необходимо, используя в качестве входных данных вероятности, определить степень загруженности волонтерской справочной службы и вывести среднее время обработки заявки.

Решение данной задачи проходит в пять этапов: Формирование базы правил системы нечеткого вывода, фаззификация входных параметров, агрегирование, активация подусловий в нечетких правилах, дефаззификация [5].

Процесс формирования базы правил состоит в составлении нечетких высказываний в форме «если..., то...» и функции принадлежности для соответствующих лингвистических терминов [4].

Фаззификация. На вход системы поступают значения вероятностей. Нечеткая система преобразует эти значения в нечеткие множества. Для этого находятся значения всех треугольных функций принадлежности по каждой переменной [1].

Целью этапа агрегирования является определение степени истинности каждого из подзаключений по каждому из правил систем нечеткого вывода. Далее это приводит к одному нечеткому множеству, которое будет назначено каждой выходной переменной для каждого правила [5]. В случае решения задачи моделирования системы обработки заявки в логическом выводе с помощью функции min принадлежность к выводу отсекается по высоте, соответствующей степени истинности предпосылки правила (нечеткая логика «И»).

Активация подусловий в нечетких правилах означает объединение нечетких подмножеств, назначенных для каждой выходной переменно, чтобы сформировать одно нечеткое подмножество для каждой переменной. Для этого в качестве функции принадлежности используется функция max [2].

Дефаззификация. На данном этапе цель заключается в том, чтобы получить количественное четкое значение. В данной задаче используется метод центра тяжести.

Таким образом, не располагая точными и надежными данными о конкретной ситуации, алгоритм нечеткой логики позволяет анализировать и делать выводы на основе неточных экспертных мнений, повседневного опыта и интуиции, что зачастую упрощает процесс инженерии знаний преобразовывая подобные суждения человека-эксперта в выражения нечеткой логики.

1. *Бадалова А. Г., Пантелеев А. В.* Управление рисками деятельности предприятия: Учеб. пособие. — 2-е изд. — М.: Вузовская книга, 2016.
2. Алгоритм Мамдани в системах нечеткого вывода [Электрон. ресурс]. — URL: `https://habr.com/ru/post/113020/`.

3. *Ефимов А. С.*, *Морёнов О. А.* Основы нечеткой логики, логико-лингвистические модели // Материалы семинара ITLab. — М.: Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, 2004.
4. Основы нечеткой логики: Учебно-методическое пособие к практическим занятиям и лабораторным работам / Д. Р. Григорьева, Г. А. Гареева, Р. Р. Басыров. — Набережные Челны: Изд-во НЧИ КФУ, 2018.
5. Применение нечеткой логики с помощью пакета MATLAB [Электрон. ресурс]. — URL: `https://studwood.net/1356234/ekonomika/primenenie_metoda_nechetkoy_logiki_pomoschyu_paketa_matlab`.

ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ ПОДХОДЫ К ПОВЫШЕНИЮ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДА ПРИСТРЕЛКИ*

В. И. Гориховский

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

Метод пристрелки является одним из распространенных методов численного решения краевой задачи для систем дифференциальных уравнений [1]. Такой подход широко используется для систем уравнений с размерностью от 1 до 3 [2, 3]. Однако для задач большей размерности эффективность метода недостаточна и требуется использование более сложных методов, как метод конечных объемов [3]. Эти методы сложны в реализации и слабо поддаются распараллеливанию. В представленной работе рассматривается возможность увеличения производительности метода пристрелки с помощью использования методов локальной и глобальной оптимизации.

Рассмотрим краевую задачу для обыкновенного дифференциального уравнения порядка k:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=0}^{k} f_i(x) y^{(i)} = f(x), \\ U_\theta(y) = \gamma_\theta, \quad \theta = 1, 2, \ldots, m, \end{cases} \tag{1}$$

где γ_θ — заданные числа, а краевые условия заданы линейными формами:

$$U_\theta(y) = \sum_{i=0}^{n-1} \left[\alpha_\theta^{(i)} y^{(i)}(a) + \beta_\theta^{(i)} y^{(i)}(b) \right], \quad \theta = 1, 2, \ldots, m. \tag{2}$$

Эту краевую задачу можно переписать в виде краевой задачи для системы уравнений

$$\begin{cases} \mathbf{y}' = \mathbf{A}(x)\,\mathbf{y} + \mathbf{f}(x), \\ \mathbf{P}\mathbf{y}(x_0) = \mathbf{y}_0, \quad \mathbf{Q}\mathbf{y}(x_1) = \mathbf{y}_1. \end{cases} \tag{3}$$

Для использования метода пристрелки сформулируем задачу в виде задачи Коши с параметром a — углом стрельбы:

$$\begin{cases} \mathbf{y}' = \mathbf{A}(x)\,\mathbf{y} + \mathbf{f}(x), \\ \mathbf{y}(x_0) = \mathbf{y}_0, \quad \mathbf{y}'(x_0) = \mathbf{a}. \end{cases} \tag{4}$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке СПбГУ (id проекта 94034084).

При выполнении условия $\widetilde{\mathbf{y}}(x_1, \mathbf{a}) = \mathbf{y}_1$ решение такой системы будет являться также решением краевой задачи (3). Таким образом метод пристрелки — это процесс решения задачи Коши для множества различных значений $\mathbf{a}$ до тех пор, пока не будет найдено решение, удовлетворяющее желаемым граничным условиям. Как правило, этот процесс выполняется численно. Таким образом, весь алгоритм метода пристрелки может быть сформулирован в виде трех шагов:

1. Инициализация метода посредством выбора случайного значения угла пристрелки $\mathbf{a}_{init}$. На основе этого значения краевая задача формулируется в виде задачи Коши.

2. Нахождение численного решения задачи Коши (4): $\widetilde{\mathbf{y}}^*(x, \mathbf{a}_{init})$. Сравнение полученного решения с граничным условием в точке x_1: $R(\mathbf{a}_{init}) = \mathbf{y}(x_1, \mathbf{a}_{init}) - \mathbf{y}_1$.

3. Подбор параметра $\widehat{\mathbf{a}}$, для которого $||R(\widehat{\mathbf{a}})|| \approx 0$, с заданной наперед точностью.

Для подбора $\widehat{\mathbf{a}}$ необходимо решить уравнение относительно параметра a:

$$||\mathbf{y}(x_1, \mathbf{a}_{init}) - \mathbf{y}_1|| = 0. \tag{5}$$

Таким образом, при решении методом пристрелки краевых задач систем обыкновенных дифференциальных уравнений для нахождения параметра $\widehat{\mathbf{a}}$ используются различные подходы:

- грубый случайный поиск (метод Монте-Карло);
- метод бисекции;
- метод Ньютона;
- итерационные подходы.

Такие подходы применимы только для систем дифференциальных уравнений малого размера. В случае систем с большей размерности или жестких систем в силу высокой чувствительности функции $R(\mathbf{a})$ к изменению параметра $\mathbf{a}$, нахождение решения уравнения (5), может быть крайне вычислительно сложной задачей. Это вызвано необходимостью численного интегрирования системы для всех промежуточных значений. В текущей работе рассматривается возможность замены решения задачи поиска корня функции $R(\mathbf{a})$ на решение экстремальной задачи:

$$\widehat{\mathbf{a}}^* = \underset{\mathbf{a}}{\operatorname{argmin}} ||\mathbf{y}(x_1, \mathbf{a}) - \mathbf{y}_1||. \tag{6}$$

Такой подход позволяет использовать различные быстрые алгоритмы как локальной, так и глобальной оптимизации. В представленной работе сравниваются результаты применения методов нулевого и первого порядка, а также эвристических методов. Эффективность оценивается средним количеством запусков решателя задачи Коши что является самой вычислительно затратной частью алгоритма. Методы второго порядка не рассматриваются, поскольку используют оценку гессиана системы. Такое оценивание использует большее число запусков решателя, чем даже простой случайный поиск. В работе рассмотрены методы градиентного спуска и методы наискорейшего спуска, а также их рандомизированные версии, метод ветвей и границ, генетические алгоритмы и метод имитации отжига.

1. *Ascher U. M.*, *Petzold L. R.* Computer Methods for Ordinary Differential Equations and Differential Algebraic Equations. — Philadelphia: SIAM, 1998.
2. *Elizarova T.*, *Khokhlov A.*, *Montero S.* Numerical simulation of shock wave structure in nitrogen // Phys. Fluids. — 2007. — V. 19. — P. 068102.
3. *Алексеев И. В.*, *Кустова Е. В.* Расчет структуры ударной волны в CO_2 с учетом объемной вязкости // Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. — 2017. — Т. 4, №4. — P. 642–653.

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАМЕНТА НА ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЯ РОБОТОМ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ЧЕЛОВЕКОМ

А. Е. Городецкий, И. Л. Тарасова

ИПМаш РАН, Санкт-Петербург, Россия

Успехи в разработке интеллектуальных роботов (ИР) расширяют сферу их деятельности, связанную выполнением технологических операций в коллективе с человеком. При этом предполагаемые функции таких роботов должны быть значительно шире, чем просто выполнение механических операций. Например, робот, обслуживающий пожилого больного пациента, не может просто настаивать на приеме пациентом нужного лекарства в нужное время [1]. Рано или поздно из-за особенностей психики человека возникнет конфликтная ситуация, многочисленные варианты которой возникают при общении обычных врачей и сиделок с пациентами. Грамотный, психологически уравновешенный врач или сиделка сможет погасить конфликт. Когда это место занимает робот, ситуация усложняется восприятием его как механического устройства, которого можно игнорировать. Подобный простой пример демонстрирует существующие проблемы психологического взаимодействия робота и человека.

Приведенный пример и другие известные [2, 3] показывают актуальность разработок новых методов формирования специфических свойств ИР, позволяющих учитывать психику человека, с которым робот взаимодействует, и адаптироваться к особенностям его поведения. При этом одним из важнейших является учет темперамента человека. Для этого необходимо, прежде всего провести анализ свойств темперамента человека и существующих методик его выявления.

Существует несколько типологий, по которым определяется тип темперамента: сангвиник, холерик, флегматик либо меланхолик. Проанализировав существующие типы классификаций темперамента человека можно рекомендовать к использованию в интеллектуальных роботах следующие три типа:

— конституционные, основанные на анализе изображений человека;

— диалоговые, основанные на анализе ответов человека на пункты опросников;

— поведенческие, основанные на анализе особенностей поведения человека в различных ситуация.

Так как на практике часто возникают ситуации колебаний темперамента человека при возникновении различных жизненных ситуаций, то сложно их учесть при оценке человека ИР при использовании какого-либо одного из перечисленных типов классификации. Поэтому необходимо обеспечить робота возможностью определять степень принадлежности человека к тому или иному типу темперамента после использования всех трех типов классификации. Тогда, если все три типа классификации дадут один и тот же результат (например, человек — сангвиник), то степень принадлежности к выявленному типу классификации будет $\mu(\text{сангвиник}) = \mu(\text{с}) = 1$ в терминах лингвистических переменных [4]. Если все три дадут разные результаты (что мало вероятно), то получим, например:

$$\mu(\text{сангвиник}) = \mu(\text{холерик}) = \mu(\text{флегматик}) = \mu(\text{с}) = \mu(\text{х}) = \mu(\text{ф}) = 1/3.$$

Наиболее вероятно, что два типа классификации дадут одон и тот же результат, а третий отличный. Тогда, например мы получим: $\mu(\text{с}) = 2/3$ и $\mu(\text{х}) = 1/3$.

В случае, когда все три типа классификации дают разные результаты задача оценки темперамента становится неопределенной. Одним из перспективных подхо-

дов к решению подобной задачи может быть использование логико-вероятностных и логико-лингвистических методов анализа окружения выбора решения, позволяющего корректировать результаты классификации.

Для адаптация поведения ИР, взаимодействующей с человеком с учетом текущей ситуации при принятии решения необходима оценка степеней принадлежности человека, с которым он взаимодействует, к тому или иному типу темперамента. При этом адаптация будет состоять в поэтапном повышении эмоциональной насыщенности поведения ИР, начиная с нулевой, анализа ответной реакции человека на действия робота и коррекции поведения. При этом целесообразно учесть рекомендации психологов по взаимодействию с человеком различного темперамента [5].

Наделение ИР способностью оценки темперамента человека, с которым он взаимодействует, и адаптации к нему при принятии решений возможно при формировании его центральной нервной системы. Для этого необходимо в центральной нервной системе ИР блок фаззификации, распознавания и принятия решения дополнить такими новыми элементами как экспертные системы, позволяющие путем диалога с человеком оценить степени принадлежности последнего к различным типам темперамента и корректоры поведения, в которых на основании логико-вероятностного и логико-лингвистического анализа условий принятия решений при коллективном взаимодействии проводить коррекцию алгоритмов принятия решений.

В качестве примера учета влияния темперамента рассматривается компьютерная модель проезд автомобиля по заданной трассе водителями различного темперамента с роботом ассистентом (штурманом) за минимальное время без аварии и не превышения максимально допустимой скорости движения. При этом трасса содержит несколько участков, каждый из которых содержит прямые участки и повороты. Причем каждый участок имел одинаковые коэффициенты сцепления с дорогой.

При моделировании учитывалось, что:

— автомобиль не может разогнаться до скорости больше допустимой по условиям дорожного движения;

— максимальное ускорение при разгоне определяется техническими параметрами автомобиля и вычислась из условия времени разгона до заданной скорости;

— при учете темперамента оценка ускорения при разгоне изменялась с учетом времени реакции водителя холерика либо времени реакции водителя сангвиника, либо времени реакции водителя меланхолика, либо времени реакции водителя флегматика, а также времени выдачи команды роботом-штурманом для водителя холерика, сангвиника, меланхолика или флегматика;

— скорость при повороте для предотвращения аварии не может быть больше критической;

— максимальное ускорение при торможении определялась техническими параметрами автомобиля и дорожными условиями и вычислялась из условия времени торможения от начальной скорости до нуля при торможении и из тормозного пути, зависящего от дорожных условий;

— при учете темперамента оценка ускорения при торможении изменялась с учетом времени реакции водителя холерика, либо времени реакции водителя сангвиника, либо времени реакции водителя меланхолика, либо времени реакции водителя флегматика, а также времени выдачи команды роботом-штурманом для водителя холерика, сангвиника, меланхолика или флегматика.

Результаты компьютерного моделирования, показали, что время прохождения трассы зависит от темперамента водителя, а не учет ИР штурманом темперамента водителя при выдаче рекомендаций по разгону и торможению автомобиля без учета

темперамента приводит либо к более медленному прохождения трассы, либо, что намного хуже, к авариям на поворотах.

Таким образом, учет темперамента на принятие решения роботом при взаимодействии с человеком позволяет улучшать качество взаимодействия и избегать коллизий.

1. URL: https://euromednews.ru/2013/03/roboty-na-sluzhbe-u-bolnykh-i-pozhilykh-lyudejj/.
2. *Madrigal Alexis C.* Meet the Cute, Wellies-Wearing, Wikipedia-Reading Robot That's Going to Hitchhike Across Canada // The Atlantic. — 12 June 2014. — URL: https://www.theatlantic.com/technology/archive/2014/06/meet-the-cute-wellies-wearing-robot-thats-going-to-hitchhike-across-canada/372677/.
3. *Нечет Т.* Вандалы поломали и обезглавили знаменитого робота-путешественника HitchBOT // Комсомольская правда в Украине. — URL: http://kp.ua/life/507890-vandaly-polomaly-y-obezghlavyly-znamenytoho-robota-puteshestvennyka-HitchBOT.
4. Lotfi Zadeh, Father of Mathematical 'Fuzzy Logic', Dies at 96. — URL: https:/www.nytimes.com/2017/09/11/science/lotfi-zadeh-father-of-mathematical-fuzzy-logic-dies-at-96.html?mcubz=3.
5. *Менделевич В. Д.* Клиническая и медицинская психология: Учеб. пособ. — М.: МЕД-пресс-Информ, 2008. — 432 с.

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ПОИСКА ГАРАНТИРУЮЩЕГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КВАНТИЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ*

С. В. Иванов, В. Н. Акмаева

МАИ, Москва, Россия

При моделировании систем с высокими требованиями к уровню надежности принимаемого решения возникают задачи оптимизации поиска минимума квантили функции потерь. Эффективным методом решения данной задачи является доверительный метод [1]. При этом задача квантильной оптимизации аппроксимируется минимаксной задачей, в которой отдельной задачей стоит выбор доверительного множества Для нормального распределения случайных факторов выбор шара в качестве доверительного множества обеспечивает высокую точность верхней оценки функции квантили [2]. Для кусочно-линейной функции таковым станет многогранник. Параметризуя многогранник радиусом вписанного шара, можно можно улучшить оценку на шаре. Дальнейшее улучшение решения на случай произвольного распределения возможно при переносе граней доверительного выпуклого многогранного множества с сохранением его вероятностной меры [3, 4]. Для получения нижней оценки оптимального значения функции квантили необходимо вместо доверительного множества использовать ядро вероятностной меры, которое для стандартного нормального распределения будет шаром с радиусом, равным квантили стандратного нормального распределения такого же уровня, как и у функции квантили. Кусочно-линейная по случайным параметрам и выпуклая по стратегии оптимизации функция потерь позволяет свести все к задаче стохастического линейного программирования с квантильным критерием, решаемой с помощью методов выпуклой оптимизации. Также данный метод подходит и для решения задач

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №22-21-00213, https://rscf.ru/project/22-21-00213/.

стохастической оптимизации с кусочной квадратично-линейной функцией потерь, а также может быть использован и для решения задач дискретной оптимизации в случае дискретной стратегии оптимизации.

1. *Kibzun A. I.*, *Kan Y. S.* Stochastic Programming Problems with Probability and Quantile Functions. — Chichester, New York, Brisbane, Toronto, Singapore: John Wiley & Sons, 1996.
2. *Кибзун А. И.*, *Кан Ю. С.* Задачи стохастического программирования с вероятностными критериями. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009.
3. *Кибзун А. И.*, *Наумов А. В.* Гарантирующий алгоритм поиска решения задачи квантильной оптимизации // Космические исследования. — 1995. — Т. 33, №2. — С. 160–165.
4. *Наумов А. В.*, *Иванов С. В.* Исследование задачи стохастического линейного программирования с квантильным критерием // Автоматика и телемеханика. — 2011. — №2. — С. 142–158.

АНАЛИЗ ИННОВАЦИОННОГО ПОТЕНЦИАЛА САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ

***А. С. Клентак*[1], *В. Н. Козловский*[2]**

[1]*Самарский университет, Самара, Россия;* [2]*СамГТУ, Самара, Россия*

В последние годы в России была сформирована стратегия инновационного развития на федеральном и региональном уровне, подкрепленная нормативно-правовыми актами и целым рядом государственных программ [1]. Развитие нормативной базы по инновациям в большой степени способствует улучшению результатов инновационного развития региона и страны в целом. Субъекты РФ различны по уровню включенности в инновационные преобразования.

Существует ряд рейтингов регионального инновационного развития: Рейтинг инновационного развития субъектов РФ (Институт статистических исследований и экономики знаний (ИСИиЭЗ) НИУ Высшая школа экономики), Рейтинг инновационного развития регионов Российской Федерации (ФГБНУ НИИ РИНКЦЭ), Национальный рейтинг научно-технологического развития субъектов Российской Федерации (Министерство науки и высшего образования РФ), Рейтинг инновационных регионов России (Ассоциация инновационных регионов России (АИРР) и Минэкономразвития РФ) и др. Рассмотрим положение Самарской области в последних версиях этих исследований.

В Рейтинге инновационных регионов России (Ассоциация инновационных регионов России (АИРР) и Минэкономразвития РФ) Самарской область занимала в 2014 г. — 15 место, 2015 г. — 14, 2016 г. — 10, 2017 г. — 9, 2018 г. — 10. Начиная с 2016 г. Самарская область вошла в группу сильных инноваторов. Если проследить за показателями Самарской области на этом периоде, то можно выделить основной сильной стороной региона количество занятых в отраслях высокого уровня в общей численности занятых в экономике региона, а к наиболее слабой стороне региона согласно данным рейтинга относится количество средств бизнеса, направленных на НИОКР, а также количество публикаций в научных журналах [2].

В Рейтинге инновационного развития субъектов РФ (Институт статистических исследований и экономики знаний (ИСИиЭЗ) НИУ Высшая школа экономики) Самарской область занимала в 2008 г. — 13 место, 2010 г. — 15, 2012 г. — 20, 2013 г. — 25, 2014 г. — 25, 2015 г. — 20, 2017 г. — 11, 2018/2019 гг. — 14. Практически на всем периоде существования рейтинга Самарская область входила во

II группу. Если проследить за показателями Самарской области на этом периоде, то можно выделить научно-технический потенциал региона, а к наиболее слабым сторонам региона согласно данным рейтинга относятся социально-экономические условия инновационной деятельности, а также качество инновационной политики [3].

В Рейтинге инновационного развития регионов Российской Федерации (ФГБНУ НИИ РИНКЦЭ) Самарской область занимала в 2016 г. — 8, 2017 г. — 10, 2018 г. — 7, 2019 г. — 7, 2020 г. — 8. На протяжении существования рейтинга Самарская область всегда входила в группу с «Относительно высоким уровнем» инновационного развития. Если проследить за показателями Самарской области на этом периоде, то можно выделить основной сильной стороной региона организационно-экономические условия развития, финансовое обеспечение, кадровый потенциал, а к наиболее слабой стороне региона согласно данным рейтинга относится потенциал для развития инноваций, в том числе: индекс физического объема ВРП, производительность труда, динамика инвестиций в основной капитал, удельный вес прибыльных организаций и прирост высокопроизводительных рабочих мест [4].

В Национальном рейтинг научно-технологического развития субъектов Российской Федерации (Министерство науки и высшего образования РФ) Самарской область заняла в 2021 г. — 14 место. Данный рейтинг в 2022 г. составлялся впервые. К сожалению, внутренние показатели по регионам авторами рейтинга не раскрываются [5].

По итогам проведенного анализа возможно сделать ряд выводов:

1. В зависимости от методики составления рейтинга положение в нем региона достаточно значительно отличаются друг от друга, например, в 2014 г. в Рейтинг инновационных регионов России (Ассоциация инновационных регионов России (АИРР) Самарская область занимала 15 место, в свою очередь в Рейтинг инновационного развития субъектов РФ (Институт статистических исследований ие экономики знаний (ИСИиЭЗ) НИУ Высшая школа экономики) в том же 2014 г. Самарская область занимала 25 место.

2. Во всех описанных рейтингах, за исключением Национальном рейтинг научно-технологического развития субъектов Российской Федерации (Министерство науки и высшего образования РФ), одной из сильных сторон Самарской области признается кадровый потенциал региона, такой же результат по указанному показателю был получен автором статьи в предыдущем исследовании [6].

3. При этом экономические условия инновационной деятельности в Рейтинге инновационного развития субъектов РФ (Институт статистических исследований и экономики знаний (ИСИиЭЗ) НИУ Высшая школа экономики) входили категорию слабых сторон региона, а в Рейтинге инновационного развития регионов Российской Федерации (ФГБНУ НИИ РИНКЦЭ) аналогичный показатель вошел в категорию сильных сторон.

Проведенный в работе анализ показывает, что в данный момент в России не создан единый методологический аппарат, позволявший бы достоверно оценивать регионам уровень своего инновационного развития.

1. Распоряжение Правительства РФ от 8 декабря 2011 г. №2227-р О Стратегии инновационного развития РФ на период до 2020 г.
2. Рейтинг инновационных регионов России [Электрон. ресурс]. — URL: `https://i-regions.org/reiting/rejting-innovatsionnogo-razvitiya/`.
3. Рейтинг инновационного развития субъектов РФ [Электрон. ресурс]. — URL: `https://www.hse.ru/primarydata/rir?ysclid=lghsldxsl0913875715`.
4. Рейтинг инновационного развития Российской Федерации (ФГБНУ НИИ РИНКЦЭ).

5. https://minobrnauki.gov.ru/press-center/news/novosti-ministerstva/61045/.
6. *Клентак Л. С.*, *Клентак А. С.*, *Зиновьева А. А.*, *Адумян О. С.* Сравнительный анализ научно-образовательного потенциала Самарской области и соседних регионов // Вестник самарского муниципального института управления. — 2018. — №4. — С. 15–25.

МЕТОД КУПМАНА ДЛЯ АНАЛИЗА АВТОКОЛЕБАНИЙ В НЕКОТОРЫХ ФИЗИЧЕСКИХ И ХИМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

***Л. А. Кондратьева*[1], *А. В. Романов*[2]**

[1]*МАИ, Москва, Россия;* [2]*НИУ ВШЭ, Москва, Россия*

Последние годы в связи с задачами теории управления и устойчивости активно обсуждается [1–3] идея глобальной линеаризации динамических систем $x \to S_t x$, $t \geq 0$, с положительно инвариантной ограниченной областью $D \subset \mathbb{R}^n$, $S_t D \subseteq D$, порождаемых системой ОДУ

$$\frac{dx}{dt} = f(x), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad f \in C^1(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n). \tag{1}$$

Именно, в пространстве комплекснозначных функций («наблюдений») $g \in C^1(D)$ рассматривается динамическая система, действующая по правилу $U_t \colon g(x) \to g(S_t x)$ с *линейными операторами Купмана* U_t. Вопросы финальной (при $t \to +\infty$) динамики исходной системы (1) оказываются тесно связанными с (возможно, комплексными) собственными значениями $e^{\lambda t}$ и собственными функциями g_λ операторов U_t. Генератор линейной полугруппы $\{U_t\}_{t \geq 0}$ представляет собой линейный дифференциальный оператор в частных производных

$$L \colon g \to \nabla g \cdot f,$$

где «$\cdot$» — скалярное произведение в $\mathbb{C}^n$. Приближенное вычисление собственных функций g_λ является не очень простой, но решаемой задачей; наличие таких g_λ с $\operatorname{Re}\lambda < 0$ и $\operatorname{Re}\lambda = 0$ позволяет локализовать [2] устойчивые предельные циклы $\Gamma \subset D$ системы (1) через множества уровня $g_\lambda = 0$.

Эффективность данной методики для задачи изучения устойчивых автоколебаний удается продемонстрировать на примерах известных моделей Ван дер Поля, Лотки–Вольтерры и «Брюсселятор» ($n = 2$), а также, модели «Орегонатор» [4], описывающей одну из версий реакции Белоусова–Жаботинского ($n = 3$). Ранее, итерации дифференциального оператора L успешно применялись в работах [4, 5] для приближенной локализации циклов трехмерных динамических систем на алгебраических или вещественно-аналитических поверхностях $M \subset \mathbb{R}^3$.

1. *Budisic M.*, *Mohr R.*, *Mezic I.* Applied Koopmanism // Chaos. — 2012. — V. 22(4). — P. 047510.
2. *Mauroy A.*, *Mezic I.* Global stability analysis using the eigenfunctions of the Koopman operator // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2016. — V. 61(11). — P. 3356–3369.
3. *Brunton S. L.*, *Budisic M.*, *Kaiser E.*, *Kutz J. N.* Modern Koopman Theory for Dynamical Systems // SIAM Review. — 2022. — V. 64(2). — P. 229–340.
4. *Kondratieva L.*, *Romanov A.* Self-oscillations in a certain Belousov–Zhabotinsky model // MATEC Web of Conferences. — 2022. — V. 362. — Art. no. 01011.
5. *Кондратьева Л. А.* Аналитическое приближение инерциального многообразия для модели движения спутника // Труды МАИ. — 2022. — №123. — С. 1–20.

ПРИМЕНЕНИЕ MPC ДЛЯ АНАЛИЗА ДИНАМИКИ ВЕРТОЛЕТА НА ОСНОВЕ ИНТЕРПОЛЯЦИОННОЙ МОДЕЛИ ПРИ НАЛИЧИИ ОГРАНИЧЕНИЙ НА УПРАВЛЕНИЕ

И. А. Кудрявцева, К. С. Петров

МАИ, Москва, Россия

В работе рассматривается решение задачи управления движением вертолета с целью достижения заданной траектории при наличии ограничений на управляющие воздействия [1–3]. Для этого предлагается подход, основанный на применении модельного прогнозирующего управления (MPC) [5–7]. Данная стратегия хорошо зарекомендовала себя в качестве метода решения задач управления в реальном времени, что особенно ценно в случае анализа динамики вертолета, большинство требуемых режимов полета которого нестабильно. Предложенный метод позволяет найти последовательность управляющих сигналов в пределах временного интервала (горизонта управления), обеспечивающих попадание на целевую траекторию в пределах другого временного интервала (горизонта прогнозирования). Управление находится как минимум функционала качества, отражающего оценку степени близости целевой траектории к прогнозируемой, а также влияние интенсивности управляющих воздействий, что является весьма времязатратным. Исследуемая нелинейная модель подвергается линеаризации для заданных значений продольной скорости движения вертолета [1, 2]. Решение задачи для произвольных значений скорости, не совпадающих с фиксированными, строится на основе интерполяционного подхода, согласно которому матрицы системы раскладываются по базису финитных функций [8, 9].

Анализ влияния ограничений по управлению на результат решения задачи проводился двумя способами. Первый способ предполагает применение MPC стратегии без учета ограничений, но с коррекцией компонент вектора управления по следующему правилу:

$$u_i = \begin{cases} u_i, & u_i^{\min} \le u_i \le u_i^{\max}, \\ u_i^{\max}, & u_i > u_i^{\max}, \\ u_i^{\min}, & u_i < u_i^{\min}. \end{cases} \qquad i = \overline{1, m}.$$

Второй — включает модификацию функционала качества, а также добавление системы ограничений, вытекающих из способа нахождения управляющего воздействия для каждого момента в пределах горизонта управления, и последующим решением задачи квадратичного программирования [4].

В работе проводилось исследование влияния наличия ограничений на процесс перехода к установившемуся режиму на примере многоцелевого вертолета Westland Lynx. На рис. 1 представлены траектории векторов управления и состояния при использовании первого способа решения поставленной задачи. Для малых начальных отклонений, небольших значений шага дискретизации удалось добиться желаемых значений вектора выхода за время, равное горизонту прогнозирования. Однако, потребовалось слегка увеличить горизонт управления по сравнению с моделью без ограничений [8].

Однако, данный подход не является робастным к изменению горизонтов управления и прогнозирования, что продемонстрировано на рис. 2.

На рис. 2 видно, что при увеличении данных временных интервалов не происходит выхода на желаемую траекторию. С данным обстоятельством справляется

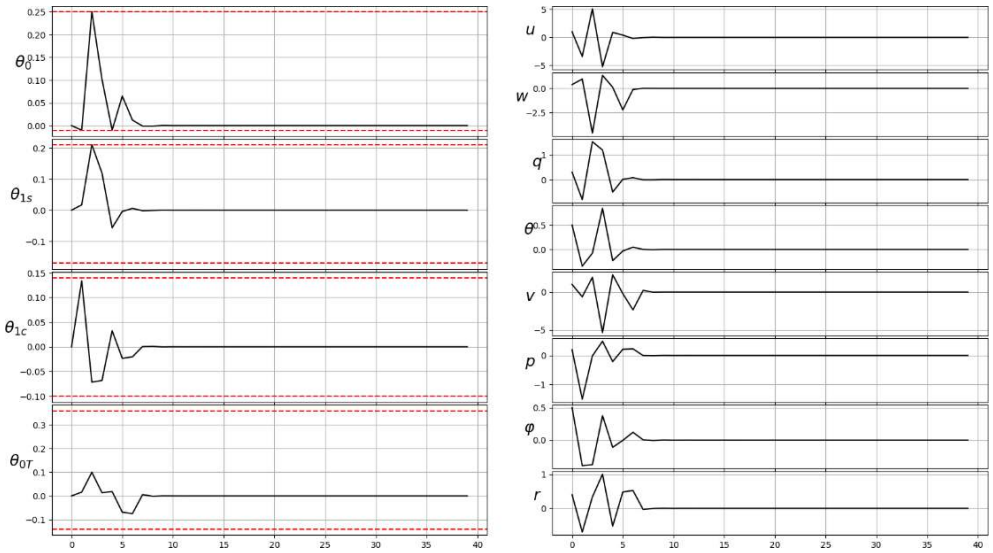


Рис. 1. Траектории вектора управления и вектора состояния

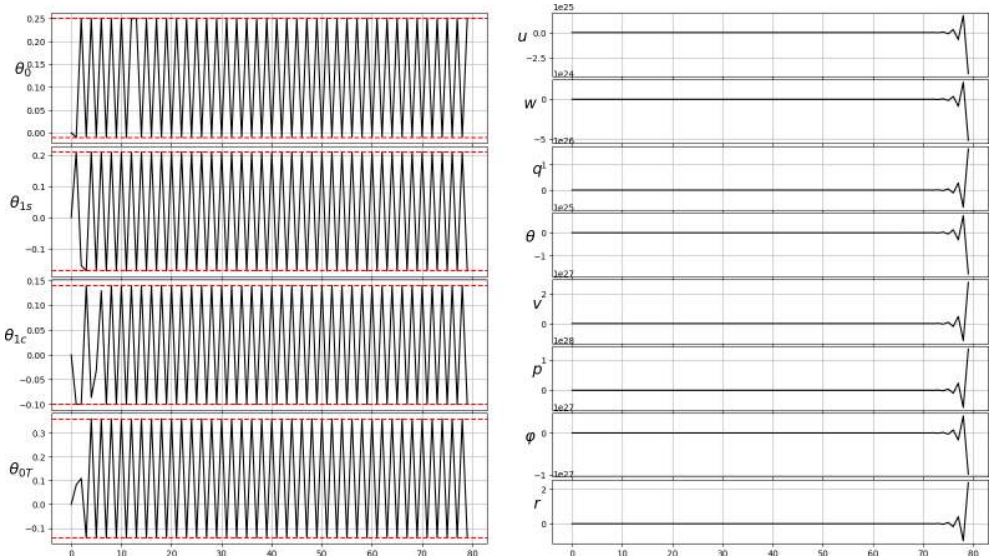


Рис. 2. Отсутствие сходимости первого метода при увеличении горизонтов прогнозирования и управления

второй подход, связанный с решением задачи квадратичного программирования при ограничениях типа неравенств.

1. *Padfield G. D.* Helicopter flight dynamic. The theory and application of flying qualities and simulation modelling. — Oxford: Blackwell Publishing, 2007.
2. *Padfield G. D.* Helicopter flight dynamics: Including a treatment of tiltrotor aircraft. — New York: John Wiley & Sons, 2018.
3. *Oktay T.*, *Sultan C.* // Aircraft Engineering and Aerospace Technology. — 2013. — V. 85(1). — P. 32.

4. *Wang L.* Model predictive control system design and implementation using MATLAB. — Melbourne: Springer-Verlag, 2009.
5. *Rawlings J. B.* Model predictive control: Theory and design Nob Hill Publishing. — Madison, 2009.
6. *Kudryavtseva I. A.*, *Panteleev A. V.* Smart Innovation // Systems and Technologies. — 2022. — V. 274. — P. 363.
7. *Kudryavtseva I. A.*, *Petrov K. S.* // MATEC Web of Conferences. — 2022. — V. 362. — 01012. — DOI: 10.1051/matecconf/202236201012.
8. *Kudryavtseva I.*, *Efremov A.*, *Panteleev A.* Optimization of helicopter motion control based on the aggregated interpolation model // AIP Conf. Proc. — 2019. — V. 2181. — 020008. — DOI: 10.1063/1.5135668.
9. *Rybakov K. A.* // Differential Equations and Control Processes. — 2016. — V. 2. — P. 39.

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ЭВОЛЮЦИИ ДЛЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА НЕЧЕТКОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

А. А. Лунева, С. Ю. Лунева

МАИ, Москва, Россия

Для решения задач управления линейными и нелинейными объектами были разработаны и широко используются методы синтеза нечетких регуляторов. Нечеткие регуляторы разрабатываются с использованием методов нечетких множеств и нечеткой логики. Существующие подходы позволяют решать специфические задачи управления с помощью нечеткого регулятора. В работе предложен общий алгоритм решения любой задачи управления с использованием нечеткой системы, параметры которой синтезируются при помощи модифицированного метода дифференциальной эволюции.

Модель нечеткой системы с параметрами, оптимизируемыми при помощи метаэвристических методов. Для применения метода оптимизации необходимо упростить модель нечеткой системы. Нечеткую систему можно представить четырьмя основными модулями: 1) фаззификация; 2) правила вывода; 3) агрегирование; 4) дефаззификация.

Первый модуль содержит целочисленные параметры N_i, M, характеризующие количество лингвистических значений соответствующих лингвистических переменных, $i = 1, \ldots, n$, а также вещественные параметры a_i^j, b_i^j, c_i^j — координаты точек треугольных функций принадлежности для каждой входной и выходной переменной, $j = 1, \ldots, N_i$, или $j = 1, \ldots, M$. Второй модуль содержит целочисленные параметры p — числа, характеризующие номер функции принадлежности выходной переменной для каждого правила. Параметром, характеризующим нечеткую систему по третьему модулю, будет целочисленный параметр A — номер выбранного метода агрегирования. Параметром, характеризующим нечеткую систему по четвертому модулю, будет целочисленный параметр D — номер выбранного метода дефаззификации.

Формализация задачи оптимизации параметров нечеткой системы. Итак, нечеткую систему можно охарактеризовать расширенным блочным вектор-столбцом параметров $\gamma = \left[N_i, M, a_i^j, b_i^j, c_i^j \mid [p] \mid A \mid D\right]^T$.

Предположим, что известна математическая модель объекта управления:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(t, x(t), u(t)), \\ x(0) &= x_0 \in \Omega_0. \end{aligned} \tag{1}$$

Значения функционала на отдельной траектории и критерий качества управления системой могут быть представлены в виде

$$J = \frac{\int\limits_{\Omega_0} I(x_0)\,dx_0}{mes\Omega_0} \cong \sum_i \frac{I(x_0^i)}{\widetilde{M}} \to \min_{\gamma}. \qquad (2)$$

Модифицированный метод дифференциальной эволюции для решения смешанных целочисленно-непрерывных задач. В задаче оптимизации параметров нечеткой системы функционал J рассматривается как целевая функция. В качестве оптимизируемых параметров рассматриваются параметры первых двух модулей. Основная идея модификации заключается в изменении процедуры формирования начальной популяции, а также введении дополнительных ограничений, обеспечивающих корректную работу нечеткой системы.

Процесс формирования новой популяции для предложенного модифицированного метода дифференциальной эволюции отличается только проверкой границ для вектора, полученного в результате мутации.

Алгоритм решения задачи оптимизации параметров нечеткой системы.

1. Задать структуру оптимизируемой нечеткой системы в виде 4 модулей.

2. Применить модифицированный метод дифференциальной эволюции для минимизации функционала J по параметрам нечеткой системы γ. При вычислении значений функционала J для вектора-образца и вектора-мишени:

2.1. Вычислить значения критерия I при помощи моделирования полученной в результате применения модификации метода дифференциальной эволюции нечеткой системы.

2.2. Вычислить значение функционала J для полученных в п. 2.1 значений I по формуле (2).

3. Получить оптимальный вектор γ.

Рассмотрим применение алгоритма для решения задачи быстродействия.

Постановка задачи. Найти оптимальное по быстродействию управление, соответствующие ему траекторию и время, затрачиваемое на переход из состояния начального состояния $x_1(0) = a$, $x_2(0) = b$ в начало координат для модели объекта управления, описываемой системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2, \\ \dot{x}_2(t) = u(t), \end{cases} \qquad \text{где} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \quad |u| \le 1.$$

Проблему можно сформулировать в форме задачи минимизации функционала вида: $I = \int_0^T dt \to \min$, где момент окончания процесса управления T не задан и подлежит определению. Требуется найти оптимальное управление u^*, соответствующую ему траекторию x^* и время T.

При решении задачи с целью экономии ресурсов была выбрана стратегия решения, при которой для количества особей в популяции $NP = 15$ и максимального количества популяций $MAX = 15$ проводится несколько испытаний. Затем из полученных результатов выбирается наилучший. После серии тестов, проведенных при помощи программной реализации алгоритма, были получены следующие результаты: $N_1 = N_2 = 5$, $M = 3$, функции принадлежности (рис. 1), таблица правил (табл. 1).

Решим задачу быстродействия для начальных условий $x_1(0) = -1$, $x_2(0) = -3$ при помощи полученной нечеткой системы. В результате моделирования нечеткой

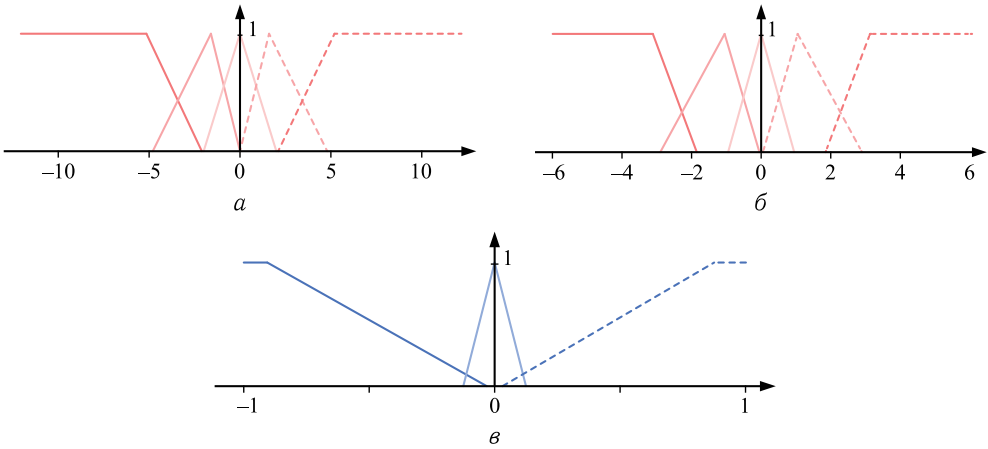


Рис. 1. Функции принадлежности для x_1 (*а*), для x_2 (*б*) и для u (*в*)

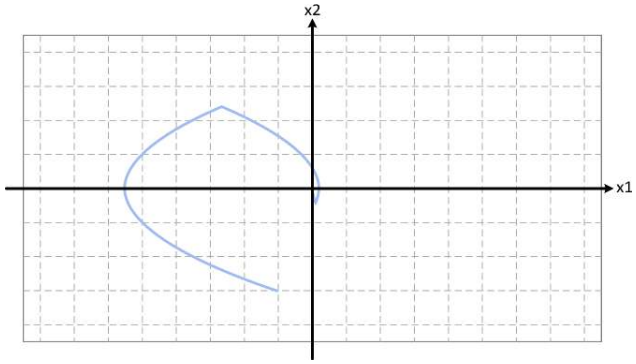


Рис. 2. Оптимальная траектория для начальных условий $x_1(0) = -1$, $x_2(0) = -3$

Таблица 1

Таблица правил

$\widetilde{u}$	$x_2 = \widetilde{x}_2$					
$x_1 = \widetilde{x}_1$		**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
	1	3	3	3	3	2
	2	3	3	3	2	1
	3	3	3	2	1	1
	4	3	2	1	1	1
	5	2	1	1	1	1

системы методом Эйлера получим оптимальное управление u^*, соответствующую ему траекторию x^* и время T.

Траектория, соответствующая оптимальному управлению u^*, найденному при помощи нечеткой системы, представлена на рис. 2. Оптимальное время $T = 7{,}6666$.

1. *Бадалова А. Г.*, *Пантелеев А. В.* Управление рисками деятельности предприятия. — 2-е изд. — М.: Вузовская книга, 2016. — С. 131–152.

2. *Пантелеев А. В.*, *Бортаковский А. С.* Теория управления в примерах и задачах. — М.: Высшая школа, 2003. — 584 с.
3. *Пантелеев А. В.*, *Скавинская Д. В.* Метаэвристические алгоритмы глобальной оптимизациию. — М.: Вузовская книга, 2019. — С. 104–109.

ОБ ОДНОМ СВОЙСТВЕ РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ДЛЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ И МОДЕЛИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ МАШИН

Л. Б. Матусов

ИМАШ РАН, Москва, Россия

1. Для мнгокритериальной оптимизации и моделирования параметров механизмов, машин и конструкций, был создан метод исследования пространства параметров (метод ИПП) [1]). В основе метода лежит возможность зондировать пространство изменяемых параметров объекта точками равномерно распределенной $ЛП_\tau$-последовательности [1, 2]. Чем более равномерно распределена эта последовательность, тем более достоверную информацию о свойствах исследуемого объекта можно получить при расчете системы без увеличения количества этих расчетов в точках последовательности.

Последовательности многомерных точек, могут обладать различными свойствами равномерности [2]. Для решения практических задач эти свойства должны выполняться уже при сравнительно небольших количествах точек.

В работе [3] было доказана возможность выполнения важного свойства равномерности (свойства C). В данной работе исследуются свойство равномерности $ЛП_\tau$-последовательностей C' (см. ниже). Доказана возможность построения $ЛП_\tau$-последовательностей, обладающих свойством C'.

Свойство C'. Пусть $L_1, L_2, \ldots, L_n$ — различные моноциклические операторы с порядками $m_1, m_2, \ldots, m_n$ соответственно. Пусть $m(n)$ — порядок моноциклического оператора, стоящего на n-м месте в последовательности всех моноциклических операторов, взятых подряд.

Проведем $3n$ плоскостей $x_k = 1/4, 1/2, 3/4$, $k = 1, 2, \ldots, n$. Они разбивают единичный куб K^n на 2^{2n} кубиков. Будем говорить, что последовательность

$$P_0, P_1, \ldots, P_i, \ldots \tag{1}$$

обладает свойством C', если в любом ее двоичном участке длины 2^{2n} все точки принадлежат различным кубикам. Нетрудно видеть, что последовательность (1) обладает свойством S' тогда и только тогда, когда определитель, составленный из первых двух столбцов направляющих матриц равен $1(\mathrm{mod}2)$.

Как и в случае свойства C [3], возникает вопрос — можно ли использовать все моноциклические операторы подряд так, чтобы соответствующая им последовательность точек (1) обладала свойством C' при каждом n. Вопрос обоснован тем, что именно в этом случае значение τ будет минимальным, что наилучшим образом отразится на всех характеристиках равномерности [2]. Для ответа на него рассмотрим следующие утверждения.

Лемма 1. *Пусть $p^j(i)$ — есть ДР-последовательности* [1], *соответствующие всем моноциклическим операторам низших порядков $L_1, \ldots L_n$. Пусть m — порядок оператора L_n. Тогда справедливо следующее неравенство*: $2n + m(M+1)/2 < 2^m$ *при* $m \geq 6$.

Доказательство этого утверждения аналогично доказательству леммы 1 из работы [3].

Теорема. *Существуют такие начальные условия для первых двух столбцов направляющих матриц, что последовательность точек точек* $P_i = (p^1(i), \dots p^n(i))$, *построенная по последовательности всех, взятых подряд моноциклических операторов, при каждом n обладает свойством C′.*

Доказательство, аналогичное доказательству теоремы 1, проводится по индукции.

Проверяется справедливость теоремы при всех n, таких, что $m_n < 6$. Пусть она верна при некотором n $(n \geq 13,\ m_n > 5)$. Затем доказывается справедливость ее для $n + 1$.

1. *Соболь И. М.*, *Статников Р. Б.* Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. — 2-е изд. — М.: Дрофа, 2006. — 176 с.
2. *Matusov L.* Some properties of multidimensional sequences // The XII International Congress “Science, Education and Technology in the Modern World”: Papers and Commentaries, Cambridge, USA, 2015. — V. 3. — P. 102–107.
3. *Матусов Л. Б.* О свойствах равномерно распределенных последовательностей в задачах векторной оптимизации и моделирования параметров конструкций машин // Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС’2021), 4–13 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 64–66.

ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС НАХОЖДЕНИЯ ГЛАВНЫХ КВАЗИОДНОРОДНЫХ ФОРМ ПОЛИНОМА И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СТАЦИОНАРНОЙ ТОЧКИ НА ЭКСТРЕМУМ

В. Н. Нефедов, Д. С. Никулин

МАИ, Москва, Россия

Предлагается комплекс программ, позволяющий выделять главные квазиоднородные формы полиномов [1–4] от двух или трех переменных, используемые при решении ряда практических задач. Важнейшая из них — построение и проверка необходимых и достаточных условий экстремума для полиномов и степенных рядов.

Понятие главной квазиоднородной формы полинома тесно связано с понятием многогранника Ньютона. Как показано в [3], главные квазиоднородные формы полинома представляют собой сумму членов полинома, соответствующих какой-нибудь грани его многогранника Ньютона. Следует отметить, что многогранники Ньютона являются инструментом для исследования широкого класса задач, например, [5–8]. В частности, теория многогранников Ньютона связывает геометрию многогранников с алгебраической геометрией [8]. Используя главные квазиоднородные формы, можно получить некоторые необходимые, а также достаточные условия, применимые для исследования стационарной точки на экстремум. В случае двух переменных многие процедуры, к которым сводится проверка необходимых или достаточных условий, полученных в [1–3], основываются на вычислении действительных корней многочлена от одной переменной, а также на решении некоторых других достаточно простых практически реализуемых задач. При этом удалось описать алгоритм, основанный на этих процедурах, предоставляющий возможность для решения исследуемой задачи даже в очень тонких случаях. Для нахождения главных квазиоднородных форм полинома использовались методы и алгоритмы, описанные в [1, 4].

Перечислим основные задачи, которые может решать предлагаемый комплекс программ.

1. Нахождение всех главных квазиоднородных форм для случаев двух или трех переменных. Исходные данные — множество целочисленных векторов степеней переменных в одночленах, входящих в этот полином (носитель полинома).

2. Нахождение для заданного набора векторов $N_0 \subset \mathbb{Z}^n$, множества векторов $A^{(i)} \in \mathbb{Z}^n \backslash \{0_{(n)}\}$ и чисел $b_i \in \mathbb{Z}$ таких, что $\operatorname{Co} N_0 = \left\{x \in R^n \mid \langle A^{(i)}, x\rangle = b_i, i = 1, \ldots, l, \langle A^{(j)}, x\rangle \le b_j, j = l+1, \ldots, l+m\right\}$, где $l, m \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ ($\operatorname{Co} N_0$ — многогранник, являющийся выпуклой оболочкой N_0).

3. Проверка квазиоднородной формы от двух переменных на условия неотрицательности и невырожденности в слабом смысле.

4. Проверка для полинома от двух переменных, являющегося суммой двух (или одной) A-квазиоднородных форм, где $A \in \mathbb{N}^2$, необходимого и достаточного условия локального минимума в нулевой точке.

5. Программная реализация алгоритма исследования на экстремум стационарной точки полинома от двух переменных.

Комплекс программ реализован на языке Python в среде Pycharm. Обеспечивается возможность работы с задачами размерности $n \ge 2$ (проверена корректность для $n \in \{2, 3\}$). Используются библиотеки Python с открытым исходным кодом: numpy, scipy, matplotlib.

1. *Нефедов В. Н.* Необходимые и достаточные условия локального минимума в полиномиальных задачах минимизации. — М.: МАИ, 1989. — 64 с. — Деп. в ВИНИТИ 02.11.89, №6830–В89.
2. *Нефедов В. Н.* Об оценивании погрешности в выпуклых полиномиальных задачах оптимизации // ЖВМ и МФ. — 1990. — Т. 30, №2. — С. 200–216.
3. *Нефедов В. Н.* Необходимые и достаточные условия экстремума в сложных задачах оптимизации систем, описываемых полиномиальными и аналитическими функциями // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2023. — №2.
4. *Viktor Nefedov.* Methods and Algorithms for Determining the Main Quasi-homogeneous Forms of Polynomials and Power Series // Matec Web of Conferences. — 2022. — V. 362. — Art. no. 01017. — DOI: 10.1051/matecconf/202236201017.
5. *Гиндикин С. Г.* Энергетические оценки, связанные с многогранником Ньютона // Тр. Москов. матем. об-ва. — 1974. — Т. 31. — С. 189–236.
6. *Брюно А. Д.* Степенная геометрия в алгебраических и дифференциальных уравнениях. — М.: Наука. Физматлит, 1998.
7. *Волевич Л. Р., Гиндикин С. Г.* Метод многогранника Ньютона в теории дифференциальных уравнений в частных производных. — М.: Изд-во Эдиториал УРСС, 2002. — 312 с.
8. *Хованский А. Г.* Многогранники и алгебра // Тр. ИСА РАН. — 2008. — Т. 38.

О НЕКОТОРЫХ ОЦЕНКАХ ЧИСЛА ШАГОВ В ЗАДАЧЕ БЫСТРОДЕЙСТВИЯ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ДИСКРЕТНЫМ ВРЕМЕНЕМ И l_1-ОГРАНИЧЕННЫМИ УПРАВЛЕНИЯМИ

А. В. Осокин, А. Н. Сиротин, К. И. Сыпало

ЦАГИ, Жуковский, Московская обл., Россия

Рассматривается автономная линейная система с дискретным временем и ограниченным по импульсу скалярным управлением

$$x(k+1) = Ax(k) + bu_k, \quad k = 0, \ldots, N-1, \tag{1}$$

$$\sum_{k=0}^{N-1} |u(k)| \le 1, \quad x(0) = -x, \quad x(N) = 0, \tag{2}$$

где $x(k) \in \mathbb{R}^n$, $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $b \in \mathbb{R}^n$, $u_k \in \mathbb{R}$.

Изучается проблема быстродействия для двухточечной задачи 0-управляемости. Вводится множество $\mathcal{X}(N)$ системы (1)–(2) за N шагов

$$\mathcal{X}(N) = \Big\{x \in \mathbb{R}^n \colon 0 = -A^N x + \sum_{i=0}^{N-1} A^i b u_{N-1-i}, \ \sum_{k=0}^{N-1} |u(k)| \le 1\Big\}.$$

Задача быстродействия для допустимого начального состояния $x \in \bigcup\limits_{k\in\mathrm{N}} \mathcal{X}(k)$ состоит в выборе минимального числа $N_{\min}(x)$ шагов из условия

$$N_{\min}(x) = \big\{k \in \mathbb{N} \colon x \in \mathcal{X}(k)\backslash\mathcal{X}(k-1)\big\}.$$

Цель — описать некоторые свойства числа $N_{\min}(x)$ без вычисления соответствующих управлений. Задача быстродействия решается принципиально следующим образом: сначала определяется $N_{\min}(x)$, а затем строится оптимальное управление, либо обе задачи решаются одновременно. Обсуждается первая задача. Она характеризуется целочисленным целевым функционалом (число шагов), что не позволяет аналитически ее решить и приводит к необходимому перебору соответствующих множеств $\mathcal{X}(N)$.

Предположим $\det A \ne 0$. Вводится множество $\mathcal{B}_N = \{b^k\}_{k=1}^N$, где

$$b^k := \pm A^{k-1-N} b, \quad b^k = \big(b_1^k, \ldots, b_n^k\big)^T, \quad k = 1, \ldots, N.$$

Для фиксированного N двухточечная задача (1)–(2) 0-управляемости сводится к проверке совместности неравенств

$$x = \sum_{i=1}^{N} b^i u_{i-1}, \quad \sum_{i=1}^{N} |u_{i-1}| \le 1.$$

Она эквивалентна по сложности задачи ЛП и также может быть записана в виде включения

$$x \in \operatorname{conv} \mathcal{B}_N. \tag{3}$$

Справедлив набор оценок снизу числа шагов $N_{\min}(x)$.

Утверждение 1. *Справедливы неравенства*

1. *Пусть* $n = 1$, *тогда*

$$N_{\min}(x) = \min\big\{N \colon \sup_{1\le k\le N} |b^k| \ge |x|\big\}.$$

2. *Если* $n > 1$, *тогда*

$$N_{\min}(x) \ge \min\big\{N \colon \max_{1\le i\le n} \sup_{1\le k\le N} |b_i^k| \ge |x_i|\big\}.$$

3. *Для произвольной нормы* $\|\cdot\|$ в $\mathbb{R}^n$

$$N_{\min}(x) \ge \min\big\{N \colon \max_{1\le k\le N} \|b^k\| \ge \|x\|\big\}.$$

4. *Пусть функционал Минковского выпуклого множества* $\mathcal{A}$, $0 \in \operatorname{int}\mathcal{A}$, *определяется по формуле*

$$\mu(x, \mathcal{A}) := \inf\{\lambda > 0 \colon x \in \lambda\mathcal{A}\}.$$

Тогда

$$N_{\min}(x) \geq \min\{N \colon \mu(x, \operatorname{conv}\mathcal{B}_N) \leq 1\},$$

$$N_{\min}(x) \geq \min\Big\{N \colon \max_{1\leq k\leq N} \mu(b^k, \operatorname{conv}\mathcal{B}_K) \geq \mu(x, \operatorname{conv}\mathcal{B}_K), K \leq N\Big\},$$

$$1 \leq \mu\big(x, \operatorname{conv}\mathcal{B}_{N_{\min}(x)-1}\big) \leq \mu\big(b^{N_{\min}(x)}x, \operatorname{conv}\mathcal{B}_{N_{\min}(x)-1}\big)$$

в частности справедливо включение

$$b^{N_{\min}(x)} \in \operatorname{extr}\ \operatorname{conv}\mathcal{B}_{N_{\min}(x)}.$$

Рекуррентность системы (1) приводит к возможности разложения множества $\mathcal{X}(N)$ на сумму выпуклых множеств меньшей размерности, что приводит к построению набору конструктивных оценок числа шагов $N_{\min}(x)$ снизу.

Утверждение 2. *Пусть* $\mathcal{B}_N = \mathcal{A} \sqcup \mathcal{C}$, *тогда равенство* $N = N_{\min}(x)$ *выполняется тогда и только тогда, когда найдется число* $\alpha \in [0, 1]$ *такое, что*

$$(x - \alpha \operatorname{conv}\mathcal{A}) \cap (1 - \alpha)\operatorname{conv}\mathcal{C} \neq \varnothing.$$

Множество $\mathcal{A}$ *выбирается произвольно. Число* α *определяется не единственным образом и не зависит от выбора множества* $\mathcal{A}$.

В частном случае, если $\mathcal{A} = \mathcal{B}_N$, $\alpha = 1$ или $\mathcal{A} = \varnothing$, $\alpha = 0$ получаем первоначальную задачу (3). Для нетривиального множества $\mathcal{A}$ проверка соответствующего равенства в утверждении 2 и оценка снизу $N_{\min}(x)$ могут быть решены более простым способом.

Следствие 1. *Пусть*

$$\alpha^* = \min\big\{(1 - \alpha) \in [0, 1] \colon (x - \operatorname{aff}\mathcal{A}) \cap (1 - \alpha)\operatorname{conv}\mathcal{C} \neq \varnothing\big\}.$$

Тогда число α^* *удовлетворяет условия утверждения* 2.

Пусть $\mathcal{A} = \{b^1, \ldots, b^{n+1}\}$ и векторы b^i аффинно-независимы. Тогда верно представление

$$\operatorname{aff}(x - \mathcal{A}) = \big\{z \in \mathbb{R}^n \colon a^T z = \beta,\ a \in \mathbb{R}^n,\ \beta > 0\big\}.$$

Положим $\mathcal{C} = \{b^{n+1}, \ldots, b^N\} = \mathcal{B}_N \backslash \mathcal{A}$ и определим числа

$$\alpha_k = \begin{cases} \dfrac{\beta}{a^T b^k}, & a^T b^k > 0, \quad b^k \in \mathcal{C}, \\ -1, & \text{иначе}, \end{cases}$$

$$\alpha_N^* = \max\{\alpha_{n+2}, \ldots, \alpha_N\}.$$

По условию $N_{\min}(x) < \infty$, тогда найдется хотя бы один номер $k \in \{n + 1, \ldots, N\}$ такой, что $\alpha_k \geq 0$.

Следствие 2. *Если*

$$(1 - \alpha_N^*)\mathcal{C} \cap (x - \alpha_N^* \operatorname{conv}\mathcal{A}) \neq \varnothing,$$

тогда

$$N_{\min}(x) \leq N.$$

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ ТРАЕКТОРИИ НАЗЕМНОГО ОБЪЕКТА

***А. В. Пантелеев*[1], *В. У. Тоноян*[2], *А. А. Дарбинян*[2], *М. А. Микилян*[2]**

[1]*МАИ, Москва, Россия;* [2]*ИМ НАН РА, Ереван, Армения*

В последние годы в различных целях все больше возростает потребность в определении положения и ориентации различных движующихся объектов. С этой целью целесообразнее использовать устройства для измерения ускорения — инерциальные измерительные блоки (IMU), так как они по цене более доступны. IMU состоит из акселерометра, измеряющего ускорение, и гироскопов скорости, измеряющие углы Эйлера и угловые скорости. Опыт и расчеты показывают [1], что с помощью этих датчиков можно получить объективные оценки курса, положения и скорости наземных транспортных средств. Инерциальные датчики не идеальны и могут иметь много источников ошибок. Основными ошибками, связанными с инерциальными датчиками, являются шумовые и гравитационные эффекты. Некоторые из этих ошибок можно ограничить путем выравнивания датчиков и компенсации гравитации. Но по практическим соображениям это не всегда достижимо из-за ненаблюдаемости этих ошибок, особенно в уменьшенных конфигурациях датчиков.

Ошибки в IMU будут создавать дрейф (детерминированные ошибки) в состояниях более низкого порядка при интегрировании, т. е. когда точность датчиков со временем ухудшается из-за интеграции ранее указанных ошибок. Существуют также стохастические ошибки, такие как шум и случайное блуждание по скорости. Для получения оценки вектора состояния системы обычным используется фильтра Калмана [2].

В данной статье решается вопрос оценки пройденного пути транспортного средства с использованием IMU. В тестовых данных были использованы недорогие датчики, и поэтому крайне важно, чтобы в сценариях с временным отключением какого-либо датчика, например, при потере сигнала GPS, система была достаточно надежной, и получилась достаточно хорошая оценка состояния.

Целью данной статьи является разработка алгоритма, который можно использовать для расчета трехмерных траекторий транспортного средства на основе локально установленных инерциальных датчиков. В статье определены методы, которые можно использовать для минимизации ошибки оценивания расчетной траектории в случае, когда показания датчика содержат ошибку. Как указано в [3], эти цели будут достигнуты за счет следующих шагов:

— перед преобразованием данных об ускорении из пакета датчиков в общее начало системы координат, привязанное к телу, ускорения датчиков необходимо скорректировать с учетом влияния силы тяжести;

— перевод измеренных (и скорректированных силой тяжести) датчиков ускорения из местоположений датчиков в общее начало системы координат, привязанное к телу, для получения временной истории вектора ускорения в этой точке;

— определение преобразования координат, связывающего во времени ориентацию твердого тела с глобальной системой отсчета;

— преобразование измеренных ускорений, связанных с телом, в глобальную систему отсчета, учет гравитации и двойное интегрирование для определения динамики тела во времени.

Математическое моделирование задачи. Пусть движение объекта описывается системой уравнения вида:

$$\begin{cases} X^{(k+1)} = AX^{(k)} + BU^{(k)}, \quad X_i^{(0)} = 0, \quad i = 1, \ldots, 6, \\ Y^{(k+1)} = CX^{(k)}, \quad k = 0, 1, \ldots, \end{cases}$$

где

$$X(t) = \big(x(t), y(t), z(t), v_x(t), v_y(t), v_z(t)\big), \quad X(t_k) = X^{(k)},$$

$$U(t) = \big(a_x(t), a_y(t), a_z(t)\big), \quad U(t_k) = U^{(k)}, \quad t_k = t_0 + (k-1)\Delta t, \quad k = 0, 1, \ldots,$$

$$A = \{A_{ij}\}, \quad A_{11} = A_{22} = I_{3\times 3}, \quad A_{12} = \Delta t \cdot I_{3\times 3}, \quad A_{21} = O_{3\times 3}, \quad B = (B_1, B_2),$$

$$B_1 = \frac{\Delta t^2}{2} \cdot I_{3\times 3}, \quad B_2 = \Delta t \cdot I_{3\times 3}, \quad C = (C_1, C_2)^T, \quad C_1 = I_{3\times 3}, \quad C_2 = O_{3\times 3},$$

$I_{3\times 3}$ — единичная матрица размеров (3×3).

Предполагается, что на движущемся объекте установлена IMU с блоком датчиков акселерометров и гироскопов, которые предоставляют значения ускорений a_x, a_y, a_z и величины углов Эйлера φ, ψ, θ (угол крена, угол рыскания, угол тангажа).

В приведенной выше модели ускорение представляется случайным вектором с известной ковариационной матрицей и нулевым вектором математического ожидания. При этом ковариационная матрица выбирается из расчета перекрытия всего диапазона возможных ускорений. Шумы в уравнении наблюдений являются аддитивными с известной ковариационной матрицей и нулевым математическим ожиданием.

Необходимо получить оценку вектора состояния $X^{(k)}$ для моментов времени t_k по наблюдениям $Y^{(k+1)}$.

Методика решения задачи. Для решения поставленной задачи воспользуемся алгоритмом фильтрации Калмана, предварительно осуществив переход из системы координат, привязанной к объекту движения, в систему координат относительно Земли с помощью известного вида матриц вращения R_x, R_y, R_z:

$$R_x^{(k)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi^{(k)} & -\sin\varphi^{(k)} \\ 0 & \sin\varphi^{(k)} & \cos\varphi^{(k)} \end{pmatrix}, \quad R_y^{(k)} = \begin{pmatrix} \cos\theta^{(k)} & 0 & \sin\theta^{(k)} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta^{(k)} & 0 & \cos\theta^{(k)} \end{pmatrix},$$

$$R_z^{(k)} = \begin{pmatrix} \cos\psi^{(k)} & -\sin\psi^{(k)} & 0 \\ \sin\psi^{(k)} & \cos\psi^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Соотношения перехода имеют вид:

$$U_{earth}^{(k)} = R_x^{(k)} R_y^{(k)} R_z^{(k)} U^{(k)}.$$

Далее применяются известные соотношения для синтеза фильтра Калмана [2].

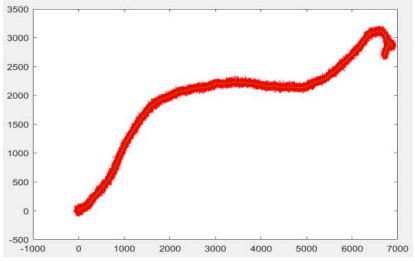


Рис. 1. Траектория движения на плоскости и в пространстве, построенной на основе фильтра Калмана



Рис. 2. Траектория движения на плоскости и в пространстве, построенной на основе построенного фильтра

Полученные результаты. Произведены различные тесты и на основе построенного метода для разных сценариев сделаны вычисления, которые показывают, что разработанный метод дает вполне приемлемые результаты. Ниже приводятся построенные траектории, полученные на основе фильтра Калмана (рис. 1) и на основе построенного фильтра с сопоставлением реальной траектории на Google Map (рис. 2).

1. *Britting K. R.* Inertial Navigation Systems Analysis. — New York: John Wiley & Sons, Inc., 1971.
2. *Jekeli C.* Inertial Navigations Systems with Geodetic Applications. — Berlin, Germany: Walter de Gruyter GmbH & Co., 2000.
3. *Scaramuzza D.*, *Fraundorfer F.* Visual odometry [tutorial] // IEEE Robot. Automat. Mag. — 2011. — V. 18, No. 4. — P. 80–92.

МЕТОД УЛУЧШЕНИЯ УПРАВЛЕНИЯ И ПАРАМЕТРА ДЛЯ НЕОДНОРОДНЫХ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ*

***И. В. Расина*[1,2], *И. С. Гусева*[3]**

[1]*ИПС РАН, Ярославская обл., Переславский район, с. Веськово, Россия;*
[2]*ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия;* [3]*БГУ, Улан-Удэ, Россия*

Рассматривается следующая задача оптимального управления для одного из классов гибридных систем. Пусть на некотором подмножестве $\mathbf{K}'$ множества $\mathbf{K} = \{k_I, k_I + 1, \ldots, k_F\}$, $\mathbf{K} \subset \mathbb{N}$, являющегося областью определения дискретной управляемой системы:

$$x(k+1) = A(k, x(k))x(k) + B(k, x(k))u(k), \quad k \in \mathbf{K} = \{k_I, k_I + 1, \ldots, k_F\}, \quad u \in \mathbf{U}(k, x), \tag{1}$$

действует непрерывная система

$$\dot{x}^c = \frac{dx^c}{dt} = A^c(k, t, x^c)x^c + B^c(k, t, x^c)u^c + \epsilon^c f(k, x^c), \quad t \in \mathbf{T}(z) = [t_I(k), t_F(k)]. \tag{2}$$

В этих системах: k — номер шага (этапа), не обязательно физическое время; x, x^c и u, u^c — соответственно переменные состояния и управления; A, B, A^c, B^c — матрицы; $f(k, x^c)$ — заданная при каждом k вектор-функция; ϵ^c — параметр; $\mathbf{U}(k, x)$ — заданное при каждом k и x множество; k_I, k_F — начальный и конечный шаги соответственно; u^d — переменная управления произвольной природы; $x^c \in \mathbf{X}^c(z, t, \epsilon^c) \subset \mathbb{R}^{n(k)}$; $u^c \in \mathbf{U}^c(z, t, x^c, \epsilon^c) \subset \mathbb{R}^{p(k)}$; $\epsilon^c \in \mathbf{E}^c(k) \subset \mathbb{R}^{(k)}$.

Для системы (2) на отрезке $[t_I(k), t_F(k)]$ задана промежуточная цель в виде функционала:

$$\frac{1}{2} \int\limits_{\mathbf{T}(k)} \left(x^{c\mathrm{T}} S^c(t, k, x^c)x^c + u^{c\mathrm{T}} Q^c(k, t, x^c)u^c\right)dt + \lambda^c(k, x_F^c)x_F^c + \frac{1}{2}(x_F^c)^{\mathrm{T}} \Lambda^c(k, x_F^c)x_F^c \to \inf.$$

Здесь S^c, Q^c, Λ^c — матрицы; λ^c — вектор размера $n(k)$; $t_I = \tau(k)$, $x_I^c = \xi(k)$ — заданные функции k.

На множестве $\mathbf{K}'$ оператор правой части (1) имеет вид $x(k+1) = \theta(k)x_F^c$, где $\theta(k)$ — матрица. Система (1) представляет верхний уровень рассматриваемой мате-

*Работа поддержана грантом РНФ №21-11-00202.

матической модели, тогда как система (2) — система нижнего уровня. Решением этой двух уровневой системы считается такой набор

$$m = (x(k), u(k)),$$

где при $k \in \mathbf{K}'$: $u(k) = (u^d(k), m^c(k))$, $m^c(k, \epsilon^c) \in \mathbf{D}^c(z(k), \epsilon^c)$, (называемый *квазилинейным дискретно-непрерывным процессом*). Здесь $m^c(k, \epsilon^c)$ — непрерывный процесс $(x^c(k, t, \epsilon^c), u^c(k, t, \epsilon^c), \epsilon^c(k))$, $t \in \mathbf{T}(z)$, $\mathbf{D}^c(k, \epsilon^c)$ — множество допустимых процессов m^c, удовлетворяющих указанной дифференциальной системе (2) при кусочно-непрерывных $u^c(k, t, \epsilon^c)$ и кусочно-гладких $x^c(k, t, \epsilon^c)$ (на каждом дискретном шаге k).

Подчеркнем, что на каждом дискретном шаге $k \in \mathbf{K}'$ модель рассматривает непрерывный процесс $m^c(k, \epsilon^c)$, управление которым состоит из фиксированной на шаге дискретной части u^d и непрерывно изменяемой части m^c.

Совокупность элементов m, удовлетворяющих всем вышеперечисленным условиям, обозначим через $\mathbf{D}$ и назовем множеством допустимых квазилинейных дискретно-непрерывных процессов.

Для модели (1), (2) рассматривается задача о поиске минимума на $\mathbf{D}$ функционала $I = F(x(k_F))$ при фиксированных k_I, k_F, $x(k_I)$ и дополнительных ограничениях

$$x(k) \in \mathbf{X}(k), \quad x^c \in \mathbf{X}^c(k, t, \epsilon^c),$$

где $\mathbf{X}(k)$, $\mathbf{X}^c(k, \epsilon^c)$ — заданные множества.

Для построения метода улучшения управления и параметра для поставленной задачи используется аналог достаточных условий оптимальности Кротова [1], сформулированный в виде двух теорем. Исследуется приращение функционала, представленного отрезком ряда Тейлора в терминах конструкций достаточных условий оптимальности. Функции Кротова обоих уровней задаются линейно зависящие от переменных состояний. Требование выполнения достаточных условий приводит к двух уровневой системе для сопряженных переменных и формулам для приращений управлений и параметра. Доказывается, что построенный метод сходится по функционалу. Формулируется алгоритм метода, проводится его апробация на иллюстративном примере, содержащем два этапа.

1. *Расина И. В.*, *Гусева И. С.* Дискретно-непрерывные системы с параметрами: метод улучшения управления и параметров // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. — 2022. — Т. 39. — С. 34–50.

МОБИЛЬНОЕ ANDROID-ПРИЛОЖЕНИЕ NOTEORGANIZ ДЛЯ СОЗДАНИЯ ЭКСПРЕСС-ЗАМЕТОК

В. А. Сергеев, Ю. Б. Чечиков, В. Е. Секретарев

МАИ, Москва, Россия

В наше время практически все имеют телефоны и доступ в сеть Интернет, что позволяет перейти для записи дел от бумажных методов ведения ежедневников к электронным приложениям для мобильных устройств на базе Android. Основная задача органайзера — это планирование дел.

Целью проекта стала задача разработать программу, предоставляющую пользователю простой, интуитивно понятный интерфейс и призванную упростить работу с записями в органайзере, предусмотреть в приложении классификацию дел по степени важности (частичную реализацию «матрицы дел Д. Эйзенхауэра»).

В начале работы над проектом был проведен анализ существующих приложений, обладающих, несомненно, большими возможностями в планировании дел, установлении многоуровневых целей со сложными взаимосвязями, интеграции со списком контактов и т. д. Они оказались излишне сложными, с непростым интерфейсом и необходимостью заполнения различных, иногда ненужных форм. Обычным людям желательно иметь приложение попроще, без лишних «заморочек», с простым, интуитивно понятным интерфейсом.

Изучая литературу, связанную с созданием органайзеров, мы заинтересовались высказыванием Д. Эйзенхауэра: «Срочные дела, как правило, не самые важные, а важные — не самые срочные», и «матрицей дел Эйзенхауэра», которая выделяет следующие четыре группы дел:

— важные и срочные дела;
— важные и несрочные дела;
— неважные и срочные дела;
— неважные и несрочные дела.

Возникла идея хотя бы частично реализовать в проекте «матрицу Эйзенхауэра», классифицировать планируемые дела по степени важности и срочности.

Для создания приложения необходимо было изучить язык объектно-ориентированного программирования Java, который используется для написания клиентских приложений и серверного программного обеспечения и позволяет выполнять Java-приложения на любом устройстве, для которого существует соответствующая виртуальная машина.

При разработке приложения сначала была реализована задача регистрации и авторизации пользователей, так как приложение должно интегрироваться с облачной базой данных. Классификация дел пока упрощена до деления на три группы: важные дела, обычные и досуг, который тоже желательно планировать заранее. В приложении предусмотрена возможность создания списка заметок с запланированными делами в каждую из этих групп. В любой момент времени можно просмотреть эти списки, в случае завершения намеченного дела, его можно и нужно пометить как выполненное, и оно удалится из списка.

В разработанной программе-органайзер реализованы следующие функции:

— регистрация и авторизация пользователей;
— синхронизация с облачной базой данных;
— классификация дел по степени важности;
— создание дел в списках;
— удаление дел после их выполнения;
— просмотр списка оставшихся невыполненных дел;
— проверка выполнения всего списка дел;
— сохранение изменений в базе данных.
— возможность просмотра и редактирования списка запланированных дел с различных мобильных устройств.

Перспективами дальнейшего развития приложения были поставлены:

— совершенствование созданного приложения (перенос невыполненных дел на следующий день и др.);
— расширение его возможностей;
— добавление раздела «Напомнить»;
— возможность перестановки порядка дел;
— реализация API приложения для взаимодействия со сторонними сервисами и создания инструментов для разработчиков.

Разработанное приложение было протестировано и отлажено на собственных контрольных примерах. После этого приложение было предложено для апробации студентам МАИ. По результатам проведения открытого тестирования приложения были получены положительные отзывы. Пользователи отметили, что использование созданной программы органайзера помогает легче создавать план на день и расставлять приоритеты в выполнении дел, помогает им правильно распределить свое время, и они стали успевать сделать за день больше дел, чем было раньше. На основании полученных отзывов по итогам проведенной апробации в приложение были внесены некоторые корректировки для усовершенствования пользовательского сервиса.

1. *Шилдт Г.* Java 8. Руководство для начинающих. — 6-е изд. — М.: Вильямс, 2015.
2. *Шилдт Г.* Java 8. Полное руководство. — 9-е изд. — М.: Вильямс, 2015.
3. *Блох Дж.* Java. Эффективное программирование. — М.: Лори, 2014.

КОМПРОМИССНОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИЗВЛЕЧЕНИЯ НЕФТИ ИЗ СЛОИСТОГО ПЛАСТА ПРИ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

***В. Д. Слабнов*[1], *Р. С. Яруллин*[2]**

[1]*ИЭУП, Казань, Россия;* [2]*КФУ, Казань, Россия*

Заводнение нефтяных месторождений представляет собой сложный технологический процесс, эффективность которого определяется комплексом технологических (управляющих) и геолого-физических (природных) параметров.

Однако применительно к процессам извлечения нефти при заводнении следует отметить, что не любое регулирование, обеспечивающее максимальное извлечение нефти, может быть оптимальным, а только такое, которое одновременно позволяет этого достичь при минимальном объеме закачки в пласт вытесняющего агента — воды, и такая постановка может быть сформулирована в виде задачи многокритериальной оптимизации, для решения которой существуют различные подходы. В частности, на практике достаточно часто применяются метод взвешенных сумм, метод изменения ограничений, метод скаляризации критериев функцией Чебышева. Отметим, что при использовании этих методов следует привлекать специалиста предметной области для ранжирования значимости каждого критерия. Однако решение, полученное после выставления значимости критериям, не всегда соответствует предъявляемым требованиям. В связи с этим некоторым образом перебираются значимости критериев для определения решения, соответствующего ожидаемым предпочтениям, но этот процесс перебора достаточно трудоемкий и трудно формализуется в общем случае. Ввиду этого в настоящей работе для решения задачи регулирования режима работы скважины применяется принципиально иной подход, предложенный в работе [6]. Этот подход интересен тем, что отсутствует надобность в выставлении значимости для каждого критерия, а решение находится за счет решения задачи о двух игроках с нулевой суммой и со смешанными стратегиями.

Для оценки возможностей регулирования режима работы скважин на текущий отбор нефти и воды решается следующая задача. Пусть двухфазная фильтрация, описываемая в рамках плоской модели Баклея–Леверетта в области со скважинами, задана системой уравнений относительно давления p и нефтенасыщенности s [1–3].

Фильтрация, описываемая в рамках плоской модели Баклея-Леверетта, с учетом наличия в пласте n добывающих и нагнетательных скважин рассматривается в двухмерной многосвязной области Ω с границей $\Gamma + \sum_{k=1}^{n} \gamma_k$, где γ_k — круговые границы скважин (окружности малого радиуса r_c с центрами в точках O_k с координатами (x_k, y_k)). В этом случае вместо 3D-краевой задачи решим осредненную 2D-краевую задачу [4, 5]:

$$\operatorname{div} \vec{V} - N_k^h(x,y) = 0, \tag{1}$$

$$\operatorname{div}\left[\vec{V}F(s) - N_k^h(x,y)F(s)\right] = mH\frac{\partial s}{\partial t}, \tag{2}$$

где плотность источников или стоков в области фильтрации Ω,

$$N_k^h(x,y) = \begin{cases} \pm\widetilde{q}_k\delta_k^h, & \text{если } (x = x_k, y = y_k), \\ 0, & \text{если } (x \neq x_k, y \neq y_k), \end{cases} \quad \delta_k^h = \begin{cases} (h_x h_y)^{-1}, & \text{если } (x = x_k, y = y_k), \\ 0, & \text{если } (x \neq x_k, y \neq y_k) \end{cases}$$

— дельта-функция Дирака, $\widetilde{q}_k$ — усредненный дебит k-й скважины. Система (1), (2) должна быть дополнена соответствующими краевыми и начальными условиями.

На внешней границе Γ или ее части зададим контурное давление (граничное условие I-го рода)

$$p|_\Gamma = p_к$$

или условие отсутствия потока (граничное условие II-го рода)

$$\left.\frac{\partial p}{\partial n}\right|_\Gamma = 0.$$

Если известны забойные давления или дебиты, то соответственно

$$p|_{\gamma_k} = p_{зk}(t), \quad k = \overline{1,n},$$

$$\widetilde{q}_k(t) = \int\limits_{\gamma_k} \widetilde{\sigma}(s)\frac{\partial p}{\partial n}d\gamma, \quad \left.\frac{\partial p}{\partial \gamma}\right|_{\gamma_k} = 0, \quad k = \overline{1,n},$$

где $\partial p/\partial n$, $\partial p/\partial \gamma$ — нормальная и касательная производные к окружности γ_k. Начальные и граничные условия на нагнетательных скважинах имеют вид

$$s(x,y)|_{t=t_0} = s_0(x,y) = s^*, \quad s(x,y)|_{\gamma_k} = s_*, \quad k = \overline{1,n_н}; \quad (x,y) \in \Omega.$$

Система уравнений (1), (2) приведена к безразмерному виду, удобному при численной реализации и вычислительных экспериментах.

Сформулируем компромиссную задачу максимизации отбора извлеченной нефти при минимизации отбора накопленной воды. Требуется на заданные моменты времени определить режимы работы добывающих и нагнетательных скважин, чтобы при максимальном отборе нефти отбор накопленной воды был минимальным при заданном накопленном отборе жидкости, а величины забойных давлений добывающих и нагнетательных скважин удовлетворяли технологическим ограничениям их эксплуатации. Данная задача для указанных моментов времени сводится к нахождению

$$\sum_{k \in J^*(t_r)} \int\limits_{t_n}^{t_{n+1}} \widetilde{q}_k(t_r)\widetilde{F}_{нk}(t_r)\,dt_r \to \max, \quad t_r \in [t_n, t_{n+1}], \tag{3}$$

$$\sum_{k \in J^{**}(t_r)} \int\limits_{t_n}^{t_{n+1}} \widetilde{q}_k(t_r)\left(1 - \widetilde{F}_{нk}(t_r)\right)dt_r \to \min, \quad t_r \in [t_n, t_{n+1}] \tag{4}$$

при ограничениях на режимы действующего фонда скважин

$$p^* \le p_{зk} \le p^{**}, \quad q^* \le |q_k| \le q^{**}, \quad \forall k \in J(t_r). \tag{5}$$

где $J^*(t_r)$, $J(t_r)\backslash J^*(t_r)$ — оптимальные подмножества номеров добывающих и нагнетательных скважин на t_r-й момент времени; $\widetilde{F}_{нk}(t_r)$ — доля нефти в потоке жидкости; p^*, p^{**} — предельные значения давления; q^*, q^{**} — предельные значения дебитов скважин.

Сформулированная компромиссная задача (3)–(5) сводится к многокритериальной задаче линейного программирования [6].

Цель проведенных исследований — численное исследование основных технологических показателей компромиссных задач регулирования вытеснения нефти водой с учетом гипотез распределения воды по вертикали в трехмерном пласте, предложенных Р. А. Султановым [4], и изменения абсолютной проницаемости по толщине пласта как случайной величины на основе четырех вероятностных законов распределения (равномерного, нормального, логарифмически-нормального и экспоненциального).

1. *Булыгин В. Я.* Теоретические и экспериментальные вопросы рациональной разработки нефтяных месторождений. — Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1969. — С. 76–85.
2. *Hearn C. L.* // J. Petr. Technol. — 1971. — July. — P. 805–813.
3. *Чекалин А. Н.*, *Шевченко В. А.* Прикладная математика и ЭВМ. — Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1974. — С. 21–28.
4. *Султанов Р. А.*, *Слабнов В. Д.*, *Фукин И. А.*, *Скворцов В. В.* // Проблемы управления. — 2009. — №6. — С. 28–34.
5. *Видякин В. В.*, *Волков В. М.*, *Воронков Д. Н.*, *Галактионов В. А.*, *Клевченя А. А.*, *Шевченко Д. Е.* // Математическое моделирование. — 2011. — Т. 23, №1. — С. 19–28.
6. *Sheldon M. et al.* // J. of Oper. Research. Quarterly. — 1983. — V. 24, No. 1. — P. 68–72.

О ЗАДАЧЕ ОДНОВРЕМЕННОГО ИМПУЛЬСНОГО И НЕПРЕРЫВНОГО УПРАВЛЕНИЯ МАРКОВСКОЙ ЦЕПЬЮ В НЕПРЕРЫВНОМ ВРЕМЕНИ

К. В. Степанян, Б. М. Миллер, А. Б. Миллер, А. К. Попов

ИППИ РАН, Москва, Россия

Импульсное управление как воздействие, производящее мгновенные изменения состояния динамической системы, детально исследуется с 70-х годов двадцатого века. А. Бенсусан и Ж.-Л. Лионс сформулировали условия оптимальности в форме так называемого квазивариационного неравенства. Их идеи привели к возникновению нового класса дискретно-непрерывных стохастических систем, которые функционируют непрерывно между скачками. Сами скачки происходят в моменты импульсных воздействий. В стохастическом анализе эти идеи нашли развитие в теории кусочно-детерминированных марковских моделей, поведение которых подчиняется непрерывной динамике между случайными моментами скачков, в том числе и управляемых. Дальнейшие исследования в области импульсного управления привели к появлению нового класса управляемых динамических систем, описываемых дифференциальными уравнениями с мерой. Этот аппарат позволяет универсальным способом описывать как импульсные, так и непрерывные воздействия. Для таких систем были получены условия существования оптимальных обобщенных решений и обобщенных управлений-мер и одновременно непрерывных управлений [1, 2] и получены условия оптимальности в форме обобщенного прин-

ципа максимума [3, 4]. В последние годы заметно вырос интерес к управлению марковскими цепями и, в частности, к кусочно-детерминированным марковским моделям поскольку эти модели более приспособлены к решению задач оптимизации и значительно более просты для моделирования.

Теория оптимального управления марковскими цепями достаточно развита как для обычных задач, так и для задач с ограничениями на состояние, поэтому соответственные численные процедуры могут быть реализованы. Однако для стохастических систем с непрерывным множеством состояний оптимизация импульсного управления ведет к специальному типу условия оптимальности — квазивариационному неравенству, которое играет роль уравнения динамического программирования. Даже если существование такого решения установлено, оно трудно разрешимо даже численно, поскольку требует гладкого сопряжения решений пары уравнений в частных производных на заранее неизвестной поверхности. По сути оптимальное управление есть случайная мера, локализованная на этой поверхности, функция распределения которой сингулярна по отношению к мере Лебега, поэтому определить характеристики такого управления можно лишь с помощью моделирования. Для марковских цепей с конечным множеством состояний эта проблема отсутствует. Для них импульсное управление есть совокупность разделенных во времени пар времен и интенсивностей приложения импульсных воздействий, а проблема решения соответствующего квазивариационного неравенства сводится в решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений с одной поверхностью переключения.

В статье [5] развит подход к численному решению задачи стохастического управления марковскими цепями с «непрерывными» и импульсными управлениями, приведен модельный пример. Важной особенностью рассматриваемой модели, которой будет уделено внимание в докладе, является более простая процедура определения условий оптимальности, чем для стохастических систем с непрерывным множеством состояний. Дальнейшие исследования будут ориентированы на решение прикладных задач управления природными ресурсами с использованием моделей марковских цепей, например для управления водоснабжением [6], распределением природного газа [7], управлением передачей данных через телекоммуникационные сети с нестабильными характеристиками [8].

1. *Dufour F.*, *Miller B. M.* Generalized Solutions in Nonlinear Stochastic Control Problems // SIAM J. Control Optim. — 2002. — V. 40. — P. 1724–1745. — DOI: 10.1137/S0363012900374221.
2. *Miller B. M.*, *Rubinovich E. Ya.* Impusive Control in Continuous and Discrete-Continuous Systems. — N.Y.: Kluwer Acad./Plenum Publishres, 2003. — DOI: 10.1007/978-1-4615-0095-7.
3. *Миллер Б. М.*, *Рубинович Е. Я.* Оптимизация динамических систем с импульсными управлениями. — М.: Наука, 2005.
4. *Миллер Б. М.*, *Рубинович Е. Я.* Оптимизация динамических систем с импульсными управлениями и ударными воздействиями. — М.: ЛЕНАНД/URSS, 2019.
5. *Миллер А. Б.*, *Миллер Б. М.*, *Степанян К. В.* Одновременное импульсное и непрерывное управление марковской цепью в непрерывном времени // Автоматика и телемеханика. — 2020. — Вып. 3. — С. 114–131.
6. *McInnes D.*, *Miller B.* Optimal Control of Large Dam Using Time-Inhomogeneous Markov Chains with an Application to Flood Control // IFAC-PapersOnLine. — 2017. — V. 50, No. 1. — P. 3499–3504. — DOI: 10.1016/j.ifacol.2017.08.936.
7. *McInnes D.*, *Miller B.*, *Schreider S.* Optimisation of Gas Flows in South Eastern Australia via Controllable Markov Chains // Proc. Australian Control Conf. November 3–4, 2016. Newcastle: Engineers Australia. — P. 341–346. — DOI: 10.1109/AUCC.2016.7868213.
8. *Миллер Б. М.*, *Миллер Г. Б.*, *Семенихин К. В.* Оптимизация выбора каналов связи при передаче потока данных с учетом потерь // АиТ. — 2018. — №1. — С. 84–99.

ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ УПРАВЛЯЕМОЙ ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

***В. Ю. Строганов*[1], *И. С. Белашова*[2]**

[1]*МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия;* [2]*МАИ, Москва, Россия*

Достаточно часто имитационное моделирование является наиболее адекватным инструментом анализа функционирования сложных динамических систем. В статье рассматриваются вопросы анализа поведения алгоритмов поисковой оптимизации, включенных в параметрические имитационные модели. Целью управляемого имитационного эксперимента является выбор оптимальных значений управляемых параметров $x \in \mathbf{X}$, доставляющих экстремум функционалу $Y(x)$ имитационной модели [1, 2]. Оценки функционала модели формируются на основе обработки выборочных траекторий имитационных процессов, получаемых в ходе изменения значений управляемых параметров модели в процессе поисковой оптимизации [3]. Одной из основных проблем решения этой задачи является нестационарный характер имитационных процессов, что обусловлено постоянным изменением значений управляемых параметров в процесс оптимизации.

В качестве оценки функционала модели использованы средне интегральные характеристики $\zeta(T \mid s_j)$ основного процесса. В результате функционирования такой модели с включенным алгоритмом оптимизации будет формироваться процесс управления $\eta(t)$, т. е. процесс изменения управляемых параметров.

Для моделирования нестационарных процессов предлагается использовать расширенную модель авторегрессии [4] с ненулевым свободным членом x, т. е. $y_t = x + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \varepsilon_t$. В пределе при $t \to \infty$ эта модель задает стационарный процесс. Рекуррентная схема генерации нестационарной выборочной траектории процесса может быть представлена в следующем виде:

$$y_t = (1 - \alpha_1 - \alpha_2) \cdot F(x) + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \varepsilon_t. \qquad (1)$$

В момент времени t состояние процесса $\mathbf{S}(t)$ определяется всего двумя значениями, а именно, текущим значением процесса $y(t)$ и предыдущим $y(t-1)$, т. е. $\mathbf{S}(t) = \{y(t), y(t-1)\}$. Таким образом, полностью идентифицировать этот процесс могут следующие параметры: начальное состояние процесса $\mathbf{S}(t) = \{y(t), y(t-1)\}$; предельное значение y; параметры авторегрессии α_1 и α_2; дисперсия шума — σ. Для идентификации процесса будем использовать следующее обозначения $PrN(y1, y2, y, \alpha_1, \alpha_2, \sigma)$. Варьируя этими параметрами, можно получать достаточно разнообразные выборочные траектории (рис. 1).

На рисунке приведены траектории параметрических имитационных процессов $PrN_1 = Pr(9, 9, 6, 0{,}53, 0{,}42, 0{,}31)$, $PrN_2 = Pr(3, 0{,}1, 9, 0{,}51, 0{,}3, 0{,}2)$, $PrN_3 = Pr(9, 6, 0, 0{,}4, 0{,}3, 0{,}7)$, $PrN_4 = Pr(5, 4, 4, 0{,}4, 034, 0{,}2)$. В общем случае имитационная модель представляет так называемый «черный ящик». То есть, что происходит внутри, неизвестно. Сама имитационная модель задает некоторый функционал от управляемого параметра, который исследуется, и для которого необходимо подобрать значение управляемого параметра $\mathbf{X}$, доставляющего ему минимум или максимум (рис. 2).

На рисунке имеют место внутренние параметры, которые полагаются неизвестными, а также управляемые параметры. При исследовании имитационной модели возможно лишь наблюдение выборочных траекторий, которые генерирует модель. Поведение этих траекторий зависит от заданного значения управляемого парамет-

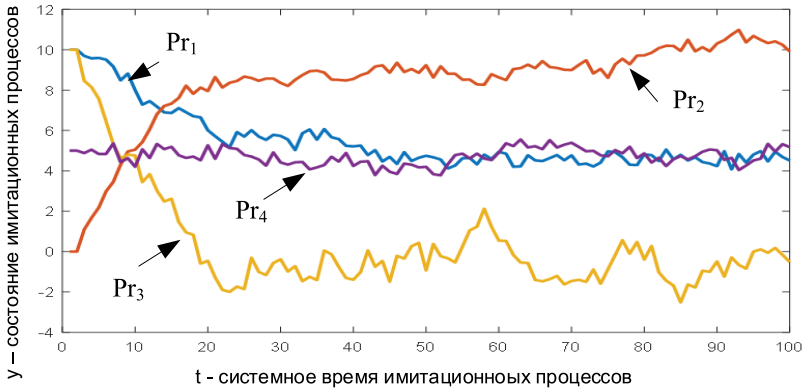


Рис. 1. Выборочные траектории *PrN* процессов

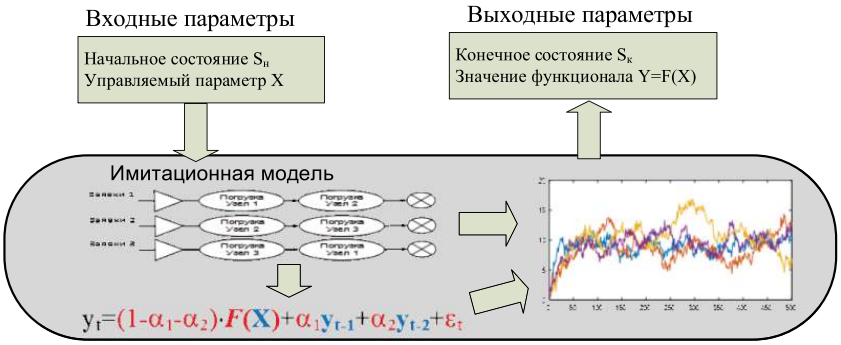


Рис. 2. Планирование эксперимента на имитационной модели

ра **X** (в общем случае векторного) и самого функционала F выражения (1), который необходимо определить.

Неизвестны также параметры α_1, α_2 и дисперсия шума σ. В результате моделирования на одном интервале управления наблюдается некоторое количество выборочных траекторий длиной T. Эти треки, с одной стороны, позволяют рассчитать интегральный критерий (средне интегральную оценку), с другой стороны, в результате моделирования формируется конечное состояние процесса, состоящее из двух последних значений авторегрессии второго порядка, которых достаточно для задания начального состояния процессов следующей итерации поискового алгоритма. Кроме того, полагается, что начальное состояние для процесса на следующем шаге соответствует конечному состоянию процесса текущего шага, доставляющего максимум критерию оптимальности.

Проведены эксперименты на программной имитационной модели поискового алгоритма на переходных режимах для функционала, представляющего параболоид $F = 10 - \left\{[(x_1 - 40)/10]^2 + [(x_2 - 40)/10]^2\right\}/10$. В результате экспериментов исследуем частоту (плотности) пребывания процесса поисковой оптимизации в различных зонах исследуемой области управляемых параметров. В работе также решена задача построения нелинейной регрессии данной плотности в виде функции $\mathtt{FF} = \mathtt{a} * \mathtt{exp}(-(((\mathtt{x1} - \mathtt{x10}) * *2/\mathtt{d1}) + ((\mathtt{x2} - \mathtt{x20}) * *2/\mathtt{d2})))$, где `a`, `x10`, `d1`, `x20` и `d2` представляют параметры регрессии. В результате показано, что данная зависимость достаточно адекватно оценивает плотность с коэффициентом множественной

регрессии 0,985. Кроме того, эта зависимость согласуется с зависимостью для одномерного варианта аналитической зависимости оценки функционала с постоянной дисперсией (2).

Таким образом, разработана инструментальная среда анализа поведения алгоритмов поисковой оптимизации на имитационных моделях, когда оценки функционала вычисляются на переходных режимах. Полученные общие выражения для оценок математического ожидания и приращения функционала в зависимости от автокорреляционной функции позволят уточнить верхние и нижние оценки сходимости в случае известной автокорреляционной функции. Для оценки автокорреляции можно провести предварительное моделирование без изменения параметров, а можно последовательно уточнять автокорреляцию на основе ее усреднения по различным реализациям процесса для различных значений управляемого параметра.

1. *Строганов В. Ю.*, *Черненький В. М.* Анализ поведения алгоритмов поисковой оптимизации на моделях регенерирующих процессов сложных динамических систем // Динамика сложных систем — XXI век. — 2020. — №4. — С. 55–64.
2. *Строганов Д. В.*, *Черненький В. М.* Оценка эффективности задачи выбора экстремальных значений параметров имитационной модели семейства регенерирующих процессов // Динамика сложных систем — XXI век. — 2021. — №1. — С. 5–12.
3. *Босов А. Д.*, *Кальметьев Р. Ш.*, *Орлов Ю. Н.* Моделирование нестационарного временного ряда с заданными свойствами выборочного распределения // Математическое моделирование. — 2014. — №3. — С. 97–107.
4. *Ганцева Е. А.*, *Каладзе В. А.*, *Каладзе Г. А.* Динамические модели нестационарных случайных процессов // Вестник ВГТУ. — 2006. — Т. 2, №5. — С. 4–8.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СТРУКТУРЫ СИСТЕМЫ ПРОТИВОДЕЙСТВИЯ МАЛОРАЗМЕРНЫМ БЕСПИЛОТНИКАМ*

В. А. Федулов

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Широкое использование малоразмерных беспилотных летательных аппаратов (МБПЛА) — одна из особенностей концепций «умных городов». В то же время с помощью МБПЛА (дронов) могут осуществляться такие противоправные действия, как контрабанда, нарушение общественного порядка, несанкционированное получение информации и др. [1]. Известны такие способы борьбы с МБПЛА типа квадрокоптер, как кинетическое воздействие [2], применение сетей [3], радиоэлектронная борьба (РЭБ) (например, [4]), применение беспилотников-перехватчиков [5] и др. Каждый из способов имеет свои достоинства и недостатки, следовательно, имеет и экстремум (максимум) эффективности.

Оценка эффективности и оптимизация структуры систем противодействия (СПр) МБПЛА — важная и актуальная задача.

Разработана имитационная модель (ИМ) СПр МБПЛА и формируется методика синтеза наиболее эффективных СПр (с оптимизацией состава и пространственной структуры СПр по критерию «эффективность–стоимость»). ИМ позволяет моделировать полеты от одного до нескольких десятков одиночных МБПЛА в пространстве неограниченного объема. Беспилотники могут оказывать влияние на отдельные компоненты СПр. Имеется возможность моделировать полет дронов в заданные области пространства, контролируемые СПр. Учитывается импульсное

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (проект №19-29-06090 мк).

воздействие на МБПЛА кинетических средств воздействия (СВ), рассчитывается точка встречи. Разработаны модели различных кинетических СВ. Учитывается рассеяние СВ на траектории и геометрия цели. Модель подсистемы обнаружения и локализации целей представлена моделью радиолокационной станции (РЛС). Компоненты подсистемы противодействия могут перемещаться согласно заданной логике.

Эффективность СПр оценивается вероятностью выведения из строя целей P_{hit}, долей упавших f_{fall} или достигших своей цели f_{finish} МБПЛА, расходом средств воздействия N_a, временем выполнения задачи противодействия T, интенсивностью вывода из строя беспилотников $N_D(\tau)$, где τ — относительное время. На рис. 1 показан вид сверху на СПр и охраняемые зоны. На рис. 2 показано пространственное распределение упавших беспилотников (вид сверху) при налете 21 МБПЛА из левой области в среднюю часть зоны 5, синим цветом выделены защищаемые области пространства, отмечены средства противодействия и антенны РЛС.

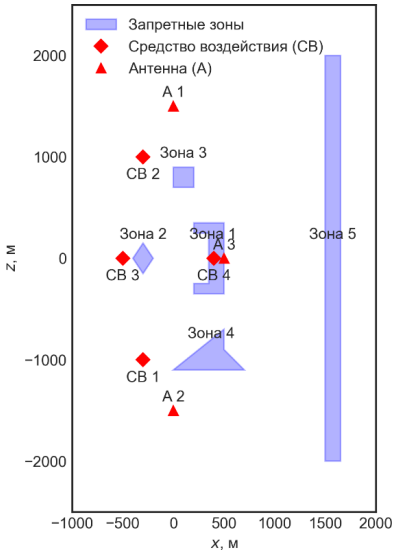


Рис. 1. Область моделирования (вид сверху)

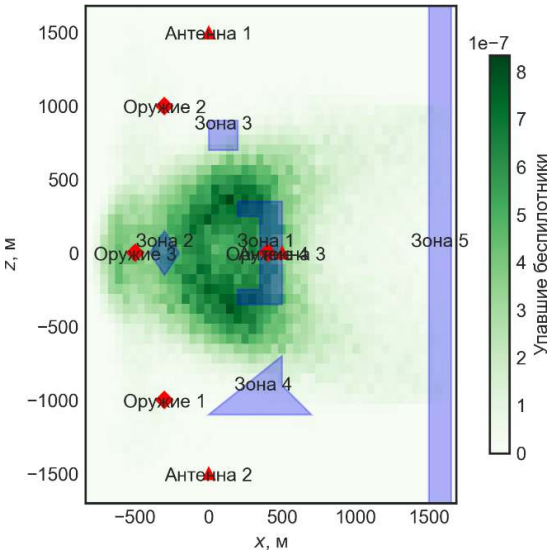


Рис. 2. Пространственное распределение упавших МБПЛА

Сформирована методика оптимизации пространственной структуры СПр МБПЛА на основе одного из методов поиска решений при изначально заданных компонентах СПр (моделях РЛС, средств противодействия, БП), назначенных защищаемых областях пространства и ограничениях на расположение компонентов системы.

1. *Демьянович М. А.* Использование беспилотных летательных аппаратов в преступных целях: методы противодействия и борьбы // Правопорядок: история, теория, практика. — 2019. — №2(21). — С. 108–111.
2. *Racek F. et al.* Tracking, aiming, and hitting the UAV with ordinary assault rifle // SPIE. — 2017. — V. 10441. — P. 112–122. — DOI: 10.1117/12.2276310.
3. *Meng X., Ding X., Guo P.* A Net-Launching Mechanism for UAV to Capture Aerial Moving Target // 2018 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA). — 2018. — P. 461–468.
4. SkyFence — Drone Defence [Электронный ресурс]. — URL: https://www.dronedefence.co.uk/skyfence/ (дата обращения: 20.03.2023).
5. *Brust M. R. et al.* Swarm-based counter UAV defense system // Discover Internet of Things. — 2021. — V. 1, No. 1. — P. 1–19.

ПРИМЕНЕНИЕ ДОСТАТОЧНЫХ УСЛОВИЙ СУЩЕСТВОВАНИЯ НАБЛЮДАТЕЛЯ СОСТОЯНИЯ В ЛИНЕЙНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ

А. А. Яковлева

МАИ, Москва, Россия

В аэрокосмической сфере управление сложными системами является одной из ключевых задач. Для обеспечения требуемого качества управления при неполной информации о параметрах математической модели объекта и внешних воздействий имеется необходимость разработки алгоритмов и программного обеспечения, которые позволяют синтезировать робастные регуляторы и наблюдатели состояния.

В работе рассмотрена проблема нахождения H-infinity наблюдателя вектора состояния для линейных непрерывных нестационарных динамических систем при наличии неопределенности задания начальных условий, ограниченных внешних воздействиях и погрешностях измерения на конечном промежутке времени функционирования системы. В работе предложено доказательство достаточных условий существования H-infinity наблюдателя на основе принципа расширения. Это позволяет получить выражения для управления процессом получения оценки вектора состояния и законы наихудшего противодействия со стороны внешних воздействий и погрешностей измерения в форме обратных связей по ошибкам оценивания.

Для иллюстрации предложенного метода решены две прикладные задачи оценивания вектора состояния самолета на конечном и полубесконечном промежутках времени. Алгоритмы нахождения параметров наблюдателя и моделирования системы были реализованы в созданном комплексе программ с использованием системы компьютерной математики MATLAB.

1. *Koobloch H. W.*, *Isidori A.*, *Flockerzi D.* Topics in control theory (DMV-Seminar, Bd. 22). — Basel: Springer, 1993.
2. *Doyle J.*, *Francis B.*, *Tannenbaum A.* Feedback Control Theory. — Macmillan Publishing Co., 1990.
3. *Skogestad S.*, *Postlethwaite I.* Multivariable Feedback Control: Analysis and Design. — John Wiley and sons, 2005.
4. *Поляк Б. Т.*, *Щербаков П. С.* Робастная устойчивость и управление. — М.: Наука, 2002.
5. *Green M.*, *Limebeer D. J. N.* Linear Robust Control. — Dover Publications, 2012.
6. *Simon D.* Optimal State Estimation. Kalman, H_∞, and Nonlinear Approaches. — John Wiley and sons, 2006.
7. *Курдюков А. П.*, *Андрианова О. Г.*, *Белов А. А.*, *Гольдин Д. А.* Между LQG/H_2 и H_∞ теориями управления // Автоматика и телемеханика. — 2021. — №4. — С. 8–76.
8. *Баландин Д. В.*, *Коган М. М.* Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
9. *Бортаковский А. С.*, *Пантелеев А. В.* Линейная алгебра в примерах и задачах. — М.: Высшая школа, 2010.

Секция Н **АЭРОКОСМИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. ПРОБЛЕМЫ СОЗДАНИЯ И ЭКСПЛУАТАЦИИ АЭРОКОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ**

МАГНИТНАЯ ЗАЩИТА В РАЗРЯДНОЙ КАМЕРЕ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ*

В. К. Абгарян, Д. С. Демченко, А. Ю. Мельников, О. Д. Пейсахович

НИИПМЭ МАИ, Москва, Россия

Плазменные источники широко используются в космической технике и в наземных технологиях [1, 2]. В космической технике они используются в качестве двигателей малой тяги и предназначены для стабилизации и коррекции орбит космических аппаратов в околоземном пространстве. В нескольких миссиях к малым объектам солнечной системы ионные двигатели применялись в качестве маршевых.

Одной из схем ионных двигателей является схема высокочастотного [3] ионного двигателя (ВЧИД), в которой высокочастотное электромагнитное поле используется для образования и поддержания плазменного разряда. Поле вводится в разряд с помощью переменного тока с частотой порядка МГц, подаваемого в индуктор из ВЧ-генератора. По сравнению с более распространенной в мире схемой Кауфмана [2] для ионных двигателей и технологических ионных источников в разрядной камере ВЧИД нет необходимости использования сильноточного катода — эмиттера электронов для ионизации атомов рабочего газа. В основном в двигателях используется ксенон (Xe). Есть также ряд других как преимуществ, так и недостатков схемы ВЧИД по сравнению со схемой Кауфмана.

Одной из основных технических показателей эффективности работы ионного двигателя является цена ионного тока:

$$C_I = \frac{P}{I_0}, \tag{1}$$

где P — мощность, затрачиваемая на образование и поддержание плазменного разряда, I_0 — величина ионного тока, извлекаемого из двигателя.

Важной характеристикой также является КиРТ — коэффициент использования рабочего тела, равный отношению потока рабочего газа, выходящего в виде ионов из двигателя в составе плазменной струи, создающей тягу, к потоку рабочего газа, подаваемого в двигатель. Значения КиРТ для современных образцов двигателей схем ВЧИД и Кауфмана находятся вблизи друг друга на уровне 0,6–0,7. Значения C_I для схемы ВЧИД заметно хуже, они выше примерно на 50%, чем в схеме Кауфмана, где достигнуты значения C_I на уровне 300 Вт/А. Это обусловлено большей величиной потерь вкладываемой в разряд входной мощности, связанных с выпадением на стенки разрядной камеры компонентов плазмы — ионов и электронов. В ионных двигателях со схемой Кауфмана применяется магнитная защита стенок разрядной камеры, осуществляемая с помощью системы магнитов, разме-

*Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект №22-29-01006).

щаемых непосредственно внутри разрядной камеры. Магнитное поле затрудняет выпадение электронов, а вслед за ними ионов на поверхность разрядной камеры с их последующей взаимной нейтрализацией, и, как следствие этого ухода, части вкладываемой в разряд мощности на нагрев стенок разрядной камеры и излучение. В схеме ВЧИД такая магнитная защита в существующих двигателях ранее не применялась, хотя ее эффективность отмечалась ранее в [3, 4]. Отметим, что используемое в разряде переменное магнитное поле имеет относительно малую величину индукции, амплитудное значение которой обычно имеет порядок 10^{-4} Тл. Влияние такого магнитного поля на диффузию электронов в сторону боковых стенок обычно не учитывают в упрощенных расчетных моделях плазменного разряда в ВЧИД. Кроме уменьшения коэффициента диффузии при наличии магнитного поля будет возникать дрейф электронов. В аксиальном магнитном поле дрейф происходит вдоль стенок разрядной камеры в азимутальном направлении, что является положительным обстоятельством, поскольку электроны в своем дрейфовом движении остаются вблизи внутренней поверхности разрядной камеры, а как известно, поглощение электронами ВЧ-мощности тем выше, чем выше амплитуда колебаний электромагнитного поля, которая, в свою очередь, тем выше, чем ближе к индуктору.

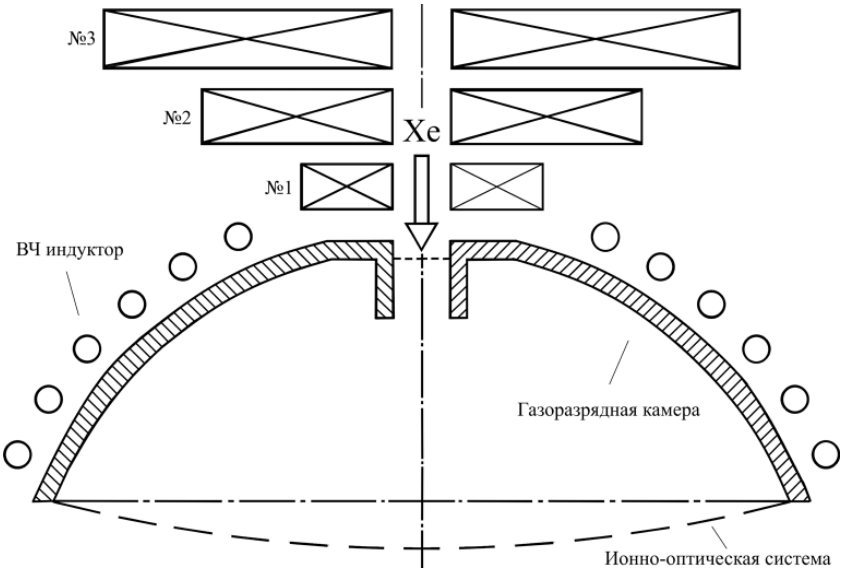


Рис. 1. Конфигурации катушек для формирования дополнительного магнитного поля

В предлагаемой работе приводятся результаты численных расчетов изменения тяги модели ВЧИД с диаметром ионного пучка 8 см при применении различных конфигураций обмоток, формирующих дополнительное магнитное поле с значениями индукции поля на уровне 10^{-3} Тл. Рассмотрены три различные конфигурации обмоток с одинаковыми значениями числа витков N и силы тока I в обмотке. Обмотки располагаются в одном и том же месте над разрядной камерой симметрично относительно ее оси (рис. 1). Различаются только радиусы обмоток, что позволяет варьировать поле индукции B магнитного поля, в том числе и его градиент вблизи поверхности разрядной камеры. Характерное поле индукции дополнительного магнитного поля приведено на рис. 2.

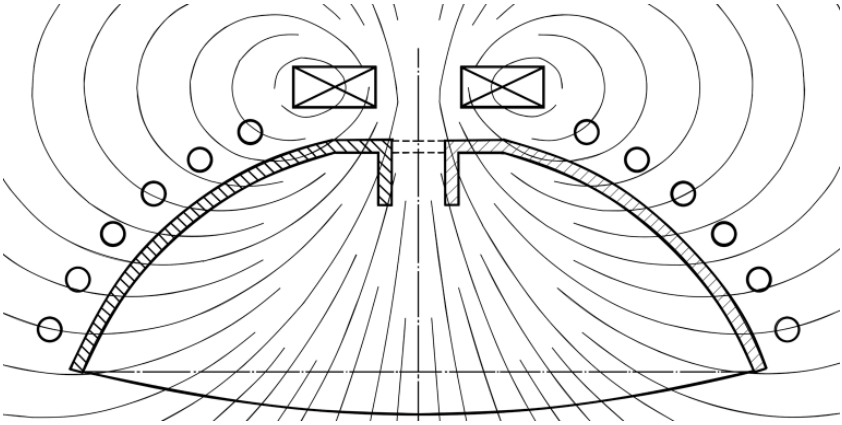


Рис. 2. Индукция дополнительного магнитного поля

С помощью ранее разработанной расчетной модели плазменного разряда в ВЧИД были выполнены расчеты тяги двигателя с различными конфигурациями магнитной катушки. Наибольшее увеличение тяги модели двигателя было достигнуто при использовании конфигурации №3 (рис. 1), где значения градиента магнитного поля вблизи поверхности разрядной камеры были наименьшими по величине. Увеличение выходящего ионного тока, а, следовательно, и тяги двигателя при таком способе организации магнитной защиты составило около 6%. В дальнейшем планируется рассмотрение и других конфигураций дополнительного магнитного поля.

1. Плазменные ускорители / Под ред. Л. А. Арцимовича. — М.: Машиностроение, 1973. — 311 с.
2. *Goebel D. M.*, *Katz I.* Fundamentals of Electric Propulsion: Ion and Hall. — New York: John Wiley & Sons, 2008. — P. 100.
3. *Melnikov A. V.*, *Khartov S. A.* Radio-Frequency Ion Thruster with Additional Magnetic Field: Experimental Investigation // Thermal Engineering. — 2018. — V. 65, No. 13. — P. 980–985. — DOI: 10.1134/S0040601518130086.
4. *Кожевников В. В.*, *Мельников А. В.*, *Назаренко И. П.*, *Хартов С. А.* Высокочастотный ионный двигатель с дополнительной магнитной системой // Известия Российской академии наук. Энергетика. — 2019. — №3. — С. 40–51.

ИССЛЕДОВАНИЕ ГОРЕНИЯ СМЕСЕВОГО ТВЕРДОГО ТОПЛИВА В УСЛОВИЯХ ПЕРЕГРУЗОК*

В. А. Архипов, Н. Н. Золоторёв, К. Г. Перфильева

ТГУ, Томск, Россия

Смесевые твердые топлива (СТТ) широко используются по настоящее время и находят применение в различных областях техники (пиротехнические изделия, твердотопливные газогенераторы, двигательные установки ракет-носителей, спо-

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ для молодых российских ученых-кандидатов наук (проект №МК-2463.2022.4).

собных выводить большие массы полезной нагрузки на околоземную орбиту) [1, 2]. Несмотря на широкое применение и многолетнее использование, физико-химические процессы и механизмы, происходящие при горении заряда СТТ не до конца изучены. В частности, до настоящего времени не сформулирован обоснованный механизм горения СТТ в поле массовых сил.

Одним из перспективных направлений является повышение энергетических характеристик твердотопливных двигателей и газогенераторов за счет добавления в состав СТТ порошков металлов — порошков алюминия микронных размеров, ультрадисперсных порошков бора, титана, магния, фтора, кремния, биметаллических порошков (бориды алюминия, борид титана и др.) [3]. Значительный объем научных публикаций направлен на исследование закономерностей и характеристик стационарного горения СТТ. Вопросом горения традиционных СТТ в условиях перегрузок посвящено меньшее количество публикаций [4–8]. Показано что, влияние вращения ракетного двигателя на скорость горения топлива осуществляется за счет воздействия твердых частиц, находящихся в составе пороховых газов, или частиц металлического горючего в составе СТТ на поверхность горения. Установлено, что на поверхностях горения образцов, подверженных влиянию массовых сил, образуются очаги ускоренного горения в виде конусов, вершины которых представляют локальные центры воздействия отдельных частиц. Для применения новых композиций СТТ необходимы экспериментальные данные исследования процессов зажигания и горения этих композиций в экстремальных условиях, в том числе и в условиях перегрузок.

В настоящей работе представлена методика исследования горения смесевого твердого топлива в условиях перегрузок. Для проведения экспериментальных исследований используется стенд, схема которого приведена на рисунке. Стенд выполнен из горизонтально ориентированной дискообразной испытательной камеры сжигания, установленной на вертикальной оси электродвигателя. Камера сжигания, в которой расположен образец СТТ, выполнена в виде составного стакана, обращенного донной частью к оси вращения. Угловая скорость вращения камеры сжигания регистрируется герконовым датчиком с последующим выводом сигнала на устройство для расчета угловой скорости вращения.

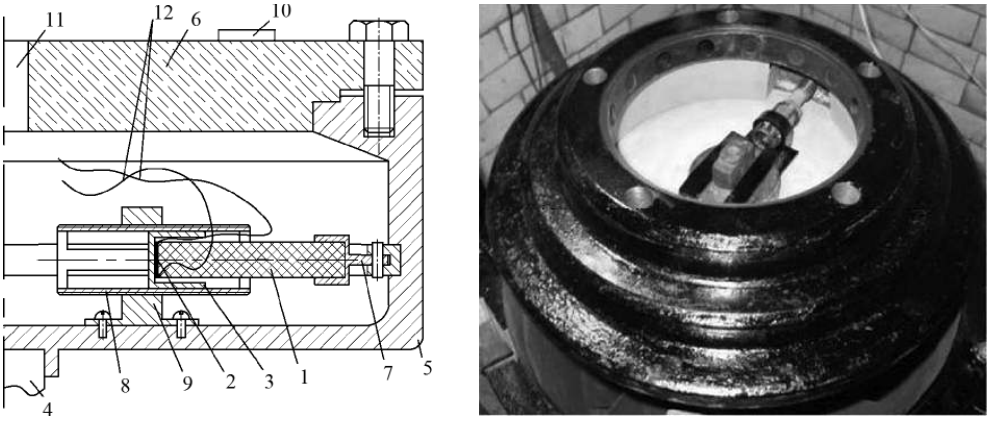


Рис. 1. Схема и фотография экспериментального стенда: *1* — образец СТТ; *2* — электровоспламенитель; *3* — подвижный локализатор зоны горения; *4* — вал; *5* — дискообразная камера сжигания; *6* — прозрачная крышка; *7* — шарнирная опора; *8* — направляющая; *9* — подставка; *10* — видеорегистратор; *11* — центральное отверстие; *12* — электропровода

Относительное значение перегрузок, создаваемых при вращении камеры сжигания, рассчитывается по формуле [8]:

$$\frac{G}{g} = \frac{(2\pi n)^2 R}{g},$$

где n — частота оборотов дискообразной камеры сжигания, $с^{-1}$; R — расстояние от оси вращения до поверхности горения образца, м; g — ускорение свободного падения, $м/с^2$.

Зажигание образца СТТ происходит с использованием дистанционной системы инициирования, расположенной во внутренней полости камеры сжигания, с помощью электроспирали. Регистрация скорости горения в условиях перегрузок осуществляется с помощью визуализации процесса горения с последующей обработкой кадров видеоряда.

Экспериментальный стенд позволяет определить скорость горения модельного образца СТТ в условиях воздействия на него поля массовых сил, возникающего при вращательном движении дискообразной камеры сжигания. Размещение образца от оси и скорости вращения позволяют создавать условия перегрузок в камере сжигания до $200g$ и более.

1. *Волков Е. Б.*, *Мазинг Г. Ю.*, *Сокольский В. Н.* Твердотопливные ракеты. — М.: Машиностроение, 1992. — 288 с.
2. *Райзберг Б. А.*, *Ерохин Б. Т.*, *Самсонов К. П.* Основы теории рабочих процессов в ракетных системах на твердом топливе. — М.: Машиностроение, 1972. — 383 с.
3. *Архипов В. А.*, *Жуков А. С.*, *Кузнецов В. Т.*, *Золоторёв Н. Н.*, *Осипова Н. А.*, *Перфильева К. Г.* Характеристики зажигания и горения конденсированных систем с энергетическими наполнителями // Физика горения и взрыва. — 2018. — Т. 54, №6. — С. 68–77.
4. *Максимов Ю. М.*, *Максимов Э. И.*, *Вилюнов В. Н.* Влияние перегрузок на горение модельных смесевых металлизированных составов // Физика горения и взрыва. — 1974. — Т. 10, №2. — С. 169–177.
5. *Архипов В. А.*, *Коротких А. Г.*, *Третьяков Н. С.* Горение баллиститных порохов с катализаторами в условиях перегрузок // Химическая физика и мезоскопия. — 2006. — Т. 8, №1. — С. 114–123.
6. *Порязов В. А.*, *Крайнов А. Ю.* Горение твердого топлива с добавлением порошка алюминия при перегрузках // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. — 2017. — №45. — С. 95–103.
7. *Архипов В. А.*, *Бондарчук С. С.*, *Жуков А. С.* Нестационарные режимы горения конденсированных систем: учеб. пособ. — Томск: Издательский дом Томского гос. ун-та, 2017. — 252 с.
8. *Барсуков В. Д.*, *Голдаев С. В.*, *Минькова Н. П.*, *Басалаев С. А.* О подводном горении баллиститного топлива в поле центробежных сил при движении фронта газообразования по направлению вектора перегрузок // Физика горения и взрыва. — 2013. — Т. 49, №6. — С. 87–92.

АЛГОРИТМ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВИБРАЦИЙ ПРИ ТРЕКОВЫХ ИСПЫТАНИЯХ АВИАЦИОННОЙ И РАКЕТНОЙ ТЕХНИКИ

С. А. Астахов[1], ***В. И. Бирюков***[1,2], ***Д. А. Боровиков***[1,2]

[1]*ГкНИПАС имени Л. К. Сафронова, п. Белозерский, Московская обл., Россия;*
[2]*МАИ, Москва, Россия*

Трековые высокоскоростные наземные испытания изделий авиационной и ракетной техники позволяют экспериментально подтвердить аэродинамические и прочностные характеристики новых летательных аппаратов или их составных частей.

Основной частью экспериментальной установки является рельсовый путь, размещенный на специальном бетонном основании, которое опирается на сваи для исключения влияния вязкоупругих колебаний грунта. Подвижная ракетная трековая каретка опирается на башмаки скольжения, охватывающие верхнюю головку рельса. На раме каретки размещаются ракетные двигатели твердого топлива (РДТТ) и объект испытания (ОИ). Одной из значимых проблем при трековых испытаниях изделий авиационной и ракетной техники является вибрация элементов подвижной трековой ракетной каретки и объекта испытания [1]. Целью является разработка методики расчетного прогнозирования вибрационного поля при высокоскоростных трековых испытаниях.

Любое изделие, обладающее массой и упругостью, нагруженное объемными силами и моментами является динамической колебательной системой с бесконечно большим числом степеней свободы. Для анализа колебаний применяют метод Даламбера, при котором в дифференциальных уравнениях, описывающих равновесие систем, вместо объемных сил применяют эквивалентные силы инерции. Таким образом, получаются дифференциальные уравнения свободных колебаний упругого тела. Решение этих уравнений представляют в виде произведения функций координат на функции времени, изменяющиеся по гармоническому закону. В этом случае функции координат являются модами свободных колебаний, а временные зависимости описывают движение, как главные координаты. Для исследования форм свободных колебаний формулируется краевая задача в виде системы дифференциальных уравнений с нулевыми правыми частями и однородными граничными условиями, где не известной является частота собственных колебаний системы. При формировании расчетной модели конструкция трековой каретки представляется системой взаимосвязанных упругих балок в виде стержней, пластин, труб с эквивалентной массой и жесткостью. Балки с переменными по длине инерционными и упругими свойствами соединены сосредоточенными жесткими связями со своей упругостью, нагружены изменяющимися внешними силами и моментами, разбиваются на n сечений, в которых задаются массовые и упругие свойства, через тензоры инерции и жесткости элементов каретки. В предположении о том, что все деформации являются малыми, применяется теория изгиба и кручения балок с неравномерно распределенной массой и переменной жесткостью в линейной постановке [1–6]. Дополнительно вводится вектор углов поворота элементов конструкции, тогда суммарный поворот не зависит от порядка последовательных элементарных вращений относительно осей координат, т. е. выполняется свойство коммутативности. Каждый элемент трековой каретки связан с местной системой координат, относительно которой определяются силы и моменты, действующие в его сечениях, а также вычисляются линейные и угловые перемещения и упругие деформации. Местная система координат размещена в начале каждого элемента конструкции в месте стыка с другими частями каретки таким образом, что ось X ориентирована по оси жесткости в сторону свободного конца элемента конструкции. Поле перемещений определяется векторами перемещений точек на оси жесткости вдоль осей X, Y, Z. Силы и перемещения положительно направлены в стороны положительных направлений осей координат. Положительные повороты для моментов и углов вокруг осей представлены в правой системе координат.

Для оценок собственных частот, форм колебаний и их производных, единичных нагрузок в различных сечениях по длине балок, приведенных масс используются известные методы расчета, такие как метод конечных элементов, метод начальных параметров, конечно-разностный метод и др. [2–7]. Для задания нагрузок при-

меняется метод прямого интегрирования дифференциальных уравнений движения модели. Диссипативные силы учитываются через логарифмические декременты колебаний. Дискретно-массовая модель позволяет определить усилия и моменты в связях между элементами, виброускорения, перемещения и углы поворота. Учтены аэродинамические силы и моменты в направлении трех осей. Наибольшую сложность в данной задаче представляет модель скользящего пространственного контакта опора–рельс. Сделано допущение о том, что единовременно в одной опоре существует не более одной зоны контакта, а также допущение о жестком рельсе и о малых деформациях конструкции опоры.

На основе разработанной модели выполнено численное параметрическое исследование в программной среде Амесим. Определены собственные резонансные частоты различных конструкций ракетных кареток и выполнено сравнение результатов со стендовым экспериментом. Выполнены амплитудно-частотные характеристики конструкций при различной тяге РДТТ. Рассмотрено влияние изменяемых величин зазоров между рельсами и скользящими опорами, а также влияние стыковых зазоров между рельсами в зависимости от скорости движения каретки. Высокая жесткость рамы приводит к увеличению вибрационной нагрузки вплоть до деформаций, приводящих к заклиниванию тележки на рельсах.

1. *Астахов С. А.*, *Бирюков В. И.*, *Кулак И. П.* Изгибно-крутильные колебания консольно размещенного обтекаемого тела, имеющего кольцевое поперечное сечение, при высокоскоростных трековых испытаниях // Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021), 4–13 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 595–597.
2. *Тимошенко С. П.* Колебания в инженерном деле. — М.: Физматгиз, 1967. — 472 с.
3. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти томах. Т. 1. Колебания механических систем / Ред. совет: В. Н. Челомей (пред.); Под ред. В. В. Болотина. — М.: Машиностроение, 1978. — 352 с.
4. *Ивантеев В. И.*, *Чубань В. Д.* Некоторые вопросы построения упруго-массовых схем самолета с использованием метода конечных элементов // Труды ЦАГИ. — 1988. — Вып. 2405. — С. 36–48.
5. *Кузнецов О. А.* Динамические нагрузки на самолет. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 264 с.
6. *Макаревский А. И.*, *Чижов В. М.* Основы прочности и аэроупругости летательных аппаратов. — М.: Машиностроение, 1975. — 238 с.
7. *Морозов В. И.*, *Пономарев А. Т.*, *Рысев О. В.* Математическое моделирование сложных аэроупругих систем. — М.: Физматлит, 1995. — 727 с.

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ВИБРОУСТОЙЧИВОСТИ КОНСТРУКЦИИ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ТРЕКОВЫХ ИСПЫТАНИЯХ АВИАЦИОННОЙ ТЕХНИКИ

***С. А. Астахов*[1], *В. И. Бирюков*[1,2], *А. В. Катаев*[1,2]**

[1]*ГкНИПАС имени Л. К. Сафронова, п. Белозерский, Московская обл., Россия;*
[2]*МАИ, Москва, Россия*

Трековые высокоскоростные испытания объектов спецтехники сопровождаются интенсивной вибрацией и ударными нагружениями конструкции. Источниками возбуждения вынужденных колебаний в конструктивных элементах подвижной тре-

ковой каретки и испытуемого изделия являются: вибрации корпуса работающего ракетного двигателя твердого топлива, либо связки двигателей; вибрации опор каретки скользящих по поверхности рельсовых направляющих; аэродинамические воздействия при нестационарном обтекании поверхностей сверхзвуковым воздушным потоком при ускоренном разгоне. По мере увеличения предельных скоростей испытаний некоторых объектов авиационной техники возникла необходимость в исследовании причин и источников возникновения опасных амплитуд и частот вибраций элементов конструкции, а также разработке подходов к исключению резонансных взаимодействий. Несмотря на большое количество известных публикаций, посвященных экспериментальным исследованиям вибраций в различных направлениях техники, экспериментальное и теоретическое изучение вибрационных и ударных воздействий на конструкцию трековой каретки с испытуемыми объектами в условиях высокоскоростных экспериментов на существующем рельсовом треке является новой и актуальной задачей [1].

При анализе вибрационного нагружения изделий, размещенных на трековых каретках при испытаниях, используются приближения в которых, реальная система заменяется условной с сосредоточенными параметрами: с эквивалентной массой m и упругостью k (Н/м). Колебательное движение системы с одной степенью свободы обусловлено разницей внешней возбуждающей силы $P_0 \sin \omega t$ и суммы сил инерции, упругости и демпфирования, т. е.

$$\ddot{x} + 2\delta_0\omega_0\dot{x} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 \frac{P_0}{k} \sin \omega t. \tag{1}$$

Здесь $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ — круговая частота собственных колебаний системы, δ_0 — параметр, пропорциональный коэффициенту демпфирования.

Для свободных колебаний при отсутствии демпфирования и при начальных условиях $\ddot{x}(0) = x(0) = 0$; $\dot{x}(0) = v$, реализуются синусоидальные колебания с собственной частотой и амплитудой вибрации, равной отношению скорости вибрации v к частоте

$$\omega_0 x = (v/\omega_0) \sin \omega_0 t. \tag{2}$$

Для вынужденных колебаний решение уравнения (1) можно представить в виде суммы однородного и частного решений

$$x = (v/\omega_0) e^{-\delta_0\omega_0 t} \sin(\omega_0 t - \varphi_0) + (\beta P_0/k) \sin(\omega t - \varphi). \tag{3}$$

Здесь φ начальная фаза вынуждающей гармонической силы, а β — коэффициент динамичности системы, он определяется частотой возбуждения

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{4\delta_0^2 \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2} + \left(1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2}}. \tag{4}$$

Относительная величина вибрационной перегрузки, измеряемая датчиками вибраций, равна $n = A_w/g$. При анализе вибраций используются параметры: амплитуда вынужденных колебаний или амплитуда перемещения; амплитуда скорости выражает величину энергии, излучаемой при колебаниях. Отношение амплитуды действующей силы к амплитуде скорости определяет механический импеданс колебательной системы (сила–скорость). Составляющую ωm называют инерциальным

реактивным сопротивлением, она характеризует влияние массы и частоты. Отношение упругости к частоте k/ω называют упругим реактивным сопротивлением. Разность этих величин $(\omega m - k/\omega)$ представляет механическое реактивное сопротивление. Величина $4\delta_0(mk)^{1/2}$ представляет механическое активное сопротивление. Динамическая жесткость системы с вынужденными колебаниями амплитудой A_B определяется импедансом сила–перемещение. Динамическая жесткость системы зависит не только от величин: k; δ_0; m, но и от частоты возмущающей силы ω. Это означает необходимость исследования механизмов возмущающих периодических сил и ударов, действующих на конструкцию элементов каретки и объекта испытания [1–6]. Анализ колебаний элементов установки по результатам измерений датчиками вибраций показывает, что в основном процесс не является гармоническим. Его можно представить в виде суммы периодических движений с разными частотами и различной амплитудой перегрузок.

В работе рассматривается методика обработки сигналов датчиков виброускорений, полученных при трековых испытаниях различных конструктивных вариантов ракетных кареток с объектами испытаний. Приведены схемы размещения датчиков вибраций и регистраторов — накопителей информации на трековых каретках. Сигналы вибраций и ударных воздействий в направлении осей X, Y, Z после удаления шумов, подверглись статистической обработке. Были определены плотности распределения вероятностей сигналов. Выполнены оценки автокорреляционных функций, взаимных корреляционных функций сопоставляемых сигналов, плотностей спектров амплитуды, мощности и энергии. Функции когерентности сравниваемых сигналов различных датчиков. Определены зависимости передаточных функций по частоте соответствующих сигналов датчиков, размещенных в различных точках конструкции. Представлены результаты численных оценок динамической связи между датчиками вибраций, размещенных в скользящих опорах, на других различных элементах трековой каретки, включая датчик, установленный на коническом обтекателе объекта испытания баллистического типа. Из анализа определено существенное влияние вибраций в горизонтальной плоскости (по оси Z), они наиболее критичны при высокоскоростных испытаниях изделий, поскольку от этих вибраций зависит устойчивость движения ракетной каретки и вибропрочность башмаков, а также работоспособность электронных устройств объектов испытаний.

1. *Астахов С. А.*, *Бирюков В. И.*, *Катаев А. В.* Экспериментальное определение проводимости вибраций элементами конструкции ракетной каретки при высокоскоростных трековых испытаниях авиационной техники // Сибирский аэрокосмический журнал. — 2023. — Т. 24, №1.
2. *Иориш Ю. И.* Виброметрия. Измерение вибрации и ударов. Общая теория, методы и приборы. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Машгиз, 1963. — 771 с.
3. *Бендат Дж.*, *Пирсол А.* Применения корреляционного и спектрального анализа / Пер с англ. А. И. Кочубинского, В. Е. Привальского. — М.: Мир, 1983. — 312 с.
4. *Ананьев И. В.*, *Тимофеев П. Г.* Колебания упругих систем в авиационных конструкциях и их демпфирование. — М.: Машиностроение, 1965. — 526 с.
5. Вибрации в технике: Справочник в 6-ти томах. Т. 1.: Колебания линейных систем. — 2-е изд. / Ред. совет: К. В. Фролов; Под ред. В. В. Болотина. — М.: Машиностроение, 1999. — 504 с.
6. *Харкевич А. А.* Спектры и анализ. — 4-е изд. — М.: Физматгиз, 1962. — 236 с.
7. Пакет прикладных программ WIN ПОС «MERA» [Электронный ресурс] // Официальный сайт ООО «Научно-производственное предприятие «МЕРА». — URL: `http://www.npp-mera.ru` (дата обращения: 17.12.2022).

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ЛОКАЛЬНЫХ НЕРОВНОСТЕЙ ПОСАДОЧНОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ДИНАМИКУ ПОСАДКИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

В. Н. Бакулин[1]***, С. В. Борзых***[2]***, Ю. Н. Щиблев***[2]***, Р. С. Бычков***[2]

[1]*ИПриМ РАН, Москва, Россия;* [2]*РКК «Энергия», Королев, Московская обл., Россия*

Проблемам исследования динамики космических аппаратов (КА) посвящен ряд актуальных статей, в том числе авторов представленного доклада [1–6 и др.]. Финальный этап посадки КА при контакте с посадочной поверхностью, начиная от первого контакта и до полной остановки — ключевая динамическая операция, характеризующаяся экстремально высокими нагрузками на конструкцию КА, пиковыми перегрузками, действующими на экипаж (в случае пилотируемой миссии), приборы и аппаратуру. Поэтому к правильности выбора технических решений, касающихся средств, обеспечивающих успешность посадки, предъявляются высокие требования. В связи с этим ключевым способом подтверждения правильности этих решений на стадии проектирования является моделирование динамики процесса посадки с учетом конкретного конструктивного исполнения средств посадки, начальных кинематических условий в момент первого контакта с поверхностью, обеспечиваемых системой управления спуском, и модели посадочной поверхности — ее характера, механических свойств, уклона.

Существенная кинетическая энергия, которой обладает КА в момент первого контакта с поверхностью, может гаситься либо тормозными двигателями, либо обжатием энергопоглощающих элементов (например, сот), входящих в состав механического посадочного устройства. Ниже рассмотрен случай — использование механического посадочного устройства, включающего посадочные опоры с сотовыми энергопоглотителями (рис. 1).

Авторами в ряде публикаций [7, 8 и др.] детально разработана теоретическая модель динамики посадки космического аппарата на участке контакта с поверхностью. В рамках этой модели корпус аппарата и элементы его посадочных опор (подкосы, штоки, контактирующие с грунтом тарели) рассматриваются как структурно-сложная механическая система с внутренними связями, характер которых отражает ограничения, накладываемые связями на относительное движение тел системы, например, ось вращения, сферический шарнир, телескопическое соединение (рис. 1). Уравнения пространственного движения каждого тела системы (поступательного движения центров масс и вращения) дополняются специальной системой уравнений связей для определения их реакций — сил и моментов связей [7, 8].

К реализации процесса посадки предъявляется ряд требований — непревышение перегрузками некоторого заданного значения (приемлемого для экипажа и аппаратуры), отсутствие опрокидывания, достаточность хода обжатия энергопоглотителей, неразрушение конструкции аппарата и элементов опор. Выполнение этих требований обусловливает успешность процесса мягкой посадки.

При описании грунта использовалась реологическая модель Фойгта [8, 9]. Ориентация посадочной поверхности задавалась углом γ. Ориентация аппарата задается углом α, отсчитываемым от направления горизонтальной составляющей скорости V_Γ, и углом β между продольной осью аппарата и вектором силы тяжести (рис. 2).

Считается, что процесс штатной посадки предполагает приведение КА в определенную, сравнительно небольшую область (диаметром несколько километров), которая предварительно выравнивается, при этом возможные крупные препятствия устраняются (валуны и др.). Однако совсем исключить возможность появления

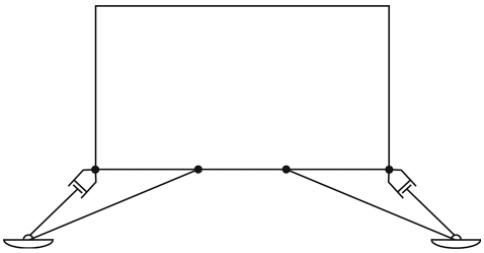


Рис. 1. Схема космического аппарата с посадочными опорами

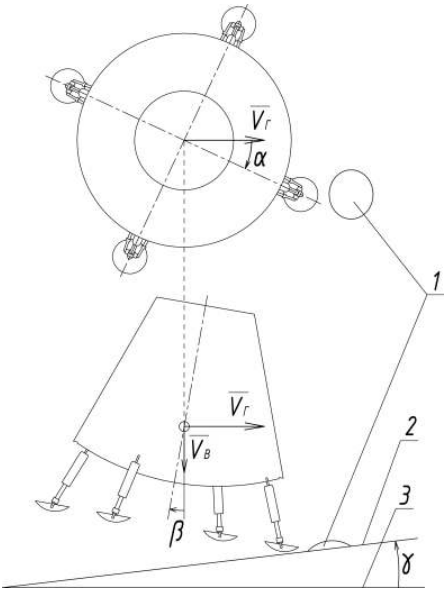


Рис. 2. Локальная неровность (*1*), грунтовая поверхность (*2*) и горизонталь (*3*)

небольших локальных неровностей не удается, поэтому требуется оценить последствия такой ситуации (встречи одной из опор с кочкой), в связи с чем в динамическую модель введена локальная неровность в виде шарового сегмента *1* (рис. 2).

Результаты сравнительного динамического анализа процесса мягкой посадки приведены на рис. 3 и 4. Рисунок 3 иллюстрирует зависимость изгибающего момента M_Y, действующего на шток, от углов α и β при встрече опоры с локальной неровностью, рис. 4 — при посадке на гладкую поверхность.

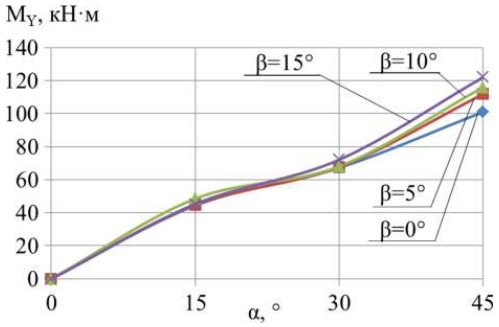


Рис. 3. Встреча с кочкой

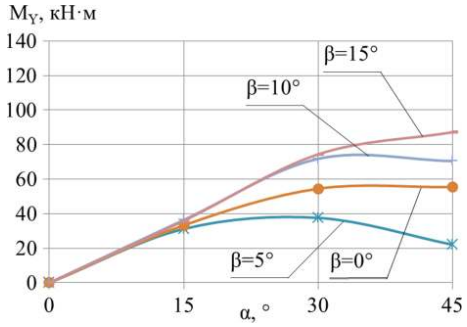


Рис. 4. Гладкая поверхность

Из сравнения рис. 3 и 4 видно, что изгибающий момент штока увеличился примерно в полтора раза. Кроме того, обширные статистические расчеты показали, что при учете взаимодействия посадочной опоры с локальной неровностью существенно возрастает вероятность опрокидывания аппарата при посадке, увеличивается число случаев соударения днища космического аппарата с посадочной поверхностью а также возрастает перегрузка. Таким образом, локальная неровность является существенным фактором, учет которой необходим при анализе динамики мягкой посадки.

1. *Bakulin V. N.*, *Borzykh S. V.* Dynamic Model of Process of Division the Large-Sized Elastic Space-Rocket Designs // Doklady Physics. — 2023. — V. 68. — No. 3.
2. *Bakulin V. N.*, *Borzykh S. V.* Analytical Estimates of the Movement and Elastic Vibrations of the Structures of Separated Fairings Doors of Rocket and Space Systems // Doklady Physics. — 2021. — V. 66, No. 5. — P. 134–138.
3. *Bakulin V. N.*, *Borzykh S. V.* An Approach for Building Dynamic Models of the Process of Disclosure of Transformable Space Structures // Doklady Physics. — 2021. — V. 66, No. 8. — P. 243–248.
4. *Bakulin V. N.*, *Borzykh S. V.* Development of an Approach to the Formation of Dynamic Models of the Process of Disclosure of Transformable Space Structures // Russian Aeronautics. — 2022. — V. 65, No. 1.
5. *Bakulin V. N.*, *Borzykh S. V.* Modeling of the Deployment Process Dynamics for Large-Sized Transformable Space Structures // Russian Aeronautics. — 2020. — V. 63. — P. 610–617.
6. *Bakulin V. N.*, *Borzykh S. V.*, *Tereshina K. V.* Analytical Estimates of the Fairing Flaps Separation Dynamics of the Rocket and Space Systems // Russian Aeronautics. — 2021. — V. 64, No. 3. — P. 376–384.
7. *Бакулин В. Н.*, *Борзых С. В.*, *Воронин В. В.*, *Кокушкин В. В.* Динамика процесса посадки космического аппарата с рычажно-тросовым посадочным устройством // Вестник Московского авиационного института. — 2012. — Т. 19, №5. — С. 45–50.
8. *Бакулин В. Н.*, *Кокушкин В. В.*, *Борзых С. В.*, *Воронин В. В.*, *Щиблев Ю. Н.* Исследование влияния свойств грунта посадочной поверхности на устойчивость процесса посадки космического аппарата с механическим посадочным устройством // Вестник Московского авиационного института. — 2014. — Т. 21, №1. — С. 25–32.
9. *Bakulin V. N.*, *Borzykh S. V.*, *Voronin V. V.* Space vehicle landing dynamics at failure of landing gear // Flight Dynamics and Control of Flight Vehicles // Russian Aeronautics. — 2016. — V. 59, No. 1. — P. 23–28.

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОБЛЕМНО-ОРИЕНТИРОВАННГО ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА MSC ADAMS ДЛЯ РАЗРАБОТКИ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА МЯГКОЙ ПОСАДКИ ВОЗВРАЩАЕМОГО АППАРАТА

***В. Н. Бакулин*[1], *С. В. Борзых*[2], *Ю. Н. Щиблев*[2], *Р. С. Бычков*[2]**

[1]*ИПриМ РАН, Москва, Россия;* [2]*РКК «Энергия», Королев, Московская обл., Россия*

Актуальными проблемами космической техники являются исследования динамики космических аппаратов [1–6 и др.]. В данной работе рассмотрена структура динамической модели процесса посадки возвращаемого аппарата. Разработана библиотека для проведения единичного и статистического расчета. Также разработана программа, позволяющая задавать различные законы распределения для входных параметров для динамического расчета. Посадка космического аппарата на посадочную поверхность является завершающим ключевым этапом, влияющим на успешное выполнение программы полета. Данный этап обладает рядом особенностей, таких как большая кинетическая энергия, которой обладает аппарат в момент первого касания с поверхностью, неопределенность начальных условий (линейных и угловых скоростей) в момент первого касания, возникновение больших перегрузок, ориентация возвращаемого аппарата, физико-механические свойства посадочной поверхности и т. д. Поэтому чтобы обеспечить успешность процесса

посадки необходимо выполнить ряд требований: не превышение перегрузкой предельных, допустимых значений, сохранение устойчивости возвращаемого аппарата, обеспечение минимально допустимого клиренса и т. д. Для выполнения этих требований возвращаемый аппарат снабжается посадочным устройством, которое предназначено для гашения остаточной кинетической энергии. В состав посадочного устройства входят четыре одинаковые посадочные опоры. Посадочная опора состоит из корпуса (стакана), штока и амортизатора находящегося между ними, упора, который ограничивает возвратное движение стойки, двух тросов из сверхвысокомодульного материала и тарели, которая контактирует с грунтом посадочной поверхности (рис. 1). Данная схема обладает рядом преимуществ по сравнению с аналогичной, но имеющей в своем составе подкосы вместо тросов и откидной рамы вместо раздвижного упора: использование раздвижного упора позволяет увеличить угол установки опоры, что позволяет повысить устойчивость возвращаемого аппарата и положительно сказывается на динамике процесса и выполнении требований предъявляемых посадке, также увеличение угла позволяет увеличить энергоемкость амортизатора.

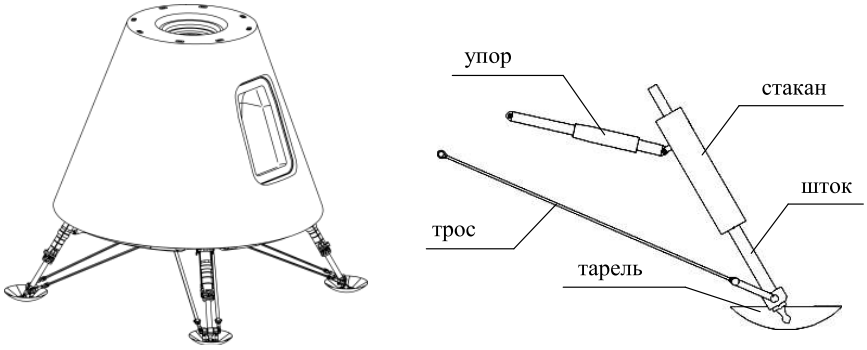


Рис. 1. Состав посадочной опоры возвращаемого аппарата

Моделирование процесса мягкой посадки основано на представлении возвращаемого аппарата и элементов посадочного устройства, как структурно-сложной механической системы с внутренними связями [7]. Характер связей определяется конструкцией посадочного устройства. Для реализации динамической модели процесса посадки возвращаемого аппарата с посадочным устройством используется проблемно-ориентированный программный комплекс MSC ADAMS [8]. Данный комплекс позволяет производить статистический расчет путем преобразования базы данных модели в соответствии с уравнениями движения и уравнениями связи. База данных модели включает в себя начальные условия, инерционные и центровочные характеристики тел и взаимосвязи между всеми телами. Внутренние и внешние силовые факторы, а также управление ими и вывод необходимых данных в файл осуществляется в пользовательских программах, написанных на языке Си [9] с использованием функций MSC ADAMS. Каждая из этих программ описывает работу отдельного элемента, используя встроенные функции MSC ADAMS. Так, например программа grunt.c описывает взаимодействие посадочной опоры с поверхностью грунта, с использованием встроенной функции SFOSUB для задания силы, программа amort.c описывает усилие амортизатора в зависимости от хода, upor.c — усилие раздвижного упора, tros.c — моделирует трос, friction.c — моделирует трение между стаканом и штоком посадочной опоры.

Для управления процессом симуляции MSC ADAMS (обеспечение цикла интегрирования, считывание исходных параметров из базы данных модели, выход из цикла и прекращение моделирования в случае ошибки или выполнения какого-либо условия) и записи в файл данных, необходимых для анализа используется программа consub.c, где применяются такие встроенные функции как CONSUB (для управления), SYSFNC (для считывания исходных данных), ANALYS (для вызова одного из решателей MSC ADAMS). Все вышеперечисленные программы преобразуются в файл с расширением *.dll, называемый пользовательской библиотекой, для последующего импортирования в модуль Adams.View. Таким образом, можно легко вносить какие-либо изменения в данную модель, путем корректировки базы данных модели, либо добавлением новых пользовательских программ или изменением уже существующих, что делает динамическую модель достаточно гибкой. Данная модель позволяет производить как единичные расчеты, так и статистические, на десятки тысяч возможных реализаций начальных условий. Для проведения статистического расчета формируется файл с расширением *.xml, который содержит заданное пользователем число реализаций и входные параметры, распределенные по заданным законам распределения. Специальный модуль Adams.Insight позволяет задавать законы распределения, но имеет ограниченный функционал (отсутствуют некоторые законы распределения), поэтому для задания законов распределения входных параметров разработана программа, написанная на языке программирования Python. Результатом данной программы является сформированный *.xml файл, который импортируется в модуль Adams.View. Результатом проведения статистического расчета является функции распределения и функции плотности распределения контролируемых параметров, позволяющих оценить успешность посадки.

1. *Bakulin V. N.*, *Borzykh S. V.* Dynamic Model of Process of Division the Large-Sized Elastic Space-Rocket Designs // Doklady Physics. — 2023. — V. 68, No. 3.
2. *Bakulin V. N.*, *Borzykh S. V.* Development of an Approach to the Formation of Dynamic Models of The Process of Disclosure of Transformable Space Structures // Russian Aeronautics. — 2022. — V. 65, No. 1.
3. *Bakulin V. N.*, *Borzykh S. V.* Analytical Estimates of the Movement and Elastic Vibrations of the Structures of Separated Fairings Doors of Rocket and Space Systems // Doklady Physics. — 2021. — V. 66, No. 5. — P. 134–138.
4. *Bakulin V. N.*, *Borzykh S. V.* An Approach for Building Dynamic Models of the Process of Disclosure of Transformable Space Structures // Doklady Physics. — 2021. — V. 66, No. 8. — P. 243–248.
5. *Bakulin V. N.*, *Borzykh S. V.* Modeling of the Deployment Process Dynamics for Large-Sized Transformable Space Structures. Russian Aeronautics. — 2020. — V. 63. — P. 610–617.
6. *Bakulin V. N.*, *Borzykh S. V.*, *Tereshina K. V.* Analytical Estimates of the Fairing Flaps Separation Dynamics of the Rocket and Space Systems // Russian Aeronautics. — 2021. — V. 64, No. 3. — P. 376–384.
7. *Bakulin V. N.*, *Borzykh S. V.*, *Voronin V. V.* Space vehicle landing dynamics at failure of landing gear // Flight Dynamics and Control of Flight Vehicles // Russian Aeronautics. — 2016. — V. 59, No. 1. — P. 23–28.
8. Программное обеспечение MSC Adams [Электронный ресурс]. — URL: `http://www.msc-software.ru/products/adams`.
9. *Керниган Б.*, *Ритчи Д.* Язык программирования С. — М.: Вильямс, 2015. — 304 с.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УКЛАДКИ ОДИНОЧНОЙ ЦЕПИ ЗИЛОНА ДЛЯ ТЕХНОЛОГИЙ ПРОИЗВОДСТВА ВЫСОКОПРОЧНЫХ ВОЛОКОН*

***В. Н. Бакулин*[1], *А. Н. Данилин*[1], *Ю. Н. Карнет*[1], *С. М. Никитин*[1], *В. А. Фельдштейн*[2]**

[1]*ИПриМ РАН, Москва, Россия;* [2]*ЦНИИмаш, Королев, Московская обл., Россия*

В настоящее время в авиационной и космической технике активно используется широкий спектр композиционных материалов на основе углеродных, стеклопластиковых и арамидных нитей и тканей, полиэтиленовых композиций, поливинилхлоридных пластикатов, полиуретанов, полиамидов [1–3].

Арамидные нити среди всех органических волокон широко используются и имеют наиболее высокие эксплуатационные характеристики (прочность, модуль упругости). Они устойчивы к воздействию пламени, высоких температур, органических растворителей и нефтепродуктов.

Актуальным является совершенствование методов моделирования композиционных материалов [1, 4 и др.].

Для производства силовых элементов используется базальтовое волокно, которое производится из различных горных пород близких по химическому составу — базальта, базанитов, амфиболитов, габродиабазов или их смесей.

Одним из наиболее перспективных полимерных конструкционных материалов является сверхвысокомолекулярный полиэтилен (СВМПЭ). К сверхвысокомолекулярным относят полиэтилены с молекулярной массой свыше 1000000 г/моль, которые обладают уникальным комплексом физико-механических свойств, востребованы в разнообразных областях благодаря высокой износостойкости, низкому коэффициенту трения, высокой ударной вязкости, низкой температуре хрупкости (до $-200\,^{\circ}C$).

Перечисленные материалы далеко не ограничивают список композиционных материалов, которые применяются или имеют перспективы применения в авиа- и ракетостроении. В табл. 1 перечислены некоторые материалы, среди которых синтетический полимерный материал зилон, прочность которого (в виде нитей) на разрыв составляет 5,8 ГПа [5], что в 1,6 раза больше, чем у кевлара. По сопротивлению на разрыв нити из зилона почти вдвое прочней стали и при этом в пять раз легче [5 и др.]. Зилон, синтезированный еще в прошлом веке, до сих пор остается одним из самых прочных материалов при высокой термостойкости. В табл. 1 приведены механические свойства волокна ToyoboZylon® AS Poly(p-phenylene-2,6-benzobisoxazole) [6]. Полимер используют как в чистом виде, так и в составе композитов. Введение зилона в состав композитных материалов ведет не только к повышению механической прочности, но и к повышению термостабильности композитов.

Прочность полимеров на разрыв является одной из главнейших их характеристик. Значения удельной прочности материалов особенно важны для авиастроения, ракетостроения, космической техники.

Удельная прочность имеет фундаментальное значение при выборе материалов для крупногабаритных космических тросовых систем, в особенности, тросов космических лифтов [7].

*Работа выполнена при поддержке гранта РНФ №22-19-00678.

Таблица 1

Механические свойства высокопрочных волокон

Материал	Прочность на разрыв, МПа	Плотность, г/см^3	Удельная прочность, кН · м/кг	Разрывная длина, км
Zylon	5800	1,54	3766	384
Fiberglass	3400	2,60	1307	133
Vectran	2900	1,40	2071	211
Kevlar49	3000	1,44	2083	212
Carbon fiber (AS4)	4300	1,75	2457	250
UHMW PE fiber	3600	0,97	3711	378

Помимо экспериментального измерения прочности на разрывных машинах, для чего требуется наличие соответствующего образца, существуют и методы ее предсказания [7]. Наиболее перспективным методом представляется метод, основанный на квантово-химических расчетах. Этот метод основан на моделировании процесса растяжения полимера виртуальным деформированием модели полимера с оптимизацией растянутой структуры по энергии [7]. Виртуальное растяжение производится до достижения состояния, когда в результате оптимизации структуры нарушается ее целостность. Сила растяжения оценивается в результате оптимизации молекулярной структуры, обеспечивающей минимум энергии растяжения. Можно отметить также актуальность молекулярно-кинетической теории для решения проблемы прогнозирования долговечности полимерных композитов [8, 9].

Для перехода от прочности единичного волокна полимера к прочности макроразмерного образца необходимо определиться с вариантами строения нитей и их взаимной пространственной укладкой.

Ранее компьютерное моделирование использовалось для моделирования укладки цепей зилона.

Авторы построили модель, используя структурную формулу минимального фрагмента зилона.

1. *Bakulin V. N.*, *Kaverov A. T.*, *Kazakov M. E. et al.* Holografic and finite element study of reinforcing components with a matrix, // V5. Fibre Science and Technology. Editor: V. I. Kostikov. Soviet Advanced Composites Technology Series. Series editors: J. N. Fridlyander, Academician of Russian Academy of Sciences, Russia, I. H. Marshall, University of Paisley, Paisley, UK, London, Chapman & Hall. 1995. — 694 p.
2. *Бакулин В. Н.*, *Грибанов В. М.*, *Острик А. В. и др.* Методы оптимального проектирования и расчета композиционных конструкций. В 2 т. Т. 2. Механическое действие рентгеновского излучения на тонкостенные композитные конструкции. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 256 с.
3. *Бакулин В. Н.*, *Острик А. В.* Комплексное действие излучений и частиц на тонкостенные конструкции с гетерогенными покрытиями. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015. — 280 с.
4. *Бакулин В. Н.*, *Рассоха А. А.* Метод конечных элементов и голографическая интерферометрия в механике композитов. — М.: Машиностроение, 1987. — 312 с.
5. ZYLON® (PBO fiber). Technical Information [Электрон. ресурс]. — URL: `https://www.toyobo-global.com/seihin/kc/pbo/zylon-p/bussei-p/technical.pdf`.
6. Информационный ресурс о материалах MatWeb [Электрон. ресурс]. — URL: `https://www.matweb.com/search/datasheet.aspx?matguid=1a5f4985c8fb449da6edaec7813acf70&ckck=1`.
7. *Karnet Yu. N.*, *Nikitin S. M.*, *Nikitina E. A.*, *Yanovskii Yu. G.* Computer simulation of mechanical properties of carbon nanostructures // Mechanics of Solids. — 2010. — V. 45(4). — P. 595–609.

8. *Gusev E. L.*, *Bakulin V. N.* Application of Modern Provisions of the Kinetic Theory of Strength for the Development of Generalized Models of Durability of Composites. Springer Aerospace Technology book series (SAT) Recent Developments in High-Speed Transport. — P. 219–227.
9. *Gusev E. L.*, *Bakulin V. N.* Generalized durability models and their application to solving problems on predicting the defining characteristics of composites // Mechanics of Composite Materials. — 2022. — V. 58, No. 3. — P. 355–364.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТРАЖЕНИЯ СВЕТА ФАКЕЛОМ ТОПЛИВНОЙ ФОРСУНКИ

В. Г. Баталов, Р. А. Степанов

ИМСС УрО РАН, Пермь, Россия

В работе представлены результаты математического моделирования, численных и лабораторных экспериментов, направленных на разработку оптического метода оценки распределения капель факела форсунки по размерам. В основе метода заложена связь, что интенсивность света, отраженного отдельной сферической каплей, пропорциональна площади поверхности капли и, соответственно, квадрату диаметра капли. Были рассмотрены две математические модели с разным уровнем детализаций. На первом уровне факел распыла представлялся статистически однородным и стационарным потоком сферических частиц со случайным распределением частиц по размерам. С помощью численных экспериментов с различными случайными выборками капель обоснована зависимость полной интенсивности рассеянного света от эффективного размера. Показано, что при фиксированном общем объеме полная интенсивность света, рассеянного каплями, пропорциональна среднему диаметру капель по Заутеру. Проведенный анализ экспериментальных изображений подтвердил, что теоретическая зависимость достаточно точно выполняется для самых ярких капель выборки, а отклонения обусловлены попаданием капли на границу светового ножа [1].

Математическая модель второго уровня детализации включает параметризацию практически всех значимых свойств факела распыла: произвольное распределение капель по размерам и скоростям, а также изменение со временем в процессе движения капель по потоку. Основное упрощение состоит в том, что все распределения считаются осесимметричными полями. При этом остается зависимость от высоты и радиуса, что позволяет отслеживать деление капель по мере движения капель. Рассмотрим стационарный осесимметричный поток сферический капель, в котором плотность капель с диаметром s в точке $\{r, z\}$, задана функцией $P(s, r, z)$, где r и z — координаты капли в цилиндрической системе координат, $r = 0$ — совпадает с осью симметрии форсунки и $z = 0$ — точка вылета жидкости из сопла форсунки. Будем считать, что капли движутся с общей групповой скоростью, описываемой радиальной $V_r(r, z)$ и вертикальной $V_z(r, z)$ составляющими. Тогда расход через горизонтальное сечение на высоте z может быть выражен следующим образом:

$$Q(z) = 2\pi \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\pi s^3}{6} P(s, r, z)\, V_z(r, z)\, r\, ds\, dr.$$

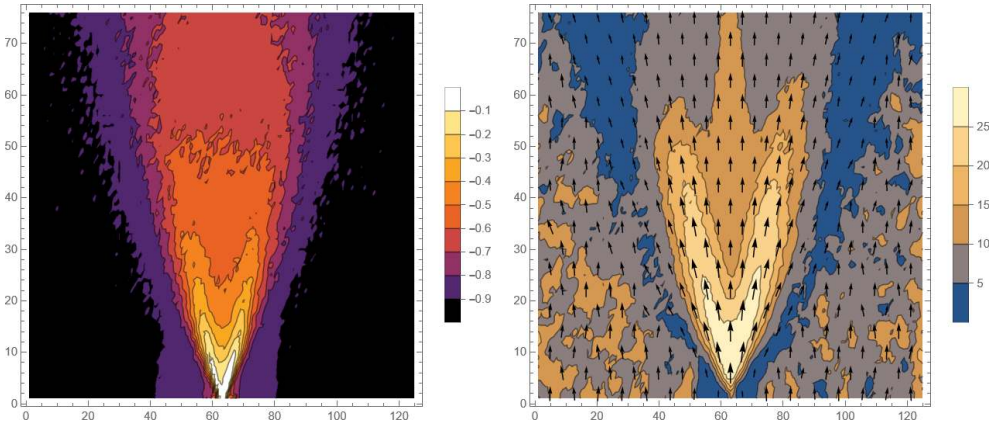
Введем среднее значение размера капель по Заутеру $s_{32}(r,z) = \dfrac{\int_0^\infty P(s,r,z)\,s^3 ds}{\int_0^\infty P(s,r,z)\,s^2 ds}$.
Считая измеряемую яркость капель пропорциональной квадрату ее диаметра, т. е. $I = cs^2$, можно выразить расход через яркость и s_{32}:

$$Q(z) = \frac{\pi^2 c}{3} \int_0^\infty I(r,z)\, s_{32}(r,z)\, V_z(r,z)\, r\, dr.$$

Данную связь можно использовать для определения расстояния от сопла форсунки, на котором прекращается деление капель. А именно, при условии $Q(z) = \text{const}$ функция $w(z) = \int_0^\infty I(r,z)\, V_z(r,z)\, r\, dr \to \text{const}$, если $s_{32}(r,z) \to \text{const}$. До этого момента $I(r,z)$ означала полную яркость всех капель факела. В действительности освещаются только те капли, которые попали в световой нож, и измеряемая величина яркости $I_b(x,z)$ должна быть определена в плоскости ножа. В общем случае, когда направление движения капель может меняться с z, форма факела может быть учтена через интегрирование вдоль линий тока

$$w_3(z) = \int_0^\infty \left(1 + \frac{1}{w_1(0)} \int_0^z \frac{V_r(x,z')}{V_z(x,z')} dz'\right) I_b(x,z)\, V_z(x,z)\, dx.$$

Полученные выражения $w_1(z)$, $w_2(z)$, $w_3(z)$ были протестированы методом Монте-Карло на искусственных случайных распределениях капель по размерам и скоростям.



а *б*

Рис. 1. Распределение средней яркости (цветовая шкала отображает десятичный логарифм поля) (*а*) и соответствующее поле скорости (*б*)

Предложенный подход был апробирован на реальных изображениях. На рис. 1 показано распределение яркости $I_b(x,z)$, полученное по 50 реализациям. Для анализа была выбрана центральная область шириной 10. В силу большей однородности потока выход на постоянный размер капель ожидается в первую очередь в этой области. Несмотря на это обстоятельство, средняя яркость на заданной высоте продолжает падать (синие точки на рис. 2), что, видимо, связано с изменением скорости капель и расширением факела. Разработанная нами модель позволяет учесть эти изменения. После применения нормировки, начиная с высоты $z = 60$ яркость не меняется. Также можно обратить внимание на появления локального

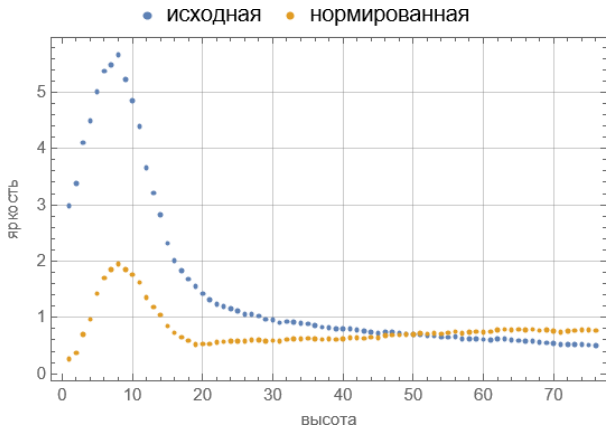


Рис. 2. Средняя яркость в зависимости от высоты

минимума на высоте 20, что может соответствовать расстоянию от форсунки, на котором практически прекращается деление капель.

Полученная модель позволила отработать методику обработки реальных изображений с тем, чтобы иметь возможность оценки процесса деления капель и, как следствие, изменения распределения частиц по размерам. Полученная математическая модель распыла форсунки учитывает изменение плотности капель за счет разлета капель в конусе распыла и неоднородности поля скорости капель. Применение данного подхода, возможно, позволит в дальнейшем определять области прекращения деления капель для различных моделей форсунок.

Это важнейший результат, поскольку открывает возможность проведения сравнительных экспериментов оценки качественного состава спрея при различных режимах работы форсунки. Используя возможности разработанного оптического метода, можно проводить измерение относительного изменения размера капель наиспытательном стенде с контролем расходных характеристик. Широко используемые оптические методы GPT и IPI позволяют определить размеры капель. Однако они требуют значительных технических ресурсов. Предложенный в работе подход позволяет оценить состав спрея по ансамблю и может рассматриваться, как экспресс метод, который может при необходимости быть уточнен с помощью IPI.

1. *Batalov V.*, *Stepanov R.*, *Vasilev A.* Quality estimation of the nozzle spray by measuring the brightness of the reflected light // J. Phys.: Conf. Ser. — 2021. — V. 2057. — Art no. 012083. — DOI: 10.1088/1742-6596/2057/1/012083.

РАЗРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В МНОГОГЕНЕРАТОРНЫХ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ГАЗОРЕАКТИВНЫХ СИСТЕМАХ

А. Б. Богданович, В. Н. Борисов, В. А. Поляков, Д. А. Коновалов, Д. В. Красильников, Н. Е. Кузьмин

АО “Корпорация «МИТ»”, Москва, Россия

Работа посвящена разработке экспериментально-теоретической модели высокотемпературных газореактивных систем для управления движением летательных аппаратов. В состав рассматриваемых газореактивных систем входят несколько по-

следовательно работающих твердотопливных газогенераторов с регуляторами давления в камерах сгорания, устройства, предотвращающие несанкционированный запуск последующих газогенераторов и электромагнитные блоки управления.

Актуальность разработки экспериментально-теоретической модели состоит в создании высокотемпературных твердотопливных многогенераторных газореактивных систем, как с максимальным использованием существующего на сегодняшний день серийно выпускаемого задела, так и для вновь разрабатываемых газореактивных систем. Задачи моделирования переходных процессов в газореактивных системах, обусловлены следующим.

1. По условиям применения разница в стартовых температурах изделия и межпартионные разбросы параметров заряда может приводить к существенным разбросам времени работы газогенераторов. При этом, на участках совместной работы газогенераторов, с учетом одновременных спадов и подъемов давления в смежных газогенераторах, возможно появление участков с давлением существенно выше или ниже допустимых значений, а также участков с отсутствием допустимого давления, что может привести к повреждению или вовсе к разрушению блоков управления, а также отсутствию управляющих усилий, обеспечивающих ориентацию и стабилизацию космического аппарата.

2. При использовании заимствованных изделий выполнение требований по максимальному использованию энергии твердого топлива возможно обеспечить за счет перераспределения расхода продуктов сгорания между газореактивными соплами блоков управления, обеспечивающих управляющее усилие и регуляторами давления, обеспечивающими сброс излишков продуктов сгорания для поддержания требуемого уровня давления в камере сгорания.

Для анализа переходных процессов и расчета энергетических и внутрибаллистических характеристик высокотемпературных многогенераторных газореактивных систем разработана математическая модель, основанная на уравнениях сохранения массы и энергии продуктов сгорания, и уравнении баланса сил, действующих на исполнительные органы регуляторов давления.

С помощью разработанной модели возможно решение нескольких задач:

1. Повышение энергетических и внутрибаллистических характеристик газореактивных систем путем внесения минимальных конструктивных доработок газогенераторов, электромагнитных блоков управления и регуляторов давления при использовании серийно выпускаемых изделий.

2. Разработка газореактивной системы по исходным данным с определением конструктивной компоновочной схемы с обеспечением заданной целевой функцией.

По разработанной модели проведены расчеты с математическим моделированием переходных процессов, в результате которых получен технический облик газореактивной системы и определено время включения последующих газогенераторов с одновременным обеспечением минимального уровня тяги необходимого для управления объектом и предельно допустимого давления, исходя из конструктивных элементов системы.

1. *Мухамедов В. С.* Твердотопливные двигатели специального назначения. — СПб.: Типография «СОТ», 2018. — С. 53–55, 140–141.

2. *Беляев Н. М.*, *Белик Н. П.*, *Уваров Е. И.* Реактивные системы управления космических летательных аппаратов. — М.: Машиностроение, 1979.

3. *Орлов Б. В.*, *Мазинг Г. Ю.* Термодинамические и баллистические основы проектирования ракетных двигателей на твердом топливе: Учеб. пособие для вузов. — М.: Машиностроение, 1979.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СТРУИ СТАЦИОНАРНОГО ПЛАЗМЕННОГО ДВИГАТЕЛЯ С ПАНЕЛЯМИ ВЫСОКОВОЛЬТНЫХ СОЛНЕЧНЫХ БАТАРЕЙ

В. В. Валиуллин, А. Б. Надирадзе

МАИ, Москва, Россия

Современные космические аппараты (КА) все чаще оснащаются высоковольтными солнечными батареями (ВБС) с рабочим напряжением более 100 В [1]. Это позволяет существенно снизить массу энергосистемы КА и, соответственно, увеличить массу полезной нагрузки КА. Однако применение ВБС сопряжено с рядом проблем, связанных с возможностью возникновения дуговых разрядов и разрядов, инициированных потоками ионосферной плазмы (для КА, функционирующих на низких орбитах) и пламенными струями стационарных плазменных двигателей (преимущественно, для высокоорбитальных КА).

В связи с этим возникает необходимость моделирования реальных условий эксплуатации при испытаниях ВБС. Наиболее сложным оказалось реализовать в лабораторных условиях распределение потенциала по поверхности панели ВБС, обдуваемой потоком плазмы (ионосферной или от СПД). Наличие элементов с открытыми контактами и значительной разницы потенциалов между ними приводит к тому, что положительные полюса батареи имеют потенциал, сопоставимый с потенциалом плазмы, а отрицательные полюса смещаются в отрицательную область. При этом абсолютные значения потенциалов во многом определяются геометрией панелей ВБС, размещением солнечных элементов и схемой их подключения, гальваническими связями между элементами, а также параметрами плазмы на открытых контактах ВБС.

Наиболее важными параметрами взаимодействия в данной системе являются величины токов утечки, протекающих через плазму, и максимально возможные токи дугового разряда, в случае его «привязки» к электродам с отрицательным потенциалом.

В данной работе для определения указанных параметров применяется модель множества гальванически связанных плоских «микрозондов», каждый из которых представляет собой контактную площадку или элемент конструкции ВБС с некоторым заданным потенциалом. Параметры плазмы в местах установки «микрозондов» определяются исходя из геометрии КА, ВБС и параметров плазменной струи СПД. Принято, что ВБС не оказывает существенного влияния на форму и параметры плазменной струи. Расчет токов производится в рамках теории плоских зондов Ленгмюра [2] и правила Кирхгоффа для разветвленных цепей.

В результате получена система уравнений для токов и потенциалов, позволяющая определить токи утечки в равновесном состоянии системы, а также токи, протекающие в системе при образовании проводящих каналов электрической дуги.

Сравнение результатов расчетов с результатами [3], полученными численным методом, показало удовлетворительную точность предложенной инженерной модели.

1. *Ferguson D. C. et al.* High Voltage Space Solar Arrays // 53rd International Astronautical Congress, The World Space Congress—2002, 10–19 Oct 2002. — IAC-02-IAA.6.3.03.
2. *Козлов О. В.* Электрический зонд в плазме. — М.: Атомиздат, 1969.
3. *Yasutaka I., Takanobu M.* Thruster Plume and Spacecraft Interaction Analysis by 3D Electrostatic Code for Hall Thruster // The 36th International Electric Propulsion Conference, University of Vienna, Austria, September 15–20, 2019. — IEPC-2019-858. — P. 1–7.

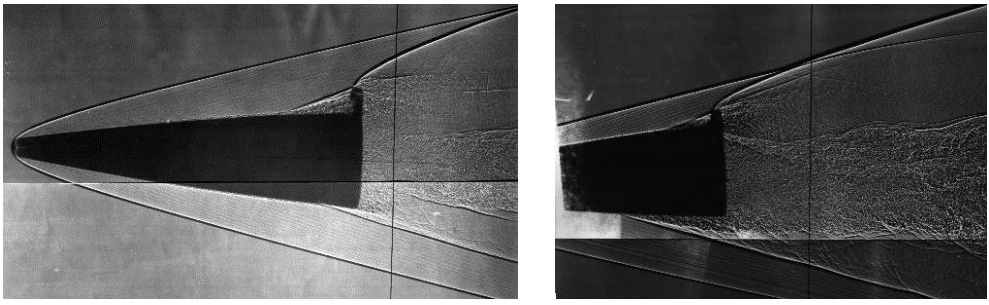
СПЕКТР СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ВОКРУГ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С УПРАВЛЯЮЩИМИ ТОРМОЗНЫМИ ЩИТКАМИ

С. И. Герасимов[1,2]***, В. И. Ерофеев***[2]***, К. А. Сычев***[1]***, И. Ю. Смирнов***[1]

[1]*РФЯЦ–ВНИИЭФ, Саров, Россия;* [2]*ИПМ РАН, Нижний Новгород, Россия*

Изучение пространственной картины обтекания по обращенному эксперименту и численному расчету не гарантирует обнаружения всех возможных эффектов, выявляемых при соблюдении динамического подобия, которое может обеспечить прямой аэробаллистический опыт с отстрелом модели летательного аппарата (далее ЛА) в свободный полет. На основании проведенных расчетных оценок были поставлены эксперименты в аэробаллистическом тире, где изучалась динамика полета модели с органом управления щиткового типа. Движение модели характеризуется значительными радиальными отклонениями относительно основной линии прицеливания тира по Y и Z (от ≈ 0 м в начале измерительного участка до 2,5 м в конце) и наличием больших балансировочных углов атаки. При этом колебания по углу атаки носят затухающий характер. Вращение моделей относительно продольной оси (по γ) вследствие закрутки в стволе баллистической установки (появление начальной угловой скорости вращения модели относительно продольной оси ω_{x0} при движении ЛА в канале ствола), происходило по часовой стрелке по направлению движения и приводило к изменению на величину от 10° до 105° при движении на измерительном участке тира.

Отметим существенные нелинейные эффекты в аэродинамических характеристиках ЛА из-за наличия при больших углах атаки срывных нестационарных областей в зоне, прилегающей к щитку, а также их зависимости от аэродинамического угла крена, что привело к появлению систематической составляющей в зависимости невязок между расчетными и опытными значениями θ и ψ (тангажа и рыскания) при хорошем соответствии расчетных и опытных значениях балансировочного угла $\alpha_{\text{бал}}$.



а *б*

Рис. 1. Теневые спектры обтекания модели с плоским торцевым щитком при $V \approx 1715$ м/с, $\vartheta \approx -1°$, $\gamma = -160°$ (*а*); $V \approx 1935$ м/с, $\vartheta \approx 4°$, $\gamma = -145°$ (*б*)

Отличие от качественной схемы обтекания (рис. 1) по экспериментальным спектрам при $M \approx 4$ и $M \approx 5{,}5$ заключается в наличие помимо образования при обтекания щитка зоны срывного течения перед ним, косого скачка уплотнения (от точки отрыва течения) и более интенсивного прямого скачка уплотнения возможности появления индуцированной щитком зоны отрыва потока на стороне поверхности модели, противоположной щитку, с образованием косого скачка уплотнения (рис. 2). Здесь и далее теневые спектры приведены отраженными по вертикали

на 180° — щиток вверх, а в опытах модель летела щитком вниз. Вертикальная линия на снимках — вертикальный отвес; горизонтальная линия — граница двух отдельных пленок в составе кассеты.

Размеры отрывной зоны зависят от величины угла атаки и угла ориентации щитка относительно плоскости сопротивления. При угле атаки близком к 0° передняя граница отрывной зоны охватывает всю боковую поверхность ОИ, примыкающую к донному торцу и замыкается на противоположной стороне вблизи донного среза на $\ell = 1{,}6$ (расстояние от точки отрыва S до щитка $l/h_{\text{щ}}$) от него. При расположении щитка на подветренной стороне поверхности модели с ростом угла атаки размеры отрывной зоны уменьшаются, и ее граница при углах атаки $\alpha \leq -2°$ не замыкается на наветренной стороне поверхности модели (рис. 2). При расположении щитка на наветренной стороне поверхности модели с ростом угла атаки размеры отрывной зоны увеличиваются, и ее граница на подветренной стороне поверхности перемещается к носку модели и при угле атаки $\approx 4°$ отстоит от данного среза на величину $\ell = 4{,}4$.

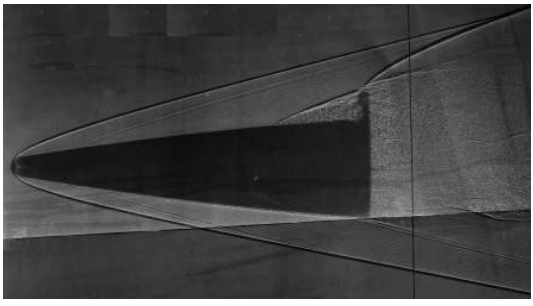


Рис. 2. Теневые спектры обтекания модели с плоским торцевым щитком при $V \approx 1937$ м/с, $\vartheta \approx -2{,}5°$, $\gamma = -191°$

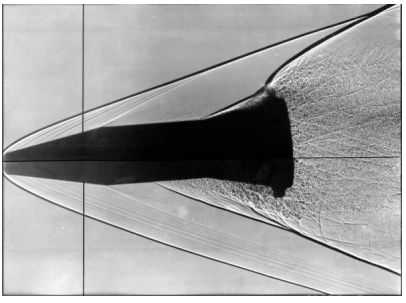


Рис. 3. Спектры обтекания модели с 20 тормозными щитками при $V \approx 1440$ м/с

Поскольку щитковые органы управления, установленные на донном срезе демонстрируют эффективность при торможении модели представляет интерес рассмотреть вопрос целесообразности их увеличения. В качестве объекта испытаний при проведении экспериментов в аэробаллистическом тире использовались модели цилиндро-конического ЛА без щитков — вариант «Н», с двадцатью равномерно расположенными тормозными щитками размера $h = 0{,}0917$, $b = 0{,}117$ — вариант «20щ», с четырьмя тормозными щитками размера $h - b = 0{,}0983$ вариант «4щ1» и с четырьмя тормозными щитками размера $h = b = 0{,}1683$ — вариант «4щ2».

Из результатов аэробаллистических испытаний следует, что наличие двадцати равномерно расположенных тормозных щитков (вариант «Н20щ») приводит к увеличению коэффициента силы лобового сопротивления в 2,5 раза (на $\Delta C_\tau = 0{,}407$) при $M = 3$.

Однако при таком количестве и конфигурации щитков на поверхности модели формируется отрывная зона, передняя граница которой располагается далеко вверх по потоку от щитков на цилиндрической части поверхности модели (рис. 3). При этом движение моделей приобретает сложный, явно выраженный негармонический характер колебаний по углам тангажа (θ), рыскания (ψ), и в условиях нестационарного обтекания эта зона обуславливает автоколебания модели с нарастающей амплитудой колебаний по углам.

В то же время при меньшем количестве щитков (большем расстоянии между ними в окружном направлении) характер обтекания моделей существенно дру-

гой — отрывная зона локализуется в окрестности каждого щитка. А с точки зрения увеличения коэффициента C_τ такие щитки оказываются более эффективными: так, например, четыре щитка с относительной площадью 0,144 (вариант «4Нщ2»), т. е. практически в 2 раза меньшей, чем площадь 20 щитков (вариант «Н20щ»), приводят к увеличению C_τ примерно в 2,1 раза. При этом отсутствует явление «автоколебаний», т. е. происходит стабилизация (затухание колебаний) моделей по углам.

О ВОССТАНОВЛЕНИИ ЦЕЛОСТНОСТИ ПЕРВИЧНЫХ ДАННЫХ В БЕСКАРДАННОЙ АЭРОГРАВИМЕТРИИ

А. А. Голован[1]***, А. В. Шаронов***[2]

[1]*МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия;* [2]*МАИ, Москва, Россия*

Описывается алгоритм восстановления целостности показаний инерциальных датчиков в аэрогравиметрии, которая состоит в оценивании аномалий силы тяжести на траекториях полета летательного аппарата (ЛА) при помощи комплексной обработки информации, предоставляемой акселерометрами, датчиками угловой скорости (ДУС) бескарданной инерциальной навигационной системы (БИНС), а также приемниками глобальных спутниковых навигационных систем (ГНСС) [1, 2]. Пропуск записей показаний датчиков (что, конечно, недопустимо, но возможно) приводит к большим ошибкам инерциального счисления, что делает проблемным дальнейшую комплексную обработку. Описывается примененный подход к восстановлению целостности инерциальных данных, состоящий из трех последовательных этапов.

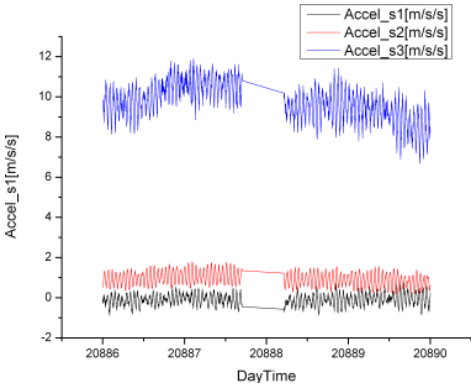


Рис. 1. Показания акселерометров

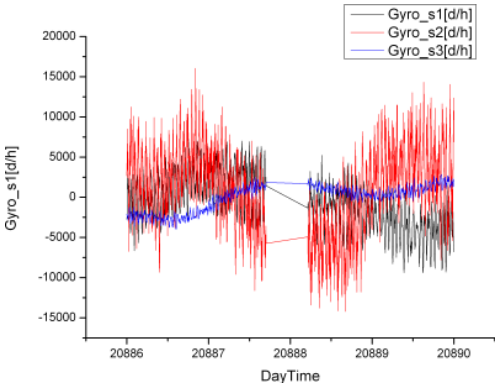


Рис. 2. Показания ДУС

1. На интервале пропуска данных осуществляется линейная интерполяция показаний датчиков для формирования равномерной шкалы времени необходимой при комплексной обработки. Пример интерполяции (рис. 1 и 2).

2. Навигационная часть задачи аэрогравиметрии сводится к решению задачи коррекции БИНС–ГНСС в режиме постобработки, когда последняя ставится как линейная стохастическая задача оценивания стандартного вида

$$\dot{x} = Ax + q, \quad z = Hx + r. \tag{1}$$

Компоненты вектора состояния x — позиционные, скоростные, угловые ошибки БИНС, параметры инструментальных погрешностей датчиков, вектор измерения z строится на основе позиционных, скоростных данных БИНС и ГНСС; q, r — векторные случайные процессы типа белого шума с заданными характеристиками. Задача (1) решается при помощи фильтра Калмана и алгоритма сглаживания. При этом на интервале пропуска данных (рис. 1 и 2) на порядок увеличивалась интенсивность шума q.

3. В циклограмме аэрогравиметрической съемки присутствуют три интервала: начальная выставка БИНС, полет, конечная выставка БИНС после приземления. В режиме постобработки алгоритмы инерциального счисления и коррекции возможно осуществлять как в прямом, так и в обратном времени. Поэтому в момент T_0 начала сбоя записи алгоритм коррекции реального времени определяет с достаточной точностью координаты, вектор скорости, углы ориентации корпуса БИНС, а аналогичные алгоритмы в обратном времени, «стартуя от точки посадки ЛА») позволяют определить эти же траекторные параметры в момент T_1 окончания сбоя записи. Далее на сбойном интервале $[T_0, T_1]$ показания инерциальных датчиков f_z (акселерометры), ω_z (ДУС) вычисляются таким образом, чтобы точно перейти от значений траекторных параметров в момент времени T_0 к значениям траекторных параметров в момент времени T_1. Детали таких алгоритмов описаны, например, в [3].

Опыт применения алгоритма показал его эффективность.

1. Современные методы и средства измерения параметров гравитационного поля Земли / Под ред. В. Г. Пешехонова, О. А. Степанова. — СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. — 390 с.
2. *Вязьмин В. С.*, *Голован А. А.*, *Болотин Ю. В.*, *Бровкин Г. И.*, *Контарович О. Р.* Технологии и результаты обработки первичных данных бескарданного аэрогравиметра в площадных съемках с облетом рельефа на разных носителях // Сб. материалов XXXIII конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н. Н. Острякова. — СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ Электроприбор», 2022. — С. 157–161.
3. *Golovan A.*, *Mishin V.*, *Molchanov A.*, *Chirkin M.* A Method for Analyzing the Influence of the Errors Induced by the Gyroscopic Channel of a Strapdown INS in the Autonomous Mode // Journal of Computer and Systems Sciences International. — 2021. — V. 670(4). — P. 627–638. — DOI: 10.1134/S1064230721040043.

РАСЧЕТ РАСКРЫТИЯ ТРАНСФОРМИРУЕМОЙ КОСМИЧЕСКОЙ КОНСТРУКЦИИ С ПРИВОДОМ ИЗ МАТЕРИАЛА С ЭФФЕКТОМ ПАМЯТИ ФОРМЫ*

В. Н. Зимин, А. В. Крылов, Г. Н. Кувыркин, А. О. Шахвердов

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Повышение эксплуатационных функциональных возможностей космической техники приводит к необходимости создания трансформируемых крупногабаритных систем [1, 2]. Разработка математических моделей, используемых при вычис-

*Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект 0705-2023-0012).

лительном эксперименте для моделирования раскрытия трансформируемых космических конструкций, приобретает основополагающее значение. Перспективным направлением разработки являются привода с активными элементами с эффектом памяти формы [3].

При наземных испытаниях можно принять, что изменение внутренней энергии привода с активным элементом в виде проволоки из никелида титана равно количеству теплоты, поступившему за счет нагрева от пропускания электрического тока, минус тепловые потери от естественной конвекции и минус энергия, затраченная на фазовые превращения (Q) [4, 5].

Уравнение энергетического баланса:

$$cm(T_2 - T_1) = RI^2\Delta t - \alpha S(T_1 - T_c)\Delta t - Q.$$

Расчет проводится по шагам по времени.На каждом шаге рассчитывается энергия, ушедшая на фазовое превращение за Δt:

$$Q = k \cdot \left(RI^2\Delta t - \alpha S(T_1 - T_c)\Delta t\right).$$

Величина данной энергии равна разнице тепловой энергии тока за Δt и энергии, отведенной за счет радиационного теплообмена за Δt.

Коэффициент k $(0 \div 1)$, определяемый экспериментально, показывает какая часть энергии уходит на фазовые превращения, так как некоторая часть энергии продолжает идти на нагрев.

Затем от суммарной скрытой теплоты мартенситного превращения Q', необходимой для полного фазового перехода активного элемента в аустенитное состояние, на каждом шаге отнимается Q до тех пор, пока Q' не станет ≤ 0, что означает максимальное срабатывание привода.

До температуры начала фазовых превращений ($A_н$) температура рассчитывается обычным методом, после достижения температуры начала фазовых превращений и до тех пор, пока $Q' > 0$, в формуле учитываются затраты на фазовые превращения. После того как фазовые превращения закончились ($Q' \leq 0$), расчет возвращается к стандартной формуле.

$$\begin{cases} T_2 = \dfrac{RI^2\Delta t - \alpha S(T_1 - T_c)\Delta t}{cm} + T_1, \quad T_2 < A_н, \quad Q' > 0; \\ T_2 = \dfrac{RI^2\Delta t - \alpha S(T_1 - T_c)\Delta t - Q}{cm} + T_1, \quad T_2 \geq A_н, \quad Q' > 0; \\ T_2 = \dfrac{RI^2\Delta t - \alpha S(T_1 - T_c)\Delta t}{cm} + T_1, \quad T_2 \geq A_н, \quad Q' \leq 0. \end{cases}$$

Перемещение привода на каждом шаге при расходе Q может быть рассчитано в виде:

$$h' = \frac{Q}{Q'}\beta l,$$

где β — максимальный % срабатывания привода; l — рабочая длина привода.

Общая длина срабатывания привода h

$$h = h' \cdot n,$$

где $n = Q'/Q$ — количество шагов на которых происходит фазовое превращение.

На рис. 1 показано сравнение изменения температуры активного элемента привода с эффектом памяти формы при наземных испытаниях и расчета по предложенной модели. Из данного рисунка видно, что значения расчетной температуры достаточно близки к реальной температуре активного элемента на протяжении всего процесса нагрева, включая момент фазовых превращений.

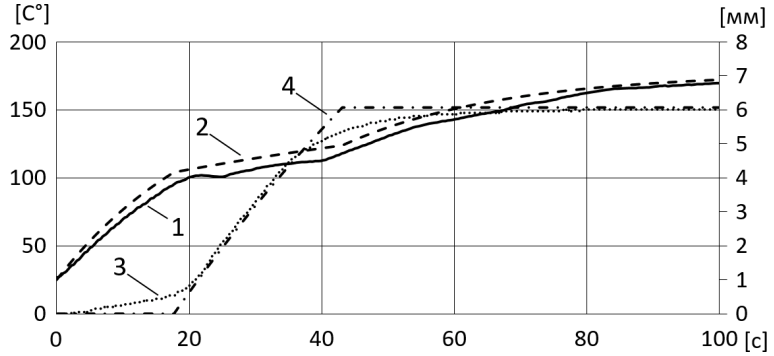


Рис. 1. Изменение температуры и длины активного элемента: 1 — экспериментальные данные температуры; 2 — расчетные данные температуры; 3 — экспериментальные данные перемещения; 4 — расчетные данные перемещения

Также на рисунке показано сравнение изменения длины активного элемента привода с эффектом памяти формы при наземных испытаниях и расчета по предложенной модели. Из данного рисунка видно, что расчетные значения перемещения хорошо совпадают с экспериментальными в основной части срабатывания привода, однако не учитывают нелинейность процесса при начале и окончании фазовых превращений.

В результате проведенных исследований было показано что предложенная математическая модель работы привода раскрытия крупногабаритных космических конструкций достаточно точно описывает процесс работы привода, что дает возможность для проектирования перспективных конструкций.

1. Механика больших космических конструкций / Н. В. Баничук, И. И. Карпов, Д. М. Климов и др. — М.: Факториал, 1997. — 302 с.
2. *Likhachev V. A.*, *Razov A. I.*, *Cherniavsky A. G.*, *Kravchenko Y.*, *Trusov S. N.* Truss mounting in space by shape memory alloys // Proceedings of the First International Conference on Shape Memory and Superelastic Technologies, March 1994, California, USA. — P. 245–248.
3. Методика проектирования силовых приводов из материала с эффектом памяти формы для ракетно-космической техники / В. А. Барвинок, В. И. Богданович, А. А. Грошев и др. // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. — 2013. — Т. 15, №6. — С. 272–277.
4. *Zimin V. N.*, *Krylov A. V.*, *Kuvyrkin G. N.*, *Shakhverdov A. O.* Mathematical and ground-based experiments when designing transformable space structures // AIP Conference Proceedings. — 2022. — V. 2503. — 020006.
5. *Zimin V. N.*, *Krylov A. V.*, *Kuvyrkin G. N.*, *Shakhverdov A. O.* Mathematical Modeling of Deployment Dynamics of Large Transformable Space Structures // In: Behavior of Materials under Impact, Explosion, High Pressures and Dynamic Strain Rates. Advanced Structured Materials / Orlov M. Y., Visakh P. M. (eds.). — Cham: Springer, 2023. — V. 176.

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ СОПЛА ВНЕШНЕГО РАСШИРЕНИЯ И КЛАССИЧЕСКОГО ПРОФИЛИРОВАННОГО СОПЛА*

Ю. В. Каун, М. В. Чернышов

БГТУ «Военмех», Санкт-Петербург, Россия

Традиционно используемые сопла конфузорно-диффузорного типа с фиксированной формой страдают от снижения производительности двигателя на начальных высотах полета (в условиях сильного перерасширения газового потока продуктов сгорания, движущихся по соплу). Начиная с 1970-х годов, разработаны и испытаны в стендовых условиях различные типы сопел с возможностью адаптации к высоте [1, 2], внедрению которых препятствовали сложность изготовления, организации течения по соплу, отсутствие соответствующих материалов и покрытий. В последние годы, в связи с развитием элементной базы, появлением новых материалов и способов производства, возобновился интерес к соплам внешнего расширения для ракетных и авиационных двигателей, способным обеспечить режим истечения, близкий к расчетному, в широком диапазоне высот полета [3, 4]. Использование сопел внешнего расширения («штыревых сопел» [5]) в широкодиапазонных реактивных двигателях (ШРД) представляется оптимальным вариантом как для сверхлегких ракет-носителей, выводящих малые космические аппараты на низкие околоземные орбиты [6], так и для изделий ракетной техники, выполняющих задачи в широком диапазоне высот атмосферы.

Помимо перехода к новым схемам сопловых блоков, улучшение аэродинамических и тяговых характеристик может быть достигнуто путем использования перфорированных структур. Использование газопроницаемых покрытий со сложной внутренней структурой может привести к существенному снижению аэродинамического сопротивления тел в сверхзвуковом потоке [7], предотвращению отрыва потока [8, 9], смещению точки ламинарно-турбулентного перехода.

В данном исследовании произведен расчет течения продуктов сгорания ракетного топлива по штыревому соплу ШРД с центральным телом в виде усеченного конуса, а также их истечения в спутный сверхзвуковой поток с давлением, соответствующим небольшим высотам полета (0, 10, 20 км). Показано, что сила тяги штыревого сопла, обладающего свойством авторегулируемости, заметно превосходит силу тяги сопла Лаваля с аналогичными геометрическими характеристиками, работающего на этих высотах в режиме сильного перерасширения. Использование перфорированных вставок на поверхности центрального тела дополнительно увеличивает тягу на 8–10% благодаря перестройке ударно-волновой структуры течения газовой смеси по штыревому соплу.

1. *Семенов В. В.*, *Иванов И. Э.*, *Крюков И. А.* Регулирование высотности сопла с большой степенью расширения // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. — 2015. — №40. — С. 5–21.
2. *Клюшников В. Ю.* Ракеты-носители сверхлегкого класса. Ниша на рынке пусковых услуг и перспективные проекты. Ч. 2 // Aerospace Sphere Journal. — 2019. — №4(101). — С. 64–75.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (НИР «Создание опережающего научно-технического задела в области разработки передовых технологий малых газотурбинных, ракетных и комбинированных двигателей сверхлегких ракет-носителей, малых космических аппаратов и беспилотных воздушных судов, обеспечивающих приоритетные позиции российских компаний на формируемых глобальных рынках будущего», FZWF-2020-0015).

3. *Ito T., Fuji K.* Numerical analysis of the base bled effect on the aerospike nozzles // 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno, 2002. — AIAA Paper 2002-0512. — 10 p.
4. *Verma S. B.* Performance Characteristics of an Annular Conical Aerospike Nozzle with Freestream Effect // Journal of Propulsion and Power. — 2009. — V. 25, No. 3. — P. 783–791.
5. *Каторгин Б. И., Стернин Л. Е., Старков В. К. и др.* Исследование характеристик многокамерного ракетного двигателя с общим плоским штыревым соплом на топливах кислород–водород и кислород–керосин // Технический отчет №769-79-97. — М.: НПО Энергомаш, 1997. — 181 с.
6. *Лукашевич В. П., Афанасьев И. Б.* Космические крылья. — М.: ЛенТа Странствий, 2009. — 498 с.
7. *Лукашевич С. В., Морозов С. О., Шиплюк А. Н.* Экспериментальное исследование влияния параметров пассивного пористого покрытия на развитие возмущений в гиперзвуковом пограничном слое // Письма в Журнал технической физики. — 2012. — Т. 38, Вып. 23. — С. 83–88.
8. *Maslov A. A., Mironov S. G., Poplavskaya T. V., Kirilovskiy S. V.* Supersonic flow around a cylinder with a permeable high-porosity insert: experiment and numerical simulation // Journal of Fluid Mechanics. — 2019. — V. 867. — P. 611–632.
9. *Fedorov A. V., Malmuth N. D., Rasheed A., Hornung H. G.* Stabilization of hypersonic boundary layers by porous coatings // AIAA Journal. — 2001. — V. 39, No. 4. — P. 605–610.

ПОЛИИМИДЫ КАК ПЕРСПЕКТИВНЫЙ КЛАСС ПОЛИМЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ВЫСОКОПРОЧНЫХ ВОЛОКОН, НИТЕЙ И ТРОСОВ*

***Е. С. Келбышева*[1], *Н. А. Семенов*[1], *А. Н. Данилин*[1], *В. А. Фельдштейн*[2]**

[1]*ИПриМ РАН, Москва, Россия;* [2]*ЦНИИМаш, Королев, Московская обл., Россия*

Актуальной задачей современного материаловедения является разработка и последующее применение новых полимерных материалов повышенной прочности [1]. Полимерные материалы интенсивно внедряются в таких наукоемких отраслях производства как: авиа- и ракетостроение, космическое машиностроение [2], автомобилестроение [3]. Полиимиды начинают активно использоваться при создании высокопрочных деталей с помощью технологии 3D-printing [4, 5].

Полиимиды обладают хорошей термостойкостью, большой механической прочностью и низкой теплопроводностью. Высокоэффективные нановолокна на основе полиимидов описаны, например, в работе [6], где также представлены наиболее эффективные методы формования волокон. Следует отметить, что при оценке прочностных характеристик волокон и нитей необходимо учитывать возможное изменение их свойств в процессе эксплуатации (в результате воздействия перепадов температуры и влажности, облучения и пр.). Целью данной работы является подбор полиимидного материала в виде волокон и нитей, на основе которых возможно изготовление высокопрочного троса для использования в наземных и космических условиях (вантовые конструкции, ЛЭП, космические тросовые системы, космический лифт). Требованием к материалу является стабильность механических свойств при изменении эксплуатационных факторов (температуры, облучения солнечным светом, электрического тока и т. д.).

*Работа выполнена при поддержке гранта РНФ №22-19-00678.

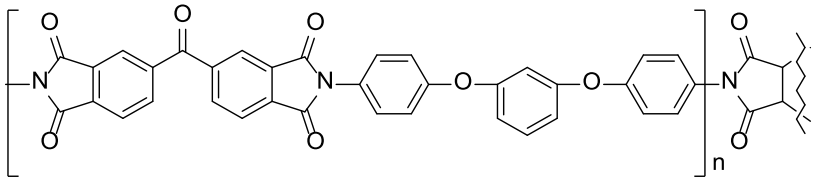
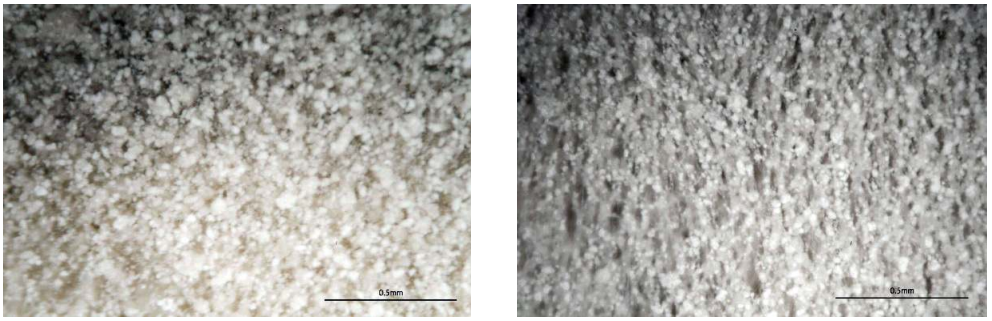


Рис. 1. Структурная формула исследуемого полиимида



а *б*

Рис. 2. Микрофотографии суспензии полиимида без поля (*а*) и в поле 2,5 кВ/мм (*б*)

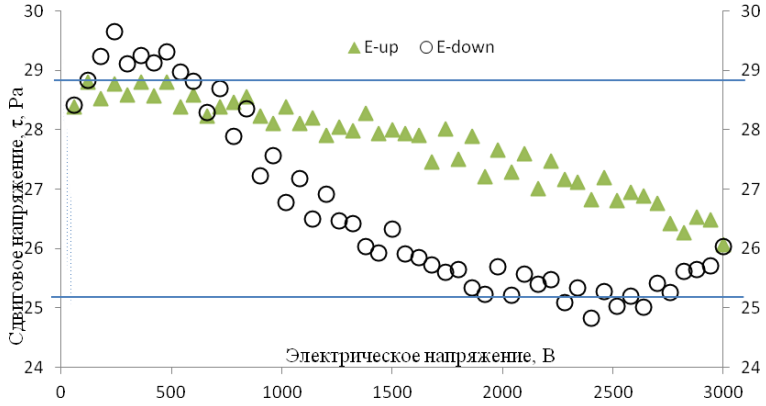


Рис. 3. Зависимость касательных напряжений от электрического поля, при постоянной скорости сдвига 30 $с^{-1}$ при температуре 25 °С

В работе изучено воздействие на суспензии полиимида (рис. 1) электрического поля (рис. 2) и УФ-облучения, в том числе при одновременном тепловом воздействии на образцы. Комбинированное использование микрореологии и традиционной реологии позволило изучить механические свойства материалов как в малых объемах, так и с более высоким содержанием полиимидного наполнителя.

На рис. 3 представлены результаты измерения с плавным увеличением и уменьшением напряженности поля в зазоре, проведенного с постоянной скоростью сдвига 30 $с^{-1}$ при температуре 25 °С.

Показано, что механические характеристики суспензии полностью восстанавливаются после снятия электрического поля, при этом возникает эффект гистерезиса. Кривая уменьшения напряженности идет ниже кривой повышения, что и является свидетельством обратимости.

Таким образом, показано, что предложенный полиимид может быть в перспективе использован в качестве волокна при создании тросов для космических систем различного назначения (орбитальных систем, лифта), поскольку воздействие на образцы электрического поля, УФ-облучения и температуры не приводит ни к изменениям механических характеристик, ни к структурным изменениям.

1. *Pingan Song*, *Hao Wang*. High-Performance Polymeric Materials through Hydrogen-Bond Cross-Linking // Adv. Mater. — 2020. — V. 32. — 1901244.
2. *Gouzman I.*, *Grossman E.*, *Verker R.*, *Atar N.*, *Bolker A.*, *Eliaz N.* Advances in Polyimide-Based Materials for Space Applications // Adv. Mater. — 2019. — V. 31. — 1807738.
3. *Min-Young Lyu*, *Tae Gyun Choi*. Research Trends in Polymer Materials for Use in Lightweight Vehicles // Int. J. Prec. Eng. Manufact. — 2015. — V. 16, No. 1. — P. 213–220.
4. *Lu-Yu Zhou*, *Jianzhong Fu*, *Yong He*. A Review of 3D Printing Technologies for Soft Polymer Materials // Adv. Funct. Mater. — 2020. — V. 30. — 2000187.
5. *Nagendra G. Tanikellaa*, *Ben Wittbrodtb*, *Joshua M. Pearce*. Tensile Strength of Commercial Polymer Materials for Fused Filament Fabrication 3D Printing // Addit. Manuf. — 2017. — V. 15. — P. 40–47.
6. *Yichun Ding*, *Haoqing Hou*, *Yong Zhao*, *Zhengtao Zhu*, *Hao Fong*. Electrospun Polyimide Nanofibers and Their Applications // Progress in Polymer Science. — 2016. — V. 61. — P. 67–103.

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОВЕДЕНИЯ ИСПЫТАНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ ПРИ ИХ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ОТРАБОТКЕ

А. В. Коробовский, Е. А. Нагаева

МАИ, Москва, Россия

В «Основных положениях основ государственной политики Российской Федерации в области космической деятельности на период до 2030 г.» в качестве приоритетного направления рассматривается «Программа исследования и освоения

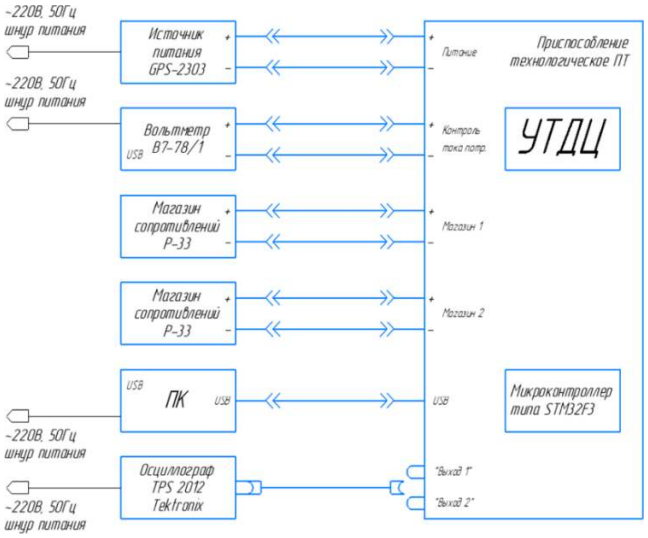


Рис. 1. Схема проверки основных параметров и функционирования УТДЦ

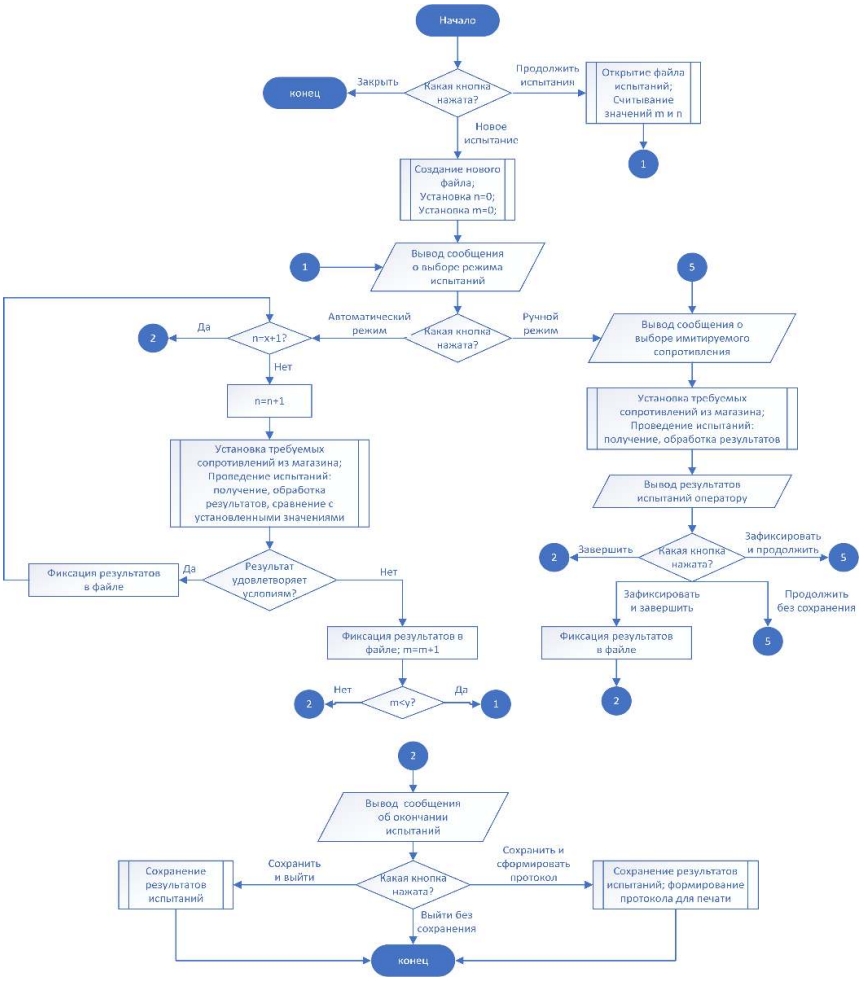
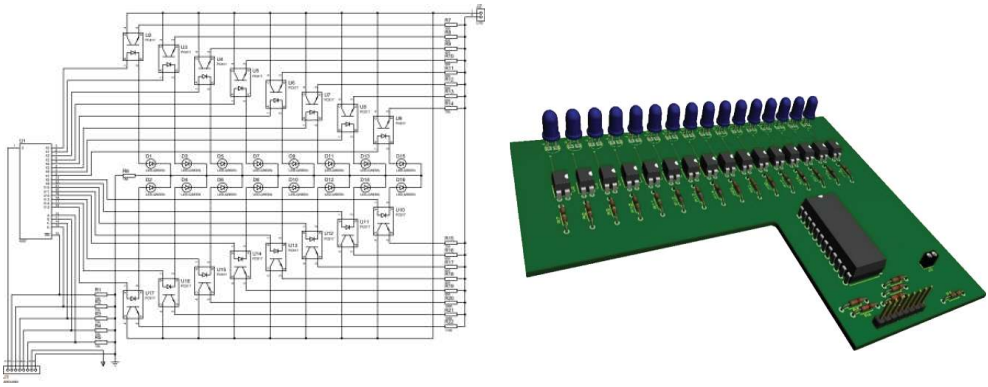


Рис. 2. Алгоритм работы ПО для автоматизации испытаний УТДЦ

Луны и дальнего космоса». Следовательно, остается актуальной задача разработки и модернизации ракетно-космических систем, улучшения их характеристик, повышения точности и надежности. Экспериментальная отработка новых и модернизированных систем требует немалых материальных и временных затрат. Для их сокращения особое внимание должно уделяться совершенствованию испытательного оборудования, разработке и оптимизации программ и методик испытаний.

В частности, для систем управления полетом и навигацией космических аппаратов в НИИ прикладной механики им. академика В. И. Кузнецова разрабатываются устройства на основе волоконно-оптических гироскопов. Точность таких устройств существенно зависит от условий эксплуатации (теплового режима и температурных возмущений), поэтому необходимо обеспечивать их термостабилизацию.

Для измерения температуры в системах термостабилизации применяются резистивные термодатчики, а для их согласования с другими устройствами системы применяют цифровые усилители термодатчиков (УТДЦ), которые преобразуют показания термодатчиков в 12-разрядный двоичный код.



а *б*

Рис. 3. Устройство автоматизированного переключения сопротивлений. Схема электрическая принципиальная (*а*) и 3D-визуализация исполнения (*б*)

Для обеспечения испытаний на функционирование и контроля основных параметров УТДЦ в различных условиях эксплуатации используется типовая заводская испытательная аппаратура (ЗИА), схема подключения которой представлена на рис. 1. ЗИА предусматривает проведение испытаний в ручном режиме, в котором оператором выставляются значения имитируемых сопротивлений термодатчиков, снимаются показания приборов, оцениваются результаты и заносятся в протокол.

В представленной работе внесено предложение по автоматизации процесса проведения испытаний УТДЦ посредством модернизации ЗИА. Предлагается ввести дополнительное программное обеспечение (ПО) для ПК, подключить к ПК вольтметр В7-78/1 и заменить магазин сопротивлений Р-33 на устройство автоматизированного переключения сопротивлений. ПО должно обеспечить возможность автоматического снятия показаний с измерительных приборов, обработку, оценку и регистрацию полученных данных и на их основе сформулировать заключение о результатах проверок УТДЦ, при этом сохранив возможность проведения испытаний в ручном режиме.

Разработанный алгоритм работы ПО представлен на рис. 2.

Для устройства автоматизированного переключения сопротивлений была разработана схема подключения, представленная на рис. 3, *а*, и выполнена реализация его прототипа (рис. 3, *б*).

Таким образом, за счет введения разработанных ПО и устройства автоматизированного переключения сопротивлений появится возможность проводить испытания в ручном и полностью автоматическом режимах, что приведет к увеличению интенсивности проведения испытаний, повышению их точности и достоверности, снизит трудозатраты и позволит заметно сократить эксплуатационные расходы.

1. ГОСТ Р 8.568–2017. Государственная система обеспечения единства измерений. Аттестация испытательного оборудования. Основные положения: национальный стандарт РФ: дата введения 2018-08-01 / Федеральное агентство по техническому регулированию. — М.: Стандартинформ, 2019. — 15 с.
2. РМГ 29–2013. Государственная система обеспечения единства измерений. Метрология. Основные термины и определения: рекомендации по межгосударственной стандартизации: дата введения 2015-01-01 / Межгосударственный совет по стандартизации, метрологии и сертификации. — М.: Стандартинформ, 2014. — 60 с.
3. *Липатов Г. И.* Автоматизация измерений, контроля и испытаний: учеб. пособие. — Воронеж: ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет», 2011. — 138 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ШАРНИРНОГО ЗАМКА ОПТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

З. В. Кудряшов

МАИ, Москва, Россия

Шарнирный замок является одним из наиболее распространенных закреплений лопаток компрессора в газотурбинных установках. Его напряженное состояние представляет особый интерес ввиду значительной кривизны соприкасающихся поверхностей и зависимости площади соприкосновения от радиусов деталей.

В данной работе проводится исследование напряжений в модели шарнирного замка оптическим методом. Для этого из оптически активного материала ЭД6-М изготавливаются две детали: охватываемая и охватывающая, толщиной по 6 мм каждая. Нагружение и исследование напряженного состояния проводится на установке ППУ-7. Модель устанавливалась в реверсор, в котором растягивающие напряжения преобразуются в напряжения сжатия, что является более удобным.

Непосредственному исследованию подвергалась оптическая картина в поляризованном свете. Расшифровка картин производилась по методике, предложенной М. Фрохтом.

На основании расшифрованной картины производилось определение напряжений в модели, которые могут быть пересчитаны для реального замка.

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДИКИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ МОДУЛЕЙ ГАЗОГЕНЕРАТОРОВ СОВРЕМЕННЫХ И ПЕРСПЕКТИВНЫХ ТУРБОРЕАКТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ С ФОРСАЖНОЙ КАМЕРОЙ И БЕЗ ФОРСАЖНОЙ КАМЕРЫ

Е. В. Кузьмин, Б. Х. Юсипов, В. Г. Нестеренко

МАИ, Москва, Россия

Современные авиационные реактивные двигатели летательных аппаратов гражданского и военного назначения могут быть одноконтурными, двухконтурными или трехконтурными с форсажной камерой (ТРДф, ТРДДф, ТРТДф) и без форсажной камеры (ТРД, ТРДД). Соответственно, каждая категория таких двигателей имеет свой состав модулей. Отличие конструктивных схем этих двигателей и их модулей определяется количеством контуров и расположением опор ротора, составом основных узлов статорной и роторной части, компоновкой агрегатов обвязки и др.

Обвязка иностранных ТРДДф компактна, она, как правило, располагается на нижней части наружного корпуса, а верхняя часть этого корпуса гладкая, без агрегатов, имеет горизонтальный разъем, позволяющий этот корпус снять с целью доступа к модулям газогенератора в процессе их замены на снятом с летательного аппарата ГТД. Рассматриваются газогенераторы новых адаптивных трехконтурных двигателей США — ТРТДф XA-100 и XA-101, спроектированных фирмами GE и PW, в которых добавлен третий дополнительный контур с вентилятором, работающим на оба контура. Этот третий контур, включается на крейсерском режиме полета самолета, такая усовершенствованная компоновка получила наименование Enhanced Engine Package. Ее реализация не вызывает проблемы снижения уровня эксплуатационной технологичности у этих двигателей, связанного с ухудшением доступа к модулю газогенератора ТРТДф при замене его блоков, повреждаемых в

процессе их эксплуатации. Наружный корпус статора третьего контура также должен иметь горизонтальный разъем. И реализация новой технологии (3D-печати) должна учитывать модульность конструкции основных узлов современных ГТД, поскольку отсутствие зазоров в соединениях отдельных деталей при 3D-печати безусловно должно быть ограничено в местах стыка отдельных модулей. Были рассмотрены конструкции наиболее успешных в реализации требований модульности современных отечественных и иностранных ГТД четвертого и пятого поколений: ТРДДф РД 33Мк, АЛ 41ф, EJ 200, F 35 и F135, ТРДД CFM — 56, Sam 146, ПС 90 и др. Особое внимание в данной работе уделено сравнительному исследованию модульности газогенераторов отечественных и иностранных авиационных ГТД. Это объясняется тем, что газогенератор включает в себя наиболее нагруженные в прочностном отношении модули их горячей части: основную камеру сгорания и турбину высокого давления, ресурс которых, как известно, примерно вдвое меньше, чем ресурс их холодных узлов.

Современные двигатели маневренных летательных аппаратов работают в широком диапазоне режимов эксплуатации — взлет, разворот, вираж, спираль, штопор, выход из пике и т. д., вследствие чего возникают значительные перегрузки и неравномерности полей скоростей, давлений и температур в их проточной части, которые приводят к повреждениям или разрушениям их наиболее нагруженных деталей и узлов. В стенках жаровой трубы камеры сгорания и профильной части лопаток соплового аппарата ТВД возникают прогары, связанные с их перегревами из-за появления нерасчетных пиков окружного и радиального поля температур в камере сгорания. Представлены два направления исследований: первое, результаты работы по совершенствованию конструкции блоков модуля кольцевой камеры сгорания с горизонтальным разъемом с целью обеспечения возможности их снятия при повреждениях в эксплуатации и замены, без полной разборки всего двигателя — так называемый ремонт под крылом; второе, это оценка величины изначального ресурса отдельных блоков модуля газогенератора, без которой нельзя планировать изготовление запасных блоков и модулей, а также оценить техническую возможность продления времени их эксплуатации.

1. ОСТ 10266-88. «Двигатели газотурбинные модульные авиационные. Методы обеспечения и оценки модульности при проектировании».
2. *Нестеренко В. Г.*, *Любатуров А. М.* Модульность конструкции авиационных ГТД: Учеб. пособ. — М.: Изд-во МАИ, 1998. — 98 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ДВИЖЕНИЯ ПРИ УВОДЕ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С ОРБИТЫ ТРОСОВОЙ БУКСИРОВКОЙ

***В. М. Кульков*[1], *Ю. Г. Егоров*[1], *Юн Сон Ук*[2], *И. В. Кравченко*[1,2], *М. Н. Булаева*[1]**

[1]*НИИПМЭ МАИ, Москва, Россия;* [2]*МАИ, Москва, Россия*

Одним из путей утилизации космического мусора (КМ) в околоземном космическом пространстве является разработка технологий увода космических объектов (КО) с орбиты по завершении их срока активного существования. Рассматриваются несколько подходов к решению этой проблемы: с применением активных и пассивных, контактных и бесконтактных способов увода с орбиты кооперируемых или некооперируемых КО [1–3]. Процесс увода КО космическим аппаратом (КА) с орбиты с помощью троса включает этапы: захват КО, развертывание троса,

буксировка КО. Захват КО обеспечивается за счет механического контакта привязного модуля (ПМ) на конце троса с КО. Развертывание троса производится с помощью двигателя малой тяги. Буксировка также обеспечивается с помощью этого двигателя, управление вектором тяги которого позволяет увести КО с орбиты по спиральной траектории.

При контактном способе увода КО с орбиты путем его буксировки с помощью троса направление силы $\mathbf{F}_т$ определяется положением подвеса троса, натянутого между КА и КО. Величина натяжения упругого троса составляет $F_т = c_т(l - l_0)$, где $c_т$ — жесткость троса; l и l_0 — длина деформированного и недеформированного троса (рис. 1).

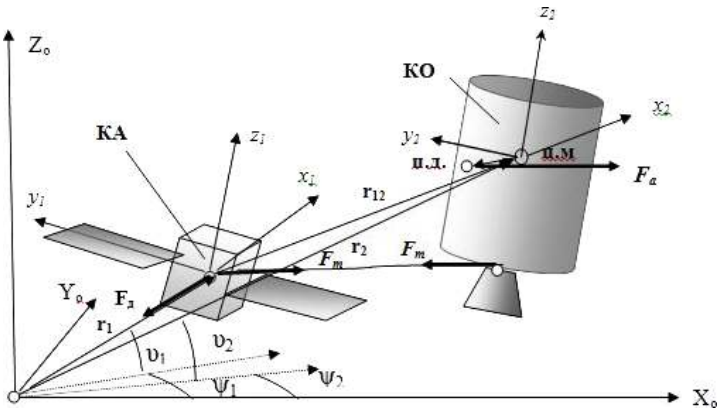


Рис. 1. Динамика относительного движения КА и КО

Динамика относительного движения системы КА–КО для этапа развертывания троса описывается системой дифференциальных уравнений в орбитальной системе координат.

Движение КА относительно КО в сферических координатах, при использовании истинной аномалии в качестве независимой переменной, может быть представлено системой дифференциальных уравнений:

$$\ddot{r} = 2\dot{r}ek^{-1}\sin\nu + r\left[\dot{\psi}^2 + (\dot{\upsilon}+1)^2\cos^2\psi + k^{-1}(3\cos^2\psi\sin^2\upsilon - 1)\right] - w_r;$$

$$\ddot{\upsilon} = -2(\dot{\upsilon}+1)(\dot{r}r^{-1} - ek^{-1}\sin\nu - \dot{\psi}\,\mathrm{tg}\,\psi) + 3k^{-1}\sin\upsilon\cos\upsilon - w_\upsilon;$$

$$\ddot{\psi} = -2\dot{\psi}(\dot{r}r^{-1} - ek^{-1}\sin\nu) - \sin\psi\cos\psi[(\dot{\upsilon}+1)^2 + 3k^{-1}\sin^2\upsilon] - w_\psi,$$

где r — расстояние от центра масс системы, равное для КА $r_1 = m_2/(m_1+m_2)\cdot r_{12}$, для КО $r_2 = m_1/(m_1+m_2)\cdot r_{12}$ (здесь m_1, m_2 — масса КА и КО, r_{12} — дистанция между объектами); υ — угол разворота линии визирования КО–КА в плоскости орбиты КО; ψ — угол отклонения линии визирования от этой плоскости;

$$w_{r1} = \frac{1}{\omega^2}\frac{F_{r1}}{m_1}, \quad w_{\upsilon 1} = \frac{1}{\omega^2 r_1\cos\psi}\frac{F_{\upsilon 1}}{m_1}, \quad w_{\psi 1} = \frac{1}{\omega^2 r_1}\frac{F_{\psi 1}}{m_1},$$

$$w_{r2} = \frac{1}{\omega^2}\frac{F_{r2}}{m_2}, \quad w_{\upsilon 2} = \frac{1}{\omega^2 r_2\cos\psi}\frac{F_{\upsilon 2}}{m_2}, \quad w_{\psi 2} = \frac{1}{\omega^2 r_2}\frac{F_{\psi 2}}{m_2},$$

$$k = 1 + e\cos\nu, \quad \omega = \mu^{1/2}p^{-3/2}k^2$$

(здесь F_{r1}, F_{r2}, $F_{\upsilon 1}$, $F_{\upsilon 2}$ и $F_{\psi 1}$, $F_{\psi 2}$ — радиальные, нормальные и бинормальные силы, действующие на КА и КО, соответственно; ω — угловая скорость орбитального

движения; e, p и ν — эксцентриситет, фокальный параметр орбиты и истинная аномалия КО; μ — гравитационный параметр Земли), точки обозначают дифференцирование по ν.

Увод с орбиты осуществляется за счет активного маневрирования в орбитальной системе координат путем управления направлением вектора $\mathbf{F}_д$.

Выполнено численное моделирование динамики разведения связки КА–КО, соединенных тросом длиной $l_0 = 1000$ м, при помощи двигателя тягой $F_д = 0{,}5$ Н для КА массой $m_1 = 175, 200, 225$ кг и КО массой $m_2 = 2154$ кг, уводимых с орбиты высотой $h = 700$ км.

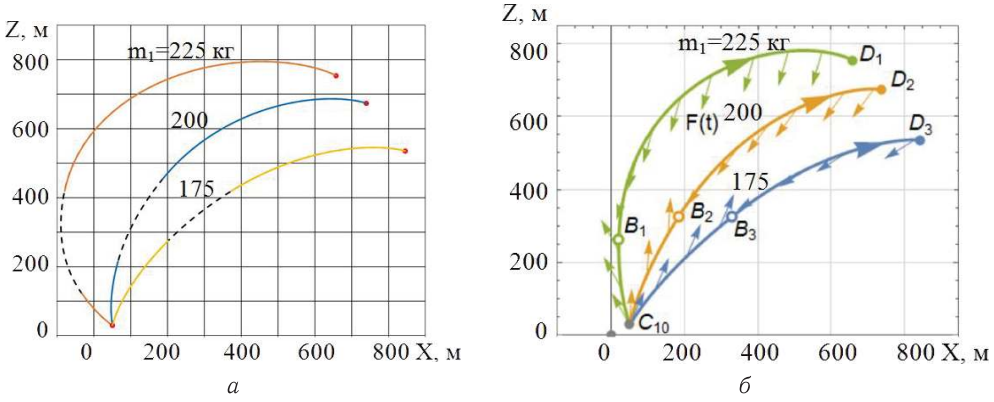


Рис. 2. Управление относительным движением КА и КО (развертывание)

На рис. 2 показана траектория движения КА относительно КО в процессе развертывания троса, рассчитанная с использованием принципа максимума Понтрягина при оптимальном управлении вектором тяги двигателя по критерию минимизации расхода рабочего тела (рис. 2, *а*) и кусочно-постоянном законе управления вектором тяги двигателя с минимизацией квадратичной целевой функцией от относительного расстояния и скорости связки КА–КО (рис. 2, *б*) [4].

Процесс развертывания троса включает этапы разгона и торможения КА, с пассивным участком между ними (обозначено пунктирной линией на рис. 2, *а*) и без пассивного участка (обозначено точкой B на траекториях на рис. 2, *б*).

Результаты численного моделирования показали, что при заданных длине троса и тяге двигателя процесс развертывания троса возможен для различных законов управления вектором тяги двигателя в широком диапазоне массы КА.

1. *Кульков В. М.*, *Егоров Ю. Г.*, *Юн Сон Ук*, *Кравченко И. В.*, *Булаева М. Н.* Исследование динамики движения и моделирование режимов управления при уводе космических объектов с орбиты // Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (AMMAI'2022), 4–13 сентября 2022 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2022. — С. 281–284.
2. *Kulkov V. M.*, *Markin N. N.*, *Egorov Yu. G.* Issues of controlling the motion of a space object by the impact of the ion beam // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. — 2020. — V. 927. — id. 012051. — DOI: 10.1088/1757-899X/927/1/012051.
3. *Kulkov V. M.*, *Egorov Y. G.*, *Tuzikov S. A.*, *Firsyuk S. O.* Circuit Design Analysis and Application Effectiveness Estimation for Small Spacecraft with Electrodynamic Tether Systems // AIP Conference Proceedings. — 2019. — V. 2171. — 050004.
4. *Сизов Д. А.*, *Асланов В. С.* Способ захвата космического мусора, обеспечивающий его безопасную тросовую буксировку // Труды МАИ. — 2019. — Вып. 109. — DOI: 10.34759/trd-2019-109-1.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА КОРРЕЛЯЦИИ МЕЖДУ ЧАСТОТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ИЗГИБНЫХ И КРУТИЛЬНЫХ ФОРМ КОЛЕБАНИЙ ДЛЯ КОМПРЕССОРНЫХ ЛОПАТОК АВИАЦИОННОГО ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ

А. А. Лазарева

МАИ, Москва, Россия

Известно, что компрессорные лопатки авиационного газотурбинного двигателя после изготовления проходят контроль с целью определения их частотных характеристик: изгибных и крутильных по 1-й форме.

В данной работе на основании статистических данных по определению таких частот для компрессорных лопаток одного из отечественных двигателей сделана попытка установления характера связи между изгибными и крутильными колебаниями.

Работа проводилась с использованием конкретных статистических данных по лопаткам 1-й ступени компрессора, изготовленных из титанового сплава.

Таблица 1

Частоты собственных колебаний					
Номер лопатки	1-я изгибная	1-я крутильная	Номер лопатки	1-я изгибная	1-я крутильная
1	198	1004	15	189	967
2	150	893	16	159	913
3	190	969	17	189	967
4	160	918	18	150	897
5	190	968	19	197	1001
6	159	917	20	160	921
7	189	969	21	189	971
8	160	917	22	159	917
9	198	1010	23	188	968
10	150	889	24	160	918
11	191	969	25	188	969
12	161	918	26	158	918
13	190	971	27	187	972
14	160	917	28	158	921

В ходе выполнения работы была проведена статистическая обработка данных по частотным характеристикам 1-й изгибной и 1-й крутильной форм колебаний. Необходимо было рассчитать:

- Среднее арифметическое результатов по каждой из частотных форм

$$\overline{A}_{\text{изгибная}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}, \quad \overline{A}_{\text{крутильная}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}.$$

- Среднее квадратичное отклонение результатов по каждой из частотных форм

$$s^2_{\text{изгибная}} = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{x^2}{n}\right), \quad s^2_{\text{крутильная}} = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \frac{y^2}{n}\right).$$

По результатам расчетов с помощью комбинированной диаграммы был определен характер распределения по изгибной и крутильной форме. Характер распределения, как в большинстве случаев для случайных величин — нормальное распределение (распределение Гаусса).

Большинство задач при анализе результатов механических испытаний может быть решено в рамках линейной зависимости между нормально распределенными случайными величинами. При этом в качестве количественной оценки тесноты (силы) связи между случайными величинами используют коэффициент корреляции. Данный коэффициент был рассчитан по методике М. Н. Степнова, изложенной в справочнике «Статистические методы обработки результатов механических испытаний». Гл. 5 «Регрессионный и корреляционный анализы результатов механических испытаний» (М.: Машиностроение, 1985).

Для определения коэффициента корреляции необходимо рассчитать:

- Дисперсию для каждой величины

$$s^2_{\text{изгибная}} = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{x^2}{n}\right), \quad s^2_{\text{крутильная}} = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \frac{y^2}{n}\right).$$

- Среднее квадратичное отклонение

$$s_{\text{изгибная}} = \sqrt{s^2_{\text{изгибная}}}, \quad s_{\text{крутильная}} = \sqrt{s^2_{\text{крутильная}}}.$$

- Смешанный центральный момент

$$m_{1/1} = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i \Big/ n\right).$$

- Коэффициент корреляции

$$r = \frac{m_{1/1}}{s_{\text{изгибная}} \cdot s_{\text{крутильная}}}.$$

По итогам работы был определен коэффициент корреляции, равный 0,9820781, свидетельствующий о наличии тесной функциональной корреляционной связи между 1-й изгибной и 1-й крутильной формами колебаний. Полученное значение коэффициента корреляции также указывает на то, что между изгибными и крутильными формами колебаний у нас прямой характер связи, с повышением одной величины увеличивается и другая. В связи с полученными данными, следует обратить особое внимание на подбор лопаток для этой ступени компрессора, так как велика опасность их излома при резонансных режимах работы. А также осуществить дополнительные расчеты для других комплектов лопаток.

МЕТОДИКА И РЕЗУЛЬТАТЫ ВАЛИДАЦИИ ТЕРМОГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ МАЛОЙ ТЯГИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОТЕЧЕСТВЕННЫХ И ЗАРУБЕЖНЫХ ПРОГРАММНЫХ КОМПЛЕКСОВ

А. Д. Максимов, С. А. Шустов

Самарский университет, Самара, Россия

Необходимость использование численных методов в термогазодинамических расчетах ракетных двигателей малой тяги (РДМТ), реализованных в виде отечественных и зарубежных программных комплексов, а также повышенные требо-

вания к точности этих расчетов требуют проведения их валидации, что является не тривиальной задачей. Излагается методика валидации, а также результаты ее проведения для отечественных программных комплексов TERRA (разработка МГТУ им. Н. Э. Баумана [1]), SPPSPMX (разработка МАИ, Самарского университета имени С. П. Королева и НИИМАШ, г. Нижняя Салда [2]) и ANSYS CFX (США, [3]).

Методика и результаты валидации термодинамического расчета. В соответствии с [4] валидация заключается в подтверждение соответствия математической модели моделируемому объекту. Количественной оценкой такого соответствия является точность (погрешность) модели, т. е. разница между полученным значением в рамках расчета, и истинным значением или предполагаемым истинным значением (такое истинное или предполагаемое истинное значение называется эталонным).

В данной работе при валидации термодинамического расчета РДМТ за эталонное значение принимаются результаты расчета с использованием программного комплекса TERRA, поскольку отличие между результатами расчета с использованием TERRA и данными фундаментального справочника «Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания» под редакцией академика

Таблица 1

Сравнение результатов термодинамического расчета в ANSYS CFX и TERRA для параметров на входе в сопло

№	Наименование параметра	ANSYS CFX (хим. состав в масс. долях)	TERRA (хим. состав в масс. долях)	Погрешность ANSYS CFX, %
1	T, K	3100	3041	1,9
2	H_2O	0,86862	0,85938	1,1

Примечание. Значения параметров в TERRA принимаются за эталонные.

Таблица 2

Сравнение результатов термодинамического расчета в TERRA и SPPSPMX для параметров на входе в сопло

№	Наименование параметра	TERRA	SPPSPMX	Погрешность SPPSPMX, %
1	T, K	3041	3045	0,13
2	H_2O	0,58654	0,58644	0,02

Примечание. Значения параметров в TERRA принимаются за эталонные.

Таблица 3

Сравнение результатов термодинамического расчета в TERRA и SPPSPMX для параметров на выходе из сопла

№	Наименование параметра	TERRA	SPPSPMX	Погрешность SPPSPMX, %
1	T, K	1078	1080	0,18
2	p, Па	140,2	140,0	0,14
3	$J_{\text{у.п}}^{\text{ид}}$, м/с	4565	4566	0,07

Примечание. Значения параметров в TERRA принимаются за эталонные.

В. П. Глушко (далее Справочник Глушко) для основных термодинамических параметров продуктов сгорания (температура, химический состав, удельный импульс в пустоте и т. д.) не превышает 0,1%.

На примере термодинамического расчета РДМТ тягой 0,1 Н на газообразных компонентах топлива H_2 и O_2 результаты валидации с использованием программных комплексов TERRA, SPPSPMX и ANSYS CFX представлены в таблицах 1–3. Указанный РДМТ, предназначенный для системы управления пространственным положение наноспутника, имеет следующие основные параметры: давление в камере сгорания 0,2 МПа; коэффициент избытка окислителя 0,7; диаметр минимального сечения сопла 0,3 мм; геометрическая степень расширения сопла 100.

Результаты, приведенные в таблицах 1–3 показывают, что, точность термодинамического расчета в программном комплексе SPPSPMX практически не уступает точности термодинамического расчета в программном комплексе TERRA, а при использовании программного комплекса ANSYS CFX погрешность термодинамического расчета на порядок выше.

Методика и результаты валидации термогазодинамического расчета. Для термогазодинамического расчета использовались программные комплексы ANSYS CFX и SPPSPMX, поскольку в программном комплексе TERRA отсутствуют газодинамические модули, необходимые для определения потерь удельного импульса из-за трения, рассеяния и химической неравновесности. При проведении термогазодинамического расчета за эталонные принимались результаты расчета с использованием программного комплекса SPPSPMX, поскольку модели этого программного комплекса, обеспечивающие расчетное определение потерь удельного импульса, прошли валидацию на основе как экспериментальной проверки, так и на основе использования моделей более высокого уровня [2, 5].

Сравнение результатов термогазодинамического расчета РДМТ тягой 0,1 Н с использованием программных комплексов ANSYS CFX и SPPSPMX приведено в табл. 4.

Таблица 4

Сравнение результатов термогазодинамического расчета РДМТ тягой 0,1 Н с использованием программных комплексов ANSYS CFX и SPPSPMX

№	Наименование параметра	ANSYS CFX	SPPSPMX	$\overline{\Delta}$, %
1	$J^{д}_{у.п}$, м/с	4356	3744	16,3

Примечание. Значения параметров в SPPSPMX принимаются за эталонные.

Различие на 16,3% в величине удельного импульса при расчетах с использованием ANSYS CFX и SPPSPMX обусловлено разницей в величине потерь удельного импульса: расчет в SPPSPMX дает величину потерь 18% (11,4% потери из-за трения и 6,6% потери из-за химической неравномерности), что согласуется с экспериментальными результатами; расчет в ANSYS CFX дает на порядок меньшую величину потерь удельного импульса, равную 1,7%.

1. *Trusov B. G.* Program System TERRA for Simulation Phase and Termal Chemical Equilibrium // Proc. of XIV Int. Symp. on Chemical Thermodynamics. St.-Petersburg, Russia. July, 2002. — P. 483–484.
2. *Безменова Н. В.*, *Иванов И. Э.*, *Кулябин К. П.*, *Шустов С. А.* Программный комплекс для газодинамического расчета ЖРДМТ: структура и возможности // Тезисы докладов X Международной конференции «Вычислительная механика и современные программные системы». Переславль–Залесский, 7–12 июня 1999. — М.: МГИУ. — С. 33–34.

3. ANSYS CFX-Solver Theory Guide // Release 14, November 2014. — 418 p.
4. ГОСТ Р-571.188-2016. Численное моделирование физических процессов. Термины и определения.
5. *Гидаспов В. Ю.*, *Пирумов У. Г.*, *Шустов С. А.* Численное исследования потерь из-за химической неравновесности в соплах ЖРДМТ с большой геометрической степенью расширения // Материалы IX Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2012), 25–31 мая 2012 г., г. Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2012. — С. 33–35.

К ВОПРОСУ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЭЖЕКТИРУЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ СОСТАВНОЙ СТРУИ

А. П. Маштаков, В. Д. Ильин

БГТУ «Военмех», Санкт-Петербург, Россия

В рамках структурно-элементного метода (СЭМ) математического моделирования газодинамических процессов [1, 2] авторы занимаются решением задачи по расчету блочных и составных струй [3]. Взаимодействие струй на изобарическом участке является завершенной задачей, доведенной до алгоритма и прикладного программного обеспечения [4]. Несмотря на то, что расчет одиночных струй при помощи СЭМ подробно описан [1, 2] и имеются базовые физико-математические модели всех основных процессов, протекающих в сверхзвуковом потоке, некоторые, «уникальные» для составных сверхзвуковых струй явления еще не были описаны в разрезе метода.

Одним из таких процессов является изменение границы начального участка одиночных струй до формирования общего факела или даже обратных токов в донной области блока вследствие изменения $P_д$ — донного давления [5]. Основной причиной понижения давления (рис. 1) в области возвратно-рециркуляционного течения в составных струях следует считать эжекцию.

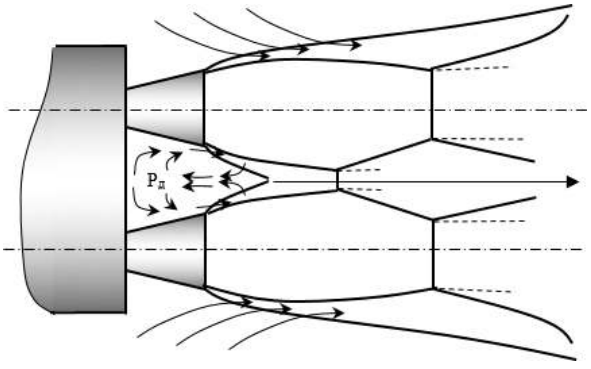


Рис. 1. Эжекция окружающего воздуха в составную струю

Для определения величины давления разрежения необходимо знать скорость, с которой воздух из окружающей среды вовлекается в струйное течение. Определим нормальную к границе струи составляющую скорости потока, которая будет являться скоростью эжекции $U_{эж}$. Выделим элементарный объем в пограничной области струйного течения (рис. 2).

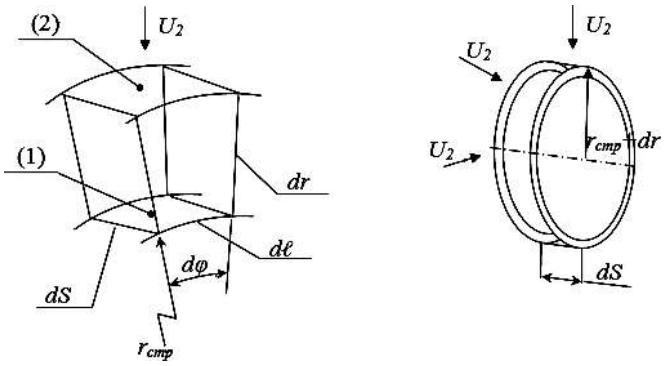


Рис. 2. Схема течения

Будем рассматривать приход массы газа через элементарную кольцевую поверхность (2) отстоящую на бесконечно малое расстояние dr от идеальной границы струи $r_{стр}$. Линейная протяженность рассматриваемого объема dS. Величина расхода через эту поверхность соответственно: $Q_2 = \rho_2 \cdot U_2 \cdot F_2$. Плотность жидкости ρ_2 в невозмущенной среде примем постоянной. Скорость жидкости U_2 является искомой величиной.

Элементарная площадь поверхности может быть выражена $dF_2 = d\ell \cdot dS$ или $dF_2 = d\varphi \cdot (r_{гр} + dr) \cdot dS$, а для полной кольцевой поверхности соответственно $F_2 = 2\pi \cdot (r_{гр} + dr) \cdot dS$.

Расход жидкости из элементарного объема через поверхность (1), которая является поверхностью струйного течения можно определить:

$$Q_1 = C_{эж} \cdot dS,$$

где $C_{эж}$ — эжектирующая способность сверхзвковой струи, которую можно вычислить по соотношениям приведенным в [1], имеет размерность [кг/(с · м)].

Уравнение неразрывности для выделенного объема:

$$\rho_2 \cdot U_2 \cdot 2\pi \cdot (r_{гр} + dr) \cdot dS = C_{эж} \cdot dS.$$

Тогда скорость, с которой жидкость поступает в выделенный объем можно вычислять по соотношению:

$$U_2 = \frac{C_{эж}}{\rho_2 \cdot 2\pi \cdot (r_{гр} + dr)}.$$

Справедливость соотношения можно подтвердить, проверяя размерность и рассматривая два предельных случая. При $dr = 0$ скорость U_2 выражает скорость эжекции на границе струйного течения, по мере удаления от поверхности струйного течения, т. е. при $dr \to \infty$ $U_2 \to 0$, что отвечает физическим представлениям.

Имея данную зависимость далее возможно определить изменение давления на границе струи в интересующей нас зоне течения и, в конечном итоге, получить модель изменения донного давления, влияющего на формирование геометрии составной струи.

1. *Маштаков А. П.*, *Бобышев С. В.*, *Балобан В. И.* Расчет сверхзвуковых струй структурно-элементным методом. — СПб.: Изд-во БГТУ «Военмех» им. Д. Ф. Устинова, 2022. — 80 с.
2. *Бобышев С. В.* Структурно-элементное моделирование газоструйных систем: дис. ... д-ра техн. наук. — СПб.: Балт. гос. техн. ун-т, 2003. — 269 с.

3. *Ильин В. Д.*, *Маштаков А. П.* Применение структурно-элементного метода математического моделирования газодинамических процессов к построению алгоритмов расчета блочных составных струй // Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (AMMAI'2022), 4–13 сентября 2022 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2022. — С. 329–330.
4. *Афанасьев Е. В.*, *Маштаков А. П.* Программа расчета параметров на изобарическом участке свободной стационарной блочной струи // Материалы XV Международной конференции по механике и современным прикладным программным система (ВМСППС'2007), 25–31 мая 2007 г., Алушта. — М.: Вузовская книга, 2007. — С. 65–66.
5. *Маштаков А. П.* Физические основы пуска. — СПб.: Изд-во БГТУ «Военмех» им. Д. Ф. Устинова, 2023. — 128 с.

ПОИСК РЕСУРСОВ В КОСМОСЕ С ПОМОЩЬЮ ДВУСОСТАВНОГО КОЛЕСНОГО РОБОТА НА ЛЕБЕДКЕ

Е. Д. Михайленко

ИРТСУ ЮФУ, Таганрог, Ростовская обл., Россия

На сегодняшний день не для кого не секрет, что ресурсы у нашей планеты не вечны, поэтому я еще в детстве думал о том, что нужно обосновываться в космосе и продвигаться в этом направлении. В начале я думал о том, как добывать полезные ископаемые, однако для начала их нужно обнаружить. Как раз эту задачу и выполняет моя система.

В первую очередь следует базироваться на самой благоприятной местности на Луне, так как запускать с Земли ракеты очень дорогостояще, а также на Луне меньше гравитация и много топлива, которое можно добывать на месте и использовать в дальнейшем без ущерба нашей планете. Посылать человека для этой задачи очень дорого и не целесообразно, поэтому следует отправлять для этого группу роботов, которые по 3D-плану могут построить оптимальный маршрут и даже в случае каких-то ситуаций, которые затруднят этот маршрут, смогут без проблем добраться до точки, поставленной миссией.

Моя идея реализуется вместе с группой роботов, где каждый разработан под свою конкретную задачу. Такую же структуру имеют насекомые, такие как колония муравьев, выкапывающих сеть туннелей, или стаи термитов, строящих высокие курганы с внутренними шахтами обогрева и охлаждения, демонстрируют потенциал мультиагентных систем в строительстве прочных конструкций. Эти социальные насекомые без какой-либо централизованной координации вырабатывают эмерджентное коллективное поведение, используемое для построения этих надежных структур.

Используя этот биологически вдохновленный метод, команды автономных роботов могут сконструировать ключевые элементы среды обитания человека на Луне. Они могут непрерывно работать в суровых условиях, что делает их очень производительными, отказоустойчивы к выходу из строя отдельных роботов и масштабируемы в зависимости от сложности задачи и графика выполнения. Роботам не требуется инфраструктура жизнеобеспечения, которая в противном случае потребовалась бы команде астронавтов. Кроме того, роботы могут потребоваться для выполнения определенных задач из-за соображений здоровья и безопасности астронавтов. В этой архитектуре операторы на местах смогут осуществлять полный контроль за деятельностью команды роботов, а также вмешиваться и восстанавливаться после неудач или неожиданных событий.

Предлагаемая архитектура позволяет осуществлять контроль за наземным управлением и освобождает наземных операторов от рутинных задач, оставляя все, кроме самых деликатных и критически важных задач, для вмешательства человека, что снижает вероятность усталости и человеческих ошибок. Эти факторы делают автономную роботизированную систему с возможностью телеуправления более привлекательной, чем само телеуправление. Такой подход позволяет развернуть базу и работает как раз к прибытию астронавтов с Земли. Основные подходы к разработке автономных систем управления используют человеческие знания, методы машинного обучения или комбинацию того и другого.

Аналогом данного робота-разведчика является специальный плавучий марсоход, который был разработан исследователями из Лаборатории реактивного движения НАСА для исследования подо льдом, технологию, которая однажды сможет исследовать океаны под ледяными слоями планетарных тел.

В ноябре ученые и инженеры из Лаборатории реактивного движения НАСА успешно провели полевые испытания Bruie — «Плавучего марсохода для исследования подледного пространства» — подо льдами восточной Антарктиды (рис. 1). Марсоход с дистанционным управлением был сконструирован так, чтобы ползти по нижней стороне морского льда и шельфовых ледников. Эти испытания на Земле преследуют долгосрочную цель — однажды найти доказательства существования жизни под толстой ледяной оболочкой, покрывающей океанический спутник Юпитера Европу. Под этим льдом в три раза больше жидкой воды, чем можно найти во всех океанах на Земле. Данный робот максимально облегчен и имеет достаточно пустого закрытого пространства внутри, за счет чего его и выталкивает водой. Также робот прикреплен тросом, что позволит вытащить его в случае непредвиденной ситуации, когда сам выбраться он уже не сможет.

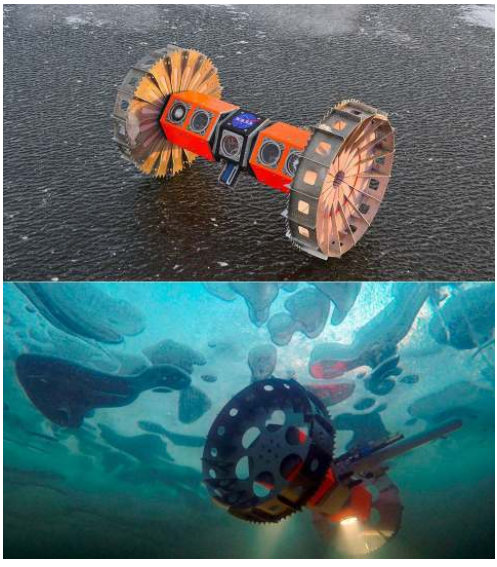


Рис. 1

За счет того, что моя система состоит из двух колесных роботов на лебедке, то она имеет следующие основные функции для выполнения миссии.

1. Может безопасно перемещаться по труднопроходимым поверхностям, так как в случае застревания лебедка спокойно вытащит один из колесных роботов.

2. Потребляет небольшое количество энергии, за счет чего может работать в течении длительного времени. За счет этого радиус действия велик, что позволит задавать самый благоприятный маршрут, чтобы добираться роботам, которые предназначены для добычи ресурса (поэтому их можно облегчать, что уменьшит затраты денежных средств и энергетических).

3. Роботы питаются через тросы, а значит даже после отсоединения от основной системы способны долго выполнять миссию.

4. За счет размеров открывается больше мест, в которые нынешние марсоходы не смогут попасть, что увеличивает область применения.

5. За счет лебедки есть возможность доставать роботов, которые при добычи ресурсов застряли или не имеют пути выезда с территории.

6. Система способна преодолевать возвышенности, находящиеся под достаточно большим углом.

1. Buoyant Rover for Under Ice Exploration [Электрон. ресурс]. — UR: `https://europa.nasa.gov/resources/4/buoyant-rover-for-under-ice-exploration/`.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИОННО-ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ИОННОГО ИСТОЧНИКА

***В. В. Свотина*[1], *С. А. Хартов*[2]**

[1]*НИИПМЭ МАИ, Москва, Россия;* [2]*МАИ, Москва, Россия*

Увеличение числа отработавших космических аппаратов (КА) и/или их фрагментов на околоземных орбитах и возникающая в связи с этим опасность столкновения функционирующих КА с ними [1, 2] вызвали разработку большого числа различных предложений по способам увода отработавших КА и их фрагментов на орбиты захоронения [3].

Для увода некооперируемых КА одним из наиболее перспективных методов является Ion Beam Shepherd [4, 5]. В рамках данного метода составной частью системы бесконтактной транспортировки объектов космического мусора является ионный источник, генерирующий ионный пучок. Показано, что для успешной и эффективной работы ионного источника он должен генерировать слаборасходящийся ионный пучок. Характеристики пучка ионов, извлекаемого с эмиссионной поверхности плазмы и ускоряемого ионно-оптической системой (ИОС), определяются параметрами плазмы разряда, геометрией ИОС и напряжением приложенного электрического поля за счет поданных на электроды ИОС электрических потенциалов. Возможными конструктивными вариантами являются ИОС с электродами с круглой и щелевой перфорациями [6].

При разработке ИОС один из основных вопросов заключается в определении связи угла расходимости ионного пучка с плотностью ионного тока, приходящего из плазмы газоразрядной камеры (ГРК) на ее границу в ИОС. Выявление этой связи позволяет создать ИОС «оптимальной» геометрии, обеспечивающей получение пучков с минимальной угловой расходимостью при заданной плотности тока. Решение этой задачи осложняется ограничениями различного характера: физическими (ограничение напряженности электрического поля по вакуумному пробою), технологическими (невозможность изготовить желаемую форму электродов), термомеханическими (деформация электродов при тепловом нагружении), конструкционные (необходимость выполнения электроды с максимально возможной прозрачностью при технологических ограничениях на толщину перемычки между отверстиями).

Чаще всего эти ограничения не позволяют использовать известные технические решения в полном объеме и делают разработку ИОС для конкретной задачи уникальной. К такой области относится создание и использование инжекторов быстрых атомов водорода (ИБАВ) в экспериментах по управляемому термоядерному синтезу (УТС) [7]. Применительно к ИБАВ вопрос о расходимости пучка стоит очень остро, поскольку необходимо достичь углов расходимости на уровне 1–1,5°. Несмотря на существенное отличие параметров ионных пучков в ИБАВ и ВЧИИ, в отдельных случаях используя принципы подобия можно отталкиваться от полученных в области ИБАВ решений, например, в части использования профилированных электродов.

Для обеспечения высокой эффективности системы бесконтактного увода объектов космического мусора техногенной природы с околоземных орбит представляется целесообразным разработать ВЧИИ, с ИОС, обеспечивающей минимальный угол расходимости.

Полный теоретический анализ динамики ионов в ИОС и условий на границе плазмы сложен. Качественно описать работу ИОС, можно, используя приближенный подход, основанный на методах электронной оптики, развитой Дж. Пирсом [8]. В настоящее время разработаны программные комплексы, которые могут быть использованы как инструменты при проектировании ИОС, например, программные комплексы IGUN и IOS-3D. Геометрия рассчитанной с использованием IGUN ячейки ИОС основана на «квазипирсовском» профиле эмиссионного электрода (ЭЭ), апробированном в ИБАВ [9].

Целью представляемого исследования является определение тех геометрических параметров ИОС, которые оказывают наибольшее влияние на угол расходимости ионного пучка, генерируемого ВЧИИ, а также определение наиболее выигрышного соотношения этих геометрических параметров.

1. *Petek L.* Outer Space Activities Versus Outer Space // 22 Colloquium on the Law of Outer Space, Munich, West Germany, 17–22 September, 1979.
2. *Portree D. S. F.*, *Loftus J. P.* Orbital Debris and Near-Earth Environmental Management: A Chronology // NASA Reference Publication. — 1993. — 1320. — URL: `https://ntrs.nasa.gov/api/citations/19940020171/downloads/19940020171.pdf` (available: 17.02.2023).
3. *Svotina V. V.*, *Cherkasova M. V.* Space Debris Removal — Review of Technologies and Techniques. Flexible or Virtual Connection Between Space Debris and Service Spacecraft // Acta Astronautica. — 2023. — V. 204. — DOI: 10.1016/j.actaastro.2022.09.027.
4. *Kitamura S.*, *Hayakawa Y.*, *Kawamoto S.* Large Space Debris Reorbiter Using Ion Beam Irradiation. Paper IAC–10–A6.4.8 // 61 International Astronautical Congress, 27 September — 1 October, 2010, Prague, Czech Republic.
5. *Bombardelli C.*, *Peláez J.* Ion Beam Shepherd for Contactless Space Debris Removal // Journal of Guidance, Control and Dynamics. — 2011. — V. 34(3). — P. 916–920. — DOI: 10.2514/1.51832.
6. *Svotina V. V.*, *Chercasova M. V.*, *Mogulkin A. I.*, *Melnikov A. V.*, *Peysakhovich O. D.* Ion Source—Mathematical Simulation Results versus Experimental Data. Aerospace MDPI. — 2021. — V. 8(10), 276. — DOI: 10.3390/aerospace8100276.
7. Инжекторы быстрых атомов водорода (Проблемы управляемого термоядерного синтеза) / Н. Н. Семашко, А. Н. Владимиров, В. В. Кузнецов, В. М. Кулыгин, А. А. Пагнасенков. — М.: Энергоиздат, 1981. — 168 с.
8. *Pierce J. R.* Theory and Design of Electron Beams. — New York: Van Nostrand, 1954. — 222 p.
9. *Панасенков А. А.*, *Равичев С. А.*, *Семашко Н. С.*, *Кулыгин В. М.* Водородный источник ионов с периферийным магнитным полем // Плазменные ускорители и ионные инжекторы. — М.: Наука, 1984. — С. 154–163.

ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ СОСТАВНОГО КОРПУСА ДВИГАТЕЛЯ, ПОДКРЕПЛЕННОГО ЗАРЯДОМ, ПРИ ДЕЙСТВИИ ОСЕВОЙ СИЛЫ

Ю. С. Соломонов, Е. Н. Волков, В. И. Петрусев, Ф. Е. Прудников, А. Я. Недбай

АО "Корпорация «МИТ»", Москва, Россия

В настоящее время при разработке космических летательных аппаратов используются твердотопливные двигатели, корпуса которых состоят из отдельных цилиндрических секций, отличающихся типом используемого материала и видом заряда. В работе рассматривается динамическая устойчивость [1–9] трехсекционного корпуса двигателя из композиционного материала, подкрепленного кусочно-постоянным канальным зарядом, при действии внешнего давления и осевой пульсирующей силы. Движение корпуса, торцы которого принимаются шарнирно опертыми и нагруженными осевыми сжимающими силами, описывается уравнениями теории ортотропных оболочек. Заряд представляется в виде безынерционного упругого основания Винклера, коэффициент постели которого определяется из уравнений трехмерной теории упругости. Тангенциальной и осевой составляющими инерционных сил корпуса пренебрегаем. Тогда уравнение движения корпуса можно представить в виде [1]

$$\left\{\sum_{i=1}^{3}\left[B_i\left(\frac{a_{3i}\nabla_i^8}{\nabla_i^4}+\frac{a_{1i}a_{4i}}{\nabla_i^4}\frac{\partial^4}{\partial\alpha^4}\right)+a_{7i}\frac{\partial^2}{\partial t^2}+(\delta_{1i}+\delta_{3i})R'Pi\right][\sigma_0(\alpha_-\alpha_{i-1})-\sigma_0(\alpha_-\alpha_i)]+\right.$$
$$\left.+P\left(\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}+1\right)+a_5(T_0+T_1\cos\omega t)\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2}\right\}w=0, \quad (1)$$

где

$$a_{1i}=\frac{G_{\alpha\beta i}(1-\nu_{\alpha i}\nu_{\beta i})}{E_{\alpha i}}; \quad a_{2i}=a_{1i}+\nu_{\beta i}; \quad a_{3i}=\frac{h_i^2}{12R^2}; \quad a_{4\iota}=\frac{E_{\beta i}}{E_{\alpha i}};$$
$$a_5=\frac{1}{2\pi R^2}; \quad a_{6i}=a_{2i}+a_{1i}; \quad a_{7j}=R\rho_i h_i; \quad B_i=\frac{E_{\alpha i}h_i}{R(1-\nu_{\alpha i}\nu_{\beta i})};$$

∇_i^8, ∇_i^4 — дифференциальные операторы; w — нормальное перемещение; R, h_i — радиус и толщина i-й оболочки; $E_{\alpha i}$, $E_{\beta i}$, $G_{\alpha\beta i}$ — осевой и окружной модули упругости и модуль сдвига; $\nu_{\alpha i}$, $\nu_{\beta i}$ — коэффициенты Пуассона; ρ_i — плотность материалов; ω — частота пульсаций; Π — коэффициент постели; T_0, T_1 — постоянная составляющая и амплитуда переменной составляющей осевой силы; $\sigma_0(\alpha)$ — единичная функция, равная единице при $\alpha\geq 0$ и нулю при $\alpha<0$; P — внешнее давление; δ_{ij} — символ Кронекера.

Решение уравнения (1) будем искать в виде:

$$w=\cos n\beta\sum_{m=1}^{\infty}f_m(t)\sin\gamma_m\alpha, \quad (2)$$

где $\gamma_m=m\pi/\alpha_0$; $\alpha_0=L/R$; L — длина оболочки; $f_m(t)$ — неизвестные функции времени.

Подставляя (2) в (1) и применяя метод Бубнова–Галеркина, получим систему однородных дифференциальных уравнений типа Матье–Хилла

$$\sum_{m=1}^{\infty}\left[\sum_{i=1}^{3}\left(a_{7i}\frac{\partial^2}{\partial t^2}+b_{2i}\right)F_i^{(mk)}+b_1\cos\omega t+b_3\right]f_{mk}=0 \quad (k=1,2,3,\dots), \quad (3)$$

где

$$b_1 = -\frac{\delta_{mk} a_5 \gamma_m^2 \alpha_0 T_1}{2}; \quad b_{2i} = B_i \frac{a_{3i} \nabla_{\iota m}^8}{\nabla_{\iota m}^4} + \frac{a_{1i} a_{4i} \gamma_m^4}{\nabla_{\iota m}^4} + (\delta_{1i} + \delta_{3i}) R \Pi_m;$$

$$b_3 = \frac{\delta_{mk}[(1-n^2)P - a_5 \gamma_m^2 T_0]\alpha_0}{2};$$

$$\nabla_{im}^8 = a_{1i}\gamma_m^8 + [a_{4i} + a_{6i}(2a_{1i} - \nu_{\beta i})]\gamma_m^6 n^2 +$$

$$+ \{a_{1i}a_{4i} + 2[a_{6i}(a_{4i} - a_{6i}\nu_{\beta i}) + a_{1i}a_{4i}](n^2-1)n^2\}\gamma_m^4 +$$

$$+ a_{4i}\left[(a_{4i} - a_{6i}\nu_{\beta i})(1-n^2)^2 + 2a_{1i}a_{6i}n^4\right]\gamma_m^2 n^2 + a_{1i}a_{4i}^2(n^2-1)^2 n^4;$$

$$\nabla_{\iota m}^4 = a_{1i}\gamma_m^4 + [a_{4i} - a_{6i}\nu_{\beta i})]\gamma_m^2 n^2 + a_{1i}a_{4i}n^4;$$

$$F_i^{(mk)} = \begin{cases} \dfrac{\alpha_i - \alpha_{i-1}}{2} - \dfrac{\alpha_0}{2\pi k}\left[\sin\dfrac{2\pi k(\alpha_i - \alpha_{i-1})}{\alpha_0}\cos\dfrac{2\pi k(\alpha_i + \alpha_{i-1})}{\alpha_0}\right] & \text{при} \quad m = k; \\ \dfrac{1}{2\varepsilon_1}\sin\varepsilon_1(\alpha_i - \alpha_{i-1})\cos\varepsilon_1(\alpha_i + \alpha_{i-1}) - & \\ \quad -\dfrac{1}{2\varepsilon_2}\sin\varepsilon_2(\alpha_i - \alpha_{i-1})\cos\varepsilon_2(\alpha_i + \alpha_{i-1}) & \text{при} \quad m \neq k; \end{cases}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\pi(m-k)}{2\alpha_0}; \quad \varepsilon_2 = \frac{\pi(m+k)}{2\alpha_0}.$$

Коэффициент постели Π_m будет иметь вид

$$\Pi_m = \frac{2\mu}{R}\frac{\Delta}{\psi}; \quad \psi = \sum_{j=1}^{6} F_j D_{6j}; \quad \xi = \gamma_m; \quad x = z_0\gamma_m; \quad z_0 = R_0/R;$$

$$F_1 = -\frac{n^2}{\gamma_m} I_n(\gamma_m); \quad F_3 = -\frac{(\lambda+\mu)\gamma_m}{2(\lambda+\mu)}\left(\frac{I_n}{\gamma_m^2} + 1\right) I_n(\gamma_m); \quad F_5 = -I_n'(\gamma_m);$$

D_{6j}, Δ — соответственно дополнение и определитель матрицы, некоторые элементы которой имеют вид [1]

$$C_{11} = \frac{n^2}{x} I_n(x); \quad C_{13} = -I_n'(x) - \frac{\lambda - \mu}{\lambda - 2\mu}\left(\frac{n^2}{x^2} + 1\right) x I_n(x); \quad C_{15} = 2I_n'(x);$$

$$\mu = \frac{E_0}{2(1+\nu_0)}; \quad \lambda = \frac{E_0\nu_0}{(1+\nu_0)(1-2\nu_0)},$$

где E_0, ν_0 — модуль упругости и коэффициент Пуассона материала цилиндра; $I_n(x)$ — модифицированная функция Бесселя первого рода порядка n; штрихом обозначена производная по соответствующему аргументу.

Для получения четных столбцов матрицы C_{ij} необходимо в предыдущих элементах заменить функцию $I_n(x)$ на модифицированную функцию Бесселя $K_n(x)$ с тем же аргументом.

Решение уравнения (3) будем искать в виде:

$$f_m = \sum_{l=1,3\ldots}^{\infty}\left(A_{mk}^{(l)}\sin\frac{l\omega t}{2} + B_{mk}^{(l)}\cos\frac{l\omega t}{2}\right). \tag{4}$$

Подставим первую сумму из (4) в (3) и приравняем коэффициенты при одинаковых $\sin(l\omega t/2)$, получим систему однородных алгебраических уравнений. Ограничимся первым членом ряда, который определяет границы главной области неустойчивости и, согласно [6], его достаточно для практических расчетов.

В результате будем иметь вид

$$\sum_{m=1}^{\infty} \theta_{mk} A_{mk}^{(1)} = 0 \quad (k = 1, 2, 3. \ldots), \tag{5}$$

где $\theta_{mk} = \sum_{m=1}^{3} \left(b_{2i} - \frac{a_{7i}\omega^2}{4} \right) F_i^{mk} + b_3 \pm \frac{b_1}{2}$.

Равенство нулю определителя этой системы представляет характеристическое уравнение критических частот.

Подставляя вторую сумму из (4) в (3), получим характеристическое уравнение аналогичное (5), в котором неизвестные необходимо заменить на B_{mk}, а в коэффициенте θ_{mk} принять знак «–».

Построены зависимости областей неустойчивости от радиуса канала цилиндра и значений внешнего давления.

1. *Соломонов Ю. С.*, *Георгиевский В. П.*, *Недбай А. Я.*, *Андрюшин В. А.* Прикладные задачи механики композитных цилиндрических оболочек. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. — 408 с.
2. *Bakulin V. N.*, *Nedbai A. Ya.* Dynamic Stability Of Composite Cylindrical Shell Of Linear-Variable Thickness Under The Action Pulsed External Pressure // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. — 2021. — V. 94, No. 2. — P. 525–533.
3. *Bakulin V. N.*, *Nedbay A. Ya.* The Dynamic Stability Of Three-Layered Cylindrical Shell, Reinforced Ring Ribs And Hollow Cylinder Under External Pressure Pulsing // Doklady Physics. — 2021. — V. 66, No. 6. — P. 175–181.
4. *Bakulin V. N.*, *Boitsova D. A.*, *Nedbai A. Ya.* Parametric resonance of a three-layered cylindrical composite rib-stiffened shell // Mechanics of Composite Materials. — 2021. — V. 57, No. 5. — P. 623–634.
5. *Bakulin V. N.*, *Nedbay A. Ya.* Parametric Resonance of a Three-Layer Cylindrical Composite Shell, Supported by Longitudinal Ribs and a Cylinder, Under The Action of a Time-Varying Axial Force // Doklady Physics. — 2022. — V. 67, No. 6. — P. 209–214.
6. *Болотин В. В.* Динамическая устойчивость упругих систем. — М.: ГИТТЛ, 1956. — 600 с.
7. *Bakulin V. N.*, *Danilkin E. V.*, *Nedbay A. Ya.* Dynamic Stability of a Cylindrical Shell Stiffened with a Cylinder and Longitudinal Diaphragms at External Pressure // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. — 2018. — V. 91, No. 2. — P. 537–543.
8. *Bakulin V. N.*, *Nedbay A. Ya*, *Shepeleva I. O.* Dynamic Stability of an Orthotropic Cylindrical Shell of Piecewise Constant Thickness under the Action of External Pulsating Pressure // Russian Aeronautics. — 2019. — V. 62(2). — P. 192–198.
9. *Bakulin V. N.*, *Volkov E. N.*, *Nedbay A. Ya.* Dynamic Stability of a Cylindrical Shell Reinforced by Longitudinal Ribs and a Hollow Cylinder Under the Action of Axial Forces // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. — 2016. — V. 89, No. 3. — P. 747–753.

АЭРОУПРУГАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ СЕКЦИОННОГО КОРПУСА ДВИГАТЕЛЯ, ПОДКРЕПЛЕННОГО ЗАРЯДОМ, ПРИ ОБТЕКАНИИ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ГАЗА

Ю. С. Соломонов, В. И. Петрусев, А. Я. Недбай, Е. Н. Волков, С. В. Лавров

АО "Корпорация «МИТ»", Москва, Россия

Двигатель ракетного блока аварийного спасения предназначен для отделения от ракеты-носителя и увода в сторону капсулы с экипажем при возникновении экстремальной ситуации как во время старта ускорителя на площадке, так и во

время работы высотных ступеней. В процессе полета корпус двигателя, находясь в «пассажирском» режиме испытывает нагрузки от воздушных потоков, что может привести к панельному флаттеру [1, 2] и разрушению конструкции.

В работе рассматривается устойчивость трехсекционного [3] корпуса двигателя из композиционного материала, подкрепленного кусочно-постоянным канальным зарядом, при обтекании по внешней поверхности сверхзвуковым потоком газа. Фланцы секций, которые служат для их соединения в единый корпус, представляются двумя одинаковыми силовыми ребрами, установленными по краям средней оболочки. Движение корпуса, торцы которого принимаются шарнирно опертыми и нагруженными осевыми сжимающими силами, описывается уравнениями теории ортотропных оболочек. Между ребрами и оболочкой учитываются только радиальные контактные усилия. Заряд представляется упругим основанием Винклера, коэффициент постели которого определяется из уравнений трехмерной теории упругости. Инерционные свойства цилиндра учитываются с помощью метода Рэлея. Тангенциальной и осевой составляющими инерционных сил корпуса пренебрегаем.

Уравнение движения корпуса можно представить в виде [4]

$$\left\{\sum_{i=1}^{3}\left[B_i\left(\frac{a_{3i}\nabla_i^8}{\nabla_i^4}+\frac{a_{1i}a_{4i}}{\nabla_i^4}\frac{\partial^4}{\partial\alpha^4}\right)+(\delta_{1i}+\delta_{3i})R\Pi+a_{7i}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]\times[\sigma_0(\alpha-\alpha_{i-1})-\sigma_0(\alpha-\alpha_i)]+\right.$$

$$\left.+a_8\frac{\partial}{\partial\alpha}+a_9\frac{\partial}{\partial t}+a_5\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2}\right\}w+\sum_{j=1}^{N}\left[a_{10}\left(\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}+1\right)^2 w_j+a_{11}\frac{\partial^2 w_j}{\partial t^2}\right]\delta(\alpha-\alpha_j)=0, \quad (1)$$

где

$$a_{1i}=\frac{G_{\alpha\beta i}(1-\nu_{\alpha i}\nu_{\beta i})}{E_{\alpha i}};\quad a_{2i}=a_{1i}+\nu_{\beta i};\quad a_{3i}=\frac{h_i^2}{12R^2};\quad a_{4\iota}=\frac{E_{\beta i}}{E_{\alpha i}};$$

$$a_5=\frac{T_0}{2\pi R^2};\quad a_{6i}=a_{2i}+a_{1i};\quad a_{7j}=R\rho_i h_i;\quad B_i=\frac{E_{\alpha i}h_i}{R(1-\nu_{\alpha i}\nu_{\beta i})};$$

$$a_8=\chi_0 p_0 M;\quad a_9=\frac{\chi_0 p_0 R}{c_0};\quad a_{10}=\frac{E_4 I}{R^4};\quad a_{11}=F\rho_4;\quad \rho_i=\rho_{0i}+\frac{(R^2-R_0^2)\rho_0}{6Rh_i};$$

$$M=\frac{V}{c_0};\quad w_j=w(\alpha_j,\beta);\quad w_j=w(\alpha_j,\beta);$$

w — нормальное перемещение; h_i — толщина i-й оболочки; $E_{\alpha i}$, $E_{\beta i}$, $G_{\alpha\beta i}$ — осевой и окружной модули упругости и модуль сдвига i-й оболочки; $\nu_{\alpha i}$, $\nu_{\beta i}$ — коэффициенты Пуассона; ρ_{0i} — плотность материалов i-й оболочки; ρ_0 — плотность заряда; Π — коэффициент постели; E_4, ρ_4 — модуль упругости и плотность материала колец; N — число ребер; T_0 — осевая сила; $\sigma_0(\alpha)$ — единичная функция, равная единице при $\alpha\geq 0$ и нулю при $\alpha<0$; $\delta(\alpha)$ — дельта функция; δ_{ij} — символ Кронекера; M — число Маха; F, I — площадь и центральный момент инерции кольца; R_0 — радиус канала; χ_0, p_0, c_0 — показатель политропы, давление и скорость звука потока; V — скорость полета.

Решение уравнения (1) будем искать в виде:

$$w=\cos n\beta\sum_{m=1}^{\infty}A_m\sin\gamma_m\alpha e^{\omega t}, \quad (2)$$

где $\gamma_m=m\pi/\alpha_0$; $\alpha_0=L/R$; L — длина оболочки; ω — частота колебаний.

Подставляя (2) в (1) и применяя метод Бубнова–Галеркина, получим бесконечную систему уравнений

$$\sum_{m=1}^{\infty}\Big[\sum_{i=1}^{3} b_{1i}F_{1i}^{(mk)} + b_2F_2^{(mk)} + b_3F_3^{(mk)} + \delta_{mk}(a_9\omega - a_5\gamma_k^2)\frac{\alpha_0}{2}\Big]A_m = 0 \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (3)$$

где

$$b_2 = a_8; \quad b_{1i} = B_i\left(\frac{a_{3i}\nabla_{im}^8}{\nabla_{im}^4} + \frac{a_{1i}a_{4i}\gamma_m^4}{\nabla_{im}^4}\right) + (\delta_{1i} + \delta_{3i})R\Pi_m + a_{7i}\omega^2;$$

$$b_3 = a_{10}(n^2 - 1)^2 + a_{11}\omega^2;$$

$$F_i^{(mk)} = \begin{cases} \dfrac{\alpha_i - \alpha_{i-1}}{2} - \dfrac{\alpha_0}{2\pi k}\left[\sin\dfrac{2\pi k(\alpha_i - \alpha_{i-1})}{\alpha_0}\cos\dfrac{2\pi k(\alpha_i + \alpha_{i-1})}{\alpha_0}\right] & \text{при} \quad m = k; \\ \dfrac{1}{2\varepsilon_1}\sin\varepsilon_1(\alpha_i - \alpha_{i-1})\cos\varepsilon_1(\alpha_i + \alpha_{i-1}) - & \\ \quad - \dfrac{1}{2\varepsilon_2}\sin\varepsilon_2(\alpha_i - \alpha_{i-1})\cos\varepsilon_2(\alpha_i + \alpha_{i-1}) & \text{при} \quad m \neq k; \end{cases}$$

$$\varepsilon_1 = \pi(m - k)/(2\alpha_0); \quad \varepsilon_2 = \pi(m + k)/(2\alpha_0);$$

$$F_2^{(mk)} = \begin{cases} \dfrac{2mk}{k^2 - m^2}, & (k \pm m) \text{ — нечестное число;} \\ 0, & (k \pm m) \text{ — четное число;} \end{cases} \qquad F_3^{(mk)} = \sum_{j=1}^{N}\sin\gamma_m\alpha_j\sin\xi_k\alpha_j.$$

Для выбранной модели упругого основания коэффициент постели Π_m можно представить в виде [8]

$$\Pi_{0m} = \frac{2\mu\Delta_m}{RQ_{0m}}; \quad \mu = \frac{E_0}{2(1 + \nu_0)}; \quad Q_{0m} = \sum_{r=1}^{6} F_r D_{6r}^{(m)};$$

$$F_1 = -\frac{n^2}{\gamma_m}I_n(\gamma_m); \quad F_3 = \frac{q_1}{2}\gamma_m\left(\frac{n^2}{\gamma_m^2} + 1\right)I_n(\gamma_m); \quad \lambda = \frac{E_0\nu_0}{(1 + \nu_0)(1 - 2\nu_0)};$$

$$F_5 = -I_n'(\gamma_m); \quad q_1 = \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu}; \quad q_2 = \frac{\mu}{\lambda + \mu},$$

где $D_{6r}^{(m)}$, Δ_m — соответственно дополнение и определитель матрицы; R_0 — радиус канала цилиндра; E_0, v_0 — модуль упругости и коэффициент Пуассона материала цилиндра; $I_n(x)$ — модифицированная функция Бесселя первого рода порядка n; штрихом обозначена производная по соответствующему аргументу. Для получения элементов четных столбцов матрицы a_{ij} и F_{ij} необходимо в предыдущих элементах заменить функцию $I_n(x)$ на модифицированную функцию Бесселя второго рода $K_n(x)$ с тем же аргументом.

Редуцируя систему (3) и приравнивая к нулю определитель полученной матрицы, приходим к искомому характеристическому уравнению. Решение этого уравнения представляет значительные трудности, так как комплексная частота входит в коэффициенты в неявном виде. Поэтому для определения критической скорости используется метод «Полином Лагранжа» в виде [5]. Построены зависимости критической скорости от высоты ребер, осевой силы, от толщины средней оболочки.

1. *Bakulin V. N.*, *Volkov E. N.*, *Nedbai A. Ya.* Flutter of a Sandwich Cylindrical Shell Supported with Annular Ribs and Loaded with Axial Forces // Doklady Physics. — 2015. — V. 60, No. 8. — P. 360–363.
2. *Bakulin V. N.*, *Bokov M. A.*, *Nedbai A. Ya.* Aeroelastic stability of a cylindrical composite shell at a bilateral flow // Mechanics of Composite Materials. — 2018. — V. 53, No. 6. — P. 801–808.

3. *Соколов Е. В.*, *Видюшенков С. А.* Пластинки и оболочки вращения с разрывными грузовыми и жесткостными характеристиками. — СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2010. — 265 с.
4. *Соломонов Ю. С.*, *Георгиевский В. П.*, *Недбай А. Я.*, *Андрюшин В. А.* Прикладные задачи механики композитных цилиндрических оболочек. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. — 408 с.
5. *Москвин В. Г.* Устойчивость круговой цилиндрической оболочки из линейного вязкоупругого материала в сверхзвуковом потоке газа // Труды 8-й Всес. конф. по теории оболочек и пластин. — М.: Наука, 1962. — С. 527–531.

ФЛАТТЕР ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ, ПОДКРЕПЛЕННОЙ ЦИЛИНДРОМ

Ю. С. Соломонов, В. И. Петрусев, А. Я. Недбай, Е. Н. Волков, С. В. Лавров

АО "Корпорация «МИТ»", Москва, Россия

Исследованиям флаттера посвящено много работ, в том числе [1–3 и др.]. В представленной работе исследуется влияние переменной толщины на аэродинамическую устойчивость оболочки из композитного материала, подкрепленной цилиндром, при действии внешнего сверхзвукового потока газа. Будем считать, что толщина оболочки осесимметрично и линейно изменяется по длине. Торцы оболочки шарнирно оперты и нагружены осевыми силами. Цилиндр представляется упругим основанием Винклера, коэффициент постели которого определяется из уравнений трехмерной теории упругости. Инерционные свойства цилиндра учитываются с помощью метода Рэлея. Тангенциальной и осевой составляющими инерционных сил оболочки, а также дополнительной аэродинамической нагрузкой, возникающей за счет угла наклона внешней поверхности к потоку, пренебрегаем.

В результате будем иметь систему трех дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами относительно функций перемещений [4]

$$L_{j1}u + L_{j2}\nu + L_{j3}w = \delta_{j3}Z \quad (j = 1, 2, 3), \tag{1}$$

$$L_{11} = h_\alpha\left(\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2} + a_1\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}\right) + h'_\alpha\frac{\partial}{\partial\alpha}; \quad L_{12} = a_2h_\alpha\frac{\partial^2}{\partial\alpha\,\partial\beta} + \nu_\beta h'_\alpha\frac{\partial}{\partial\beta};$$

$$L_{13} = \nu_\beta\left(h_\alpha\frac{\partial}{\partial\alpha} + h'_\alpha\right); \quad L_{21} = a_2h_\alpha\frac{\partial^2}{\partial\alpha\,\partial\beta} + a_1h'_\alpha\frac{\partial}{\partial\beta};$$

$$L_{22} = h_\alpha\left(a_1\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2} + a_4\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}\right) + a_1h'_\alpha\frac{\partial}{\partial\alpha}; \quad L_{23} = a_4h_\alpha\frac{\partial}{\partial\beta};$$

$$L_{31} = a_3h_\alpha\frac{\partial}{\partial\alpha} - 2(h_\alpha^3)'\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2} - h_\alpha^3\frac{\partial^3}{\partial\alpha^3}; \; L_{32} = a_5h_\alpha\frac{\partial}{\partial\beta} - a_{10}h_\alpha^3\frac{\partial^3}{\partial\alpha^2\partial\beta} - 2a_6(h_\alpha^3)'\frac{\partial^2}{\partial\alpha\,\partial\beta};$$

$$L_{33} = (h_\alpha^3)'\left(\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2} + \nu_\beta\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}\right) + 2(h_\alpha^3)'\left(\frac{\partial^3}{\partial\alpha^3} + a_6\frac{\partial^3}{\partial\alpha\,\partial\beta^2}\right) +$$

$$+h_\alpha^3\left(\frac{\partial^4}{\partial\alpha^4} + 2a_6\frac{\partial^4}{\partial\alpha^2\partial\beta^2} + a_4\frac{\partial^4}{\partial\beta^4}\right) + a_5h_\alpha;$$

$$Z = -a_7\left(a_8\frac{\partial}{\partial\alpha} + a_9\frac{\partial}{\partial t} + \rho h_\alpha\frac{\partial^2}{\partial t^2} + a_{11}\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2} + \Pi_0\right)w; \quad \rho = \rho_0 + \frac{(R^2 - R_0^2)\rho_1}{6Rh},$$

$$a_5 = 12R^2a_4; \quad a_7 = \frac{12R^4(1 - \nu_\alpha\nu_\beta)}{E_\alpha}; \quad a_8 = \frac{\kappa_0p_0\mathrm{M}}{R}; \quad a_9 = \frac{\kappa_0p_0}{c_0} + \varepsilon\rho h_\alpha; \quad a_{11} = \frac{T_\alpha}{2\pi R^3},$$

где L_{ji} — дифференциальные операторы; κ_0, p_0, c_0 — показатель политропы, давление и скорость газа невозмущенного потока; M — число Маха; ρ_0, ρ_1 — массы материалов оболочки и заряда, соответственно; δ_{ji} — символ Кронекера; штрихом обозначена производная по α; ε — коэффициент конструкционного демпфирования; Π_0 — коэффициент постели упругого основания [5]; T_α — осевая сила.

При линейном законе изменения толщину оболочки можно представить в виде

$$h_\alpha = h_0 + \lambda\alpha, \tag{2}$$

где $\lambda = h_1/\alpha_0$; $\alpha_0 = L/R$; h_0 — толщина в начале оболочки; h_1 — превышение толщины оболочки на заднем торце по сравнению с передним; L — длина оболочки.

Решение уравнений (1) будем искать в виде

$$\begin{gathered} u = \cos n\beta \sum_{m=1}^{\infty} A_{1m} e^{\omega t} \cos\gamma_m\alpha; \quad \nu = \sin n\beta \sum_{m=1}^{\infty} A_{2m} e^{\omega t} \sin\gamma_m\alpha; \\ w = \cos n\beta \sum_{m=1}^{\infty} A_{3m} e^{\omega t} \sin\gamma_m\alpha, \ \text{ где } \ \gamma_m = m\pi/\alpha_0; \ \ \omega \ — \text{ комплексная частота.} \end{gathered} \tag{3}$$

Подставляя (3) в (1) с учетом (2) и применяя процедуру Бубнова–Галеркина, получим бесконечную систему алгебраических уравнений

$$\left.\begin{aligned} b_{1k}A_{1k} + \sum_{m=1}^{\infty} b_{1m}A_{1m} + b_{2k}A_{2k} + \sum_{m=1}^{\infty} b_{2m}A_{2m} + b_{3k}A_{3k} + \sum_{m=1}^{\infty} b_{3m}A_{3m} = 0; \\ b_{4k}A_{1k} + \sum_{m=1}^{\infty} b_{4m}A_{1m} + b_{5k}A_{2k} + \sum_{m=1}^{\infty} b_{5m}A_{2m} + b_{6k}A_{3k} + \sum_{m=1}^{\infty} b_{6m}A_{3m} = 0; \\ b_{7k}A_{1k} + \sum_{m=1}^{\infty} b_{7m}A_{1m} + b_{8k}A_{2k} + \sum_{m=1}^{\infty} b_{8m}A_{2m} + b_{9k}A_{3k} + \sum_{m=1}^{\infty} b_{9m}A_{3m} = 0, \\ (k = 1, 2, 3, \ldots) \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

где A_{jk}, A_{jm} — неизвестные постоянные; $b_{ik}, b_{im}, F_i^{(mk)}$ — коэффициенты некоторые из которых имеют вид:

$$b_{1k} = -\alpha_0 h_0(\xi_k^2 + a_1 n^2)/2; \quad b_{1m} = -\lambda\left[(\gamma_m^2 + a_1 n^2)F_1^{(mk)} + \gamma_m F_5^{(mk)}\right];$$

$$b_{9k} = \alpha_0 h_0\left[-6\lambda^2\left(\xi_k^2 + \nu_\beta n^2\right) + h_0^2 C_{2k} + a_5 + a_7\left(a_9\omega/h_0 + \rho\omega^2 - a_{11}\xi_k^2/h_0 + \Pi_к/h_0\right)\right]/2;$$

$$b_{9m} = a_7 a_8 \gamma_m F_6^{(mk)} + \lambda\left[\left(\rho\omega^2 a_7 + 3h_0^2 C_{2m} + a_5\right)F_2^{(mk)} - 6h_0^2 C_{1m}F_6^{(mk)}\right] -$$

$$- \lambda^2 h_0\left[12C_{1m}F_7^{(mk)} - 3C_{2m}F_3^{(mk)}\right] - \lambda^3\left[6\left(\gamma_m^2 + \nu_\beta n^2\right)F_2^{(mk)} + 6C_{1m}F_8^{(mk)} - C_{2m}F_4^{(mk)}\right];$$

$$C_{1m} = \gamma_m\left(\gamma_m^2 + a_6 n^2\right); \quad C_{2m} = \gamma_m^4 + 2a_6\gamma_m^2 n^2 + a_4 n^4; \quad \xi_k = k\pi/\alpha_0;$$

$$F_5^{(mk)} = \begin{cases} 0, & m = k; \\ 0, & m \pm k \text{ — четное}; \\ \dfrac{2\alpha_0}{\pi}\dfrac{m}{m^2 - k^2}, & m \pm k \text{ — нечетное}; \end{cases} \quad F_7^{(mk)} = \begin{cases} -\dfrac{\alpha_0^2}{4k\pi}, & m = k; \\ -\dfrac{\alpha_0^2}{\pi}\dfrac{k}{k^2 - m^2}, & m \pm k \text{ — четное}; \\ \dfrac{\alpha_0^2}{\pi}\dfrac{k}{k^2 - m^2}, & m \pm k \text{ — нечетное}; \end{cases}$$

Редуцируя систему (4) и приравнивая к нулю определитель полученной матрицы, приходим к искомому характеристическому уравнению. Для определения критической скорости используется метод «Полином Лагранжа» в виде [6].

Построены зависимости критической скорости обтекания от угла наклона внешней поверхности, модуля упругости материала цилиндра, а также длины и декремента затухания материала оболочки.

1. *Bakulin V. N.*, *Volkov E. N.*, *Nedbai A. Ya.* Flutter of a Sandwich Cylindrical Shell Supported with Annular Ribs and Loaded with Axial Forces // Doklady Physics. — 2015. — V. 60, No. 8. — P. 360–363.
2. *Bakulin V. N.*, *Bokov M. A.*, *Nedbai A. Ya.* Aeroelastic stability of a cylindrical composite shell at a bilateral flow // Mechanics of Composite Materials. — 2018. — V. 53, No. 6. — P. 801–808.
3. *Bakulin V. N.*, *Konopel'chev M. A.*, *Nedbai A. Ya.* Aeroelastic Stability of a Cylindrical Shell of Linearly Variable Thickness // Doklady Physics. — 2019. — V. 64, No. 9. — P. 360–364.
4. *Соломонов Ю. С.*, *Петрусев В. И.*, *Недбай А. Я.*, *Боков М. А.* Устойчивость цилиндрической оболочки кусочно-переменной толщины в сверхзвуковом потоке газа // ВОТ. — 2019. — Сер. 15. — №4(195). — С. 7–14.
5. *Соломонов Ю. С.*, *Георгиевский В. П.*, *Недбай А. Я.*, *Андрюшин В. А.* Прикладные задачи механики композитных цилиндрических оболочек. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. — 408 с.
6. *Москвин В. Г.* Устойчивость круговой цилиндрической оболочки из линейного вязкоупругого материала в сверхзвуковом потоке газа // Труды 8-й Всес. конф. по теории оболочек и пластин. — М.: Наука, 1962. — С. 527–531.

МЕТОД РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВОЙ ОБРАБОТКЕ МАТЕРИАЛА

Д. Н. Трушников, Е. Л. Кротова, С. С. Стариков, Н. А. Мусихин, С. В. Варушкин, Е. В. Матвеев

ПНИПУ, Пермь, Россия

Настоящая работа посвящена исследованию обратной задачи восстановления поверхности по сигналу тормозного рентгеновского излучения применительно к процессу наплавки валика при аддитивном производстве. Приведено ее решение с использованием итерационного метода восстановления. Численная реализация осуществлена на примере восстановления трех типов симметричных объектов: гауссова поверхность, полусфера, цилиндр.

Ранее авторами было получено решение прямой задачи распределения тормозного рентгеновского излучения при электронно-лучевой наплавке, которое описывается уравнением [1–3]:

$$s(\tau_x, \tau_y) = \int_a^b\int K \cdot j(x - \tau_x, y - \tau_y) \cdot \left[1 + \left[\frac{\partial z(x,y)}{\partial x}\right]^2 + \left[\frac{\partial z(x,y)}{\partial y}\right]^2\right]^{-1/6} dx\, dy.$$

Цель настоящего исследования заключается в решении обратной задачи восстановления первоначальной (заданной) поверхности $z(x, y)$ по известному распределению тормозного рентгеновского излучения.

Восстановление заданной поверхности проводилось по итерационному методу восстановления (ART — Algebraic Reconstruction Technique) [4]. Для численной реализации итерационного метода ART был реализован алгоритм в среде программирования MATLAB. Блок-схема алгоритма представлена на рис. 1.

В качестве первоначального приближения в качестве «модельной поверхности» понималась поверхность в виде двухмерного распределения Гаусса. В ходе реше-

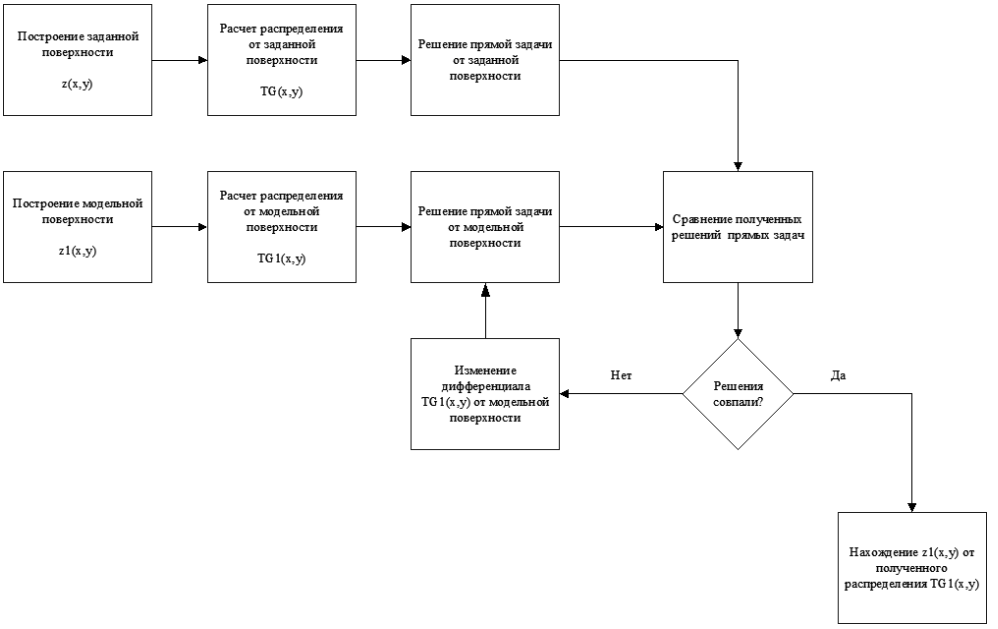
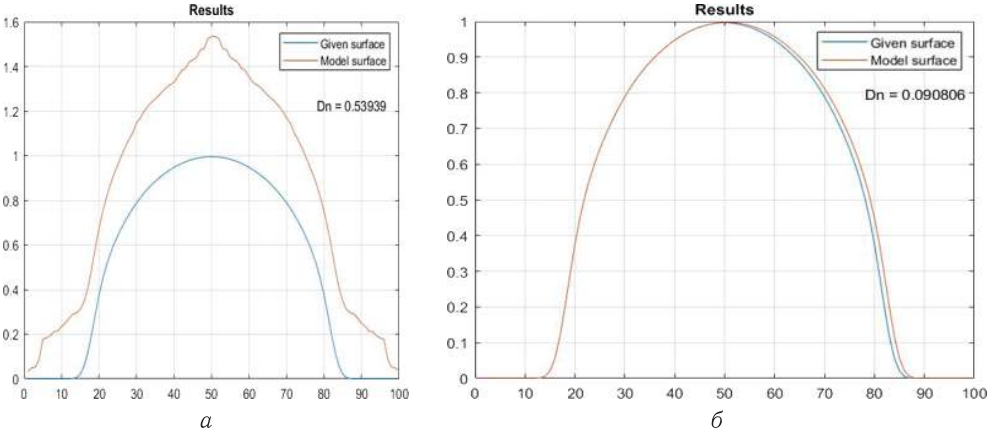


Рис. 1. Блок-схема алгоритма восстановления поверхности

ния обратной задачи восстановления, именно модельная поверхность, а точнее ее дифференциал, изменялся в алгоритме восстановления.

На рис. 2 приведены результаты сравнения заданных поверхностей с численным решением обратной задачи, полученным в результате работы алгоритма на нескольких итерациях для поверхности в виде полусферы.

Корреляция между заданной поверхностью и поверхностью, полученной в результате восстановления, определялась нахождением критерия Колмогорова–Смирнова, который менялся в зависимости от итерации. Рассчитанные коэффициенты Колмогорова–Смирнова для разных поверхностей на всех итерациях представлены в табл. 1.



а *б*

Рис. 2. Результаты восстановления поверхности в виде полусферы: *а* — первая итерация; *б* — третья итерация

Таблица 1

Коэффициенты Колмогорова–Смирнова на разных итерациях

Вид поверхности	Коэффициент Колмогорова–Смирнова		
	Итерация 1	Итерация 2	Итерация 3
Полусфера	0,539	0,093	0,090
Гаусс	0,915	0,100	0,094
Цилиндр	2,159	1,014	1,000

Минимальное значение составило: для полусферы $D_n = 0{,}0908$; для распределения Гаусса $D_n = 0{,}094$; для цилиндра $D_n = 1$, что говорит о хорошем соответствии восстановленных поверхностей с заданными. Полученные результаты могут использоваться для разработки систем оперативного контроля за процессом электронно-лучевой наплавки по известному распределению тормозного рентгеновского излучения, полученному из технологической зоны.

1. Реконструкция формы канала проплавления при электронно-лучевой сварке по параметрам проникающего рентгеновского излучения / Д. Н. Трушников, Л. Н. Кротов, Е. Л. Кротова, Н. А. Мусихин // Дефектоскопия. — 2016(10). — С. 34–41.
2. Зависимость сигнала с датчика тормозного рентгеновского излучения от значений технологических параметров в гибридном аддитивном процессе электронно-лучевой проволочной наплавки / Е. Л. Кротова, С. В. Варушкин, Н. А. Мусихин, К. А. Рожков, Д. Н. Трушников // Дефектоскопия. — 2022. — №7. — С. 29–38.
3. *Trushnikov D. N.* Wire position sensor for controlling the process of electron beam layer-by-layer deposition: Modeling and Verification. — IEEE, 2020. — P. 3134–3142.
4. *Gordon R.*, *Bender R.*, *Herman G. T.* Algebraic reconstruction techniques (ART) for three-dimensional electron microscopy and X-ray photography // J. Theoretical Biology. — 1970. — V. 29. — P. 471–481.
5. *Yoshito Shuto.* Fiber Fuse Phenomenon. — 3rd ed. — Design Egg, Inc. 2021.

РАСЧЕТНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛОВОГО СОСТОЯНИЯ КОНСТРУКЦИИ РАКЕТНОГО ДВИГАТЕЛЯ МАЛОЙ ТЯГИ НА КОМПОНЕНТАХ КИСЛОРОД–МЕТАН*

К. В. Федотова, О. А. Ворожеева, К. Е. Ковалев

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

В работе проведено расчетное исследование теплового состояния конструкции модельной камеры ракетного двигателя малой тяги на компонентах кислород–метан, работающего как в непрерывном, так и в импульсном режимах. Теплофизические параметры продуктов сгорания и величина суммарного теплового потока определены на основе результатов численного моделирования процесса горения с использованием кинетического механизма GRI-Mech 3.0 и модели тонкого фронта пламени (Flamelet) для коэффициента избытка окислителя в диапазоне 0,6–1,2. Расчет нестационарного теплового состояния стенок модельной камеры проведен с использованием метода конечных элементов для различных суммарных времен работы и количеств включений.

*Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ МК-3410.2022.4.

Использование экологически безопасной топливной пары кислород–метан в ракетных двигателях малой тяги (РДМТ) приводит к необходимости разработки новых схем организации рабочего процесса на газообразных компонентах, обеспечивающих высокую степень завершенности его отдельных этапов. Одной из ключевых проблем при создании таких двигательных установок (ДУ) является обеспечение надежной тепловой защиты элементов конструкции, которая достигается за счет импульсного режима работы и грамотного выбора режимных параметров. Способ подачи газообразных компонентов, коэффициент избытка окислителя, частота включений двигателя в импульсном режиме работы оказывают существенное влияние на качество рабочего процесса в камере и на интегральные характеристики РДМТ. Таким образом, знание закономерностей влияния основных режимных параметров на работу ДУ необходимо для максимальной реализации преимуществ топливной пары кислород–метан.

На основании анализа результатов предварительных расчетных и экспериментальных работ [1, 2] выбран оптимальный способ подачи компонентов в камеру сгорания модельного РДМТ на топливе кислород–метан, работающего как в непрерывном, так и импульсном режимах. Для определения теплофизических параметров продуктов сгорания, а также конвективного и лучистого тепловых потоков проведено трехмерное численное моделирование процесса горения газообразных кислорода и метана, основанное на решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса методом контрольного объема. Для замыкания система уравнений дополнена моделью турбулентности k–ω SST и уравнением состояния идеального газа. Для совместного решения задач турбулентного течения и химической кинетики использована модель тонкого фронта пламени (Flamelet). В результате математического моделирования получены поля распределения температуры и концентраций продуктов сгорания в камере сгорания модельного РДМТ. Результаты расчета процесса горения предварительно не перемешанной топливной пары кислород–метан показали, что максимальная температура продуктов сгорания в камере сгорания на 12–14 % ниже теоретической адиабатной температуры, что удовлетворительно совпадает с результатами предварительного экспериментального исследования.

В работе проведены расчеты нестационарной теплопроводности в трехмерной постановке методом конечных элементов при непрерывном и импульсном режимах работы. Рассматривались различные варианты материалов конструкции модельного РДМТ. Показано, что при импульсном режиме работы исследуемой камеры сгорания, выполненной из конструкционной стали, при суммарном времени работы 10 с (20 включений) максимальная температура составляет 660 K.

Разработанная математическая модель расчета горения в камере сгорания РДМТ на предварительно не перемешанных газообразных кислороде и метане, а также методика определения теплового состояния элементов конструкции позволяет проводить многопараметрическое исследование и формулировать рекомендации для создания надежных ДУ данного типа.

1. *Ковалёв К.Е.*, *Федотова К. В.*, *Ворожеева О. А.* Расчетное исследование эффективности системы подачи компонентов в модельном ракетном двигателе малой тяги на кислород–метане // Инженерный журнал: наука и инновации. — 2022. — №10(130). — DOI: 10.18698/2308-6033-2022-10-2217.
2. *Ворожеева О. А.*, *Федотова К. В.*, *Ковалёв К. Е.* Экспериментальное исследование эффективности рабочих процессов в камере ракетного двигателя малой тяги на компонентах кислород–метан // Инженерный журнал: наука и инновации. — 2022. — №11(131). — DOI: 10.18698/2308-6033-2022-11-2228.

РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ОСАЖДЕНИЯ ПРОДУКТОВ ЭРОЗИИ НА СТЕНКИ ГАЗОРАЗРЯДНОЙ КАМЕРЫ ИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

М. В. Черкасова

НИИПМЭ МАИ, Москва, Россия

В рамках современных задач освоения космоса одним из перспективных направлений является исследование и создание ионных двигателей, которые характеризуются простотой конструкции, низкой рабочей температурой, высоким удельным импульсом и длительным сроком эксплуатации. Высокоэффективные источники ускоренных ионов востребованы не только в космической технике, но и в различных наземных технологиях по модификации поверхности изделий. Однако, эрозия ускоряющего электрода ионно-оптической системы двигателя является критическим фактором, ограничивающим срок службы двигателя. С одной стороны разрушение поверхности электрода приводит к ухудшению характеристик вылетающего пучка, с другой стороны распыленный материал оседает внутри газоразрядной камеры, вызывая снижение вводимой в разряд мощности.

В конструкции высокочастотного ионного двигателя ионный пучок извлекается из плазмы разряда и ускоряется при помощи электродной системы, работающей по принципу электростатических линз (рис. 1). Ускоряющий электрод такой системы подвержен эрозии вследствие ионной бомбардировки. Рассматривается задача пространственного распыления поверхности электрода ионами перезарядки, возникающими в объеме первичного пучка, с использованием индикатрисы распыления [1]. Была применена методика расчета пороговой энергии распыления, предложенная в [2]. Распределение вылетающих атомов по энергиям рассмотрено в зависимости от поверхностной энергии связи и угла вылета [3].

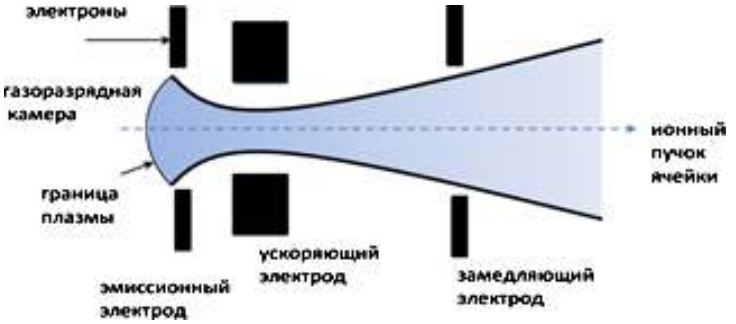


Рис. 1. Принципиальная схема ионно-оптической системы

При моделировании выделяются диапазоны углов вылета распыленных атомов, для которых возможно проникновение в газоразрядную камеру через отверстия эмиссионного электрода. Столкновения распыленных атомов с ионами первичного пучка, изменяющие траектории движения атомов, рассматриваются как парные и упругие. Движение распыленных с поверхности ускоряющего электрода атомов через плазму газоразрядной камеры в первом приближении рассматривалось как бесстолкновительное, также считалось, что все атомы прилипают к поверхности.

На основании разработанной физико-математической модели был выполнен расчет динамики толщины загрязняющего слоя на поверхности газоразрядной камеры ионного двигателя с двухэлектродной ионно-оптической системой [4].

Геометрические параметры электродной системы: диаметр отверстий в эмиссионном электроде $D_{ЭЭ} = 2{,}5$ мм; толщина эмиссионного электрода $h_{ЭЭ} = 0{,}3$ мм; расстояние между эмиссионным и замедляющим электродами $\ell_{Эу} = 0{,}8$ мм; диаметр отверстий в ускоряющем электроде $D_{уЭ} = 1{,}7$ мм; толщина ускоряющего электрода $h_{уЭ} = 1{,}5$ мм. Потенциалы электродов: потенциал эмиссионного электрода $U_{ЭЭ} = +2000$ В; потенциал ускоряющего электрода $U_{уЭ} = -500$ В. Рабочее тело ксенон, эмиссионный электрод изготовлен из титана. Масштаб температуры электронов в расчете принят $T_e = 2{,}45$ эВ. При проведении моделирования концентрация плазмы принята равной $2{,}5 \cdot 10^{17}$ 1/м^3.

В результате моделирования наибольшая скорость эрозии порядка 0,034 мкм/ч была получена для поверхности внутри отверстия ускоряющего электрода. Как раз с этой поверхности распыленные атомы имеют возможность проникнуть внутрь газоразрядной камеры. По размерам реальной конструкции камеры был выполнен расчет для осевого сечения камеры по осаждению загрязняющей примеси атомов титана, распыленных с ускоряющего электрода. Размеры камеры и характер распределения загрязняющего слоя по поверхности камеры показаны на рис. 2.

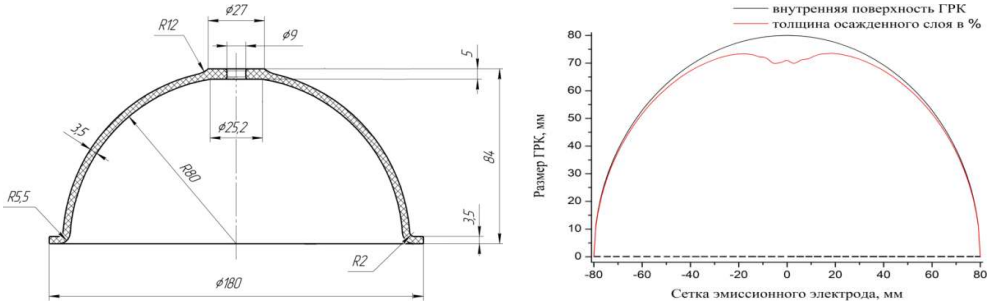


Рис. 2

Толщина загрязняющего слоя на рисунке указана в процентах от максимальной толщины осажденного слоя, поскольку радиус сферической поверхности ГРК много больше толщины, образующегося слоя. Максимальную толщину слоя загрязнения можно оценить в пределах 1–3 мкм после 20 000 ч непрерывного функционирования устройства, что согласуется с результатами измерений [5].

На основании модели создан программный комплекс, позволяющий проводить исследования для различных материалов электродов и формы газоразрядной камеры.

Разработанная физико-математическая модель процессов позволит в дальнейшем создать инженерную методику расчета динамики осаждения распыленного материала на стенки газоразрядной камеры ионного двигателя. Использование подобной методики в перспективе существенно сократит сроки ресурсных испытаний и улучшит качество прогнозирования изменения рабочих характеристик двигателя при длительных сроках службы.

1. *Zhang L., Zhang L. Z.* Anisotropic energy distribution of sputtered atoms induced by low energy heavy ion distribution // Radiation Effects and Defects in Solids. — 2005. — V. 160(8). — P. 337–347. — DOI: 10.1080/10420150500396803.
2. *Yamamura Y., Tawara H.* Energy dependence of ion-induced sputtering yields from monatomic solids at normal incidence // Atomic Data and Nuclear Data Tables. — 1996. — V. 63, is. 2. — P. 149–253. — DOI: 10.1006/ADND.1996.0005.
3. *Lieberman M. A., Lichtenberg A. J.* Principles of Plasma Discharges and Materials Processing. — 2 ed. — John Wiley & Sons, 2005. — 757 p.

4. *Черкасова М. В.* Подходы к моделированию процесса осаждения продуктов эрозии на стенки газоразрядной камеры ионного двигателя // Труды МАИ. — 2022. — №124. — DOI: 10.34759/trd-2022-124-08.
5. *Satori S., Kuninaka H.* Experimental Investigation of Carbon Contamination inside Discharge Chamber of Ion Thruster // Journal of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences. — 1999. — V. 46. — P. 648–650. — DOI: 10.2322/JJSASS1969.46.648.

О МОДЕЛИРОВАНИИ СУБКОЛЕБАНИЙ ПРОВОДОВ РАСЩЕПЛЕННЫХ ФАЗ ВОЗДУШНЫХ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ*

***Р. А. Шавня*[1], *Н. Н. Курдюмов*[1], *А. Н. Данилин*[1], *В. А. Фельдштейн*[2]**

[1]*ИПриМ РАН, Москва, Россия;* [2]*ЦНИИМаш, Королев, Московская обл., Россия*

Различают эолову вибрацию, пляску (галопирование) и субколебания проводов воздушных линий электропередачи (ВЛЭ). В работе рассматриваются субколебания расщепленных фаз ВЛЭ, которые стали вводить в эксплуатацию в 30–40 годы прошлого столетия. При устойчивом ветре, дующем поперек трассы ВЛЭ, один провод располагается в аэродинамическом (спутном) следе другого, как показано на рис. 1.

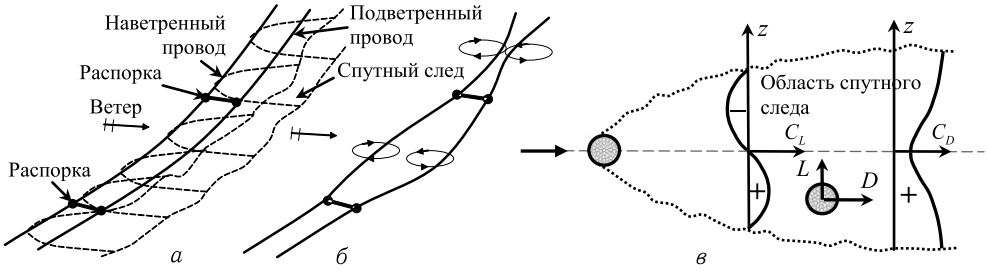


Рис. 1. Субколебания проводов двухфазной линии: *а* — подветренный провод в спутном следе от наветренного; *б* — пример индуцированных спутным следом колебаний; *в* — характер распределений аэродинамических коэффициентов по сечениям спутного следа

Изменения аэродинамической подъемной силы и силы лобового сопротивления, воздействующие на подветренный провод, приводят к зарождению и развитию автоколебательного процесса. В процесс колебаний втягивается и наветренный провод из-за наличия дистанционных внутрифазных распорок.

Рассматривается система из двух проводов, связанных дистанционными распорками в виде жестких стержней. На провода воздействует ветровой поток так, что один провод находится в аэродинамическом (спутном) следе другого, что приводит к возникновению автоколебательного процесса. Следовая связь между проводами моделируется с помощью модифицированной теории Симпсона с использованием эмпирических данных Блевинса и Прайса.

Дифференциальные уравнения колебаний выводятся на основе принципа возможных перемещений в обобщенных координатах с учетом нелинейностей упругих и инерционных сил, а также аэродинамических сил в спутном следе. Для дискретизации по пространственным координатам используется метод конечных элементов.

*Работа выполнена при поддержке гранта РНФ №22-19-00678.

Сила натяжения и продольная деформация провода считается в пределах элемента постоянными величинами. Зависимость деформации от поперечных перемещений определяется квадратичным приближением. Для получения конечных выражений для аэродинамических сил используются полиномиальные аппроксимации экспериментальных данных, а также линеаризация выражений для этих сил, записанных в локальных (элементных) координатах.

Для аппроксимации локальных перемещений в пределах конечного элемента используется метод Ритца с выбором линейных и тригонометрических функций в качестве базисных, позволяющий с различной степенью «детализации» описывать колебания в заданных частотных диапазонах.

Описанный подход позволяет определить критические характеристики возникающего автоколебательного процесса — частоту колебаний и скорость ветра.

1. *Blevins R. D.* Flow-Induced Vibration. — N-Y.: Van Nostrand Reinhold, 1990.
2. *Diana G.*, *Gasparetto M.*, *DiGiacomo G.*, *Nicolini P.* Analytical method for computing subspan oscillation // IEEE Conference Paper. — 1974. — C74 493 3.
3. EPRI Transmission line reference book: wind-induced conductor motion. — Palo Alto, CA: Electrical Power Research Institute, 1979. — 255 p.
4. EPRI Transmission line reference book. Wind-induced Conductor motion. — Electric Power Research Institute: Final Report. — November 2006.
5. *Danilin A.*, *Kurdyumov N.*, *Shavnya R.* Wake-Induced Oscillations of Two Bundle Conductors Connected at Intervals by Spacers // AIP Conference Proceedings. — 2021. — V. 2343. — 120005.
6. *Шавня Р. А.*, *Курдюмов Н. Н.*, *Данилин А. Н.* О моделировании субколебаний проводов воздушных ЛЭП // Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред. Сборник трудов 11-й Всероссийской научной конференции с международным участием. Москва, 23–25 ноября 2021 г. — М.: ООО «Сам Полиграфист», 2021. — С. 158–168.

Секция I **ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В АЭРОКОСМИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ**

СОВРЕМЕННЫЙ УЧЕБНЫЙ ПЛАН

А. И. Волков[1]***, В. Н. Лукин***[2,3]***, Л. Н. Чернышов***[2,4]

[1]*МТУСИ, Москва, Россия;* [2]*МАИ, Москва, Россия;* [3]*МГППУ, Москва, Россия;*
[4]*Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва, Россия*

Традиционно в университетах образовательные программы строятся так, чтобы студенты на младших курсах изучали больше фундаментальных дисциплин, а на старших — практических дисциплин. Однако некоторые специалисты утверждают, что студенты, не понимая, зачем нужна та или иная дисциплина на практике, не стремятся ее изучать. В результате эффективность образования падает. Так возникла идея «перевернутого» учебного плана: насыщение начальных стадий обучения практическими дисциплинами, а теоретические переносятся, в основном, на старшие курсы. По замыслу, получение практических навыков на младших курсах должно заинтересовать студентов в учебе и стремлении к фундаментальным знаниям на старших [1, 2].

Среди преподавателей вузов есть приверженцы такого подхода, но большинство относится к нему осторожно или негативно. Возможно, это очередной, последний, посыл болонской системы, с «достоинствами» которой все уже хорошо знакомы.

Рассмотрим возражения. Студенты младших курсов, получившие начальные навыки по специальности, не будут заинтересованы в освоении теории на старших курсах. Скорее, они вначале не будут напрягаться в учебе, но у них создастся иллюзия приобретения серьезные знаний и навыков. Они не привыкнут к постоянному освоению теории. Поэтому и далее они не смогут добывать профессиональные знания, многие из них, считая начальные навыки достаточными, устроятся на работу, а учебе будут уделять все меньше внимания. В конце концов, они либо сами уйдут из вуза, либо их отчислят. В результате снизится и количество, и качество выпускников. Их профессиональный рост в дальнейшем станет практически невозможным. Особенно сильно это скажется на специальностях, связанных с информационными технологиями.

Далее, увидев, что на младших курсах они приобрели «серьезные» профессиональные знания и навыки без особых усилий, большого желания изучать сложные фундаментальные дисциплины они не проявят. В результате у них сложится мнение, что вуз не так организует их подготовку. И престиж вуза в их глазах будет падать.

Есть менее радикальный вариант учебного плана: вместо перемещения фундаментальных дисциплин на старшие курсы растягивать их на весь период обучения, а на свободное место поставить прикладные. Вроде бы компромиссный вариант, но фрагментарное обучение и редкие встречи с преподавателем приводят к тому, что студентам придется тратить больше времени на подготовку к занятиям. Тем более что современные студенты обычно не способны длительно держать в памяти и анализировать такой объем сложной информации без закрепления.

Приверженцы концепции «перевернутого» учебного плана предлагают заметно уменьшить и количество лекций в учебной программе, порой указывается снижение объема лекций до 10–5% от общего числа аудиторных занятий [1]. Обоснование: в век развития информационных технологий преподаватели могут выложить учебные материалы на доступные ресурсы. А студентам предлагается самостоятельно искать информацию в интернете. Но далеко не каждый студент, особенно младших курсов, будет добросовестно изучать теоретический материал. С самостоятельным поиском информации также не все в порядке. Студентам необходимо, во-первых, знать, что конкретно искать, а во-вторых, четко сформулировать поисковый запрос. В большом количестве информации нужно отфильтровать нужные материалы от ненужных, а неподходящей информации будет больше. Студенты, не прослушавшие лекции, с такой задачей не справятся: нужно знать, что искать, об этом студент должен хотя бы услышать на лекции.

Таким образом, сокращение лекционных занятий приведет к снижению знаний студентов: они будут «натаскиваться» на выполнение действий по заданному алгоритму без понимания, зачем это нужно. И образовательный уровень студентов высоким не будет.

При перевернутом учебном плане «изюминка» болонской системы: возможность перевода студентов в другие вузы или на другие направления подготовки — исчезнет. Дело в том, что на младшие курсы будут выноситься дисциплины, не совпадающие даже на разных направлениях и профилях одного вуза, тем более в разных вузах. В программную разницу потребуется выносить слишком много дисциплин, что станет препятствием для перевода. Для возможности переводов следует, наоборот, по возможности унифицировать изучаемые на младших курсах дисциплины. Поэтому разумнее унифицировать наборы обязательных компетенций на следующих уровнях:

— на уровне подготовки (бакалавриат, специалитет, магистратура);

— на уровне укрупненных групп специальностей и направлений (УГСН);

— на уровне направления подготовки или специальности.

На верхнем уровне эту работу выполняет комиссия минобрнауки, на двух нижних работу могут взять на себя федеральные учебно-методические объединения (ФУМО). Они могут определить и рекомендуемые дисциплины для формирования наборов компетенций. Для конкретной программы вуз сможет формировать дополнительные наборы компетенций.

Нужен не перевернутый план, а максимальное приближение фундаментальных дисциплин к практике: примеры на лекциях, подбор тематики практических заданий, чтобы они стали действительно практическими. Студенты должны понимать, где можно применить фундаментальные знания, умения и навыки. В период становления советского высшего и среднего технического образования был именно такой подход, он и позволил в предвоенное десятилетие вывести страну в число лидеров мировой экономики.

Для формирования прикладных заданий преподавателям фундаментальных дисциплин потребуется контакт со специальными и выпускающими кафедрами. Это повысит квалификацию всех участников: одни смогут повысить фундаментальную, другие — прикладную направленность работ. Так сформируется интерес студентов младших курсов к изучению профессиональных и фундаментальных дисциплин и повысится эффективность учебного процесса.

Следует приветствовать и активное применение проектного обучения. Однако количество проектов должно быть не более двух в год. Они могут выполняться в рамках одной или нескольких дисциплин. Тематика их должна усложняться,

а сами проекты должны подводить студента к выполнению дипломного проекта. Демонстрацию и защиту семестровых проектов целесообразно проводить публично, это научит студентов ясно выражать свою мысль, что сыграет свою роль при защите дипломного проекта [3].

Если мы хотим получать качественных специалистов в количестве, необходимом для устойчивого развития страны, стиль преподавания необходимо менять. Полумеры типа «перевернутого плана» приведут только к окончательной деградации высшего образования, и тогда о технологическом прорыве можно забыть. Вернуть советскую систему мы не в силах, но хотя бы постараемся сделать из вуза не ПТУ, а связку «грамотный бакалавр—эффективный магистр», что соответствовало бы связке «техникум–вуз».

1. *Филиппович А. Ю.* «Мы были первыми, кто предложил новую модель организации учебного процесса, которая строится на «перевернутом» учебном плане» // Системный администратор. — 2019. — Вып. №03 (196). — URL: https://samag.ru/archive/article/3833.
2. *Савицкая Н.* Онлайн-магистратура и перевернутый учебный план // Независимая газета. — 09.11.2022. — URL: https://www.ng.ru/education/2022-11-09/8_8585_online.html.
3. *Волков А. И.* Методические вопросы организации дипломного проектирования // Совершенствование IT-специалистов по направлению «Прикладная информатика» для инновационной экономики: сборник статей научно-методической конференции (2 декабря 2014 г.). — М.: МЭСИ, 2015. — С. 22–26.

ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ НАУКА КАК ВАЖНЕЙШИЙ ФАКТОР, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЙ РАЗВИТИЕ АЭРОКОСМИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ

А. Ю. Гаврилова, М. Е. Кули-заде

МАИ, Москва, Россия

Аэрокосмическая отрасль является одной из самых высокотехнологичных и инновационных отраслей промышленности. И ее развитие невозможно без подготовки кадров высокой квалификации.

Фундаментальная подготовка является основой формирования профессиональных качеств специалиста: способности к анализу, проектированию, научным исследованиям и умениям применять знания на практике в профессиональной деятельности.

Учебный процесс в техническом вузе регламентируется определенными требованиями к блоку естественнонаучных дисциплин, куда входит и физика. Это требование государства к обязательному минимуму содержания дисциплины, которое в определенной степени гарантирует его состоятельность и его образовательную безопасность [1, 2].

Физика — базовая дисциплина, научная база, на которой должна основываться общетехническая подготовка специалистов нашей отрасли. Понимание технических устройств, технологий, грамотное использование техники невозможно без знания физики. Эти знания — залог успеха в профессиональной деятельности. Физика нужна студентам всех направлений подготовки аэрокосмической отрасли. Мы должны обучать заинтересованных людей, которые готовы старательно учиться и потом работать по специальности, достигая высоких результатов. Набирая студентов на первый курс, мы сначала даем им большой объем фундаментальных знаний, помогаем им определиться с выбором профессии. Студенты на высоком

уровне обучаются математике, физике, информатике, также добавляются специальные предметы, для каждой специализации они разные.

Однако введение многоуровневого высшего профессионального образования привело к изменению самой структуры предметной подготовки студентов. В работе [3] обсуждался объем информации, которую должны освоить студенты при изучении курса физики в техническом вузе. На количественном уровне показано, что предлагаемый объем информации совершенно не соответствует количеству часов, которое отводится для изучения курса физики. В настоящее время уменьшение объема числа на физику необоснованно велико. Дело в том, реальные часы на изучение каждой дисциплины определяются учебными планами, которые составляют выпускающие кафедры.

Фактическая картина сокращения курса физики в нашем вузе такова. Сейчас мы имеем три программы:

1. Двухсеместровый курс общей физики + один семестр спецглавы физики. Количество часов: лекции — 32/32/24, семинары — 28/24/14, лабораторные работы — 12/12/12.

2. Двухсеместровый курс общей физики, начинающийся с 01 сентября. Количество часов: лекции — 32/32, семинары — 28/24, лабораторные работы — 16/16.

3. Двухсеместровый курс общей физики, начинающийся с 01 февраля. Количество часов: лекции — 32/32, семинары — 28/24, лабораторные работы — 16/16.

Основные выводы таковы.

• В рамках реализации образовательных программ естественно-научной и математической направленности основой для формирования фундаментальных знаний обучающихся являются фундаментальные науки. В настоящее время существенным является сохранение концептуального ядра фундаментальных дисциплин. Это означает, что в технический вуз надо возвращать полноценный курс физики.

• Организация самостоятельной работы студентов должна осуществляется под руководством преподавателя.

• Информатизация общества, внедрение компьютерных технологий открывают новые возможности для модернизации и повышения качества преподавания физики, физическое образование является неотъемлемой частью подготовки современных специалистов по всем направлениям аэрокосмической отрасли.

• Для того, чтобы студенты технических вузов качественно осваивали основы фундаментальных наук, существует много возможностей построения учебного процесса. Это может быть как внедрение новых программ, так и модульное построение изучения фундаментальных дисциплин, когда сначала всем студентам начитываются базовые дисциплины, а далее для каждой специализации определяется свой набор спецкурсов.

• Полезно использование дистанционного обучения, неоспоримым достоинством которого является: доступность, экономичность, актуальность знаний, возможность выбора индивидуального или группового обучения, широкие коммуникации для связи с преподавателями и т. п. [4, 5].

• Необходимо совершенствование профессиональных компетенций преподавателей.

1. *Ефремова Н. А.*, *Рудковская В. Ф.*, *Витюк Е. С.* О некоторых проблемах обучения физике в вузе // Современные наукоемкие технологии. — 2016. — №8-1. — С. 116–120.
2. *Боровков А. И.*, *Марусева В. М.*, *Рябов Ю. А.*, *Щербина Л. А.* Глобальные тренды в инженерном образовании // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Гуманитарные и общественные науки. — 2018. — Т. 9, №2.
3. *Гончар И. И.*, *Чушнякова М. В.*, *Крохин С. Н.* Преподавание физики студентам инженерных специальностей: объем информации и количество часов // Вестник Омского университета. — 2018. — Т. 23, №2. — С. 73–79.

4. *Гаврилова А. Ю.*, *Кули-заде М. Е.*, *Скороход Е. П.* Физика для студентов, зачисленных в институт с экзаменом по информатике // Материалы Международной школы-семинара «Физика в системе Высшего и среднего образования». — М.: Изд-во МАИ, 2016.
5. *Кули-заде М. Е.*, *Скороход Е. П.* Использование электронных методических пособий // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 566–569.

О СОВЕРШЕНСТВОВАНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ АВИАКОСМИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ В ЗАДАЧАХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НА ПРИМЕРЕ ДЕМОНСТРАЦИОННОЙ МИССИИ ПРИ СОЗДАНИИ И ЭКСПЛУАТАЦИИ КА «JACKAL»

В. И. Гончаренко, А. В. Рожнов

ИПУ РАН, Москва, Россия

Представлены характерные моменты системной интеграции направлений научно-прикладной деятельности в контексте задач технологического прогнозирования и некоторых локальных тенденций развития проблемной области создания и эксплуатации аэрокосмической техники, дальнейшего совершенствования образовательных технологий в авиакосмической отрасли в целом. Предлагаются к общему рассмотрению отдельные особенности ряда вопросов технологического прогнозирования на примере предполагаемой миссии демонстрации возможностей при создании и эксплуатации космических аппаратов «*Jackal*»; а в ходе доклада будут указаны патентоспособные иллюстративные материалы.

Интенсивно развивающийся в настоящее время коммерческий космический рынок развертывания конструкций *космических аппаратов* (КА) с высокой степенью риска задает пул задач поиска новых возможностей в целях мониторинга и исследования аномалий их эксплуатации. И, как следует из ранее заявленных релизов [1], в числе прочих — компания «*True Anomaly*, *Inc.*» (*Колорадо-Спрингс*), изначально основанная как стартап в 2022 г., стремится предоставлять так называемые решения в области безопасности и устойчивого развития для космоса. Так, в частности, в одной из заявок «*True Anomaly*» была запрошена экспериментальная лицензия для своей демонстрационной миссии, в рамках которой излагаются намерения запустить два *космических аппарата* (КА) «*Jackal*» (см. иллюстрации на рис. 1) для демонстрации операций сближения в космосе ([space-to-space] *Rendezvous Proximity Operations*, RPO). Эта миссия рассматривается, прежде всего, как средство проверки возможностей защиты критически важной космической инфраструктуры и будущих миссий США в космической сфере [RPO/NEI]. При этом, правительство США намерено извлечь существенную выгоду в повышении уровня технологической готовности (*Technology Readiness Level*, TRL) технологий космической разведки, наблюдения и рекогносцировки ([space-based] Intelligence, Surveillance, and Reconnaissance, ISR), осведомленности о космической области (Space Domain Awareness, SDA) и концепции операций/эксплуатации (Concept of Operations, CONOPS), а также некоторые другие [1].

Для демонстрации возможностей полезной нагрузки КА «*Jackal*» (масса $\sim$ 300 кг) будут выведены на орбиту высотой $\sim$ 550 км и будут маневрировать на расстоянии около 1 км друг от друга. Запуск этой миссии запланирован на октябрь 2023 г.

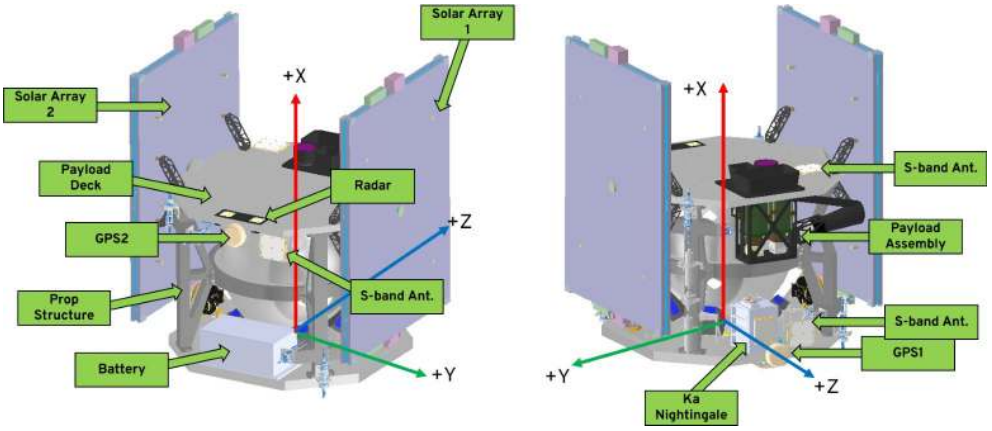


Рис. 1. Схематическое изображение КА «*Jackal*» (True Anomaly Demo-1 Mission Description, URL: https://forum.nasaspaceflight.com/)

посредством РН «*Transporter 9*» компании «*SpaceX*» с мыса Канаверал, штат Флорида (США). Для операций КА «*Jackal*», включая сход с орбиты, было предложено следующее оснащение: системы контроля ориентации; по двенадцать гидразиновых двигателей; убираемые во время запуска солнечные батареи (по два крыла у каждой с двумя панелями одинакового размера); радиостанция «*Цезий Астро Найтингейл*» (восходящей и нисходящей линий связи с двумя патч-антеннами S-диапазона для обеспечения функций служебного обеспечения и контроля характеристик (TT&C), а также перекрестной линией S-диапазона для межспутниковой связи и одной фазированной антенной решеткой Ka-диапазона для передачи данных миссии по нисходящей линии связи [везде правая круговая поляризация]). В первоисточнике [1] также приведены сведения об использовании полос частот КА «*Jackal*»; нисходящие линии связи Ka-диапазона будут приниматься на 7,3-метровой земной станции «Viasat» Ka-диапазона, расположенной на Аляске, а восходящие линии связи S-диапазона будут передаваться с 5,4-метровой антенны «Viasat» в Джорджии; нисходящие линии связи S-диапазона будут поддерживаться за пределами США в сети «Viasat ES». В КА «*Jackal*» также будет использоваться радар для измерения точной относительной дальности до другого КА «*Jackal*» по мере их сближения до расстояния 1 км или менее (в диапазоне 15,4–16,6 ГГц). И, если эти измерения дальности ожиданиям разработчиков соответствовать не будут, при этом разработчиками сообщается, что планируемые миссии RPO могут быть прерваны.

Итак, в ходе доклада будут представлены наиболее интересные моменты системной интеграции научно-прикладной деятельности в общем контексте задач технологического прогнозирования и тенденций развития проблем создания и эксплуатации аэрокосмической техники, совершенствования образовательных технологий в авиакосмической отрасли [2–9].

1. True Anomaly Demo-1 Mission Description, 2023. — URL: `https://forum.nasaspaceflight.com/`.
2. *Сигов А. С.*, *Гудов Г. Н.*, *Рожнов А. В.*, *Нечаев В. В.*, *Лобанов И. А.* Эволюция управления сетецентричным взаимодействием в контексте «Mosaic Warfare» и формирование виртуальной семантической среды // Материалы МКПУ-2019: в 4 т. — Р-нД: ЮФУ, 2019. — С. 144–147. — EDN: VCDBUW.

3. *Кривоножко В. Е.*, *Лычев А. В.*, *Рожнов А. В.* Многоаспектное моделирование сложных объектов при обосновании управленческих решений // Решетневские чтения. — Красноярск: СибГУ, 2022. — Ч. 2. — С. 440–442. — EDN: WBOGFN.
4. *Гончаренко В. И.*, *Рожнов А. В.*, *Теплов Г. И.* Планирование и координация маршрутов полета беспилотных авиационных систем в интересах организации и оценки качества систем подвижной связи // DCCN-2018. — М.: РУДН, 2018. — С. 220–229. — EDN: YRFCCD.
5. *Рожнов А. В.* Некоторые тенденции совершенствования кибернетических возможностей космических систем… // МКПУ-2022: Управление в аэрокосмических системах (УАКС-2022). — СПб: АО "Концерн "ЦНИИ «Электроприбор»", 2022. — С. 84–86. — EDN: TBJRRX.
6. *Гойденко В. К.*, *Рожнов А. В.* О прецеденте применения автономного режима наведения БАС «STM Каргу-2» // Перспективные системы и задачи управления. — Таганрог, 2022. — С. 187–192. — EDN: NGZHVY.
7. *Рожнов А. В.* Некоторые вопросы и особенности системной интеграции направлений научной деятельности в контексте технологического прогнозирования…// ЦОС и ее применение — DSPA-2023 (Москва, 29–31 марта 2023 г.). — М.: ИПУ РАН, 2023. — (в печати).
8. *Лобанов И. А.*, *Рожнов А. В.* Интеллектуализация средств ухода от конфликтов при переключении РУ ЛА с применением языкового формализма «схем радикалов» в предметной области «Smart Intelligent Aircraft Structure» // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016.. — М.: МАИ (НИУ), 2016. — С. 439–441. — EDN: UUVLCC.
9. *Коржевский А. С.*, *Гончаренко В. И.*, *Рожнов А. В.*, *Копылов И. А. и др.* Прогнозируемые вызовы и угрозы национальной безопасности РФ и направления их нейтрализации / Под общ. ред. А. С. Коржевского. Изд. ВА ГШ ВС РФ. — М.: РГГУ, 2021. — 562 с. — EDN: MGKWUQ.

НАСТАВНИЧЕСТВО КАК ФОРМА СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПОДГОТОВКИ КАДРОВ

Ф. В. Гречников, А. С. Клентак, Л. С. Клентак

Самарский университет, Самара, Россия

В Самарской области созданы все условия для интеграции науки, высшего образования и производства. Создан и успешно функционирует НОЦ мирового уровня «Инженерия будущего», активным участником которого является научная школа автора статьи академика РАН Ф. В. Гречникова «Металлофизика и механика материалов и процессов деформирования», объединяющая кафедры обработки металлов давлением (ОМД), технологии металлов и авиационного материаловедения (ТМиАМ) Самарского национального исследовательского университета имени академика С. П. Королева (Самарский университет) и отдел металлофизики и авиационных материалов Самарского федерального исследовательского центра РАН (СамНЦ РАН) [1].

В 2023 г., объявленном Президентом РФ В. В. Путиным «Годом педагога и наставника» в регионе реализуется проект «Команда наставников Самарской области», куда вошли академики РАН, член-корреспонденты РАН, профессора ведущих вузов Самарской области, академических структур и производства, а именно: Самарского государственного медицинского университета, Самарского университета,

Самарского государственного социально-педагогического университета, Самарского федерального исследовательского центра РАН, Самарского филиала Физического института им. П. Н. Лебедева РАН, а также акционерного общества «Ракетно-космический центр «Прогресс» [2].

Губернатор Самарской области Д. И. Азаров также отмечает, что «на современном этапе развития страны наставничество может и должно сыграть ключевую роль в подготовке кадров, в обеспечении опережающего развития в целом» [2].

Рассмотрим как развивается наставничество этой научной школы в рамках кафедры ОМД Самарского университета, где работают 37 человек, в том числе 10 профессоров, 11 доцентов и 2 ассистента и 14 человек инженерного и учебно-вспомогательного персонала. В рамках кафедры функционируют две научные лаборатории НИЛ-37 (пластического деформирования специальных материалов) и НИЛ-41 (прогрессивных технологических процессов пластического деформирования).

В НИЛ-37 разрабатываются теоретические основы и технологии прокатки алюминиевых сплавов с заданными параметрами структуры, механических свойств и показателями анизотропии, а также новые процессы формообразования изделий из листовых материалов для авиастроения (процессы вытяжки, обтяжки, инкрементального формообразования и т. д.).

В НИЛ-41 разрабатываются магнитно-импульсные установки и технологии производства изделий для авиационной техники методами МИОМ.

Лаборатории оснащены современным научным деформирующим оборудованием, средствами измерений и контроля и лабораторными установками, в том числе изготовленными на собственной базе. Особо следует отметить прокатный стан производства Германии, установка для инкрементального формообразования изделий авиационной техники, МИУ, гидропрессы, инструментальные микроскопы и др.

Практически каждый профессор кафедры имеет аспирантов или докторантов на кафедре ОМД или кафедре технологии металлов и авиационного материаловедения, являясь по существу для большинства из них наставниками.

Наставник по Ожегову — «Учитель и воспитатель, руководитель» [3]. В толковом словаре Ефремовой понятие трактуется как «Руководитель, учитель», в толковом словаре Ушакова трактовка такая же только изменен порядок следования: «Учитель, руководитель». В толковом словаре Кузнецовой наставник выступает в роли «Воспитателя, учителя» [3]. На наш взгляд, понятие «Наставник» по Ожегову наиболее отражает суть. Хотелось бы только добавить, что это еще и высококвалифицированный специалист.

Так, например, под руководством заведующего кафедрой ОМД защищены 17 кандидатских и 10 докторских диссертационных работ. Однако лишь для ряда учеников он стал настоящим наставником: воспитал и вырастил своего заместителя Я. А. Ерисова от студента до доктора наук и профессора кафедры ОМД; от студента до доктора наук, доцента кафедры ОМД, главного прокатчика Самарского металлургического завода В. Ю. Арышенского; доцента и заведующего кафедрой ТМиАМ доктора наук Е. А. Носову, заведующего лабораторией этой кафедры доктора наук, доцента Е. В. Арышенского; Генерального директора КуМАПО к.т.н. Б. С. Малышева, профессора кафедры ОМД д.т.н. В. А. Михеева. Под руководством и при консультировании наставника Ф. В. Гречникова ими были написаны и защищены кандидатские и докторские диссертации. Аналогично под наставничеством профессора д.т.н. И. П. Попова проводила исследования Е. Г. Демьяненко. Ими совместно были определены цели и задачи исследований, проявлен творческий, индивидуальный подход. Результатом явились защищенная кандидатская и спустя годы докторская диссертации. И. П. Попов стал наставником и

для братьев Николенко — доцента к.т.н. Константина и инженера кафедры к.т.н. Кирилла. Методическую роль в организации и ведении наставничества выполняет на кафедре профессор д.т.н. В. Р. Каргин.

Преемственность и традиции наставничества на кафедре имеют глубокие корни. У автора статьи, который прошел путь от студента Куйбышевского авиационного института (КуАИ) до академика РАН по Отделению ОХНМ тоже были наставники, которым он благодарен. Это и заведующий кафедрой ОМД профессор д.т.н. Ю. М. Арышенский, профессор ОМД к.т.н. В. В. Уваров, ректор КуАИ академик РАН профессор В. П. Шорин. Все они не только учили, воспитывали и руководили научными успехами автора, но и принимали активное участие в формировании его как личности, доверяя решение масштабных задач и вовремя давая совет, оказывая поддержку. Команда наставников, сложившаяся на кафедре ОМД передает опыт и традиции молодым ученым. Уже и профессор Я. А. Ерисов стал наставником для аспирантов и инженеров кафедры — В. А. Разживина и И. Н. Петрова и заведующего учебными лаборатория ОМД А. О. Кузина.

Наставников кафедры характеризуют не только научные успехи учеников. Все они квалифицированные специалисты, профессионалы своего дела, готовые дать совет, рекомендации в любой жизненной ситуации и, конечно, в научном поиске. В целом, наставничество в рамках интеграции вузовской и академической науки является дополнительным инструментом совершенствования образовательного процесса, развития и повышения уровня и результативности научных исследований [4].

1. *Ерисов Я. А.*, *Клентак А. С.*, *Клентак Л. С.* Путь к научному успеху через исследования // Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (AMMAI'2022), 4–13 сентября 2022 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ. 2022. — С. 459–460.
2. В Самарской области реализуется информационно-просветительская кампания «Команда наставников Самарской области». — URL: `https://www.samregion.ru/press_center/news/v-samarskoj-oblasti-reaizuetsya-informaczionno-prosvetitelskaya-kampaniya` (дата обращения: 13.03.2023).
3. Толковый словарь Ожегова. — URL: https://slovariki.org/tolkovyj-clovar-ozegova/18112 (дата обращения: 14.03.2023).
4. *Гречников Ф. В.*, *Каргин В. Р.* Основы научных исследований: учебное пособие. — Самара: Изд-во СГАУ, 2015. — 111 с.

ОБУЧЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКИМ НАВЫКАМ В ВУЗЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «БАЗЫ ДАННЫХ». АНАЛИЗ И ПЕРСПЕКТИВЫ

В. В. Киндинова, Е. В. Кузнецова

МАИ, Москва, Россия

В настоящее время наблюдается рост популярности профессий, связанных с базами данных. Исследования рынка труда в IT-секторе показывают как возрастающий средний уровень заработных плат специалистов по базам данных, так и увеличивающийся спрос на них. Особенно эта тенденция усилилась с развитием направления Big Data. Поэтому актуальными являются вопросы: как обучать студентов базам данных, какие программные продукты выбирать для обучения основам работы с базами данных.

Уже четверть века дисциплина «Базы данных» преподается в институте «Компьютерные науки и прикладная математика» МАИ студентам в течение пятого семестра обучения. Теоретическая часть дисциплины, посвященная главным образом реляционной теории баз данных, отражена в учебном пособии [1]. Для иллюстрации основных положений теории предусмотрены восемь четырехчасовых лабораторных работ, для выработки практических навыков работы с базой данных предусмотрено курсовое проектирование.

До 2022 г. инфологическое проектирование базы данных по выбранной тематике выполнялось студентами первоначально с применением функционального и предметного подходов, затем с применением ER-подхода и с использованием CASE-средства автоматизированного проектирования баз данных ErWin. Для создания, заполнения баз данных, решения задач по составлению запросов на выборку и изменение данных в базе, а также для разработки интерфейсов применялась СУБД Visual Foxpro 9.0, выбранная как пример реляционной СУБД [2, 3].

Для лучшего понимания реальной применимости полученных знаний во второй половине семестра выполнялись курсовые проекты бригадами по 2–4 человек также с применением СУБД Visual FoxPro 9.0. Процесс выполнения курсового проекта был организован в виде связанных, последовательных блоков, соответствующих процессу производства ПО: от постановки задачи и разработки технического задания на проектирование и реализацию базы данных, до создания законченного приложения. По возможности в процесс вовлекались заинтересованные работодатели.

Применявшийся подход обучения базам данных демонстрировал неплохие результаты. Однако, с течением времени обнаружились следующие проблемы.

СУБД Visual Foxpro (VFP) — объектно-ориентированная реляционная СУБД, включающая объектно-ориентированный язык программирования для разработки приложений баз данных и систему построения отчетов, известна с 1984 г. Основное преимущество VFP перед остальными СУБД заключается в мощной языковой поддержке VFP, позволяющей создавать различные программные приложения автономно без привлечения других языков. В настоящее время VFP принадлежит корпорацией Microsoft и работает на платформе Windows. Последняя версия VFP 9.0 используется по сей день, но с 2015 г. не поддерживается правообладателем.

Case-средство ErWin предназначено для проектирования и документирования баз данных, известно с 1993 г. Является коммерческим дорогостоящим хорошо защищенным программным продуктом. Применение таких «устаревших» программных продуктов по мнению критиков снижает мотивацию студентов.

В работе проанализированы проблемы, подробно исследованы возможности и перспективы применения альтернативного программного обеспечения в учебном процессе, опыт других вузов. Далее приведены краткие выводы.

СУБД Microsoft Access — реляционная СУБД, входит в пакет Microsoft Office, имеет развитый графический пользовательский интерфейс, инструменты разработки программного обеспечения, широкий спектр функций, имеет встроенный язык VBA для разработки приложений. Поскольку обладает невысокой производительностью, имеет недостаточные средства защиты данных, является платным продуктом, хранит данные в своем собственном формате, работает только на платформе Windows, вряд ли может конкурировать с СУБД Visual Foxpro.

СУБД MySQL — реляционная СУБД корпорации Oracle, распространяемая как свободное программное обеспечение. Отличается гибкостью, легкостью, удобна для малых и средних приложений. MySQL помимо Microsoft Windows работает на большинстве платформ Unix. Однако не рекомендуется для больших объемов информации, плохо поддерживает стандарт SQL.

СУБД PostgreSQL — свободная объектно-реляционная СУБД, существующая в реализациях как для Microsoft Windows, так и для множества UNIX-подобных платформ. Поддерживает многие из возможностей стандарта SQL. Достоинствами PostgreSQL считаются: высокопроизводительные и надежные механизмы транзакций и репликации; расширяемая система встроенных языков программирования; наследование; возможность индексирования геометрических (в частности, географических) объектов; встроенная поддержка слабоструктурированных данных в формате JSON (JavaScript Object Notation) с возможностью их индексации и др.

Бесплатные СУБД MySQL и PostgreSQL не имеют графического пользовательского интерфейса, предполагают предварительное знакомство учащихся с SQL. Задачи визуализации и предварительного ознакомления с SQL в этом случае можно решать с привлечением бесплатных сервисов для разработки баз данных, как, например WWW SQL Designer, DbDesigner, Quik DBD и др., онлайн-компиляторов SQL как, например, SQL Fiddle, DB-Fiddle и т. п. Такие онлайн-сервисы и онлайн-компиляторы позволяют пользователям создавать проекты баз данных с использованием графического интерфейса (создавать отношения, схемы), генерировать код SQL, сохранять, загружать и экспортировать свои проекты, а также писать и тестировать SQL-запросы, для различных СУБД, включая MySQL и PostgreSQL.

СУБД MySQL и PostgreSQL по популярности, количеству вакансий на рынке труда, являются в настоящее время наиболее привлекательными для студентов. Хотя СУБД Visual Foxpro 9.0 хорошо себя зарекомендовала и продолжает активно использоваться разработчиками, при обучении дисциплине «Базы данных. Начальный курс» применение открытого современного программного обеспечения имеет значение, что подтверждает опыт преподавания в других вузах.

1. *Лукин В. Н.* Введение в проектирование баз данных: учеб. пособие. — 2-е изд. — М.: Вузовская книга, 2014. — 144 с.
2. *Киндинова В. В.*, *Кузнецова Е. В.*, *Кринецкий Е. О.* Обучение дисциплине «Базы данных». Вопросы формирования практических навыков // Материалы XIII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАI'2020), 6–13 сентября 2020 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2020. — С. 735–737.
3. *Киндинова В. В.*, *Кузнецова Е. В.* Проблемы и результаты обучения дисциплине «Базы данных» в удаленном режиме. // Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021), 4–13 сентября 2021 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 653–654.

РАЗРАБОТКА ВЕБ-СЕРВИСОВ И ПРИЛОЖЕНИЙ

С. В. Кузнецова

МАИ, Москва, Россия

Классическое монолитное приложение обычно имеет стандартную структуру Интерфейс → Бизнес-логика → Данные. В современном мире все больше и больше набирает популярность (с 2010 г. и далее) микросервисная архитектура приложений. Данный подход позволяет разъединять приложение на небольшие части и

производить их разработку независимо. Студентам, изучающим объектно-ориентированное программирование с использованием C# и инструментальные средства разработки прикладных программным систем [1] полезно познакомиться с этим подходом в рамках курсового проектирования.

Веб-служба, веб-сервис (*web service*) — идентифицируемая уникальным URL-адресом программная система со стандартизированными интерфейсами. Веб-сервисы могут взаимодействовать друг с другом и со сторонними приложениями посредством сообщений, основанных на определенных SOAP и соглашениях REST. Веб-сервис является единицей модульности при использовании микросервисной архитектуры приложения.

Микросервисная архитектура (*micro service architecture*) — это подход проектирования приложения, при котором единое приложение строится как набор небольших сервисов, каждый из которых работает в собственном процессе и коммуницирует с остальными, используя легковесные механизмы, как правило, HTTP. Эти сервисы построены вокруг бизнес-потребностей и развертываются независимо с использованием полностью автоматизированной среды. Существует абсолютный минимум централизованного управления этими сервисами. Сами по себе эти сервисы могут быть написаны на разных языках программирования и использовать разные технологии хранения данных.

Микросервисы (*micro servises*) — это архитектурный шаблон. Все сервисы в этом шаблоне:

1. *Маленькие*. Сервис не должен требовать множества людей для разработки. Одна команда может разрабатывать несколько сервисов.

2. *Сфокусированные*. Один сервис — одна задача.

3. Слабосвязанные. Изменения в одном сервисе не влияют на другой.

4. *Высокосогласованные*. Компонент или класс создается с учетом всех методов решения бизнес-задачи.

Микросервисы отталкиваются от бизнес-логики. Один сервис должен решать одну задачу и эти задачи определяются частями ответственности приложения. Например, могут существовать разные сервисы для команд, работающих в рамках одного проекта (допустим, онлайн-магазина).

Когда применяется. Обычно микросервисная архитектура применяется как один из вариантов масштабирования приложения. Всего таких вариантов может быть три:

Sharding («разбиение» или просто «шардинг») — данные и инструменты для доступа к ним размещаются на разных узлах.

Mirroring (создание зеркал) — дублирование всех данных по множеству одинаковых узлов.

Собственно, микросервисы — функциональность разбита по бизнес-задачам, каждый сервис может быть создан своими средствами разработки.

Плюсы и минусы микросервисов. Микросервисный подход проектирования приложений — не лучший выбор и не худший, а один из существующих. Решать, строить ли приложение из множества несвязанных частей, нужно, учитывая плюсы и минусы этого подхода.

Положительные стороны.

Четкое деление по модулям. Всегда будет понятно, как работает та или иная часть кода. Просто добавлять новые функции.

Высокая доступность. Если какая-то часть монолита сломается — сломается все приложение. С микросервисами иначе: сервисы могут работать не все (не критические, вроде авторизации), но приложение при этом останется доступным.

Разнообразные технологии. При разработке каждого сервиса можно выбирать инструменты, которые лучше всего подойдут для конкретной бизнес-логики в этом сервисе. Например, выбрать оптимальную базу данных и удобные инструменты для работы с ней. Микросервисная архитектура также позволяет попробовать какую-то новую технологию на отдельном сервисе, не переписывая при этом все приложение.

Относительная простота развертывания. Каждый сервис поднимается самостоятельно, что делает процесс развертывания и отладки более чистым.

Недостатки.

Сложность разработки. Если нужно быстрое решение (прототип, небольшое приложение, сжатые сроки), то микросервисы не подойдут. Скорость разработки — высокая плата за доступность и модульность.

Сложность поддержки. Каждый микросервис нуждается в отдельном обслуживании, поэтому нужен постоянный автоматический мониторинг.

Именно вдохновляясь этими идеями и концепциями и возник такой язык программирования как Go, что еще раз доказывает что данный подход изменил концепцию современной разработки.

Микросервисное приложение может быть написано с использованием разных языков программирования. Наиболее популярными языками программирования являются:

• C#, JS, Python, Java. К тому же довольно быстро набирает популярность язык программирования Go.

• Python — высокоуровневый язык программирования общего назначения, ориентированный на повышение производительности разработчика и читаемости кода.

Синтаксис ядра Python минималистичен. В то же время стандартная библиотека включает большой объем полезных функций. Эталонной реализацией Python является интерпретатор CPython, поддерживающий большинство активно используемых платформ. Он распространяется под свободной лицензией Python Software Foundation License, позволяющей использовать его без ограничений в любых приложениях. Для построения web-сервисов для Python существуют много фреймворков, например:

• dJango — большой и объемный фреймворк для построения сложных web-сервисов. В нем есть все: и поддержка MVC паттерна и ORM DB клиент.

• Flask — его противоположность. Фреймворк для написания web-сервисов, выполняющих одну или несколько функций. Его можно использовать, например, для оборачивания нейронных сетей и ML алгоритмов в него и вызова нужных функций по RestApi.

• aiohttp — это уже не такой популярный фреймворк. Фреймворк очень молодой и активно развивается. Он вдохновлен Go-стилем и основное его преимущество это асинхронность и скорость работы. Он очень быстрый, однако, требует некоторого умения многопоточного программирования, поэтому не так прост как flask.

Основная цель — в рамках выполнения курсовых проектов показать студентам и предложить попробовать процесс создания микросервисного приложения, предоставив возможность ощутить процесс разработки такого приложения с использованием разных технологий. Дать входные точки и направления для дальнейшего изучения той или иной технологии.

1. *Кузнецова С. В.* Демонстрация в учебном процессе новых технологий. NET в разрезе создания сайтов, веб-сервисов и приложений // Материалы XIII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАІ'2020), 6–13 сентября 2020 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2020. — С. 737–740.

МОБИЛЬНЫЙ КОМПОНЕНТ ДЛЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С ЭЛЕКТРОННЫМИ СИСТЕМАМИ ВУЗА

И. И. Лебедев, Ю. Б. Чечиков, В. Е. Секретарев

МАИ, Москва, Россия

Развитие образовательных технологий становится все более актуальным и необходимым в различных сферах, включая аэрокосмическую отрасль. В этом контексте разработанный мобильный компонент для взаимодействия с электронными системами вуза на базе Telegram-бота является эффективным инструментом в организации образовательного процесса в учебных заведениях. Разработка данного бота была обусловлена следующим рядом проблем:

1) отсутствие единой платформы с офлайн расписанием под разные устройства;

2) преподаватель не может напрямую на сайте института посмотреть свое расписание;

3) сайт учебного заведения часто не работает;

4) неудобство пользовательского интерфейса;

5) ограниченность функционала WEB-версии.

Использование современных информационных технологий и формата .ics обеспечивает максимальное удобство при использовании бота и повышает его надежность и отказоустойчивость.

Данный формат отображается не только на компьютерах, но и на мобильных устройствах, таких как смартфоны и умные часы. Это делает использование бота удобным и доступным для студентов и преподавателей в любое время и в любом месте. Формат .ics является универсальным и поддерживается большинством календарных приложений. Это позволяет студентам быстро и легко добавлять занятия в свой календарь, оптимизировать время и не пропускать важные учебные мероприятия. Аналогичная возможность доступна и для преподавателей, которые могут получать расписание своих занятий в формате .ics и добавлять его в свои календари для эффективного планирования работы. Для удобства доступна автоматическая рассылка расписания в 12:00 каждое воскресенье.

Кроме того, бот предоставляет возможность поиска свободных аудиторий в кампусе. Эта функция может быть полезна для студентов и преподавателей, которые хотят быстро найти подходящее место для дополнительных занятий или работы в свободное время. Особенно полезна она будет для людей, чье состояние здоровья не позволяет проводить занятия в учебном помещении по расписанию и кому тяжело подниматься по лестнице.

Дополнительной функцией бота является возможность оставлять отзывы на преподавателей. Студенты могут оценивать качество преподавания и оставлять отзывы, что помогает другим обучающимся выбирать лучших преподавателей для своих учебных целей. Отзывы также помогают преподавателям улучшить свои навыки преподавания и повысить качество образования.

Также данный сервис предоставляет удобную возможность получения карты кампуса. Это особенно актуально для новых студентов, которым необходимо быстро ориентироваться на территории института и пользоваться его услугами.

Стоит отдельно отметить такое свойство сервиса, как децентрализованность и полная изолированность от внутренних служб института. Получившаяся система является набором микросервисов, каждый из которых не зависит от других. В случаях сбоя это дает повышенную устойчивость, так как при отказе одной

подсистемы другие продолжать работать в штатном режиме. Актуализация расписания происходит каждый день в три часа ночи, когда, согласно статистике, идет наименьший поток запросов. Таким образом, утром каждого дня у студентов и преподавателей есть свежее расписание. В случае сбоя со стороны института будут использоваться файлы, которые загрузились днем ранее.

В целом, данный сервис является удобным инструментом для студентов и сотрудников института, которые хотят быстро и эффективно получать информацию и пользоваться услугами института. Он помогает сэкономить время и средства, а также повышает комфортность и безопасность обучения и работы в институте, что оценили более 1200 пользователей, среди которых студенты и преподаватели.

ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ПРОБЛЕМЫ СОЗДАНИЯ КАТАЛОГА ДАННЫХ

В. В. Лукин

ЦБ РФ, Москва, Россия

В современных условиях экспоненциального увеличения объема данных проблема управления данными и их утилизации становится особенно важной. Для специалистов предметной области проблемы, связанные с организацией данных (модель, структура, безопасность, доступ), неизвестны. А специалисты сферы информационных технологий (ИТ) воспринимают предметную область как частный случай реализации модели каталога данных [1]. К сожалению, решение о создании каталога данных и о том, каким он будет, принимают именно они. Если пользователями каталога данных будут аналитики, это не критично, но если он ориентирован на специалистов предметной области, такие решения оказываются слишком тяжеловесными, и возникает множество проблем с их внедрением [2]. Каталог данных позволяет решать задачи, связанные с управлением данными, поэтому содержит несколько слоев представлений (проекций) для разных потребителей: специалистов по «большим данным», специалистов предметной области, аналитиков, разработчиков, архитекторов информационных систем, создателей систем искусственного интеллекта и т. п. [3]. Что положить в основу базовой модели? Какая должна быть эта основа? Большинство ссылок на термин «Каталог данных» относится к выбору автоматизированной системы для его организации, проблемам внедрения, архитектуры, функционалу каталога и т. п. Это очень важные проблемы для реализации, но они не должны быть превалирующими, это технические вопросы, следствие особенностей данных в конкретной предметной области и именно предметная область определяет все характеристики данных: объем, обработка, требования к безопасности, связанность данных, необходимость их дублирования (при пополнении и обработке), востребованность, доступ к данным, отношение к внешним сервисам данных, требования к хранению и утилизации и т. п. Однако при проектировании каталога, его структуризации и наполнении, учет потребности специалистов предметной области чаще всего только декларируется. Это следствие того, что вначале появляются данные, а потом возникает потребность в их упорядочивании. В какой-то момент к менеджерам приходит осознание того, что в команде нет специалистов, способных более или менее точно сказать, что, где и как хранится, какие данные необходимы, а от каких нужно избавиться. Что требуется перенести в очередную новую информационную систему, а что нужно «похоронить за плинтусом» (предпосылки создания каталога данных наглядно иллюстрирует очерк [4]).

При разработке каталога данных исходим из концепции, что «абсолютного оружия» в управлении данными не существует. Когда появляется информация об «уникальном решении», самое оптимистичное считать, что эта уникальность соответствует конкретной точечной реализации, ну или на худой конец для ограниченной модели предметной области.

Мы не предлагаем ничего нового, кроме подхода к решению проблемы. Первое, исходим из того, что у нас уже есть некоторое количество информационных систем, хранилищ данных, витрин данных, в том числе, множество описаний этих витрин. Можно долго говорить, почему они несовершенны, но суть этого несовершенства (если возникла потребность в каталоге данных) одна — нет единого понимания того, какие данные у нас есть и как ими управлять. Второе, мы не получим абсолютного инструмента, но можем сосредоточиться на решении наиболее актуальных частных проблем. Третье, перед тем, как приступать к созданию решения, нужно определить, какую пользу мы получим. В минимальном приближении она может определяться совокупной выгодой от решения частных проблем. Если она достаточно высока, есть необходимость в создании единого каталога. Необходимо, как и в любом рисковом проекте, правильно подойти к планированию ресурсов на создание и сопровождение каталога данных. Важно определить, каким образом будет поступать информация в каталог, как она будет обновляться. Четвертое, начать нужно с моделирования предметной области в форме фрактальной модели. Определяется список направлений бизнеса и их связей для каждого направления с использованием графовой модели, где узел графа — предметная область, ребра — связи между предметными областями. Каждая из них может быть также разбита на подобласти, поэтому вершина графа может представлять собой подобный граф. Детализация вершины проводится до некоторого конечного объекта концепции. Концепции — конечные слои представления логической модели. Отдельно создается хронологическая модель данных в различных концептуальных слоях (например, одним из слоев может быть хронология внедрения информационных систем). Когда эта верхнеуровневая модель создана, связи определены основа каталога задана, можно приступать к созданию набора частных независимых решений (инкрементный подход), т. е. для каждого узла графа строится своя модель каталога, для группы подобных вершин используется одна модель. Для каждого инкремента можно использовать свой набор представлений.

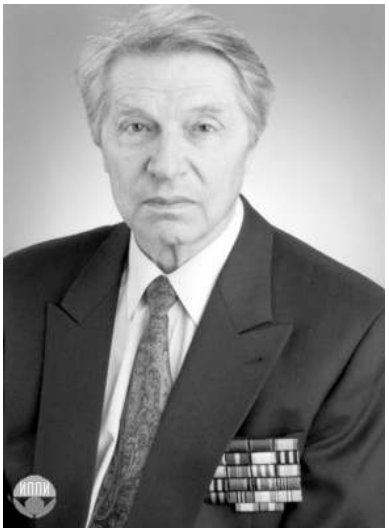
1. What is a Data catalog. IBM [Электрон. ресурс]. — URL: `https://www.ibm.com/topics/data-catalog`.
2. *Василюк Н.* Как мы выбирали Каталог данных и в итоге оставили все как есть [Электронный ресурс]. — URL: `https://habr.com/ru/companies/lamoda/articles/551092/`.
3. Зачем цифровому бизнесу нужен Каталог данных? [Электронный ресурс]. — URL: `https://cio.osp.ru/articles/180120-Zachem-tsifrovomu-biznesu-nuzhen-katalog-dannyh`.
4. Знакомьтесь, Data Detective — Каталог данных от «Тинькофф» [Электронный ресурс]. — URL: `https://vc.ru/tinkoff/519101-znakomtes-data-detective-katalog-dannyh-ot-tinkoff`.

К 100-ЛЕТНЕМУ ЮБИЛЕЮ Г.Г. ЧЁРНОГО (22.01.1923–06.11.2012)

В. Н. Бакулин

ИПриМ РАН, Москва, Россия

Горимир Горимирович Чёрный — выдающийся советский и российский ученый-механик в области газовой динамики и аэродинамики больших скоростей. Член-корреспондент с 29 июня.1962 г. — Отделение технических наук (механика), Академик АН СССР с 29 декабря.1981 г. — Отделение механики и процессов управления (теоретическая и прикладная механика, машиностроение и машиноведение). Основатель научных школ по гиперзвуковой аэродинамике, теории горения и детонации, физико-химической газовой динамике и магнитной гидродинамике.



Под его руководством защищено свыше 30 кандидатских диссертаций, среди его учеников 15 докторов наук, член-корреспонденты и академики РАН (в частности Г. А. Любимов, А. Н. Крайко, В. А. Левин, В. П. Мясников). Его монографии «Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью», «Газовая динамика», «Избранные труды» стали настольными книгами для нескольких поколений российских ученых-механиков.

Академик Г. Г. Чёрный — лауреат Государственных премий СССР (1972 г., 1978 г., 1991 г.) и Российской Федерации (2002 г.), премии Совета Министров СССР (1985 г.), премии им. М. В. Ломоносова (МГУ, 1965 г.). Награжден премией и золотой медалью им. Н. Е. Жуковского (АН СССР, 1959 г., 2006 г.), медалью им. С. А. Чаплыгина (АН СССР, 1976 г.), премией и медалью им. Л. И. Седова. В 2005 г. удостоен Российской независимой премии «Триумф» [1]. Его трудовая деятельность отмечена орденами Трудового Красного Знамени, Дружбы Народов, «Знак Почета», «Орден Почета», золотой медалью ВДНХ.

За участие в Великой Отечественной войне он награжден орденами Славы III степени, Красной Звезды, Отечественной войны I и II степеней, медалями «За отвагу», «За оборону Москвы», «За взятие Кенигсберга», «За взятие Берлина», «За победу над Германией» [1].

Г. Г. Чёрный 5 июля 1941 г., окончив первый курс мехмата МГУ, стал артиллеристом 8-й Краснопресненской дивизии народного ополчения и в начале октября 1941 г. оказался на фронте. Познав горечь поражений и потерь боевых товарищей, пройдя два окружения под Вязьмой, плен (с побегами), пережив ранения и допросы в «Смерше», Г. Г. Чёрный вернулся в действующую армию, участвовал в операции «Багратион» (Белоруссия, 1944 г.), штурмах Кенигсберга и Берлина и освобождении Праги. Закончил войну сержантом [2].

Вернувшись в МГУ осенью 1945 г., Г. Г. Чёрный в 1949 г. окончил кафедру гидромеханики под руководством Леонида Ивановича Седова, который тогда же был заместителем начальника «Центрального института авиационного моторостроения (ЦИАМ) им. П. И. Баранова» по науке. Только благодаря ему выпускник, направленный из-за пребывания в немецком плену учителем в сибирскую глушь,

был принят на работу в ЦИАМ. Через 3 года по инициативе Л. И. Седова в ЦИАМ была создана лаборатория «Газовой динамики», начальником которой был назначен 29-летний инженер Г. Г. Чёрный. Он оставался им 18 лет. В ЦИАМ на здании «Лаборатории Чёрного» в 2014 г. установлена мемориальная доска [2].

С 1953 г. Г. Г. Чёрный — кандидат технических наук (тема диссертации «Некоторые вопросы теории воздушно-реактивных двигателей»). С 1957 г. — доктор физико-математических наук (тема диссертации «Ламинарные движения жидкости и газа в пограничном слое с поверхностью разрыва»). С 1960 г. — член Ученого совета МГУ. Свою педагогическую деятельность Г. Г. Чёрный начал в 1951 г. в Московском физико-техническом институте (МФТИ), где он, по просьбе М. В. Келдыша, сначала заменил его на первых лекциях по газовой динамике, а затем и прочитал этот курс до конца. В 1957–1963 гг. Г. Г. Чёрный заведовал кафедрой газовой динамики и горения МФТИ. С 1954 г. он преподавал в МГУ, где работал на кафедре гидромеханики мехмата МГУ (1954–1992 гг.): сначала в должности ассистента, затем доцента, а с 1958 г. — профессора этой кафедры. В 1954–1955 гг. он читал студентам кафедры курс «Движение с большими сверхзвуковыми скоростями», а затем основной курс лекций по гидромеханике, специальный курс гидродинамики, курс газовой динамики для студентов 4-го курса.

После кончины в 1987 г. академика Г. И. Петрова весной 1988 г. Г. Г. Чёрный стал заведующим кафедрой аэромеханики и газовой динамики мехмата МГУ и руководил ею вплоть до своей смерти.

В 1960 г. Г. Г. Чёрный стал директором годом ранее созданного Института механики МГУ и руководил им вплоть до 1992 г.; за это время институт превратился в один из крупнейших российских научно-исследовательских центров. С 1992 г. был советником дирекции данного института, затем главным научным сотрудником.

Г. Г. Чёрный внес огромный вклад в решение важнейших научных проблем, связанных с воздушно-реактивными и ракетными двигателями, летательными аппаратами, оптимальными аэродинамическими формами, горением и детонацией, пространственными и нестационарными течениями (включая гиперзвуковые), сильными разрывами в разных средах, проблемами плавления и разрушения тел. Его результаты опубликованы в многочисленных статьях, в получивших мировое признание монографиях: Чёрный Г. Г. «Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью» (М.: Физматгиз, 1959, 220 с., переведена в США); Чёрный Г. Г. «Газовая динамика» (М.: Наука, 1988, 424 с.), в уникальных ретроспективных сборниках: «Газовая динамика. Избранное» (М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005, 2-е изд., Т. 1, 720 с. и Т. 2, 752 с.), «Механика жидкости и газа. Избранное» (М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003, 752 с.) и в «их 4-м томе» — Чёрный Г. Г. «Избранные труды» (М.: Наука, 2009, 759 с.). Последний содержит и самый полный список публикаций Г. Г. Чёрного. К 80-летнему юбилею Горимира Горимировича список его работ опубликован в журнале «Прикладная математика и механика» (2003, т. 67, вып. 1, с. 7–14) [3]. В Институте механики МГУ под его руководством многие годы проходил семинар по течениям газа, включая течения со сложными физико-химическими процессами.

Г. Г. Чёрный считал неприемлемым современное положение отечественной науки и предлагаемые способы ее развития. Особенно это касалось механики из-за возникшей тенденция умаления ее основополагающей роли. В своих выступлениях и статьях Г.Г. Чёрный подчеркивал, что развитию механики человечество обязано своими важнейшими достижениями, что участие ученых-механиков в советском ядерном и аэрокосмическом проектах во многом определило их успех, и что внедрение в научные и практические приложения нано — и биотехнологий невозможно без привлечения методов механики.



В 1972 г. Г. Г. Черный стал заместителем председателя Национального комитета по теоретической и прикладной механике СССР (председатели Н. И. Мусхелишвили (1957–1976 гг.), М. А. Лаврентьев (1976–1980 гг.) и И. Ф. Образцов (1981–1995 гг.)). С 1995 по 2011 гг. Г. Г. Чёрный возглавлял национальный комитет. Г. Г. Чёрный четверть века был главным редактором журнала «Механика жидкости и газа» (Известия АН СССР и РАН) и членом редколлегий ведущих научных изданий. Он был председателем Научного совета РАН по механике жидкости, газа и плазмы, членом Научного совета РАН по горению.

Широкую известность получила автобиографическая книга Г. Г. Черного, которую он писал, в том числе, и на наших конференциях в ОУЦ «Алушта», став первым и единственным участником наших конференций, принятым в Союз писателей России. Огромное влияние на судьбу Горимира Горимировича оказала Великая Отечественная война. «Это короткое время — всего четыре года — наполнено событиями и переживаниями, с которыми не может сравниться все, что было со мной в моей уже долгой жизни до войны и после нее», — написано в заключительной книге его воспоминаний об этом времени: Чёрный Г. Г. «Военные годы» (СПб.: «Любавич», 2010, 570 с.). Книга включает дневниковые записи, которые Г. Г. Чёрный вел в последний год войны, отрывки из писем родным в то же время, а также современный комментарий (в том числе, политико-философского характера) к этим материалам, затрагивающий довоенное и послевоенное время. Дневниковые записи и письма не редактировались, оставаясь свидетельствами того времени. Это позволило сполна почувствовать мироощущение молодого человека-солдата, его страдания и надежды, взаимоотношения с окружающими. Поражает искренность автора — он открыт читателю полностью. Книга написана прекрасным языком. Отзывы на нее разных групп читателей (участников войны, профессионалов-литераторов, ученых, простых людей) полны благодарности [2].

Столетию со дня рождения Г. Г. Чёрного был посвящен Всероссийский научный симпозиум по проблемам аэромеханики и газовой динамики, прошедший в Инсти-



туте механики МГУ в январе этого года. Начался симпозиум открытием мемориальной доски Горимиру Горимировичу в холле второго этажа Института. Также столетию со дня рождения Г. Г. Чёрного посвящена Всероссийская конференция молодых ученых-механиков (YSM-2023), которая будет проводиться с 4 по 14 сентября 2023 г., а также ряд научных мероприятий, в том числе и наша XXIII Международная конференция по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2023).

Научная деятельность академика Г. Г. Чёрного была обширна и многогранна. Когда появилась необходимость обсуждения вычислительных методов, а затем и прикладных программных комплексов в различных направлениях механики, академик Г. Г. Чёрный поддержал идею проведения у нас в МАИ таких конференций и в дальнейшем принимал в них активное участие, а затем стал по нашему предложению сопредседателем оргкомитета (вместе с И. Г. Горячевой и У. Г. Пирумовым), которым был до последних своих дней. Также Г. Г. Чёрный был сопредседателем оргкомитета (вместе с В. А. Левиным и У. Г. Пирумовым) другой нашей Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (с 2018 г. — Международная конференция по Прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли). Наша конференция была последним научным мероприятием, в котором Г. Г. Чёрный принял очное участие. Общение с Горимир Горимировичем стало ценным опытом для всех участников наших конференций, многие из которых защитили кандидатские и докторские диссертации, стали членами-корреспондентами и академиками РАН.

1. Слово о вечно новой механике. К 100-летию со дня рождения академика Г. Г. Чёрного (1923–2012) / Г. Г. Чёрный. — М.: Изд-во Московского университета, 2023. — 48 с.
2. К 100-летнему юбилею Горимира Горимировича Чёрного // Изв. РАН. МЖГ. — 2023. — №3. — С. 3–5.
3. Горимир Горимирович Чёрный. Некролог // ПММ. — 2013. — Т. 77. — Вып. 1. — С. 171–173.

СПИСОК ОРГАНИЗАЦИЙ

Middle East Technical University, Ankara, Türkiye

АО "«Корпорация «Московский институт теплотехники»" (АО "Корпорация «МИТ»"), Москва, Россия

АО «Государственный научно-исследовательский институт приборостроения» (АО «ГосНИИП»), Москва, Россия

АО «Опытное конструкторское бюро машиностроения им. И. И. Африкантова» (АО «ОКБМ Африкантов»), Нижний Новгород, Россия

Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д. Ф. Устинова (БГТУ «Военмех»), Санкт-Петербург, Россия

Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта (БФУ им. И. Канта), Калининград, Россия

Брянский государственный технический университет (БГТУ), Брянск, Россия

Бурятский государственный университет имени Доржи Банзарова (БГУ), Улан–Удэ, Россия

Бухарский инженерно-технологический институт (БухИТИ), Бухара, Узбекистан

Бухарский институт управления природными ресурсами, Бухара, Узбекистан

Бухарское отделение института математики им. В. И. Романовского Академии наук Республики Узбекистан (БО ИМ АН Р Уз), Бухара, Узбекистан

Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (ВУНЦ ВВС «ВВА»), Воронеж, Россия

Волгоградский государственный технический университет (ВолгГТУ), Волгоград, Россия

Воронежский государственный технический университет (ВГТУ), Воронеж, Россия

Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н. Л. Духова (ВНИИА им. Н. Л. Духова), Москва, Россия

Вычислительный центр Дальневосточного отделения Российской академии наук Хабаровского Федерального исследовательского центра (ВЦ ДВО РАН ХФИЦ), Хабаровск, Россия

Вычислительный центр им. А. А. Дородницына Российской академии наук Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук (ВЦ ФИЦ ИУ РАН), Москва, Россия

Вятский государственный университет (ВятГУ), Киров, Россия

Государственный казенный научно-испытательный полигон авиационных систем имени Л. К. Сафронова (ГкНИПАС имени Л. К. Сафронова), п. Белозерский, Московская обл., Россия

Донской государственный технический университет (ДГТУ), Ростов-на-Дону, Россия

Институт автоматизации проектирования Российской академии наук (ИАП РАН), Москва, Россия

Институт автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения Российской академии наук (ИАПУ ДВО РАН), Владивосток, Россия

Институт геохимии и аналитической химии им. В. И. Вернадского Российской академии наук (ГЕОХИ РАН), Москва, Россия

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева Сибирского отделения Российской академии наук (ИГиЛ СО РАН), Новосибирск, Россия

Институт математики и информатики Северо-Восточного Федерального университета им. М. К. Аммосова (ИМИ СВФУ), Якутск, Россия

Институт машиноведения им. А. А. Благонравова Российской академии наук (ИМАШ РАН), Москва, Россия

Институт машиноведения Уральского отделения Российской академии наук (ИМАШ УрО РАН), Екатеринбург, Россия

Институт механики и машиностроения — обособленное структурное подразделение Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Федеральный исследовательский центр «Казанский научный центр Российской академии наук» (ИММ ФИЦ КазНЦ РАН), Казань, Россия

Институт механики им. Р. Р. Мавлютова — обособленное структурное подразделение Федерального государственного бюджетного научного учреждения УФИЦ РАН (ИМех УФИЦ РАН), Уфа, Россия

Институт механики Национальной академии наук Республики Армения (ИМ НАН РА), Ереван, Армения

Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук (ИМСС УрО РАН), Пермь, Россия

Институт прикладной механики Российской академии наук (ИПриМ РАН), Москва, Россия

Институт проблем машиноведения Российской академии наук (ИПМаш РАН), Санкт-Петербург, Россия

Институт проблем машиностроения Российской академии наук (ИПМ РАН), Нижний Новгород, Россия

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского Российской академии наук (ИПМех РАН), Москва, Россия

Институт проблем нефти и газа ФИЦ «Якутский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук» (ИПНГ ФИЦ «ЯНЦ СО РАН»), Якутск, Россия

Институт проблем передачи информации им. А. А. Харкевича Российской академии наук (ИППИ РАН), Москва, Россия

Институт проблем управления имени В. А. Трапезникова Российской академии наук (ИПУ РАН), Москва, Россия

Институт программных систем им. А. К. Айламазяна Российской академии наук (ИПС РАН), Ярославская обл., Переславский район, с. Веськово, Россия

Институт радиотехнических систем и управления Южного Федерального университета (ИРТСУ ЮФУ), Таганрог, Ростовская обл., Россия

Институт системного анализа Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук (ИСА ФИЦ ИУ РАН), Москва, Россия

Институт системного программирования им. В. П. Иванникова Российской академии наук (ИСП РАН), Москва, Россия

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича Сибирского отделения Российской академии наук (ИТПМ СО РАН), Новосибирск, Россия

Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук (ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН), Черноголовка, Московская обл., Россия

Институт физики прочности и материаловедения Сибирского отделения Российской академии наук (ИФПМ СО РАН), Томск, Россия

Институт физико-технических проблем Севера имени В. П. Ларионова ФИЦ «Якутский научный центр Сибирского Отделения РАН» (ИФТПС ФИЦ «ЯНЦ СО РАН»), Якутск, Россия

Институт энергетики и перспективных технологий Федерального исследовательского центра «Казанский научный центр Российской академии наук» (ИЭПТ ФИЦ КазНЦ РАН), Казань, Россия

Казанский (Приволжский) федеральный университет (КФУ), Казань, Россия

Казанский инновационный университет им. В. Г. Тимирясова (ИЭУП) (ИЭУП), Казань, Россия

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева — КАИ (КНИТУ–КАИ), Казань, Россия

Калининградский государственный технический университет (КГТУ), Калининград, Россия

Комсомольский-на-Амуре государственный университет (КнАГУ), Комсомольск-на-Амуре, Россия

Кубанский государственный университет (КубГУ), Краснодар, Россия

Математический институт им. В. А. Стеклова Российской академии наук (МИАН), Москва, Россия

МИРЭА — Российский технологический университет (РТУ МИРЭА), Москва, Россия

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) (МАИ), Москва, Россия

Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ), Москва, Россия

Московский городской психолого-педагогический университет (МГППУ), Москва, Россия

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана (МГТУ им. Н. Э. Баумана), Москва, Россия

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова (МГУ им. М. В. Ломоносова), Москва, Россия

Московский институт психоанализа (МИП), Москва, Россия

Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ), Москва, Россия

Московский физико-технический институт (государственный университет) (МФТИ), Долгопрудный, Московская обл., Россия

Научно-исследовательский институт механики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова (НИИМ МГУ им. М. В. Ломоносова), Москва, Россия

Научно-исследовательский институт механики Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского (НИИМ ННГУ), Нижний Новгород, Россия

Научно-исследовательский институт прикладной механики и электродинамики Московского авиационного института (национального исследовательского университета) (НИИПМЭ МАИ), Москва, Россия

Национальный исследовательский Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского (СГУ), Саратов, Россия

Национальный исследовательский Томский государственный университет (ТГУ), Томск, Россия

Национальный исследовательский Томский политехнический университет (ТПУ), Томск, Россия

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ), Москва, Россия

Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт» (НИЦ «Курчатовский институт»), Москва, Россия

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» (НИЯУ МИФИ), Москва, Россия

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского (ННГУ), Нижний Новгород, Россия

Объединенный институт высоких температур Российской академии наук (ОИВТ РАН), Москва, Россия

ООО «Ресерч Дата Лаб», Москва, Россия

ООО «ЭКОГИБЕНТ», Москва, Россия

Ордена Трудового Красного Знамени Институт нефтехимического синтеза им. А. В. Топчиева Российской академии наук (ИНХС РАН), Москва, Россия

Орловский государственный университет имени И. С. Тургенева (ОГУ им. И. С. Тургенева), Орел, Россия

ПАО «Корпорация «Иркут», Москва, Россия

Пермский государственный национальный исследовательский университет (ПГНИУ), Пермь, Россия

Пермский национальный исследовательский политехнический университет (ПНИПУ), Пермь, Россия

Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С. П. Королева (РКК «Энергия»), Королев, Московская обл., Россия

Российский университет дружбы народов (РУДН), Москва, Россия

Российский университет транспорта (РУТ (МИИТ)), Москва, Россия

Российский федеральный ядерный центр — Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики (РФЯЦ–ВНИИЭФ), Саров, Россия

Российский экономический университет им. Г. В. Плеханова (РЭУ им. Г. В. Плеханова), Москва, Россия

Самарский государственный технический университет (СамГТУ), Самара, Россия

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королева (Самарский университет), Самара, Россия

Санкт-Петербургский Военно-морской политехнический институт ВУНЦ ВМФ ВМА (СПб ВМПИ ВУНЦ ВМФ ВМА), Санкт-Петербург, Россия

Санкт-Петербургский горный университет (СПГУ), Санкт-Петербург, Россия

Санкт-Петербургский государственный университет (СПбГУ), Санкт-Петербург, Россия

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ), Санкт-Петербург, Россия

Снежинский физико-технический институт НИЯУ МИФИ (СФТИ НИЯУ МИФИ), Челябинская обл., Снежинск, Россия

Ташкентский химико-технологический институт (ТХТИ), Ташкент, Узбекистан

Тихоокеанский государственный университет (ТОГУ), Хабаровск, Россия

Тюменский индустриальный университет (ТИУ), Тюмень, Россия

Уральский государственный университет путей сообщения (УрГУПС), Екатеринбург, Россия

Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина (УрФУ), Екатеринбург, Россия

Ургенчский государственный университет (УрГУ), Ургенч, Узбекистан

Уфимский университет науки и технологий (УУНиТ), Уфа, Россия

Федеральное государственное казенное военное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Военный учебно-научный центр Военно-морского флота «Военно-морская академия имени Адмирала Флота Советского Союза Н. Г. Кузнецова» (филиал в г. Калининграде) (Филиал ВУНЦ ВМФ «ВМА» в г. Калининграде), Калининград, Россия

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук (ФИЦ ИУ РАН), Москва, Россия

Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук (ИПМ им. М. В. Келдыша), Москва, Россия

Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий Российской академии наук (ФИЦ ИВТ РАН), Новосибирск, Россия

Федеральный исследовательский центр проблем химической физики и медицинской химии Российской академии наук (ФИЦ ПХФ и МХ РАН), Черноголовка, Московская обл., Россия

Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации), Москва, Россия

Хабаровское отделение Института прикладной математики Дальневосточного отделения Российской академии наук (ХО ИПМ ДВО РАН), Хабаровск, Россия

Центральный аэрогидродинамический институт им. Н. Е. Жуковского (ЦАГИ), Жуковский, Московская обл., Россия

Центральный банк Российской Федерации (ЦБ РФ), Москва, Россия

Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова (ЦИАМ), Москва, Россия

Центральный научно-исследовательский институт машиностроения (ЦНИИМаш), Королев, Московская обл., Россия

Чувашский государственный университет им. И. Н. Ульянова (ЧГУ им. И. Н. Ульянова), Чебоксары, Россия

Южный научный центр Российской академии наук (ЮНЦ РАН), Ростов-на-Дону, Россия

Южный Федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия

Южный научный центр Российской академии наук (ЮНЦ РАН), Ростов-на-Дону, Россия

АДРЕСНАЯ КНИГА

Абгарян Вартан Карленович	vka.mai@mail.ru
Абдрашитов Алексей Алланович	abdary@mail.ru
Абруков Виктор Сергеевич	abrukov@yandex.ru
Абузяров Мустафа Хасьянович	abouziar@mech.unn.ru
Авдеева Мария Олеговна	avmariya@yandex.ru
Аганин Александр Алексеевич	aganin54@mail.ru
Айзикович Сергей Михайлович	saizikovich@gmail.com
Акмаева Валентина Николаевна	akmaeva@mai.ru
Аксенова Ольга Анатольевна	olga.a.aksenova@gmail.com
Алексеев Алексей Кириллович	aleksey.k.alekseev@gmail.com
Алимов Павел Геннадьевич	pashaalimov@gmail.com
Анджикович Игорь Евгеньевич	vkalin415@mail.ru
Андрианов Иван Константинович	ivan_andrianov_90@mail.ru
Антюхов Илья Владимирович	cryogen204@mail.ru
Артамонова Нина Брониславовна	artamonovanb@mail.ru
Асмолов Сергей Сергеевич	sergei.asmoloff@gmail.com
Астахов Сергей Анатольевич	razina@gknipas.ru
Афанасенков Александр Александрович	afanasenkov@itam.nsc.ru
Бабаков Александр Владимирович	avbabakov@mail.ru
Бабешко Владимир Андреевич	babeshko41@mail.ru
Бабешко Ольга Мефодиевна	babeshko49@mail.ru
Бакулин Владимир Николаевич	vbak@yandex.ru
Баранов Николай Алексеевич	baranov@ians.aero
Баринов Владислав Валерьевич	4bvv@bk.ru
Баталов Владимир Геннадьевич	vbatalov@icmm.ru
Безматерных Александра Евгеньевна	alexandra3bezmaternykh@gmail.com
Белашова Ирина Станиславовна	Irina455@inbox.ru
Белов Глеб Витальевич	gbelov@yandex.ru
Белозеров Николай Игоревич	nbel444@mail.ru
Белянкова Татьяна Ивановна	tbelen415@mail.ru
Берендакова Анастасия Вячеславовна	abv1998@yandex.ru
Бирюков Василий Иванович	aviatex@mail.ru
Бишаев Александр Михайлович	bishaev@bk.ru
Богданова Ксения Александровна	bogdanova_ka@pers.spmi.ru
Болтаев Зафар Ихтиерович	Boltayev-z@mail.ru
Большиянов Игорь Павлович	paleo88@mail.ru
Борисов Сергей Анатольевич	bsa@cosmos-plm.ru
Босак Даниил Борисович	Daniil.Bosak@gmail.com
Бренько Владимир Алексеевич	wagur@bk.ru
Бузмакова Мария Михайловна	mariya_nazarova@mail.ru
Булычев Николай Алексеевич	nbulychev@mail.ru
Бураковский Евгений Петрович	e_burakovsky@mail.ru
Бураковский Павел Евгеньевич	paul_b@mail.ru
Быков Никита Валерьевич	nik.bkv@gmail.com

Валиев Хаммат Хафизович	hhvlv@mail.ru
Вафин Карим Маратович	vafin.km@mipt.ru
Вдовин Иван Евгеньевич	guzez212@yandex.ru
Веденяпин Виктор Валентинович	vicveden@yahoo.com
Вилесов Андрей Владимирович	av_vilesov@mail.ru
Виноградов Владимир Иванович	vvinogradov@inbox.ru
Виноградов Максим Сергеевич	vinmax98@gmail.com
Виноградов Юрий Иванович	yuvino@rambler.ru
Волкова Татьяна Борисовна	tbvolkova@mail.ru
Воронин Дмитрий Владимирович	dvvoronin@bk.ru
Гавва Любовь Михайловна	nio1asp@mail.ru
Гаврилова Анна Юрьевна.	gavrilovaann@mail.ru
Газизуллин Руслан Камилевич	gazizullin.rk@yandex.ru
Гарифуллин Мансур Фоатович	nbragin1@yandex.ru
Гаськов Семен Александрович	gaskov.semen@gmail.com
Гаца Марина Юрьевна	Gatsa@bmstu.ru
Геворкян Грант Араратович	hrgevorkian@mail.ru
Гембаржевский Геннадий Владимирович	gvgemb@ipmnet.ru
Герасимов Сергей Иванович	s.i.gerasimov@mail.ru
Гидаспов Владимир Юрьевич	gidaspov@mai.ru
Гладков Сергей Октябринович	sglad51@mail.ru
Глазырина Людмила Леонидовна	glazyrina-ludmila@ya.ru
Глазырина Ольга Владимировна	glazyrina-olga@ya.ru
Глуховская Юлия Исааковна	gljul@bk.ru
Голован Андрей Андреевич	aagolovan@yandex.ru
Голуб Виктор Владимирович	victor.v.golub@gmail.com
Голубев Василий Иванович	w.golubev@mail.ru
Гольцов Евгений Сергеевич	evgeny.goltsov@yandex.ru
Гончаренко Владимир Иванович	goncharenkovi@mai.ru
Гориховский Вячеслав Игоревич	v.gorikhovskii@spbu.ru
Городецкий Андрей Емельянович	g27764@yandex.ru
Горохов Василий Андреевич	vas-gor@rambler.ru
Горячева Ирина Георгиевна	goryache@ipmnet.ru
Градов Владимир Михайлович	gradov@bmstu.ru
Гречников Федор Васильевич	fvgr48@mail.ru
Григорьев Александр Сергеевич	grigoriev@ispms.ru
Громов Василий Александрович	stroller@rambler.ru
Губайдуллин Дамир Анварович	damirgubaidullin@gmail.com
Гусева Ирина Сергеевна	ig_19@mail.ru
Данилин Александр Николаевич	andanilin@yandex.ru
Дацук Екатерина Валерьевна	datsuk.ev@phystech.edu
Двойников Дмитрий Алексеевич	dm.dvoynikov@mail.ru
Дедова Дарина Викторовна	darina.dedova@gmail.com
Демидова Ольга Львовна	npnj2020@mail.ru
Денисенко Владимир Викторович	ned13@rambler.ru
Дмитриев Андрей Иванович	dmitr@ispms.ru
Дмитриев Андрей Николаевич	dmitriev_an@outlook.com
Дмитриев Владимир Георгиевич	vgd2105@mail.ru
Добров Юрий Владимирович	youdobrov@gmail.com

Добровольский Сергей Владимирович	dobrovolskiy_s@mail.ru
Дюкина Надежда Сергеевна	ndyukina@inbox.ru
Евдокимова Ольга Владимировна	evdokimova.olga@mail.ru
Евтух Григорий Евгеньевич	grishan32@mail.ru
Евтух Елена Сергеевна	galinanekludova@yandex.ru
Егоров Иван Владимирович	egorov.ivan.v@mipt.ru
Емельянова Юлия Геннадиевна	yuliya.emelyanowa2015@yandex.ru
Ермаков Михаил Константинович	ermakov@ipmnet.ru
Ершова Алена Юрьевна	Yershova_A@mail.ru
Желаев Илья Анатольевич	iliya_2210@mail.ru
Жильцов Александр Владимирович	egrevid@gmail.com
Жихарев Яков Маратович	zhikharev.yam@phystech.edu
Забродина Екатерина Алексеевна	katja@kiam.ru
Загидуллин Шамиль Магамедович	szagi@yandex.ru
Закирова Мария Денисовна	maria.za.04@mail.ru
Захаров Игорь Николаевич	zaxap@mail.ru
Захаров Николай Никодимович	aerokoza@yandex.ru
Зинченко Александра Андреевна	zinchenko.alan@gmail.com
Зленко Александр Афанасьевич	zalaf121@mail.ru
Золоторев Николай Николаевич	nikzolotorev@mail.ru
Зуев Юрий Владимирович	yuri_zuev@bk.ru
Иванов Игорь Эдуардович:	ivanovmai@mail.ru
Иванов Михаил Яковлевич	mikhivan@yandex.ru
Ильин Владислав Денисович	mr-ilin13@yandex.ru
Ильин Евгений Алексеевич	ilin.evgenii.a@mipt.ru
Исаков Андрей Алексеевич	st076147@student.spbu.ru
Калинин Алексей Вячеславович	avk@mm.unn.ru
Калинина Анна Павловна	a_p_kalinina@mail.ru
Калинчук Валерий Владимирович	vkalin415@mail.ru
Камалутдинов Айрат Марсович	amkamalutdinov@mail.ru
Катаев Андрей Владимирович	a-kataev@mail.ru
Каун Юлия Владимировна	y.kaun13@gmail.com
Кибец Александр Иванович	kibec@mech.unn.ru
Киндинова Виктория Валерьевна	hamstervill@mail.ru
Клентак Анна Сергеевна	anna_klentak@mail.ru
Клентак Людмила Стефановна	liudmila_klentak@mail.ru
Ковтанюк Лариса Валентиновна	lk@iacp.dvo.ru
Кожурина Полина Ивановна	polinakozhurina2020@gmail.com
Козин Алексей Владимирович	avkozin@okbm.nnov.ru
Козловский Владимир Николаевич	kozlovskiy-76@mail.ru
Колесник Олег Александрович	13kola45@gmail.com
Колесник Сергей Александрович	ksa@mai.ru
Кондратенко Леонид Анатольевич	kondrat.leonid@yandex.ru
Кондратьева Людмила Александровна	liudmila.kondratieva@inbox.ru
Коновалов Данил Алексеевич	dankon2050@mail.ru
Корелин Артем Александрович	korelin-art@yandex.ru

Коробовский Александр Валентинович alkor57@yandex.ru
Коршунов Андрей Александрович korsh@msu.ru
Костров Максим Алексеевич maks.kostrow@yandex.ru
Котельников Михаил Вадимович mvk_home@mail.ru
Кочетков Анатолий Васильевич kochetkov@mech.unn.ru
Кравченко Денис Сергеевич kravchenk06.denis@gmail.com
Красавин Егор Эдуардович krasavin.ieghor@mail.ru
Красильников Денис Владимирович deniscrasilnikov@yandex.ru
Крылов Сергей Сергеевич krylov@mai.ru
Крылова Екатерина Юрьевна kat.krylova@bk.ru
Крюков Игорь Анатольевич ikryukov@gmail.com
Кудрявцева Ирина Анатольевна kudryavtseva.irina.a@gmail.com
Кудряшов Захар Валерьевич kudryashovsmena@gmail.com
Кузнецова Елена Владимировна cmmass@mail.ru
Кузнецова Светлана Валентиновна k_svetlana_valen@mail.ru
Кузьмин Евгений Витальевич blackspecter349@gmail.com
Кули–заде Марина Евгеньевна kuli_marina@mail.ru
Кульков Владимир Михайлович vmk_1@mail.ru
Кульметьева Варвара Александровна varko2007@gmail.com
Курочкин Илья Ильич qurochkin@gmail.com
Курулюк Дмитрий Вадиславович dmitriy.kurulyuk@tsagi.ru
Кутыш Иван Иванович ecogibent@mail.ru
Кучеров Никита Александрович n.kutcherov@bk.ru

Лавренков Степан Александрович lavrenkov.sa@phystech.edu
Лавров Сергей Владимирович Sergeylav87@gmail.com
Лавыгин Дмитрий Алексеевич lavygin.04@mail.ru
Лазарева Арина Александровна a.laz19@bk.ru
Лазовская Татьяна Валерьевна tatianala@list.ru
Лалин Владимир Владимирович vllalin@yandex.ru
Лапшин Денис Александрович lapshin@okbm.nnov.ru
Ларкин Дмитрий Олегович mister.larkin.dima@mail.ru
Лебедев Иван Игоревич lebivan2002@yandex.ru
Лисицын Артем Александрович ntvbrrrr@mail.ru
Лукин Владимир Владимирович i@vlukin.ru
Лукин Владимир Николаевич lukinvn@list.ru
Лунева Анна Александровна LunevaAA@mai.ru
Лунева Светлана Юрьевна LunevaSY@mai.ru

Максимов Николай Анатольевич n-a-maximov47@yandex.ru
Максудова Зарина Маратовна zarina.maksudova@yandex.ru
Маламанов Степан Юрьевич stevmal@mail.ru
Марков Андрей Алексеевич markov.ipm@yandex.ru
Маров Михаил Яковлевич marovmail@yandex.ru
Мартыненко Сергей Иванович martyn_s@mail.ru
Мартышина Ирина Павловна mira@ispms.ru
Марфин Евгений Александрович marfin_ea@mail.ru
Матвеева Татьяна Николаевна tanya.matveeva0205@mail.ru
Матусов Леонид Борисович matusoff.l@yandex.ru
Матюшин Павел Владимирович pmatyushin@mail.ru
Машкин Михаил Николаевич mnmashkin@yandex.ru

Мельник Максим Юрьевич melnik.mxm@gmail.com
Миллер Александр Борисович amiller@iitp.ru
Миллер Борис Михайлович bmiller@iitp.ru
Минюшкин Дмитрий Николаевич dmitriy.minushkin@gmail.com
Мирахмедов Роман Октамович mirakhmedov@gmail.com
Миронова Любовь Ивановна mironova_lub@mail.ru
Михайленко Егор Дмитриевич mihaylenkoed2002@mail.ru
Модин Иван Александрович mianet@mail.ru
Морозов Александр Юрьевич morozov@infway.ru
Мосеев Дмитрий Сергеевич dmitmoseev@yandex.ru
Мякочин Александр Сергеевич amyakochin@gmail.com

Нагибин Никита Сергеевич nikita.nagibin@bk.ru
Надирадзе Андрей Борисович nadiradze@yandex.ru
Насырова Дина Ахметовна dinasyrova@mail.ru
Нгуен Дык Бинь stepup.ored@gmail.com
Неклюдова Галина Александровна galinanekludova@yandex.ru
Нестеров Артем Анатольевич Bobcopy555@gmail.com
Нефедов Виктор Николаевич nefedovvn54@yandex.ru
Никитин Александр Дмитриевич nikitin_alex@bk.ru
Никитин Вячеслав Сергеевич zogorlol@gmail.com
Никитин Илья Степанович i_nikitin@list.ru
Никитченко Юрий Алексеевич nikitchenko7@yandex.ru
Николаева Ольга Васильевна nika@kiam.ru
Никулин Дмитрий Сергеевич nikdmit2000@yandex.ru
Никулин Илларион Леонидович nil@pstu.ru
Никулина Светлана Анатольевна nikulina.svetlana@mail.ru
Норкин Марк Михайлович mariknorkin@mail.ru
Носов Дмитрий Александрович mocelgoogkv@gmail.com
Носырев Андрей Николаевич nosyrev.an@mipt.ru

Обухов Александр Геннадьевич agobukhov@inbox.ru
Осокина Анастасия Дмитриевна nastaosokina2@gmail.com
Острик Афанасий Викторович ostrik@ficp.ac.ru

Павлов Владимир Сергеевич pavvova03@gmail.com
Павлов Павел Сергеевич ppavlov050@gmail.com
Пальчековская Наталья Владимировна palchekovskaia.nv@mipt.ru
Панасенко Александр Викторович akpanas@mail.ru
Пантелеев Андрей Владимирович avpanteleev@inbox.ru
Пантелеев Кирилл Андреевич kir.panteleew2016@yandex.ru
Пегачкова Елена Александровна pegachkova@mail.ru
Перепелкин Вадим Владимирович vadimkin1@yandex.ru
Перов Евгений Александрович eugenie051296@mail.ru
Перфильева Ксения Григорьевна k.g.perfiljeva@yandex.ru
Петров Александр Георгиевич petrovipmech@gmail.com
Петров Дмитрий Андреевич petrov.dmitrii.a@mipt.ru
Пинчуков Владимир Иванович pinchvi@ict.nsc.ru
Пинягин Дмитрий Сергеевич PinyaginDS@gmail.com
Подпорин Игорь Валентинович mai_ltgdm@mail.ru
Подрыга Виктория Олеговна pvictoria@list.ru

Поляков Сергей Владимирович polyakov@imamod.ru
Попов Алексей Константинович ap@iitp.ru
Посудневская Анна Олеговна posudnevskaia.ao@phystech.edu
Потапова Зинаида Евгеньевна potapovaz@yandex.ru
Прозорова Эвелина Владимировна e.prozorova@spbu.ru
Протасов Владислав Иванович protonus@yandex.ru
Прудников Федор Евгеньевич iruinni8@gmail.com
Пузатова Анастасия Вячеславовна a.sharanova@gmail.com
Пунтус Артур Агафонович artpuntus@yandex.ru

Разумов Егор Михайлович razumov3gor@gmail.com
Расина Ирина Викторовна irinarasina@gmail.com
Рахмонов Баходир Собирович bah-bahodir@yandex.ru
Ревизников Дмитрий Леонидович reviznikov@inbox.ru
Рожков Алексей Николаевич rozhkov@ipmnet.ru
Романов Александр Владимирович av.romanov@hse.ru
Руденко Алла Олеговна a.o.rudenko@mail.ru
Рулева Лариса Борисовна ruleva@ipmnet.ru
Русаков Сергей Владимирович rusakov@psu.ru
Рыжков Сергей Витальевич svryzhkov@gmail.com
Рябинин Анатолий Николаевич a.ryabinin@spbu.ru
Ряжских Александр Викторович ryazhskihav@bk.ru

Савельев Александр Дмитриевич savel-cc09@yandex.ru
Савельев Алексей Сергеевич aleksey.schumacher@gmail.com
Савин Егор Ильич esavin@stud.tsu.ru
Самойлов Степан Дмитриевич SamoilovStepan2017@yandex.ru
Сафаров Исмоил Иброхимович safarov54@mail.ru
Свотина Виктория Витальевна vsvotina@mail.ru
Северина Наталья Сергеевна severinans@mai.ru
Сейранян Сурен Паруйрович seysuren@yandex.ru
Семенов Александр Сергеевич Semenov_Alex@yahoo.com
Сергеев Владислав Антонович vlad20032003@yandex.ru
Сергеева Анна Александровна sergeeva.aa@edu.spbstu.ru
Сергеева Наталья Ивановна natasg@outlook.com
Сивакова Татьяна Владимировна sivakova15@mail.ru
Силакова Юлия Георгиевна krat_yuliya@mail.ru
Симонова Екатерина Сергеевна Simonkat12@yandex.ru
Сиротин Андрей Николаевич asirotin2@mail.ru
Скворцов Иван Леонидович ivaleons@gmail.com
Скворцова Мария Ивановна skvorivan@mail.ru
Скрипкин Олег Алексеевич oleg.skri@gmail.com
Слабнов Виктор Дмитриевич vslabnov@mail.ru
Смолин Алексей Юрьевич asmolin@ispms.ru
Смолин Игорь Юрьевич smolin@ispms.ru
Соловьев Сергей Александрович vapanov@okbm.nnov.ru
Сотский Михаил Юрьевич msotsky.bmstu@mail.ru
Стариков Сергей Сергеевич StarikovSS@pnppk.ru
Старикова Виктория Александровна scherbackova.vict@mail.ru
Степанян Карен Вартанович KVStepanyan@iitp.ru
Стифеев Евгений Михайлович stifeev99@mail.ru

Стрижак Павел Александрович	pavelspa@tpu.ru
Стрижак Сергей Владимирович	s.strijhak@ispras.ru
Строганов Виктор Юрьевич	Vy_str@mail.ru
Суворова Екатерина Владимировна	gev_@mail.ru
Судаков Владимир Анатольевич	sudakov@ws-dss.com
Сухов Артем Дмитриевич	sukhov.ad@phystech.edu
Тархов Дмитрий Альбертович	dtarkhov@gmail.com
Терешин Валерий Алексеевич	terva@mail.ru
Титов Юрий Павлович	kalengul@mail.ru
Тлеулинов Манарбек Кусатаевич	mktleulinov@kai.ru
Товарнов Михаил Степанович	tovarnov@bmstu.ru
Томашева Анастасия Михайловна	anastasiatomasheva@gmail.com
Трифонов Григорий Игоревич	grishakip@yandex.ru
Трофименко Тимофей Александрович	timofey.trofimenko@gmail.com
Тюхтина Алла Александровна	tyukhtina@iee.unn.ru
Фазылов Талгат Вадимович	talgat505@gmail.com
Федотова Ксения Викторовна	fedotova@bmstu.ru
Федулов Вадим Алексеевич	vadimfedulov.bmstu@gmail.com
Федюшкин Алексей Иванович	fai@ipmnet.ru
Филиппов Герман Владиславович	german.filippov2000@yandex.ru
Филиппов Сергей Иванович	sf759@bk.ru
Филиппова Александра Сергеевна	filippova.alex@gmail.com
Фимин Николай Николаевич	oberon@kiam.ru
Фирсов Георгий Игоревич	firsovgi@mail.ru
Фраленко Виталий Петрович	alarmod@pereslavl.ru
Фукин Илья Игоревич	fukin.ii@mipt.ru
Хакимов Аким Гайфуллинович	hakimov@anrb.ru
Халидов Искандер Анасович	iskander.khalidov@gmail.com
Цыпкин Георгий Геннадьевич	tsypkin@ipmnet.ru
Чайников Юрий Сергеевич	gutorin@gmail.com
Чекмарев Дмитрий Тимофеевич	4ekm@mm.unn.ru
Черкасова Мария Владимировна	maria-post@mail.ru
Чернышов Лев Николаевич	levchern@gmail.com
Чернышова Дарья Витальевна‘	daracernysova744@gmail.com
Чехонин Константин Александрович	lex7861@rambler.ru
Чистякова Мария Алексеевна	chistyakova.ma@edu.spbstu.ru
Чупров Петр Анатольевич	petchu@mail.ru
Чусовитин Николай Викторович	chusovitin.nv@mipt.ru
Шакурова Лия Алимджановна	liya.shakurova@mail.ru
Шаронов Анатолий Васильевич	anatoly.sharonov@yandex.ru
Шахвердов Артур Олегович	shah@bmstu.ru
Шемякина Татьяна Алексеевна	sh_tat@mail.ru
Шестаков Илья Ефимович	ily.shestako@yandex.ru
Шешенин Сергей Владимирович	sergey.sheshenin@mail.ru
Широков Владимир Борисович	shirokov.ssc@gmail.com

Шоркин Владимир Сергеевич v.s.shorkin@yandex.ru
Шостов Артем Константинович shostov@bmstu.ru
Шустов Станислав Алексеевич shustov.st@yandex.ru
Шустова Мария Вениаминовна m.v.shustova@gmail.com

Эберт Кирилл Александрович cyrilevel@rambler.ru

Юсим Валентин Александрович Yusim_VA@nrcki.ru
Юсып Вячеслав Михайлович v-y48@yandex.ru

Яковлева Аина Георгиевна ya.ainayakovleva@yandex.ru

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

Gökalp İ. 61, 82

Kагаса М. 61, 82

Абгарян В. К. 552
Абгарян М. В. 21
Абдрашитов А. А. 383
Абруков В. С. 89
Абу Даввас Яссер 225
Абузяров М. Х. 151
Авдеева М. О. 286
Аганин А. А. 286
Айзикович С. М. 153
Акмаева В. Н. 524
Аксенова О. А. 287
Алексеев А. К. 289
Алимов П. Г. 91
Амбарцумян А. Г. 302
Анджикович И. Е. 154
Андрианов И. К. 156
Антонов Д. В. 80, 291
Антюхов И. В. 23
Ануфриева Д. А. 89
Аристова Н. М. 25
Артамонова Н. Б. 158, 283
Артемьев С. С. 89
Архипов В. А. 294, 296, 554
Асмолов С. С. 92
Астахов С. А. 556, 558
Афанасенков А. А. 298
Афонин С. А. 109
Ахмедов Ш. Р. 262
Ахметов А. Ж. 275

Бабаков А. В. 300
Бабешко В. А. 161, 163
Бабешко О. М. 161, 165, 167
Багдасарян Г. Е. 302
Багмутов В. П. 180
Баданина Н. Д. 512
Баженов В. Г. 169
Баженов К. И. 50
Базилевский А. В. 304
Бакулин В. Н. 171, 173, 175, 178, 307, 339, 561, 563, 566
Баранов Н. А. 94
Баринов В. В. 180
Басалаев С. А. 294, 296
Баталов В. Г. 568
Баутин С. П. 309
Башмаков Р. А. 390
Безматерных А. Е. 96
Белашова И. С. 547
Белов Г. В. 25
Белозеров Н. И. 447
Белянкова Т. И. 451
Берендакова А. В. 513
Бирюков В. И. 556, 558
Бишаев А. М. 21
Бобышев С. В. 459
Богданова К. А. 516
Богданович А. Б. 570
Богоутдинова Ю. Г. 286
Бодрышев В. В. 190
Болтаев З. И. 183
Большиянов И. П. 311
Большухин М. А. 185
Бондарев А. Е. 289
Борзых С. В. 561, 563
Борисов В. Н. 570
Борисов С. А. 313, 315
Боровиков Д. А. 556
Босак Д. Б. 187
Боттаева А. А. 317
Бошенятов Б. В. 307
Брагин Н. Н. 189
Бражкин Н. С. 317
Бренько В. А. 98
Бригаднов И. А. 516
Бузмакова М. М. 26, 34, 70, 96
Булаева М. Н. 586
Булычев Н. А. 54, 190
Бураго Н. Г. 437
Бураковский Е. П. 28
Бураковский П. Е. 28
Бушуева О. А. 215, 217
Быков Н. В. 30, 32, 99, 428
Быкова Ю. Н. 189
Бычков Р. С. 561, 563

Валиев Х. Х. 191
Валиуллин В. В. 572

Варушкин С. В. 606
Васюков А. В. 57
Вафин К. М. 486
Вдовин И. Е. 34
Веденяпин В. В. 488
Ведьманов И. С. 92
Велданов В. А. 277
Вилесов А. В. 517
Виноградов В. И. 123, 134
Виноградов М. С. 36
Виноградов Ю. И. 192
Власов А. Н. 191
Волков А. И. 614
Волков Е. Н. 599, 601, 604
Волкова Т. Б. 101, 518
Ворович Е. И. 451
Ворожеева О. А. 608
Воронин Д. В. 319
Высокоморная О. В. 291

Гавва Л. М. 194
Гаврилова А. Ю. 616
Газизуллин Р. К. 255, 258
Гайдукова О. С. 80
Гарифуллин М. Ф. 189
Гаськов С. А. 459
Гаца М. Ю. 321
Геворкян Г. А. 195
Гелин Д. В. 277
Гембаржевский Г. В. 322
Герасимов С. И. 573
Гидаспов В. Ю. 324, 327, 329
Гладков С. О. 332
Гладковский С. В. 102
Глазова Е. Г. 151
Глазырин В. П. 197
Глазырина Л. Л. 38
Глазырина О. В. 38
Глуховская Ю. И. 313, 315
Гневушев А. А. 440
Голован А. А. 575
Головастов С. В. 334
Голуб В. В. 334
Голубев В. И. 199
Гольцов Е. С. 336
Гончаренко В. И. 618
Гориховский В. И. 91, 355, 520
Горкунов С. В. 457
Городецкий А. Е. 522
Горохов В. А. 201
Горшкова Е. М. 165, 167
Горячева И. Г. 203
Градов В. М. 41, 337
Гречников Ф. В. 620
Григорьев А. С. 204
Гришин Ю. А. 178, 339
Громов В. А. 43
Губайдуллин Д. А. 206
Гусев Е. Л. 173
Гусева И. С. 540

Данилин А. Н. 566, 580, 612
Данилов Е. В. 89
Дарбинян А. А. 538
Дацук Е. В. 57
Двойников Д. А. 102
Дедова Д. В. 208
Демарева А. В. 227
Демидова О. Л. 341
Демин В. А. 463
Демченко Д. С. 552
Денисенко В. В. 44
Дмитриев А. И. 46
Дмитриев А. Н. 238
Дмитриев В. Г. 231
Дмитриев С. А. 271
Дмитриев Э. А. 210
Дмитриева М. А. 472
Добров Ю. В. 344
Добровольский С. В. 313, 315
Долуденко А. Н. 452, 466
Дорофеенко С. О. 61
Дубровин А. К. 389
Душев С. А. 212
Дюкина Н. С. 169

Евдокимов В. С. 161, 163, 165, 167
Евдокимова О. В. 161, 215, 217
Евстигнеев А. И. 210
Евтух Г. Е. 246
Евтух Е. С. 246
Егоров И. В. 344
Егоров Ю. Г. 586
Емельянов М. А. 144
Емельянова Ю. Г. 144
Ереев М. Н. 48, 185
Еремина Г. М. 240, 273
Ермаков М. К. 346
Ерофеев В. И. 573
Ершова А. Ю. 219

Жаховский В. В. 466, 481
Желаев И. А. 337

Жилин Ю. В. 334
Жильцов А. В. 221
Жихарев Я. М. 50
Жураев Ш. И. 262

Забродина Е. А. 461
Заварзина Е. А. 189
Завьялова Н. А. 84, 486, 491, 501, 504
Загидуллин Ш. М. 223
Зайцева О. Н. 399
Закирова М. Д. 104
Залазинский А. Г. 102
Замураев В. П. 348
Замыслов В. Е. 309
Зарецкая М. В. 161
Зарецкий А. Г. 165, 167
Захаров А. С. 440
Захаров И. Н. 489
Захаров Н. Н. 311
Зимин В. Н. 576
Зинченко А. А. 512
Зленко А. А. 224
Золоторёв Н. Н. 294, 554
Зотикова П. В. 376
Зуев Ю. В. 350

Иванкова Е. П. 210
Иванников А. Ю. 180
Иванов И. Э. 352, 368, 406
Иванов М. Я. 455
Иванов С. В. 524
Ильин В. Д. 593
Ильин Е. А. 491
Иногамов Н. А. 466, 481
Ипатов С. И. 493
Исаков А. А. 355
Исламова А. Г. 357

Кагенов А. М. 374
Калинин А. В. 52, 225
Калинина А. П. 348
Калинина Ю. А. 227
Калинчук В. В. 451, 483
Камалутдинов А. М. 399
Каримов И. М. 266
Карнет Ю. Н. 191, 566
Катаев А. В. 558
Каун Ю. В. 579
Кауфман Д. В. 359
Кашфутдинов Б. Д. 106
Келбышева Е. С. 580
Кибец А. И. 227
Киндинова В. В. 622
Клентак А. С. 525, 620
Клентак Л. С. 620
Клосс Ю. Ю. 50, 86
Ковалев К. Е. 608
Ковтанюк Л. В. 229
Когай А. Д. 472
Кожурина П. И. 457
Козин А. В. 185
Козицын А. С. 109
Козловский В. Н. 525
Колесник О. А. 187
Колесник С. А. 54, 55, 190
Колоколов И. В. 44, 452
Колпаков В. И. 277
Кондратенко Л. А. 231
Кондратьева Л. А. 527
Коновалов Д. А. 570
Корелин А. А. 361
Корнев Ю. В. 191
Корнеева Д. Б. 189
Коробовский А. В. 582
Коротеев Ю. М. 46
Коршунов А. А. 109
Костарев Н. А. 415
Костров М. А. 32
Костюшин К. В. 296, 374
Котельников М. В. 362, 363
Кочетков А. В. 151, 233
Кочетков М. А. 151
Кошелев К. Б. 364
Кравченко Д. С. 366
Кравченко И. В. 586
Красавин Е. Э. 392
Красильников Д. В. 570
Кропотова С. С. 357
Кротова Е. Л. 606
Крылов А. В. 576
Крылов С. С. 324, 362, 363, 492
Крылова Е. Ю. 474
Крюков И. А. 352, 368
Кувыркин Г. Н. 576
Кудрявцева И. А. 528
Кудряшов З. В. 585
Кузенов В. В. 419
Кузнецов А. А. 84, 486, 491, 501, 504, 510
Кузнецов В. П. 275
Кузнецов Г. В. 291
Кузнецов М. Е. 244
Кузнецова Е. В. 622
Кузнецова С. В. 624

Кузьмин Е. В. 585
Кузьмин Н. Е. 570
Кулдашов Н. У. 183
Кули-заде М. Е. 616
Кули-заде Ф. Т. 329
Кульков В. М. 586
Кульметьева В. А. 99
Курдюмов Н. Н. 612
Курочкин И. И. 111
Курулюк Д. В. 236
Кустова Е. В. 366, 378, 388, 398, 448
Кутыш И. И. 370, 372
Кучеров Н. А. 376

Лавренков С. А. 57
Лавров С. В. 601, 604
Лавыгин Д. А. 104
Лазарева А. А. 589
Лазовская Т. В. 104, 113, 115
Лалин В. В. 58, 238
Лапина П. А. 153
Лапшин Д. А. 212
Ларкин Д. О. 374
Лашков В. А. 344
Лебедев В. В. 44, 452
Лебедев И. И. 627
Левченко Е. А. 236
Левченко М. А. 223
Лепешинский И. А. 376
Лисин С. В. 89
Лисицын А. А. 233
Лозовой В. В. 163, 215
Лонин К. А. 48
Лукин В. В. 628
Лукин В. Н. 614
Лунева А. А. 530
Лунева С. Ю. 117, 530
Лутонин А. С. 516
Лысов Д. А. 277
Лэ В. Х. 489
Любимова Т. П. 396

Максимов А. Д. 590
Максимов Н. А. 119, 122
Максимова В. Ю. 122
Максудова З. М. 378
Маламанов С. Ю. 59
Марков А. А. 380
Марков В. А. 277
Маров М. Я. 493
Мартиросов М. И. 208, 219
Мартыненко С. И. 61, 82
Мартышина И. П. 240
Марфин Е. А. 383
Матвеев Е. В. 606
Матвеева Т. Н. 495
Матвиенко О. В. 294
Матусов Л. Б. 533
Матюшин П. В. 385
Машек И. Ч. 344
Машкин М. Н. 497, 499
Маштаков А. П. 459, 593
Мельник М. Ю. 355, 366, 388
Мельников А. Ю. 552
Микилян М. А. 302, 538
Микушкин А. Ю. 334
Микушкина А. А. 334
Миллер А. Б. 128, 545
Миллер Б. М. 128, 545
Миниханов К. А. 158
Миньков Л. Л. 426
Минюшкин Д. Н. 243, 389
Мирахмедов Р. О. 130
Миронова Л. И. 187, 231
Митряйкин В. И. 244
Михайленко Е. Д. 595
Михайлова И. Б. 154
Модин И. А. 233
Молоканов А. А. 82
Морозов А. Ю. 63
Мосеев Д. С. 327
Москаленко О. А. 329
Мусихин Н. А. 606
Мухин А. С. 163, 217
Мякочин А. С. 313, 315

Нагаева Е. А. 582
Нагибин Н. С. 332
Надирадзе А. Б. 572
Насырова Д. А. 390
Нго Х. Х. 58
Нгуен Д. Б. 66, 68
Негодяев С. С. 84, 486, 491, 501, 504
Недбай А. Я. 175, 178, 599, 601, 604
Неклюдова Г. А. 246
Нестеренко В. Г. 585
Нестеров А. А. 70
Нефёдова А. А. 223
Нефедов В. Н. 534
Никитин А. Д. 248, 250
Никитин В. С. 71
Никитин И. С. 199, 248, 250
Никитин С. М. 566

Никитченко Ю. А. 392, 394
Николаев Д. Н. 252
Николаева О. В. 461
Никонов А. Ю. 46
Никулин Д. С. 534
Никулин И. Л. 463
Никулина С. А. 396, 463
Новиков А. С. 54
Новиков Н. П. 123
Норкин М. М. 398
Носов Д. А. 244
Носырев А. Н. 84, 501
Нуриддинов Б. З. 266
Нуриев А. Н. 399

Обухов А. Г. 309
Огнев С. О. 46
Одиноков В. И. 210
Орлов Е. А. 158
Орлов М. Ю. 197
Осипенко К. Ю. 322
Осипов А. В. 364
Осокин А. В. 535
Осокина А. Д. 518
Острик А. В. 252

Павлов В. С. 125
Павлов П. С. 117
Павлючкова Е. А. 191
Паймушин В. Н. 255, 258
Пальчековская Н. В. 401
Панасенко А. В. 403
Панов В. А. 185
Пантелеев А. В. 302, 538
Пантелеев К. А. 72
Панченко Г. Л. 229
Пархоменко В. А. 406
Патрушев В. Л. 48
Пегачкова Е. А. 127
Пейсахович О. Д. 552
Перевалов Н. С. 243
Перепелкин В. В. 492, 503
Перминов А. В. 396, 432
Перов Е. А. 466
Перфильева К. Г. 294, 296, 554
Петров А. Г. 408, 410
Петров Д. А. 504, 510
Петров И. Б. 199
Петров К. С. 528
Петрусев В. И. 599, 601, 604
Пинчуков В. И. 412
Пинягин Д. С. 415
Пирогов С. А. 185
Плужник А. В. 165, 167
Подольская Н. С. 125
Подпорин И. В. 313, 315
Подрыга В. О. 468
Поляков В. А. 570
Поляков С. В. 468
Попов А. К. 128, 545
Попова Е. О. 229
Посудневская А. О. 452
Потапов И. И. 416
Потапова З. Е. 130
Прозорова Э. В. 470
Протасов В. И. 130
Прудников Ф. Е. 178, 599
Пузатова А. В. 472
Пузырецкий Е. А. 244
Пунтус А. А. 260
Пьянков Е. К. 243

Разумов Е. М. 113
Расина И. В. 540
Рахмонов Б. С. 262
Ревизников Д. Л. 63, 430
Ренев М. Е. 344
Решетников В. А. 376
Рожков А. Н. 304, 417, 440
Рожнов А. В. 618
Романов А. В. 527
Ромашин С. Н. 264
Руденко А. О. 417
Рулева Л. Б. 403
Русаков С. В. 26
Рыжков С. В. 419
Рыков В. А. 21
Рысистов А. В. 119
Рябинин А. Н. 359
Ряжских А. В. 421

Савельев А. Д. 422
Савельев А. С. 378, 424
Савин Е. И. 426
Савчук Д. В. 48
Садаков А. А. 341
Сажин С. С. 291
Самойлов С. Д. 428
Саркисов С. Э. 86
Сафаров И. И. 266
Сафаров У. И. 262
Свотина В. В. 597
Северина Н. С. 317, 327
Сейранян С. П. 268

Секретарев В. Е. 541, 627
Семенихин О. А. 421
Семенов А. С. 74, 75, 133
Семенов Н. А. 580
Сергеев В. А. 541
Сергеева А. А. 113
Сергеева Н. И. 394
Сивакова Т. В. 138
Силакова Ю. Г. 416
Симонова Е. С. 271
Синичкина А. О. 474
Сиротин А. Н. 535
Скворцов И. Л. 76
Скворцова М. И. 76
Скрипкин О. А. 104
Слабнов В. Д. 543
Слитинская А. Ю. 189
Смирнов И. Ю. 573
Смолин А. Ю. 240, 273
Смолин И. Ю. 275
Соболева Е. А. 421
Соловьев С. А. 48
Солодкова Е. Г. 489
Соломонов Ю. С. 599, 601, 604
Сотский М. Ю. 277
Способин А. В. 430
Стариков С. С. 606
Старикова В. А. 432
Статников И. Н. 78
Степанов М. С. 147
Степанов Р. А. 568
Степанян К. В. 128, 545
Стифеев Е. М. 55
Стратула Б. А. 250
Стрижак П. А. 80, 291, 357
Стрижак С. В. 106, 364
Строганов В. Ю. 547
Суворов М. Д. 134
Суворова Е. В. 136
Судаков В. А. 138, 140, 147, 512
Сухов А. Д. 410
Сыпало К. И. 535
Сычев К. А. 573

Тарасова И. Л. 522
Тархов Д. А. 104, 113, 115
Терешин В. А. 505
Тешаев М. Х. 266
Тимошенко П. Е. 483
Титов В. Г. 102
Титов Ю. П. 140
Тлеулинов М. К. 280
Товарнов М. С. 507
Токталиев П. Д. 61, 82
Томашева А. М. 477
Тоноян В. У. 538
Топорков Д. Ю. 286
Торчинская А. В. 495
Третьяков С. Д. 158
Трифонов Г. И. 479
Трофименко Т. А. 283
Труфанова Н. М. 336, 361, 415
Трушников Д. Н. 606
Турчин А. С. 154
Тушавин Н. А. 54
Тхет Л. 156
Тюхтина А. А. 52, 225

Уафа Г. Н. 163
Уафа С. Б. 161, 163, 215, 217
Усанина А. С. 294, 296

Фазылов Т. В. 197
Файзиев Ш. 183
Федотова К. В. 321, 450, 608
Федулов В. А. 549
Федюшкин А. И. 260, 435, 437, 440
Фельдштейн В. А. 566, 580, 612
Феоктистов С. И. 156
Филиппов Г. В. 101
Филиппов С. И. 443
Филиппова А. С. 503
Фильченков С. Е. 185
Фимин Н. Н. 461
Фирсанов В. В. 194
Фирсов Г. И. 78
Формалев В. Ф. 55
Фортова С. В. 44, 452, 481
Фраленко В. П. 143
Фроленкова Л. Ю. 264
Фролов И. С. 389
Фукин И. И. 84, 501, 510

Хакимов А. Г. 280
Халидов И. А. 287
Хартов С. А. 597
Хачумов В. М. 144
Хачумов М. В. 144
Хмель Т. А. 298
Хоронжук Р. С. 344
Хорошилова М. В. 264

Цыпкин Г. Г. 445

Чайников Ю. С. 147
Чекмарев Д. Т. 151, 225
Черемисин Ф. Г. 50
Черкасова М. В. 610
Чернышов Л. Н. 614
Чернышов М. В. 579
Чернышова Д. В. 210
Чехонин К. А. 283, 286, 447, 510
Чечиков Ю. Б. 92, 541, 627
Чистякова М. А. 113
Чориев М. 183
Чумак С. В. 236
Чупров П. А. 481
Чусовитин Н. В. 510

Шабунина А. А. 503
Шавня Р. А. 612
Шакурова Л. А. 398, 448
Шаргатов В. А. 457, 477
Шаронов А. В. 575
Шахвердов А. О. 576
Шачнев Д. А. 109
Швейкин В. П. 102
Шемякина Т. А. 149
Шепелев В. В. 466, 481
Шестаков И. Е. 428
Шешенин С. В. 158, 283
Шилько Е. В. 204
Широков В. Б. 483
Шишкин В. М. 255, 258
Шлегель Н. Е. 357
Шоркин В. С. 264
Шорохов В. В. 212
Шостов А. К. 450
Шустов С. А. 590
Шустова М. В. 143

Щиблев Ю. Н. 561, 563

Эберт К. А. 26

Юн Сон Ук 586
Юсим В. А. 86
Юсипов Б. Х. 585
Юсып В. М. 28

Ягодников Д. А. 321, 450
Яковлева А. А. 551
Яковлева А. Г. 127
Яруллин Р. С. 543